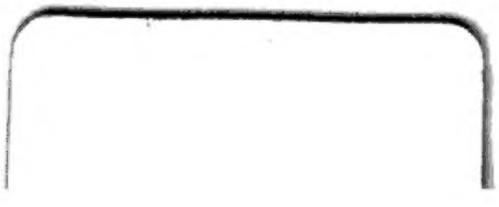
NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06910035 6

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

1. Physics — Textbooks, 1847
2. Meteorology — " , 1847
S + TD

Pouillet's

Lehrbuch der Physik

und

Meteorologie,

für

deutsche Verhältnisse frei bearbeitet

von

Dr. Joh. Müller,

Professor der Physik und Technologie an der Universität zu Freiburg im Breisgau.

In zwei Bänden.

—

Erster Band.

Dritte umgearbeitete und vermehrte Auflage.

Mit etwa 1200 in den Text eingedruckten Holzschnitten.

Braunschweig,

Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.

1847.

Digitized by Google

Lehrbuch

der

Physik und Meteorologie

von

Dr. Joh. Müller,

Professor der Physik und Technologie an der Universität zu Freiburg im Breisgau.

Als

dritte umgearbeitete und vermehrte Auflage

der Bearbeitung

von

Pouillet's Lehrbuch der Physik.

In zwei Bänden.

—

Erster Band.

Mit 722 in den Text eingedruckten Holzschnitten.

Braunschweig,

Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.

—

1847.

Digitized by Google

THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY
887307A
ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS
R 1937 L

Digitized by Google

Vorrede zur ersten Auflage.

In keinem Zweige menschlichen Forschens sind in der neueren und neuesten Zeit so reißende Fortschritte gemacht worden, wenige erfreuen sich einer so allgemein regen Theilnahme, als die Naturwissenschaften. Man vergleiche die Lehrbücher der Physik und Chemie, welche zu Anfang unseres Jahrhunderts geschrieben wurden, mit den jetzigen, und man muß staunen über die Masse des Materials, welches seit jener Zeit für die Wissenschaft gewonnen wurde. Nicht allein sind neue Thatsachen entdeckt, neue Theorieen aufgestellt worden, nein, es wurden auch der Forschung ganz neue Felder eröffnet.

Gerade diese Ausdehnung ist es aber, welche die Erwerbung naturwissenschaftlicher Kenntnisse ungemein erschwert; ja es ist nicht einmal mehr möglich, daß ein Mensch alle Branchen der Naturwissenschaften zugleich umfassen, daß er zugleich Physiker, Chemiker, Geognost u. s. w. seyn kann; immer wird er nur einen einzelnen Zweig vorzugsweise zu cultiviren im Stande seyn; und doch stehen die verschiedenen Zweige der Naturlehre in einem so innigen Zusammenhange mit einander, daß ein erfolgreiches Studium des einen nur dem möglich wird, der wenigstens mit den Grundzügen der übrigen vertraut ist.

Während sich auf der einen Seite die Naturwissenschaften so

Digitized by Google

außerordentlich entwickelten, haben sie auf der andern Seite auch eine große Bedeutung für das Leben gewonnen, so daß die Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse ein dringendes Bedürfniß der Zeit geworden ist.

Es ist deshalb von der größten Wichtigkeit, daß die Naturwissenschaften durch zweckmäßige Lehrbücher möglichst zugänglich gemacht werden. Dieser Gesichtspunkt war es, welcher mich bei der Bearbeitung des Pouillet'schen Lehrbuchs der Physik stets leitete.

Dieses Werk ist für ein größeres Publikum, es ist vorzugsweise für solche bestimmt, welche, sich überhaupt mit Naturwissenschaften beschäftigend, eine gründliche Kenntniß der Elemente der Physik nicht entbehren können, ohne sich deshalb vorzugsweise dem Studium dieser Wissenschaft zu widmen; also für Chemiker und Pharmaceuten, für Mediciner, Cameralisten, Techniker u. s. w.

Um dieses Ziel, so weit es in meinen Kräften stand, zu erreichen, mußte ich mehr von dem Originale abweichen, als ich es anfangs übersehen konnte. Ich bin weit entfernt, dem Originale damit irgend einen Vorwurf zu machen, ich will damit nur sagen, daß die Tendenz desselben oft eine andere ist als die, welche ich mit Berücksichtigung des Publikums, welches ich im Auge hatte, verfolgen zu müssen glaubte.

Schon die Vergleichung der Figuren des vorliegenden Werkes mit denen des französischen Originals wird zeigen, daß man es hier durchaus nicht mit einer Uebersetzung, sondern mit einer ganz freien Bearbeitung zu thun hat.

Vor allen Dingen schien es mir nöthig, alle mathematischen Formeln, welche zum Verständniß der Grundgesetze nöthig sind, vollständig zu entwickeln, sie genügend zu erläutern oder sie lieber, wo es ohne Beeinträchtigung der Sache geschehen konnte, ganz zu vermeiden. Bedenkend, daß die meisten Leser zwar mit den wichtigsten Sätzen der Elementarmathematik bekannt sind, daß sie zwar die mathematischen Zeichen kennen, daß ihnen aber doch die nöthige

Digitized by Google

Uebung fehlt, um mit Leichtigkeit die Sprache der Formeln zu lesen, um aus ihnen ohne weitere Erklärung gleich den ganzen Sachzusammenhang zu übersehen, schien es mir nöthig, durch ein passendes Raisonnement die Formeln sowohl einzuführen als auch zu erläutern; ich habe stets bei allen Entwickelungen an die allgemein bekannten Lehrsätze anzuknüpfen, gleichsam eine Brücke vom Bekannten zum Unbekannten zu bauen gesucht, was oft schon durch wenige Worte geschehen konnte.

Nur im 4ten Buche, welches die Molekularwirkungen, und im 5ten, welches die Akustik behandelt, habe ich mich strenger an das Original gehalten; bis auf das, was über das Stimmorgan gesagt wurde, sind diese beiden Abschnitte fast nur Uebersetzungen.

Schon in dem mechanischen Theile der Naturlehre habe ich vielfache Veränderungen vorgenommen. In den französischen Lehrbüchern der Physik überhaupt, und so auch in dem Pouillet's, sind die Lehrsätze der Mechanik gleichsam nur historisch angeführt, weil man die nähere Begründung derselben einem rein mathematischen Vortrag überläßt. Die elementaren Sätze der Mechanik gehören aber wesentlich in die Physik und müssen hier auf eine elementare Weise entwickelt seyn, damit die Grundbegriffe klar werden. So ist vorzugsweise die Lehre vom Parallelogramm der Kräfte, vom Hebel, von der Wage, vom freien Fall und der Pendelbewegung, vom specifischen Gewicht, den Aräometern u. s. w. fast durchaus umgearbeitet worden. Unter den Veränderungen, welche ich mir in der Wärmelehre erlaubte, muß ich besonders dasjenige hervorheben, was über die Ausdehnung der Gase durch die Wärme gesagt ist; ich glaubte durchaus die Methoden besprechen zu müssen, nach welchen die ausgezeichnetsten Physiker den Ausdehnungskoëfficienten der Luft bestimmten, dagegen ließ ich Pouillet's Luftpyrometer unerwähnt, weil dieser Apparat für wissenschaftliche Untersuchungen nicht genau genug, für praktische Zwecke aber zu complicirt ist.

Daß ich die Dampfmaschinen ausführlicher behandelte, als es

Digitized by Google

streng genommen in einem physikalischen Werke zu erwarten ist, kann ich nur dadurch entschuldigen, daß jeder Gebildete das Wichtigste über Dampfmaschinen wissen möchte, ohne deshalb ausführliche Werke darüber nachlesen zu können.

Die Lehre vom Magnetismus ist besonders dadurch bereichert worden, daß ich die Grundzüge der Gauß'schen Arbeiten, welche merkwürdiger Weise im französischen Original nicht mit einer Silbe erwähnt sind, in möglichst elementarer Darstellung hinzugefügt habe.

Der Abschnitt, welcher vom Galvanismus handelt, ist fast ganz meine eigene Arbeit; ganz besonders war ich bemüht, die chemischen Wirkungen der Säule gründlich zu entwickeln. Auch das Kapitel über Inductionserscheinungen und über die allgemeinen Gesetze der Stärke elektrischer Ströme haben sehr bedeutende Aenderungen erlitten.

Die Lehre vom Lichte ist bedeutend umgearbeitet worden; besonders ist dies in denjenigen Kapiteln der Fall, welche die eigentlich physikalische Optik, also die Beugungserscheinungen, die Polarisation und die doppelte Brechung behandeln, in welchen man nur sehr wenig dem Original Angehöriges finden wird. Ich habe hier versucht, auf eine möglichst elementare und anschauliche Weise die Elemente der Wellentheorie zu entwickeln.

Pouillet's Meteorologie entspricht nach dem Urtheile aller sachkundigen Männer so wenig dem jetzigen Standpunkte deutscher Wissenschaft, daß eine totale Umarbeitung nöthig war; eine solche Umarbeitung, bei der ich außer den Quellen auch noch besonders die »Vorlesungen über Meteorologie« von Kämtz benutzt habe, ist aber in vielfacher Hinsicht eine sehr schwierige Arbeit; ich will nur wünschen, daß mein Versuch nicht ganz mißglückt seyn möge.

Gießen, im Mai 1844.

Joh. Müller.

Vorrede zur zweiten Auflage.

Wenn dieses Werk eine so günstige Aufnahme fand, daß eine zweite Auflage unmittelbar nach Vollendung der ersten nöthig wurde, obgleich es nicht an trefflichen Lehrbüchern der Physik fehlt und obgleich dies Buch selbst noch mit mannigfachen Mängeln behaftet war, so mag daraus wohl hervorgehen, daß die Darstellungsweise, deren ich mich befleißigte, eine solche war, wie sie dem Bedürfnisse des größten Theils der Leser ganz besonders entspricht; deshalb habe ich auch bei dieser zweiten Auflage dieselbe Tendenz befolgt, wie bei der ersten: allgemeine Verständlichkeit war das Ziel, wonach ich strebte.

Die Anordnung des ganzen Werkes ist wesentlich verändert worden, so daß jetzt die einzelnen Materien in einer naturgemäßeren Ordnung einander folgen und die so unzweckmäßige Spaltung der Wärmelehre in zwei Theile vermieden wird. Auf den mechanischen Theil der Naturlehre folgt die Lehre vom Schall und vom Licht, und dann im zweiten Bande die Lehre vom Magnetismus und der Elektricität, der Wärme und endlich die Meteorologie.

Die neue Auflage hat im Vergleich zu der ersten sowohl an Form, als auch an Inhalt gewonnen; überall finden sich sowohl Zusätze, als auch Verbesserungen, und eine vollständige Umarbeitung hat die Akustik erfahren.

Da nun die Anordnung des ganzen Werkes eine andere gewor-

den und alle einzelnen Abschnitte theils schon in der ersten, theils in der zweiten Auflage gänzlich umgearbeitet wurden, da man in dieser neuen Auflage in der That nur sehr wenig dem französischen Werke Angehöriges finden wird, so läßt sich dadurch wohl die Veränderung des Titels rechtfertigen.

Für die wohlwollende Theilnahme derjenigen Freunde der Wissenschaft, welche mich theils in Recensionen, theils privatim auf manche Mängel der ersten Auflage aufmerksam machten, sage ich denselben hiermit meinen aufrichtigsten Dank.

Freiburg, im September 1845.

Joh. Müller.

Vorrede zur dritten Auflage.

Eine durchgreifende Veränderung ist in dieser Auflage nicht vorgenommen worden, dagegen finden sich fast überall Verbesserungen und Erweiterungen.

Die wichtigste physikalische Entdeckung, welche seit dem Erscheinen der zweiten Auflage dieses Werkes gemacht wurde, ist die von Faraday aufgefundene Wirkung kräftiger Elektromagnete und elektrischer Ströme auf die diamagnetischen Körper, namentlich aber die Drehung der Polarisationsebene eines ein Diamagnetikum durchlaufenden Strahles durch elektrische und magnetische Kräfte, wodurch nun eine wichtige Beziehung zwischen Licht und Elektricität nachgewiesen worden ist. Die neuen Faraday'schen Entdeckungen werden im zweiten Bande dieser neuen Auflage besprochen.

Ueberhaupt ist die Elektricitätslehre derjenige Theil der Physik, welcher gerade jetzt am fleißigsten bearbeitet wird, es finden sich deshalb auch in dem die Elektricität behandelnden Abschnitte die meisten Veränderungen und Zusätze.

Die Wärmelehre ist vorzugsweise durch Regnault's Arbeiten bereichert worden. Der Abschnitt, welcher die Lehre vom Licht behandelt, hat außer einem Zusatze, welcher die prismatische Zerlegung der Interferenzfarben bespricht, fast nur formelle Veränderungen erlitten; dasselbe gilt von dem mechanischen Theil und der Akustik.

Freiburg, im Juli 1847.

Joh. Müller.

Einleitung.

Die Erscheinungen der Natur, welche sich fortwährend auf der Erde und 1
am Himmel wiederholen, bieten unsern Augen ein so großartiges Schauspiel, sie regen unsere Wißbegierde so mächtig an, daß wir uns fast unwillkürlich hingerissen fühlen, über die Gesammtheit der Ursachen nachzudenken, welche diese wunderbaren Wirkungen hervorbringen. Kaum sind wir der ersten Kindheit entwachsen, so fesseln schon die verschiedensten Gegenstände der Natur unsere Blicke: so beobachten wir die Gestalt des Bodens und der Gebirge, die Schwere der Körper, die Bewegungen des Wassers, der Luft und der Wolken, das prachtvolle Himmelsgewölbe und die unendlich mannigfaltigen Erscheinungen der zahllosen Gestirne, die es mit überraschender Regelmäßigkeit zu durchlaufen scheinen. Wir sind geborne Beobachter, und insofern ist jeder Mensch ein Physiker. Aber in der Mitte zahlloser Erscheinungen ist es uns doch nicht vergönnt, uns unmittelbar zur Erkenntniß der Ursachen und der allgemeinen Gesetze zu erheben, welchen diese Phänomene unterworfen sind. Nichts ist in der Entwicklungsgeschichte des menschlichen Geistes interessanter, als Jahrhunderte hindurch die eigenthümlichen Ideen zu verfolgen, welche sich die Menschen von den Eigenschaften der Körper, von den Elementen, aus denen sie zusammengesetzt sind, von den Kräften, welche in der Materie wirken und welche die Harmonie der Welt erhalten, gemacht haben. Welche Verwirrung von Hypothesen und Irrthümern, zwischen welche geistvolle Männer dann und wann einige fruchtbare Wahrheiten hineinwarfen! Was für abenteuerliche Vorstellungen findet man selbst noch jetzt bei vielen Menschen? Man kann wohl sagen, daß sich bei jeder Generation alle Meinungen der verflossenen Jahrhunderte wiederfinden, die Irrthümer bei den Ungebildeten, bei den Gebildeten aber alle die Kenntnisse, welche von einem Zeitalter auf das andere übergingen, und alle allgemeinen Gesetze, zu welchen sich zu erheben dem Verstande gelungen ist.

Es ist die Aufgabe der Naturwissenschaften, den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Naturerscheinungen zu ermitteln und sie,

so weit es möglich ist, auf ihre Ursache zurückzuführen. Will man durchaus eine allgemeine Definition haben, so möchte diese freilich die einfachste seyn. Aber wer überhaupt eine Wissenschaft zu definiren versucht, setzt sich der Gefahr aus, unverständlich zu seyn, denn eine Wissenschaft läßt sich nicht wie ein materieller Gegenstand oder eine geometrische Figur durch irgend eine charakteristische Eigenschaft definiren. Es wird uns deshalb gewiß erlaubt seyn, das Studium der Physik nicht mit einer vagen dunkeln Definition der Wissenschaft selbst, sondern mit einer klaren und scharfen Bezeichnung der Gegenstände zu beginnen, mit welchen sie sich beschäftigt.

Die gesammten Naturwissenschaften haben es mit Körpern zu thun; hier ist aber das Wort »Körper« nicht in dem Sinne des Mathematikers zu nehmen, der nur die Raumverhältnisse betrachtet und nicht nach dem Stoffe fragt, welcher den Raum erfüllt; der Naturforscher betrachtet gerade die Eigenschaften der den Raum erfüllenden Materie.

Das innere Wesen der Körper ist uns verschlossen, sie sind uns nur durch die äußere Erscheinung bekannt, d. h. wir wissen von ihnen unmittelbar nur das, was wir durch die Vermittlung unsrer Sinne von ihnen erfahren. Ein Körper außer Zusammenhang mit unseren Sinnen ist für uns so gut wie nicht vorhanden. Es ist möglich, ja wahrscheinlich, daß noch Manches in der Natur um uns her vorgeht, wovon wir keine Ahnung haben, weil uns dafür gewissermaßen ein Sinn fehlt.

Die Naturwissenschaften haben nun zwischen den, durch Vermittelung der Sinne zum Bewußtseyn gebrachten Erscheinungen einen Zusammenhang auszumitteln und sie so zusammenzustellen, wie sie sich einander erläutern und bedingen. Ist man im Stande, eine Erscheinung auf ihren Zusammenhang mit anderen zurückzuführen, so ist diese Erscheinung erklärt, und man kennt ein Naturgesetz, sobald man die unveränderliche Zusammenhangsart von Naturerscheinungen kennt, wenn uns auch die letzten Ursachen unbekannt bleiben.

2 **Eintheilung.** Das große Gebiet der Naturwissenschaften zerfällt zunächst in zwei große Abtheilungen, die Naturbeschreibung und die Naturlehre. Die Naturbeschreibung, gewöhnlich Naturgeschichte genannt, lehrt uns die Beschaffenheit einzelner Gegenstände kennen und ordnet sie nach ihrer Aehnlichkeit in Systeme, die Naturlehre will dagegen die Gesetze der gegenseitigen Einwirkung der Körper zur Einsicht bringen.

Die Physik ist derjenige Theil der Naturlehre, welcher es mit den Gesetzen derjenigen Erscheinungen zu thun hat, die nicht auf einer Veränderung der Bestandtheile der Körper beruhen, denn damit beschäftigt sich die Chemie.

Begreiflicher Weise läßt sich das Feld dieser beiden Wissenschaften nicht immer scharf trennen, und viele Erscheinungen müssen sowohl in der einen, wie auch in der andern besprochen werden. Beide Wissenschaften sind auf's Innigste mit einander verwandt, ja sie bilden gewissermaßen ein Ganzes, welches nur deshalb äußerlich getrennt erscheint, weil die Masse des zu untersuchenden Materials zu sehr angewachsen ist.

Methode. Es handelt sich nun zunächst darum, den Weg zu bezeich- 3
nen, auf welchem man zur Erkenntniß der Naturgesetze gelangen kann, und auf welchem in der That alles bis jetzt Erkannte gefunden worden ist. Die Erkenntnißquelle sowohl, als auch der Weg zur Erkenntniß ist nicht und kann nicht für alle Wissenschaften derselbe seyn. Der Mathematiker kann, von selbstgeschaffenen Begriffen ausgehend, aus sich heraus seine ganze Wissenschaft entwickeln, ja es wäre denkbar, daß ein Mensch in seinen vier Wänden, abgeschlossen von aller Naturanschauung, die ganze Mathematik aus den Begriffen des Raumes und der Zahl construirte. In dieser Beziehung ist die Mathematik eine rein *speculative* Wissenschaft, was die Naturwissenschaften durchaus nicht sind und nicht seyn können, da sie Dinge behandeln, welche einzig und allein durch sinnliche Wahrnehmung, also auf dem Wege der Erfahrung, zu unserm Bewußtseyn kommen.

Den Alten war eine, auf Erfahrung sich stützende Naturforschung in unserm Sinne gänzlich unbekannt; wir finden bei ihnen nur philosophische Speculationen über die Welt überhaupt, über die Entstehung und das Urwesen aller Dinge, und es kann uns nicht wundern, wenn die auf diesem Wege entwickelten Vorstellungen entweder nichtssagend sind, oder sogar mit der Erfahrung in directem Widerspruche stehen.

Auch im Mittelalter wurden die Naturwissenschaften nur wenig weiter entwickelt, theils weil die ganze geistige Thätigkeit jener Zeit anderen Interessen zugewendet war, theils weil die aristotelische Philosophie in so hohem Ansehen stand, daß dadurch jede weitere Prüfung der in derselben ausgesprochenen Naturansichten, und also auch jeder Fortschritt abgeschnitten war.

Erst *Galiläi* schlug den *Weg der Erfahrung* ein und *Baco von Verulam* zeigte, daß es nur auf diese Weise möglich sey, zur Kenntniß der Naturgesetze zu gelangen.

Die einzige Quelle unserer Naturerkenntniß ist die sinnliche Wahrnehmung, die Erfahrung, die Beobachtung. Aus dieser Quelle schöpfen wir das Material, welches durch unser geistiges Zuthun zur Wissenschaft verarbeitet und vereinigt werden soll.

Die wissenschaftlichen Wahrnehmungen machen wir entweder an Veränderungen, die uns die Natur selbst darbietet, oder wir versetzen die Körper durch Kunst unter solche Umstände, wodurch sie genöthigt werden, gewisse

Erſcheinungen hervorzubringen. Im erſten Falle ſtellen wir eine Beobachtung, im zweiten einen Verſuch an.

Durch gute Beobachtungen und zweckmäßig angeſtellte Verſuche lernen wir den äußeren Zuſammenhang der Erſcheinungen kennen. Dieſer Zuſammenhang iſt es, was wir ein Naturgeſetz nennen.

Auf dem Wege der Erfahrung können wir zur Kenntniß dieſer Geſetze gelangen, wenn uns auch der innere Zuſammenhang, die Natur der Kräfte, das Weſen der Dinge, ganz und gar unbekannt iſt. Das Geſetz der Brechung des Lichts war lange ſchon bekannt, ehe man über die Natur des Lichts im Reinen war; ebenſo kennen wir die Geſetze der electriſchen Vertheilung, obgleich wir über das Weſen der Electricität ſelbſt ſo gut wie nichts wiſſen.

Nur der äußere, nicht der innere Zuſammenhang kann durch die Erfahrung gefunden werden. Ueber die inneren Urſachen der Erſcheinungen, über das Weſen der Kräfte, welche ſie hervorbringen, können wir nur Vermuthungen, Hypotheſen, aufſtellen. Dieſe Hypotheſen ſind gleichſam Fragen, die man an die Natur ſtellt, worauf ſie aber nicht mit Ja und Nein antwortet, ſondern: es kann ſo ſeyn, oder: es kann nicht ſo ſeyn.

Aus der Hypotheſe, die man über die Urſache mehrerer zuſammenhängender Erſcheinungen aufgeſtellt hat, laſſen ſich meiſtens weitere Folgerungen ziehen, welche durch fernere Beobachtungen entweder beſtätigt oder als unzuläſſig erkannt werden. Je mehr Thatſachen ſich mit Hülfe einer Hypotheſe erklären laſſen, je mehr ſie durch neue Beobachtungen beſtätigt wird, deſto mehr Wahrſcheinlichkeit gewinnt ſie.

In allen Zweigen der Phyſik finden wir Beiſpiele und Belege für die Richtigkeit der eben ausgeſprochenen Anſichten.

Erſter Abſchnitt.

Allgemeine Eigenſchaften der Körper.

Da ſich die Phyſik mit Körpern beſchäftigt, ſo iſt es vor allen Dingen 4
wichtig, daß man ſich eine Vorſtellung von dem Weſen dieſer Körper bil-
det, und dazu gelangt man zunächſt durch die Betrachtung der allge-
meinen Eigenſchaften, d. h. derjenigen Eigenſchaften, welche wir an
allen Körpern beobachten, ſo verſchieden ſie auch ſonſt ſeyn mögen.

Zum Weſen eines Körpers iſt nothwendig, daß er einen begränzten Raum einnimmt, daß er alſo eine Ausdehnung hat, und daß in demſel-
ben Raum nicht zu gleicher Zeit zwei Körper vorhanden ſeyn können, was man mit dem Namen der Undurchdringlichkeit bezeichnet. Außer dieſen beiden Eigenſchaften, ohne welche die Materie gar nicht denkbar iſt, beobachtet man aber noch andere allgemeine Eigenſchaften, nämlich Theil-
barkeit, Ausdehnbarkeit und Zuſammendrückbarkeit, Poro-
ſität, Trägheit und Schwere.

Theilbarkeit. So weit unſere Erfahrung reicht, ſind alle Körper 5
theilbar, d. h. man kann ſie in kleinere und immer kleinere Partikelchen zerlegen.

Alle Flüſſigkeiten ſind in ſo kleine Theilchen theilbar, daß ſie weit jen-
ſeits der Gränze deſſen liegen, was wir in unſerm Taſtſinn fühlen und mit unſeren Augen ſehen können, denn man ſieht auf ihrer Oberfläche keine Unebenheit, und wenn man die Hand in ihre Maſſe eintaucht, ſo kann das Gefühl die Theilchen nicht unterſcheiden, wie wir etwa Sandkörnchen durch das Gefühl unterſcheiden können.

Bei feſten Körpern läßt ſich die Theilbarkeit gleichfalls ſo weit verfolgen, bis die Theilchen nicht mehr ſinnlich wahrnehmbar ſind. Polirter Stahl, polirte Edelſteine haben Oberflächen, an welchen unſere Sinne keine Uneben-
heiten wahrnehmen können, und doch ſind dieſe Flächen durch Polirmittel hervorgebracht, die ja doch aus lauter feinen Körnchen beſtehen, und jedes Körnchen macht Ritze in die Oberfläche, welche ſeiner Größe proportional ſind.

Eine nicht gar empfindliche Hand kann noch sehr wohl einen einfachen Faden von Wolle oder Seide fühlen; diese Fäden haben in der Regel folgende Dimensionen:

	Durchmesser, ausgedrückt in Linien.
Gewöhnliche Wolle . . .	0,02‴
Merino	0,008
Seide	0,004

Diese so feinen Fäden sind jedoch noch sehr zusammengesetzte Körper; jeder hat eine besondere Struktur, welche wir nur durch den Sinn des Gesichtes wahrnehmen können, jeder ist noch aus Theilchen verschiedener Elemente zusammengesetzt, welche uns die Chemie zu trennen lehrt.

Viele Dinge, welche dem Sinne des Gefühls entgehen, sind noch durch das Auge wahrnehmbar. Man sieht auf dem Probirstein noch die Goldtheilchen, welche die empfindlichste Hand nicht mehr zu fühlen im Stande ist. Durch Loupen und Mikroskope aber ist der Gesichtssinn nicht nur ausnehmend geschärft, sondern auch die Möglichkeit gegeben, solche kleine Größen genau zu messen.

Es ist bekannt, daß man in den Künsten Fäden von Kupfer, Eisen und Silber anwendet, welche eben so fein sind wie ein Haar; ja Wollaston hat Platindraht dargestellt, welcher nur $^1/_{3000}$ Linie dick ist. Man müßte 140 solcher Drähte zusammenlegen, um nur die Dicke eines einzelnen Coconfadens zu erhalten, und obgleich das Platin der schwerste aller bekannten Körper ist, so würde ein solcher Draht von 3000 Fuß Länge kaum einen Gran wiegen. Um einen solchen Draht zu erhalten, welcher wohl das Feinste seyn möchte, was die Kunst darzustellen vermag, nahm Wollaston einen Platindraht, dessen Durchmesser $^1/_{100}$ engl. Zoll betrug, befestigte ihn in der Axe einer cylindrischen Form von $^1/_5$ Zoll Durchmesser, goß diese Form mit geschmolzenem Silber aus und erhielt so einen Cylinder von Silber, dessen Axe aus Platin bestand. Diesen Cylinder ließ er nun durch einen Drahtzug gehen; beide Metalle verlängerten sich dabei gleichmäßig. Nachdem nun der zusammengesetzte Faden bis zur äußerst möglichen Feinheit ausgezogen worden war, kochte er ihn in Salpetersäure, welche das Silber auflöst und den feinen Kern vom Platin bloßlegt.

Mit Hülfe des Mikroskops erkannte man, daß das Blut nicht, wie es auf den ersten Anblick scheint, eine gleichförmige Flüssigkeit ist, sondern daß es aus einer Menge kleiner Kügelchen besteht, welche in einer Flüssigkeit schwimmen, die man Serum nennt. Diese Entdeckung wurde fast gleichzeitig in Italien von Malpighi und in Holland von Leeuwenhoek ums Jahr 1660 gemacht. Diese Kügelchen sind rund beim Menschen und bei den Säugethieren, länglich bei den Vögeln und Fischen.

Ihre Größe schwankt, je nach den verschiedenen Thiergattungen, zwischen $^1/_{312}$ und $^1/_{875}$ Linien. Diese Blutkügelchen des Menschen haben einen Durchmesser von $^1/_{375}$ Linie.

Endlich giebt es Thierchen, welche nicht größer sind als diese Blutkügelchen, und obgleich wir hier an der Gränze der sinnlichen Wahrnehmung stehen, so können wir doch noch schließen, daß sie wohl organisirte Körper sind, weil sie Leben und Bewegung haben; sie müssen Gelenke und Glieder haben, welche ihre Bewegung möglich machen, im Innern ihres Körpers müssen Organe zur Ernährung und Kanäle vorhanden seyn, in denen sich die Säfte bewegen.

Wie weit aber geht diese Theilbarkeit? Kommen wir bei fortgesetzter Verkleinerung wohl zu Theilchen, die noch sinnlich wahrnehmbar, aber doch nicht weiter theilbar sind? So weit unsere Erfahrung reicht, geht die Theilbarkeit stets über die Gränzen der sinnlichen Wahrnehmung hinaus. Als Beispiel außerordentlicher Theilbarkeit führt man gewöhnlich den Moschus an, welcher Jahre lang ein ganzes Zimmer mit einem intensiven Geruche erfüllen kann, ohne merklich an Gewicht abzunehmen.

Am besten beweisen uns alle chemisch zusammengesetzten Körper, daß die Theilbarkeit über die Gränzen der sinnlichen Wahrnehmung hinausgeht. Der Zinnober z. B. ist aus Quecksilber und Schwefel zusammengesetzt, und man kann ihn leicht in diese beiden Bestandtheile zerlegen; man ist aber nicht im Stande, die kleinen Theilchen von Schwefel und Quecksilber einzeln für sich zu unterscheiden; selbst durch das beste Mikroskop betrachtet, erscheint der Zinnober doch immer noch als eine vollkommen homogene (gleichartige) Masse.

Obgleich nun die Theilbarkeit weit über die Gränzen der sinnlichen Unterscheidung hinausgeht, so können wir doch nicht annehmen, daß sie über alle Gränzen hinausgeht. Wollte man annehmen, daß die Theilbarkeit bis in's Unendliche fortginge, so hieße das, mit anderen Worten, annehmen, daß die Größe der letzten untheilbaren Urtheilchen Null sey; wenn aber diese Urtheilchen keine Ausdehnung haben, so kann durch ihre Zusammensetzung unmöglich ein ausgedehnter Körper entstehen.

Auf diese Betrachtungen gestützt, nehmen die Physiker an, daß alle Körper aus kleinen Theilchen zusammengesetzt seyen, die nicht weiter zerlegt werden können, die untheilbar sind, und die man deshalb Atome nennt.

Diese Grundansicht von der Constitution der Körper ist unter dem Namen der atomistischen Theorie jetzt von allen Physikern und Chemikern angenommen.

Wenn man überhaupt von kleinen Theilchen redet, ohne gerade diese Urtheilchen, die Atome, bezeichnen zu wollen, so bedient man sich gewöhnlich des Wortes Molekül, welches mit Massentheilchen gleichbedeutend ist

6 **Ausdehnbarkeit und Zusammendrückbarkeit.** Eine zweite allgemeine Eigenschaft ist die Ausdehnbarkeit und die damit zusammenhängende Zusammendrückbarkeit. Ein und derselbe Körper nimmt nicht immer genau dasselbe Volumen ein; er kann durch Druck und Erkaltung verkleinert, durch Spannung und Erwärmung vergrößert werden. Nehmen wir nun an, daß die Atome ein für allemal unveränderlich sind, so läßt sich die Ausdehnbarkeit nur durch die Annahme erklären, daß die Atome nicht in unmittelbarer Berührung stehen, sondern durch Zwischenräume getrennt sind, durch deren Vergrößerung oder Verkleinerung das Volumen der Körper zu- oder abnimmt.

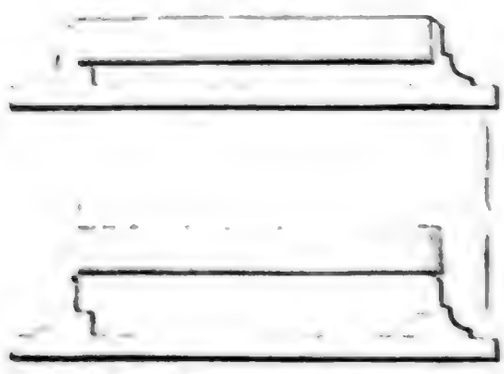
Die Luft dehnt sich sehr leicht und sehr stark durch die Wärme aus. Um sich davon durch den Versuch zu überzeugen, nehme man eine an einem Ende offene, an dem andern mit einer angeblasenen Kugel versehene Glasröhre (Fig. 1). Erwärmt man die Kugel gelinde, indem man sie einige Zeit in die Hand nimmt, taucht man dann das offene Ende in eine gefärbte Flüssigkeit, so wird dieselbe beim Erkalten der Kugel in die Röhre hinaufsteigen. Durch die geringste Erwärmung wird die Luft in der Kugel wieder ausgedehnt und dadurch die Flüssigkeitssäule wieder hinabgedrückt.

Fig. 1.

Die Ausdehnung der Flüssigkeiten durch die Wärme läßt sich an dem gewöhnlichen Thermometer zeigen.

Für feste Körper kann man den Versuch auf verschiedene Arten anstellen. Am einfachsten möchte wohl folgende seyn: Man läßt sich eine Metallstange machen, welche kalt genau in ein Gestell paßt, wie Fig. 2 zeigt. Wenn die Metallstange rothglühend gemacht worden ist, so paßt sie nicht mehr hinein, sie paßt jedoch wieder, wenn sie wieder kalt geworden ist.

Fig. 2.



Alle Körper also dehnen sich durch die Wärme aus, d. h. ihre Theilchen entfernen sich durch Erwärmung weiter von einander und nähern sich wieder, wenn die Erwärmung nachläßt. Da sich nun die Erwärmung der Körper fortwährend ändert, so sind also die Theilchen der Materie, so ruhig sie uns auch scheinen mag, in einer fortwährenden Bewegung begriffen.

Die Gesetze der Ausdehnbarkeit werden wir bei der Lehre von der Wärme näher kennen lernen.

So wie die Körper nicht gleiche Ausdehnbarkeit besitzen, so sind sie auch nicht gleich zusammendrückbar. Ein Schwamm läßt sich auf $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{10}$ seines ursprünglichen Volumens zusammenpressen. Holz, Papier, Gewebe,

welche Flüssigkeiten einsaugen, lassen sich zusammenpressen und verlieren dabei das eingesaugte Wasser.

Selbst Steine lassen sich durch große Gewichte etwas zusammendrücken, die Fundamente von großen Gebäuden geben davon evidente Beweise.

Münzen und Medaillen erhalten ihr Gepräge durch einen heftigen Stoß des Stempels. Die Gewalt des Stoßes ist so groß, daß sich die Buchstaben und das Bild des Stempels dem Metall aufprägen, wie man weichem Wachs durch den Druck der Hand beliebige Formen aufdrücken kann. Was aber hier das Wichtigste ist, das Volumen des gemünzten Stückes ist kleiner als es vorher war. Flüssigkeiten sind im Allgemeinen weit weniger compressibel als feste Körper. Wenn man Wasser in einen Kanonenlauf einschließt, dessen Wände 3 Zoll dick sind, so wird bei Ausübung eines starken Druckes das Metall eher bersten, als man das Wasser auf $^{19}/_{20}$ seines Volumens zusammenpreßt.

Die Luft und die Gase überhaupt sind unter allen Körpern am leichtesten zusammenzudrücken; man kann dies durch viele Versuche beweisen, am einfachsten aber wohl durch das sogenannte pneumatische Feuerzeug. Fig. 3. Dieser Apparat (Fig. 3) besteht aus einer Röhre von Glas oder Metall; in dieser Röhre bewegt sich ein vollkommen cylindrischer Stempel, welcher luftdicht schließt. Wenn die Röhre mit Wasser angefüllt wäre, so wäre es ganz unmöglich, den Stempel um eine merkliche Größe hineinzupressen; wenn er aber mit Luft angefüllt ist, so reicht die Kraft der Hand hin, sie auf $^1/_4$, $^1/_5$ ihres ursprünglichen Volumens zusammenzudrücken. Man fühlt aber, daß der Widerstand in dem Maße wächst, als das Volumen verkleinert wird; welche Kraft man aber auch anwenden mag, so ist es wegen der Undurchdringlichkeit der Luft doch nicht möglich, den Stempel ganz bis auf den Boden zu stoßen, denn sonst müßte man ja die Luft in der Röhre gleichsam vernichten können. Wenn der Stempel seine ursprüngliche Stellung wieder einnimmt, so füllt auch die Luft wieder ihr ursprüngliches Volumen aus, sie ist also nicht in der Art compressibel, wie die Metalle, welche Eindrücke annehmen und behalten, und wenn der Druck aufhört, nicht wieder ihr ursprüngliches Volumen einnehmen.

Die anderen Gase haben in dieser Hinsicht genau dieselben Eigenschaften, wie die atmosphärische Luft.

Porosität. Die Zwischenräume, welche sich zwischen den verschiedenen 7
Theilchen der Körper befinden, nennt man Poren. Bezeichnet man mit diesem Namen auch die Zwischenräume zwischen den Atomen der Körper, so ist dem oben Gesagten zufolge jeder Körper porös, die Porosität also

eine allgemeine Eigenschaft. Im gewöhnlichen Leben versteht man aber unter Poren nur solche Zwischenräume, welche groß genug sind, um Flüssigkeiten und Gase durchzulassen.

Da alle künstlichen Gewebe aus Fäden bestehen, die in einander verschlungen sind, so ist es klar, daß zwischen den einzelnen Fäden Zwischenräume bleiben müssen, welche groß genug sind, um Flüssigkeiten aufzunehmen. Eben so verhält es sich mit gepulverten Körpern, sie können leicht von Flüssigkeiten durchdrungen werden; in einem Sandhaufen verbreitet sich die Flüssigkeit bis zur Spitze, und ein Aschenhaufen ist von Luft durchdrungen, sonst könnten die Kohlen unter der Asche nicht längere Zeit hindurch glühend bleiben.

Ein Filter, wie es der Chemiker braucht, ist nichts anderes als ein Körper, dessen Poren groß genug sind, um Flüssigkeiten durchzulassen, aber auch klein genug, um fremde Körpertheilchen, die in der Flüssigkeit suspendirt waren, zurückzuhalten.

Auch die natürlichen Gewebe des Thier- und Pflanzenreichs sind sehr porös, wie dies schon das ganze Wesen des Organismus erfordert; selbst wenn sie abgestorben sind, behalten sie ihr poröses Gefüge. Holz, welches in Wasser getaucht wird, nimmt an Gewicht und Volumen zu; dasjenige hingegen, welches man frei in der Luft liegen läßt, schwindet bei trockener und quillt bei feuchter Witterung.

Versteinerte Thiere und versteinertes Holz sind ein schlagender Beweis für ihre Porosität, weil ja die versteinernde Substanz alle Fasern der zu versteinernden Masse durchdringen mußte.

Mineralische Substanzen sind bald mehr, bald weniger porös. Undurchsichtige Steine und solche, deren Theilchen sehr unregelmäßig gelagert sind, sind in der Regel die porösesten.

Kreide und Marmor haben gleiche chemische Zusammensetzung und unterscheiden sich nur durch die verschiedene Anordnung der Theilchen, in Folge dessen sie auch eine sehr ungleiche Porosität besitzen.

Taucht man ein Stück Kreide und ein Stück Marmor in Wasser ein, so wird, wie man sich durch Zerbrechen der Stücke überzeugen kann, die Kreide bald ganz vom Wasser durchdrungen seyn, während beim Marmor das Wasser kaum in die Oberfläche eingedrungen ist. Es ist damit nicht gesagt, daß nicht auch die ganze Masse des Marmors vom Wasser durchdrungen werden könnte, nur ist dazu mehr Zeit und ein starker Druck nöthig. Steine, welche man von dem Boden der Flüsse und des Meeres in die Höhe holt, sind deshalb auch in der Regel sehr feucht.

Unter den zum Kieselgeschlecht gehörigen Mineralien giebt es eines, welches den Namen Hydrophan führt, dessen Porosität ein eigenthümliches

Phänomen hervorbringt. Der Hydrophan ist im gewöhnlichen Zustande nur durchscheinend, kurze Zeit in Wasser eingetaucht wird er aber durchsichtig wie Glas, weil das Wasser in seine Poren eindringt, wie das Oel in die Poren des Papiers.

Viele Erscheinungen in der Natur beweisen uns, daß die großen mineralischen Massen unsers Erdkörpers eben so porös sind, wie die kleinen Massen, mit denen wir experimentiren können. In tiefen Höhlen z. B. sehen wir, daß das Wasser durch die Wände hindurchsickert und Stalaktiten in den wunderlichsten Gestalten absetzt.

Endlich finden wir selbst bei Metallen deutliche Beweise ihrer Porosität. Eine mit Wasser angefüllte Kugel von Gold, welche einem starken Drucke ausgesetzt wird, überdeckt sich auf der ganzen Oberfläche mit ganz kleinen, dem Thau ähnlichen Tröpfchen. Dieser Versuch wurde zum ersten Male im Jahre 1661 von den Akademikern in Florenz angestellt, und wurde seitdem öfters mit verschiedenen Metallen, aber stets mit demselben Erfolge, wiederholt.

Aus den angeführten Beispielen geht zur Genüge hervor, daß es eine Menge Körper giebt, welche Flüssigkeiten mit Leichtigkeit durchlassen; daß es andere giebt, welche nur nach längerer Zeit und unter einem mehr oder weniger starken Drucke von Flüssigkeiten durchdrungen werden können; endlich giebt es auch solche, welche eher zerbrechen, als daß sie Flüssigkeiten oder Gase durchlassen. Es ist wohl kaum nöthig zu bemerken, daß nicht alle Flüssigkeiten jeden Körper gleich gut zu durchdringen im Stande sind. Für physikalische und chemische Versuche ist es von großer Wichtigkeit, daß das Glas weder Flüssigkeiten noch Gase durchläßt.

Verschiedene Natur der Atome. Nachdem wir durch die Betrachtung der Theilbarkeit und Ausdehnbarkeit die Grundidee der atomistischen Theorie entwickelt haben, wollen wir zunächst sehen, wie sich die verschiedenen Körper aus Atomen construiren lassen, und dann erst zur Betrachtung der übrigen allgemeinen Eigenschaften übergehen. 8

Wir finden in der Natur eine Menge von Körpern, deren Eigenschaften so verschieden sind, daß wir nothwendig annehmen müssen, daß schon die Atome, aus denen sie zusammengesetzt sind, eine verschiedene Natur haben. Betrachten wir z. B. Schwefel und Blei; das Verhalten dieser beiden Körper ist außerordentlich verschieden, und wir können diese Verschiedenheit nur dadurch erklären, daß die Atome des Schwefels nicht von derselben Art sind, wie die des Bleies.

Die meisten Körper sind nicht aus gleichartigen, sondern aus verschiedenartigen Theilen zusammengesetzt, wenn sie auch dem Ansehen nach ganz gleichartig sind, wie wir dies beim Zinnober schon angeführt haben, der aus Schwefel und Quecksilber zusammengesetzt ist; so ist auch das Wasser aus

Sauerstoff und Wasserstoff, das Kochsalz aus Chlor und Natrium zusammengesetzt u. s. w. Solche Körper heißen *chemisch zusammengesetzte*, im Gegensatz zu denen, die sich nicht weiter in verschiedenartige Bestandtheile zerlegen lassen, und welche man deshalb auch *einfache Körper*, *Grundstoffe* oder *Elemente* nennt. Man kennt 56 solcher Grundstoffe, die man bis jetzt wenigstens nicht weiter zu zerlegen im Stande war; mit der Betrachtung dieser Elemente und der Art und Weise, wie aus denselben die übrigen Körper zusammengesetzt sind, beschäftigt sich die *Chemie*.

9 **Aggregatzustände.** Wir beobachten an den Körpern außer den eben besprochenen noch Verschiedenheiten, die nicht von der Verschiedenheit der Bestandtheile, sondern von der verschiedenen Art und Weise herrühren, wie die Theilchen verbunden sind, ja ein und derselbe Stoff kann uns in sehr verschiedenen Formen erscheinen, wie das Wasser, welches als Eis fest, als Wasser flüssig, als Dampf aber gasförmig ist; ohne die Zusammensetzung zu ändern, können wir das Wasser in Eis und das Eis in Wasser verwandeln, wir können das Wasser verdampfen und den Dampf wieder zu Wasser verdichten.

Alle Körper, welche wir kennen, befinden sich in einem der drei beim Wasser erwähnten Zustände, sie sind entweder *fest*, *flüssig* oder *gasförmig* (luftförmig).

Die festen Körper haben, die geringen Veränderungen abgerechnet, welche durch Wärme und Druck hervorgebracht werden, ein *unveränderliches Volumen* und eine *selbstständige Gestalt*; es gehört auch eine mehr oder weniger bedeutende Kraft dazu, um einen festen Körper zu zertheilen. Es ist z. B. unmöglich, ein Stück Eisen auf die Hälfte, auf den dritten Theil seines Volumens zusammenzupressen, oder zu machen, daß es den doppelten, dreifachen Raum einnimmt; nur mit großer Gewalt sind wir im Stande, seine Gestalt zu ändern oder es zu theilen.

Die *Flüssigkeiten* haben in demselben Sinne wie die festen Körper ein unveränderliches Volumen, d. h. wenn wir sie durch einen starken Druck auch ein klein wenig zusammendrücken können, wenn sie sich auch durch Erwärmung etwas ausdehnen, so sind diese Volumenveränderungen doch immer nur sehr unbedeutend; wir können das Wasser, welches eine Flasche ausfüllt, nicht in ein halb so großes Gefäß hineinpressen, und wenn wir es in ein doppelt so großes Gefäß hineingießen, so füllt es dieses nur zur Hälfte aus. Die Flüssigkeiten haben aber *keine selbstständige Gestalt*, wie die festen Körper, sondern die Gestalt des Raumes, den sie einnehmen, ist von der Form der sie umgebenden festen Körper, also von der Form der Gefäße abhängig; wenn eine Flüssigkeit ein Gefäß nicht ganz ausfüllt, so ist sie oben durch eine horizontale Oberfläche begränzt. Endlich unterscheiden sich die flüssigen Körper von den festen

noch dadurch, daß schon die geringste Kraft hinreicht, um ihre Theilchen von einander zu trennen.

Die gasförmigen Körper haben weder eine selbstständige Form, noch ein bestimmtes Volumen, der Raum, den sie einnehmen, hängt nur von dem äußern Drucke ab. Man kann eine Luftmasse leicht auf $^1/_2$, $^1/_4$... $^1/_{10}$ ihres Volumens zusammenpressen; und umgekehrt, wenn man sie in einen 2, 4 ... 10mal größern leeren Raum bringt, so füllen sie auch diesen vollständig aus, wie wir später noch ausführlicher sehen werden; sie haben also ein Bestreben, sich so viel wie möglich auszudehnen. Die leichte Theilbarkeit haben die Gase mit den Flüssigkeiten gemein.

Diese Unterschiede der Körper können nach unserer Ansicht von der Zusammensetzung der Körper nur darauf beruhen, daß bei den festen Körpern die einzelnen Theilchen nicht allein in einer bestimmten Entfernung, sondern auch in einer bestimmten gegenseitigen Lage bleiben, während die Theilchen der Flüssigkeiten zwar auch in einer bestimmten Entfernung bleiben, aber doch sehr leicht sich an einander verschieben lassen; bei den gasförmigen Körpern endlich finden wir ein Bestreben der Theilchen, sich möglichst weit von einander zu entfernen.

Molekularkräfte. Da eine Kraft nöthig ist, um die Theilchen eines 10
festen Körpers von einander zu trennen, da aber auch bei den gasförmigen Körpern eine äußere Kraft nöthig ist, um die Theilchen zusammenzuhalten, so ist klar, daß die Körper nicht bloß durch eine Nebeneinanderlagerung der Atome gebildet seyn können, denn sonst würden sie nur eine unzusammenhängende Masse, einem Sandhaufen etwa vergleichbar, bilden. Es muß also Kräfte geben, welche die Theilchen der festen Körper in ihrer gegenseitigen Lage festhalten, ihnen so eine bestimmte innere Struktur geben und ihre äußere Gestalt erhalten; andererseits müssen auch Kräfte vorhanden seyn, welche die Theilchen der Gase aus einander treiben.

Diese Kräfte, welche fortwährend zwischen den benachbarten Molekülen der Körper thätig sind, nennt man Molekularkräfte.

Die Kraft, welche die Theilchen der festen Körper zusammenhält, nennt man Cohäsionskraft und nimmt an, daß sie ihren Grund in einer gegenseitigen Anziehung der Atome hat.

Wenn sich aber die Atome gegenseitig anziehen, so ist nicht einzusehen, wie dieselben Atome sich gegenseitig abstoßen können; um also die Abstoßung zu erklären, welche wir bei den Gasen beobachten, müssen wir eine zweite Kraft, die Expansionskraft, annehmen.

Durch Erwärmung können wir feste Körper schmelzen, d. h. feste Körper in flüssige verwandeln, und durch Wärme die flüssigen Körper verdampfen, d. h. sie in den gasförmigen Zustand überführen; offenbar wirkt also die Wärme der Cohäsionskraft entgegen, und wir nehmen geradezu an, daß die

Wärme mit der eben angeführten Expansionskraft einerlei sey. Man denkt sich die Moleküle der Körper gleichsam von Wärmeatmosphären eingehüllt, welche die Anziehung der Moleküle selbst modificiren, und erklärt so, daß Anziehung und Abstoßung von denselben Mittelpunkten ausgehen. Je nachdem die Cohäsionskraft oder die Expansionskraft überwiegend ist, sind die Körper fest oder gasförmig, bei flüssigen Körpern sind sie im Gleichgewicht.

11 **Trägheit.** In der ganzen Natur kann keine Veränderung in dem Zustande der Dinge vorgehen, ohne daß sie von einer besondern Ursache veranlaßt wird; was für Veränderungen also ein Körper auch erleiden mag, seyen es nun Veränderungen im Zustande der Ruhe oder der Bewegung, seyen es Veränderungen seines Aggregatzustandes u. s. w., immer ist, um eine solche Veränderung hervorzubringen, eine Kraft nöthig. Ist ein Körper in Ruhe, so ist eine Kraft nöthig, um ihn in Bewegung zu setzen, ist er in Bewegung, so ist eine Kraft nöthig, um ihn in Ruhe zu bringen; ein Körper, der einmal in Bewegung ist, wird ohne Einwirkung äußerer Kräfte seine Bewegung mit unveränderlicher Geschwindigkeit, in unveränderter Richtung fortsetzen, bis sie durch äußere Hindernisse aufgehoben wird. Man bezeichnet die eben besprochene Eigenschaft der Körper mit dem Namen der Trägheit oder des Beharrungsvermögens.

Schon im alltäglichen Leben finden wir zahlreiche Erscheinungen, welche sich durch das Gesetz der Trägheit erklären lassen. Das Schwungrad einer Maschine läuft noch eine Weile fort, wenn auch die Kraft, welche die Maschine treibt, zu wirken aufgehört hat; es würde ewig fortlaufen, wenn die Reibung die Bewegung nicht fortwährend verzögerte.

Wenn man stark läuft, kann man nicht plötzlich einhalten, und wenn man in einem Nachen steht, fällt man mit dem Oberkörper rückwärts, wenn der Nachen eben vom Lande abstößt, vorwärts, wenn er anstößt. Wir werden später Gelegenheit haben, den Einfluß der Trägheit auf viele Bewegungserscheinungen noch genauer nachzuweisen.

Dem Gesetze der Trägheit zufolge muß ein Körper jeder Kraft einen Widerstand entgegensetzen, welche ihn aus dem Zustande der Ruhe in Bewegung setzt, oder welche, wenn einmal der Körper in Bewegung ist, seine Bewegung beschleunigt, verzögert oder ganz aufzuheben strebt. Es ist demnach klar, daß die Wirkung, welche eine Kraft auf den Bewegungszustand eines Körpers ausübt, einerseits von der Größe (Intensität) der Kraft, andererseits aber auch von der Größe der Trägheit abhängt.

Je größer die Quantität der Materie, d. h. je größer die Masse ist, auf welche eine Kraft wirkt, desto größer ist auch der Widerstand, welchen die Kraft zu überwinden hat; wir schätzen überhaupt die Masse eines Körpers nach der Größe des Widerstandes, den er in Folge seiner Trägheit einer beschleunigenden oder verzögernden Kraft entgegensetzt. Diese Begriffe

von Trägheit und Masse werden erst durch Späteres, namentlich durch die Lehre von der Schwere und der Bewegung recht klar und geläufig werden.

Schwere. Wenn man einen Stein, ein Stück Holz u. s. w. vom Bo- 12
den entfernt, sich selbst überläßt, so fallen sie, bis sie den Boden oder irgend einen andern Körper treffen, welcher sie aufhält. Da die Materie träg ist, so kann sie nicht von selbst aus dem Zustande der Ruhe in den der Bewegung übergehen. Wenn wir also sehen, daß ein ruhender Körper in demselben Moment sich zu bewegen beginnt, in welchem wir ihm seine Unterstützung entziehen, so müssen wir dies einer Kraft zuschreiben, und diese Kraft nennen wir Schwere.

Um die Richtung der Schwere zu bestimmen, giebt es kein besseres Mittel, als einen Faden an einem Ende irgend wie zu befestigen, und an seinem andern Ende einen kleinen schweren Körper anzuhängen. Die Richtung des Fadens, wenn er gespannt und in Ruhe ist, fällt genau mit der Richtung der Schwere zusammen; denn wenn diese Kraft nach einer andern Linie wirkte, so würde sie den Faden nach dieser Linie hinziehen. Dieses kleine Instrument nennt man das Bleiloth, die Linie, welche der Faden für den Fall des Gleichgewichts einnimmt, nennt man die Vertikale. Die Richtung der Schwere ist also die des Bleilothes oder der Vertikalen. Nichts ist leichter, als dieselbe in jedem Augenblicke und an jedem Orte der Erde zu bestimmen.

Fig. 4.

Wie wir später in der Hydrostatik sehen werden, muß die Oberfläche eines jeden ruhig stehenden Gewässers rechtwinklig auf der Richtung der Schwere seyn. Man sagt statt dessen wohl auch, daß die Richtung der Schwere stets auf der Erdoberfläche rechtwinklig stände. Wie man leicht begreift, ist darunter nicht die wirkliche Erdoberfläche mit all' ihren Bergen und Thälern, sondern eine ideale Oberfläche zu verstehen, die man sich auf folgende Weise zu denken hat: Nehmen wir an, der atlantische Ocean, die Südsee und alle Meere, welche unter sich in Verbindung stehen, seyen für einen Augenblick vollkommen ruhig, so würde ihr ungeheurer Spiegel einen Theil einer fast kugelförmigen Oberfläche ausmachen. Denken wir uns nun, daß die verschiedenen Theile dieser Oberfläche mit Beibehaltung ihrer Krümmung sich unter der Oberfläche der Festländer ausdehnten, so würden sie eine Kugeloberfläche bilden, die weder Berge noch Thäler hat. Diese zum Theil wirkliche, zum Theil ideale Oberfläche ist es, welche man Meeresfläche, Niveaufläche oder Horizontalfläche nennt. Wenn man sagt, daß der Gipfel des Montblanc 14690 Fuß über der Meeresfläche liegt, so heißt das, daß ein von diesem Gipfel auf die erwähnte ideale Oberfläche gefälltes Perpendikel eine Länge von 14690 Fuß hat. In Holland findet man ganze Landstrecken, welche un-

ter der Meeresoberfläche liegen, d. h. die verlängerte Oberfläche des Meeres geht über die Köpfe der Bewohner hinweg.

Die Schwerkraft ist, wie aus dem bisher Gesagten unmittelbar folgt, stets nach dem Mittelpunkt der Erde gerichtet. Die Richtungen des Bleiloths an zwei verschiedenen Orten der Erde sind demnach auch nicht parallel, sondern machen einen Winkel mit einander, dessen Spitze in den Mittelpunkt der Erde fällt. Berlin und das Cap der guten Hoffnung sind zwei Orte, welche nahe in demselben Meridian liegen. Berlin liegt $52^0\,31'\,13''$ nördlich, das Cap $33^0\,55'\,15''$ südlich vom Aequator, eine von Berlin und eine vom Cap nach dem Mittelpunkt der Erde gezogene Linie werden demnach einen Winkel von $86^0\,26'\,28''$ mit einander machen; und dies ist auch der Winkel, den das Bleiloth zu Berlin mit dem Bleiloth auf dem Cap macht. Stellt man Versuche auf einem engen Raume, etwa auf zwei Punkten eines Zimmers, ja selbst an zwei verschiedenen Punkten einer Stadt an, so erscheinen die Richtungen des Bleilothes vollkommen parallel. Der Grund davon liegt darin, daß der Vereinigungspunkt der beiden Richtungen (der Mittelpunkt der Erde) um mehr als 18 Millionen Fuß (den Halbmesser der Erde) entfernt ist. Da nun 600 Fuß kaum den 30tausendsten Theil des Erdhalbmessers ausmachen, so folgt, daß 2 Bleilothe, die 600 Fuß von einander entfernt sind, einen Winkel von etwa 6,3 Sekunden mit einander machen. Sind die beiden Orte noch näher, so wird der Winkel derselben bald eine völlig verschwindende Größe.

Wenn ein Körper durch irgend eine Unterlage am Fallen verhindert ist, so hört deshalb die Wirkung der Schwere nicht auf, sie äußert sich in diesem Falle durch einen Druck, welcher auf die Unterlage ausgeübt wird.

Die Schwere ist eine allgemeine Eigenschaft der Körper, d. h. sie ist nicht allein eine Eigenschaft der festen Körper, sondern sie kommt auch den Flüssigkeiten und den Gasen zu. Das Fallen der Regentropfen beweis't schon die Schwere der Flüssigkeiten; daß aber auch die Gase Schwere besitzen, daß also die ganze Luftmasse, welche unsern Erdball umgiebt, auf die Erdoberfläche drückt, dafür werden wir später noch Beweise finden.

13 **Gewicht.** Die Größe des Druckes, welchen ein Körper auf seine Unterlage ausübt, heißt sein Gewicht; dieser Druck nun wächst mit der Anzahl seiner materiellen Theilchen. Um das Gewicht verschiedener Körper mit einander zu vergleichen, bedienen wir uns der Wage, deren Anwendung allgemein bekannt ist, deren Einrichtung aber später noch beschrieben werden soll.

In Frankreich ist das Gramm gesetzlich als Einheit des Gewichtes bestimmt; außerdem wird aber auch fast überall diese Gewichtseinheit ausschließlich bei wissenschaftlichen Untersuchungen angewendet. Das Gramm ist das Gewicht von einem Kubikcentimeter reinen Wassers im Zustande seiner größten Dichtigkeit.

Das französische Gewichtssystem hat den großen Vorzug vor andern, daß die Einheiten des Gewichtes und des Raummaaßes in einer einfachen Beziehung stehen, so daß man leicht vom Volumen auf das Gewicht und umgekehrt schließen kann. Eine genauere Entwickelung des neueren französischen Maaßsystemes, sowie eine Vergleichung der neufranzösischen Maaße und Gewichte wird weiter unten folgen.

Masse. Nach der oben gegebenen Erklärung ist die Masse eines Kör- 14
pers die Quantität der Materie, aus welcher er zusammengesetzt ist; von der Quantität der Materie eines Körpers hängt aber die Größe seines Beharrungsvermögens ab, und die Größe des Beharrungsvermögens ist dem Begriff nach das eigentliche Maaß der Masse. Ein bequemes Mittel, die Masse eines Körpers zu bestimmen, liefert uns aber erst die Schwere.

Die Masse eines Körpers ist stets seinem Gewichte proportional. Dieser Zusammenhang zwischen Masse und Gewicht wird uns überall durch den Versuch nachgewiesen, obgleich er dem Begriff nach nicht durchaus nöthig ist: d. h. es wäre denkbar, daß es in der Natur Körper gäbe, auf welche die Schwere gar nicht wirkt, obgleich sie deshalb nicht aufhören träge Massen zu seyn. Es wäre ferner denkbar, daß die Schwerkraft ungleich auf die Theilchen verschiedener Substanzen wirke, daß eine Bleikugel z. B. nur deshalb schwerer ist als eine gleich große Kugel von Holz, weil eben die Schwere auf die Theilchen des Bleies vorzugsweise wirkte, ohne daß deshalb die Masse der Bleikugel größer wäre als die der Holzkugel. Denken wir uns, um die Sache recht klar zu machen, zwei gleich große Kugeln, eine von Holz, die andere von Blei, und nehmen wir einmal an, die Masse beider, d. h. ihr Beharrungsvermögen, sey gleich, so müßte offenbar die Bleikugel schneller fallen; denn wir wissen, daß die Bleikugel etwa 12mal so viel wiegt, daß also die Kraft, welche die Bleikugel fallen macht, 12mal größer ist als die, welche die Holzkugel niedertreibt; sie müßte also bei gleichem Widerstande offenbar eine größere Geschwindigkeit hervorbringen. Nun aber fällt die Bleikugel nicht schneller als die Holzkugel (wenigstens im leeren Raum), und daraus geht hervor, daß die 12mal größere Kraft, welche die Bleikugel zur Erde zieht, auch eine 12mal so große träge Masse in Bewegung zu setzen hat, daß also die träge Masse der Bleikugel 12mal so groß ist als die Masse der Holzkugel.

Da nun, wie wir bald sehen werden, die Fallgeschwindigkeit für alle Körper dieselbe ist (im leeren Raum), so schließen wir auf dieselbe Weise, daß die Masse eines Körpers stets seinem Gewichte proportional sey, daß also das Gewicht eines Körpers ein Maaß für seine Masse ist.

Dichtigkeit. Die Dichtigkeit der Körper ist das Verhältniß ihres 15
Gewichtes zu ihrem Volumen. Der Begriff der Dichtigkeit fällt mit dem

des ſpecifiſchen Gewichts zuſammen. Das ſpecifiſche Gewicht iſt für jede Subſtanz eine beſtändige, charakteriſtiſche Eigenſchaft. Um die Dichtigkeit der Körper zu beſtimmen, muß man die Dichtigkeit irgend eines Körpers, und man hat dafür das Waſſer im Zuſtande ſeiner größten Dichtigkeit gewählt, als Einheit annehmen. Die Dichtigkeit oder das ſpecifiſche Gewicht eines Körpers iſt demnach die Zahl, welche angiebt, wie vielmal ein Körper ſchwerer iſt als ein gleiches Volumen Waſſer. Ein Kubikcentimeter Eiſen wiegt 7,8, ein Kubikcentimeter Gold 19,258 Gramm, während ein gleiches Volumen Waſſer nur 1 Gramm wiegt, alſo iſt 7,8 das ſpecifiſche Gewicht des Eiſens, 19,258 das ſpecifiſche Gewicht des Goldes. Man findet allgemein das ſpecifiſche Gewicht eines Körpers, wenn man ſein abſolutes Gewicht durch das Gewicht eines gleichen Volumens Waſſer dividirt.

Die Data alſo, welche man durch den Verſuch beſtimmen muß, um aus denſelben das ſpecifiſche Gewicht eines Körpers zu berechnen, ſind das abſolute Gewicht deſſelben und das Gewicht eines gleichen Waſſervolumens.

Am leichteſten iſt es, die Data für Flüſſigkeiten auszumitteln. Man fülle ein Gefäß, am beſten ein ſolches, welches oben in einen engen Hals mündet, bis zu einer bezeichneten Höhe (bis zu einem am Halſe markirten Striche), einmal mit Waſſer, dann mit der zu beſtimmenden Flüſſigkeit, und beſtimme jedesmal mit Hülfe der Wage das Gewicht der in der Flaſche enthaltenen Flüſſigkeiten. Es ſey z. B. das ſpecifiſche Gewicht des engliſchen Vitriolöls auf dieſe Weiſe auszumitteln. Man bringe das leere Glasgefäß auf die eine Wagſchale und lege auf die andere das entſprechende Tarirgewicht auf. Nun fülle man das Gefäß bis zu dem Merkzeichen mit Waſſer. Geſetzt, es halte gerade 1 Liter, d. h. 1000 Kubikcentimeter, ſo wird das eingegoſſene Waſſer gerade 1000 Gramm wiegen. Füllt man nun das Gefäß mit Vitriolöl, ſo wird man auf der andern Wagſchale außer dem Tarirgewicht für die Flaſche noch 1848 Gr. auflegen müſſen, um das Gleichgewicht der Wage wieder herzuſtellen. Das Vitriolöl in der Flaſche wiegt alſo 1848 Gr., während ein gleiches Volumen Waſſer nur 1000 Gr. wiegt, das ſpecifiſche Gewicht des Vitriolöls iſt alſo $\frac{1848}{1000} = 1{,}848$.

Nicht immer ſtehen ſo große Mengen der zu unterſuchenden Flüſſigkeit zu Gebote, daß man ein ſo großes Gefäß wie das eben beſprochene damit füllen kann; außerdem aber iſt es nicht einmal vortheilhaft, ſolche Mengen anzuwenden, weil ſolche Laſten für eine gute Wage zu groß ſind. Es iſt deshalb zweckmäßig, kleinere Gefäße anzuwenden. Gläschen, die man

Fig. 5.

zu diesem Zwecke verfertigt, haben in der Regel beistehende Gestalt (Fig. 5) und sind durch einen eingeriebenen Stöpsel von Glas verschlossen. Der kubische Inhalt derselben beträgt 8 bis 20 Kubikcentimeter. Der eingeriebene Glasstöpsel ist von einem Stück einer Thermometerröhre verfertigt, damit bei etwaiger Erwärmung der Flüssigkeit ein Theil derselben durch die feine Oeffnung austreten könne, weil sonst der Stöpsel entweder gehoben, oder das Gefäß zersprengt würde.

Um das specifische Gewicht fester Substanzen zu bestimmen, kann man sich aus denselben einen Körper von regulärer Gestalt formen, etwa einen Würfel, eine Kugel u. s. w., so daß es leicht ist, den kubischen Inhalt der zu untersuchenden Stücke zu berechnen. Das absolute Gewicht solcher Körper findet man durch die Wage, das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser ist durch das bekannte Volumen der Körper gegeben. Ein Würfel von Marmor z. B. wiege 21,6 Gr. Wenn nun jede Seite dieses Würfels 2 Centimeter beträgt, so ist der kubische Inhalt desselben 8 Kubikcentimeter; ein gleich großer Würfel von Wasser wird also 8 Gr. wiegen, folglich ist das specifische Gewicht des Marmors $\frac{21,6}{8} = 2,7$.

Eine Kugel von trockenem Hainbuchenholz wiege 25,79 Gr. Wenn der Durchmesser dieser Kugel 4 Centimeter ist, so kann man daraus den kubischen Inhalt berechnen und wird ihn gleich 33,49 Kubikcentimeter finden. Eine gleiche Wasserkugel wiegt also 33,49 Gr., und das specifische Gewicht dieses Holzes ist demnach $\frac{25,79}{33,49} = 0,77$.

Nicht von jeder Substanz hat man solche Massen, um daraus solche reguläre Körper bilden zu können; außerdem aber ist es ungemein schwierig, ja fast unmöglich, reguläre Körper genau genug zu arbeiten. Man muß deshalb nach anderen Methoden sich umsehen, um das specifische Gewicht fester Körper zu bestimmen. Die meisten dieser Methoden beruhen auf hydrostatischen Gesetzen, welche wir erst später werden kennen lernen. Die folgende Methode gründet sich jedoch nicht auf diese Principien; sie wird häufig angewendet, um das specifische Gewicht solcher Körper zu bestimmen, welche in kleinen Stücken vorkommen.

Man bringe zuerst das oben erwähnte Gläschen mit Wasser gefüllt auf der Wage ins Gleichgewicht, lege dann die zu bestimmenden Körnchen daneben und mache ihr absolutes Gewicht ausfindig. Nun nimmt man die Körnchen und das Glas von der Wage weg, wirft die Körnchen in das Glas und setzt den Stöpsel wieder auf, so muß nothwendig Wasser aus-

fließen, und zwar gerade so viel, als durch die hineingeworfenen Körnchen verdrängt wurde. Aus einer abermaligen Wägung ergiebt sich, wie viel Wasser ausgeflossen ist, wie viel also eine Wassermenge wiegt, deren Volumen dem Volumen der zu bestimmenden Körper gleich ist.

Es soll z. B. das specifische Gewicht von Platinakörnchen bestimmt werden, wie sie sich in der Natur finden.

Das Glas mit Wasser wiege . . .	13,52 Gr.
Die Körnchen	4,056 Gr.
Also beides zusammen	17,576.

Nachdem man die Körner in das Glas geworfen, den Stöpsel aufgesetzt und alles ausgeflossene Wasser sorgfältig abgeputzt hat, wägt man wieder. Gesetzt, man fände nun das Gewicht des Gläschens mit Allem, was darin ist, gleich 17,316 Gr., so ist offenbar das Gewicht des durch die Körnchen verdrängten Wassers $17{,}576 - 17{,}316 = 0{,}26$ Gr., folglich ist das specifische Gewicht der Platinkörner $\frac{4{,}056}{0{,}26} = 15{,}6$.

Dasselbe Verfahren läßt sich auch bei größeren Stücken anwenden, wenn man nur ein passendes, etwa ein cylindrisches Gefäß wählt, dessen oberer Rand sorgfältig abgeschliffen ist, so daß man durch Auflegen einer Glasplatte immer genau dasselbe Volumen abgränzt.

Wenn der zu bestimmende Körper in Wasser löslich ist, so füllt man das Glas mit einer andern Flüssigkeit, in welcher sich der Körper nicht löst, etwa mit Alkohol, Terpentinöl u. s. w. Durch das so eben beschriebene Verfahren findet man nun, wie viel eine Menge der gewählten Flüssigkeit wiegt, welche mit dem zu bestimmenden Körper gleiches Volumen hat. Wenn aber nun das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit schon bekannt ist, so kann man leicht das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser berechnen.

Gesetzt, ein Stück eines Salzes, welches in Terpentinöl unlöslich ist, wiege 0,352 Gr. und verdränge, in das Glas geworfen, 0,13 Gr. Terpentinöl. Nun ist das specifische Gewicht des Terpentinöls 0,8725, eine gleiche Menge Wasser wiegt demnach $\frac{0{,}13}{0{,}8715} = 0{,}149$, und das specifische Gewicht dieses Salzes ist also $\frac{0{,}352}{0{,}149} = 2{,}36$.

Wir werden weiter unten noch andere Methoden zur Bestimmung des specifischen Gewichtes kennen lernen.

Die folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung von specifischen Gewichten einiger Körper, welche zu kennen häufig nothwendig oder wenigstens von Interesse ist.

Tabelle der specifischen Gewichte einiger festen Körper bei 0 Grad.

Platin	gemünzt	22,100
	gewalzt	22,069
	geschmolzen	20,857
	zu Draht gezogen	19,267
Gold	gemünzt	19,325
	geschmolzen	19,253
Iridium		18,600
Wolfram		17,600
Blei, geschmolzen		11,352
Palladium		11,300
Silber		10,474
Wismuth		9,822
Kupfer	gehämmert	8,878
	gegossen	7,788
	zu Draht gezogen	8,780
Kadmium		8,694
Molybdän		8,611
Messing		8,395
Arsenik		8,308
Nickel		8,279
Uran		8,1
Stahl		7,816
Kobalt		7,812
Eisen	geschmiedet	7,788
	gegossen	7,207
Zinn		7,291
Antimon		6,712
Tellur		6,115
Chrom		5,900
Jod		4,948
Schwerspath		4,426
Selen		4,320
Diamant		3,520
Flintglas	von Fraunhofer	3,779
	französisches	3,200
	englisches	3,373
Bouteillenglas		2,600
Spiegelglas		2,370
Turmalin (grün)		3,155
Marmor		2,837
Smaragd		2,775
Bergkrystall		2,683
Porcellan	sächsisches	2,493
	französisches	2,145
	chinesisches	2,384
Gyps (krystallisirt)		2,311
Schwefel (natürlich)		2,033
Elfenbein		1,917
Alabaster		1,874
Anthracit		1,800
Phosphor		1,770
Bernstein		1,078
Wachs, weißes		0,969
Natrium		0,972
Kalium		0,865
Ebenholz		1,226
Eichenholz (alt)		1,170
Buxbaum		1,330
Ahornholz	frisch	0,904
	trocken	0,659
Buchenholz	frisch	0,982
	trocken	0,590
Edeltanne	frisch	0,890
	trocken	0,555
Erlenholz	frisch	0,857
	trocken	0,500
Eschenholz	frisch	0,904
	trocken	0,644
Hainbuchenholz	frisch	0,945
	trocken	0,769
Lindenholz	frisch	0,817
	trocken	0,439
Mahagonyholz		1,060
Nußbaumholz		0,677
Cypressenholz		0,598
Cedernholz		0,561
Pappelholz		0,383
Kork		0,24

Dichtigkeit einiger Flüſſigkeiten

(bei 0°, wo nichts weiter bemerkt iſt).

Deſtillirtes Waſſer	1,000
Queckſilber	13,598
Brom	2,966
Schwefelſäure (engliſche)	1,848
Verdünnte Schwefelſäure nach Delezenne bei 15° C.:	
10 Proc. Säure	1,066
20 » »	1,138
30 » »	1,215
40 » »	1,297
50 » »	1,387
60 » »	1,486
70 » »	1,595
80 » »	1,709
90 » »	1,805
100 » »	1,840
Verdünnte Salpeterſäure:	
10 Proc. Säure	1,054
20 » »	1,111
30 » »	1,171
40 » »	1,234
50 Proc. Säure	1,295
60 » »	1,348
70 » »	1,398
80 » »	1,438
90 » »	1,473
100 » »	1,500
Milch	1,030
Meerwaſſer	1,026
Wein: Bordeaux-	0,994
» Champagner-	0,998
» Malaga-	1,022
» Moſel-	0,916
» Rhein-	0,999
Oele: Citronenöl	0,852
» Leinöl	0,953
» Mohnöl	0,929
» Olivenöl	0,915
» Terpentinöl	0,872
Alkohol, abſoluter	0,793
Schwefeläther	0,715
Schwefelkohlenſtoff	1,272

Digitized by Google

Zweiter Abschnitt.

Gleichgewicht der Kräfte.

Erstes Kapitel.

Zerlegung der Kräfte und Gleichgewicht der Kräfte an den sogenannten einfachen Maschinen.

Ein Körper ist im Gleichgewicht, wenn alle auf ihn wirkenden 16
Kräfte keine Veränderung in seinem Zustande hervorbringen, wenn ihre Wirkung durch eine andere Kraft oder einen Widerstand aufgehoben wird. Die Wirkung der Schwere eines Körpers, welcher an einem Faden aufgehängt ist, wird durch den Widerstand des Fadens aufgehoben. Ist der Faden nicht stark genug, so reißt er, und der Körper fällt zu Boden. Oft findet Gleichgewicht ohne festen Stützpunkt und ohne scheinbaren Widerstand Statt. Der Fisch kann im Wasser, der Luftballon in der Luft im Gleichgewicht seyn; hier aber ist die Schwere dieser Körper durch einen Druck aufgehoben, von dem später mehr die Rede seyn wird.

Man kann sagen, daß alle Körper, welche uns in Ruhe erscheinen, solche sind, auf welche mehrere sich gegenseitig vernichtende Kräfte einwirken.

Die Statik beschäftigt sich damit, die Bedingungen des Gleichgewichts auszumitteln; die Dynamik dagegen untersucht die Gesetze der Bewegungen, welche entstehen, wenn den Bedingungen des Gleichgewichts nicht genügt ist.

Um Kräfte zu messen, muß man irgend eine beliebige Kraft als Einheit annehmen.

Zwei Kräfte sind gleich, wenn sie nach entgegengesetzten Richtungen auf einen Punkt wirkend sich im Gleichgewicht halten. Zwei gleiche Kräfte, die nach derselben Richtung wirken, sind der doppelten Kraft gleichzusetzen. Man würde eine dreifache Kraft haben, wenn man drei gleiche Kräfte nach derselben Richtung wirken ließe u. s. w.

Wie viele Kräfte auch auf einen Punkt wirken mögen, welches auch ihre Richtung seyn mag, so werden sie dem Punkte doch nur eine einzige Bewegung in einer bestimmten Richtung mittheilen. Es läßt sich demnach eine

Kraft denken, welche für ſich allein dieſelbe Wirkung hervorzubringen im Stande iſt, welche alſo das ganze Syſtem jener Kräfte erſetzen kann. Sie führt den Namen der Reſultirenden. Wenn z. B. ein Schiff durch die gleichzeitige Wirkung des Stroms, der Ruder und des Windes getrieben wird, ſo bewegt es ſich nach einer beſtimmten Richtung; wenn die Wirkungen des Stroms, der Ruder und des Windes aufhörten, ſo könnte man doch offenbar dem Schiffe dieſelbe Bewegung dadurch wieder ertheilen, daß man an einem Seil, welches am Schiff befeſtigt iſt, eine beſtimmte Kraft nach jener Richtung anbringt, nach welcher es ſich unter gleichzeitiger Einwirkung der drei Kräfte bewegte. Dies iſt die Reſultirende der drei Kräfte.

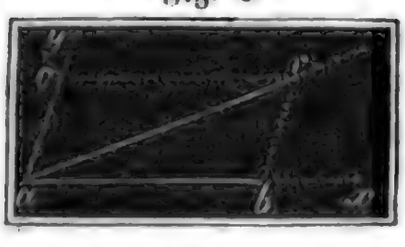
Die Geſammtheit von Kräften, welche auf einen Punkt zuſammenwirken, nennt man ein Syſtem von Kräften. In Beziehung auf die Reſultirende, welche die Geſammtheit der Kräfte erſetzen kann, nennt man dieſe auch die Seitenkräfte. Es iſt klar, daß wenn man einem Syſtem von Kräften eine neue Kraft hinzufügte, welche der Reſultirenden des Syſtems gleich und entgegengeſetzt iſt, daß ſich alsdann alle zuſammenwirkenden Kräfte das Gleichgewicht halten müſſen.

Hätte man z. B., um bei dem oben angeführten Beiſpiele ſtehen zu bleiben, an einem, am Schiff befeſtigten Seile eine Kraft wirken laſſen, welche der reſultirenden Kraft des Stroms, des Windes und der Ruder gleich, aber entgegengeſetzt iſt, ſo wird dieſe neu angebrachte Kraft Gleichgewicht hervorbringen; das Schiff wird ſtill ſtehen müſſen, wie wenn es vor Anker läge.

Wenn zwei oder mehrere Kräfte nach derſelben Richtung hin wirken, ſo iſt ihre Reſultirende gleich der Summe der einzelnen Kräfte. — Wenn zwei Kräfte gerade in entgegengeſetzter Richtung auf einen Punkt einwirken, ſo iſt die Reſultirende gleich der Differenz der beiden und ſie wirkt in der Richtung der größeren.

Wenn die Richtungen zweier Kräfte, welche auf einen materiellen Punkt wirken, einen Winkel mit einander machen, ſo findet man die Reſultirende nach einem Geſetze, welches unter dem Namen des Parallelogramms der Kräfte bekannt iſt. Man gelangt zu dieſem Geſetz durch folgende einfache Betrachtung. Auf den Punkt a (Fig. 6) ſollen zwei Kräfte gleichzeitig einwirken, die eine nach der Richtung ax, die andere nach der Richtung ay. Die eine Kraft mag von der Art ſeyn, daß ſie für ſich allein in einem beſtimmten Zeittheilchen, etwa einer Sekunde, den Punkt von a nach b bewegen würde, während die andere für ſich allein in einer gleichen Zeit ihn von a nach c treibt. Wenn nun der Punkt eine Sekunde lang der gleichzeitigen Einwirkung beider Kräfte ausgeſetzt iſt,

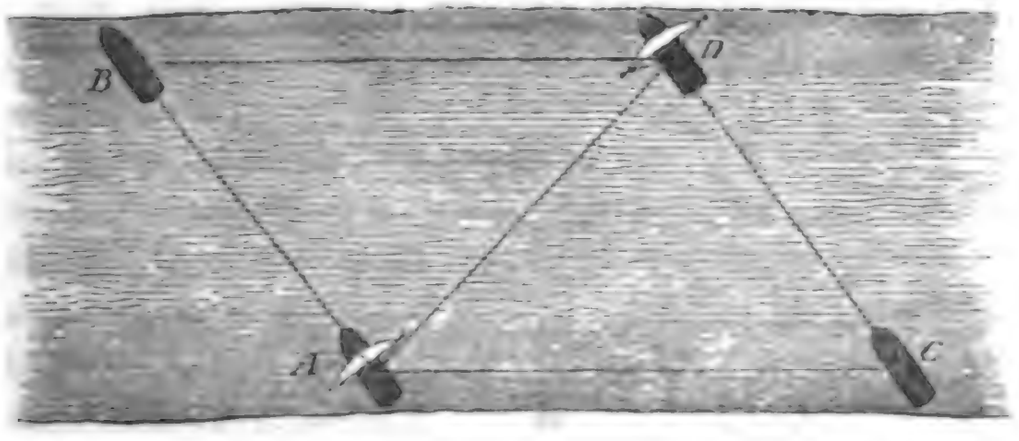
Fig. 6.



ſo iſt die Wirkung offenbar dieſelbe, als ob eine Sekunde lang der Punkt nur der Einwirkung der einen, in der folgenden Sekunde aber nur der Einwirkung der andern Kraft unterworfen wäre. Die eine Kraft allein treibt den Punkt in einer Sekunde von *a* nach *b*. Hörte nun in dem Moment, in welchem er in *b* ankommt, alle Wirkung dieſer Kraft auf, während der Punkt von nun an nur der Einwirkung der zweiten Kraft folgt, ſo würde er am Ende der folgenden Sekunde in *r* anlangen. In demſelben Punkte *r* muß alſo auch der Punkt *a* nach einer Sekunde ankommen, wenn beide Kräfte gleichzeitig wirken.

Ein Beiſpiel wird dies anſchaulicher machen. Von dem Punkte *A* an dem Ufer eines Fluſſes fährt ein Schiff ab, auf welches gleichzeitig zwei

Fig. 7.



Kräfte, der Strom und der Wind, einwirken. Nehmen wir an, das Schiff werde durch den Wind allein in einer beſtimmten Zeit, etwa in einer Viertelſtunde, quer über den Fluß, von *A* nach *B*, getrieben, durch den Strom allein aber würde es, wenn gar kein Wind ginge, in derſelben Zeit von *A* nach *C* gelangen, ſo muß es, wenn Strom und Wind gleichzeitig wirken, in einer Viertelſtunde den Weg von *A* bis *D* zurücklegen, d. h. es muß nach einer Viertelſtunde unter gleichzeitiger Wirkung beider Kräfte in demſelben Punkte *D* ankommen, als ob eine Viertelſtunde lang der Wind alleinwirkend das Schiff von *A* bis *B* getrieben hätte, und es alsdann in der folgenden Viertelſtunde durch den Strom allein von *B* bis *D* geführt worden wäre.

Die Linie *ar* (Fig. 8) iſt die Diagonale des Parallelogramms *abrc*; das durch unſere Betrachtung gefundene Geſetz kann demnach folgendermaßen ausgedrückt werden:

Fig. 8.

»Die Reſultirende zweier Kräfte, welche gleichzeitig unter irgend einem Winkel auf einen materiellen Punkt einwirken, iſt von der Art, daß ſie den Punkt durch die Diagonale des Parallelogramms zu bewe-

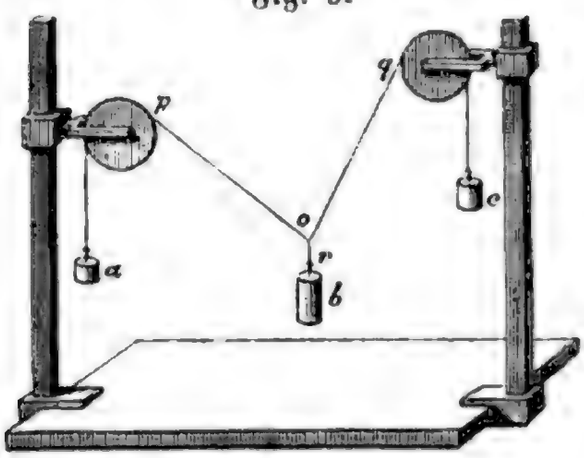
gen strebt, welches man aus den Bahnen construiren kann, welche jeder der Seitenkräfte entsprechen.«

Da die Bahn, welche ein Körper in einer gegebenen Zeit durchläuft, der Kraft proportional ist, welche ihn treibt, da es ferner bei Bestimmung der Resultirenden sich nur darum handelt, ihre Richtung und ihr Größenverhältniß zu den beiden Seitenkräften zu finden, so läßt sich das Gesetz auch so ausdrücken:

»Wenn man durch den Angriffspunkt zweier Kräfte zwei Linien in der Richtung derselben gezogen und ihre Länge den resp. Kräften proportional gemacht denkt, so stellt die Diagonale des Parallelogramms, welches durch diese beiden Linien bestimmt ist, sowohl der Größe als auch der Richtung nach, die Resultirende der beiden Kräfte dar.«

Da zwischen drei Kräften Gleichgewicht stattfinden muß, wenn jede der Resultirenden der beiden anderen gleich und entgegengesetzt ist, so kann man das durch Schlüsse gefundene Gesetz des Parallelogramms der Kräfte auch leicht durch einen der Statik selbst angehörigen Versuch auf die Probe stellen. An einem Tischblatt sind zwei vertikale Stäbe angeschraubt, an jedem Stab aber ist eine Hülse verschiebbar, welche eine um ihre Axe in vertikaler Ebene leicht bewegliche Rolle trägt; die Stäbe müssen so angeschraubt seyn, daß die Vertikalebenen beider Rollen zusammenfallen. Schlingt man eine Schnur über die Rollen, hängt man an dem einen Ende ein Gewicht a, am andern Ende ein Gewicht c, zwischen den Rollen ein Gewicht b an, so wird sich bei irgend einer bestimmten Lage der Fäden Alles in's Gleichgewicht stellen; man hat nun drei auf den Punkt o nach der Richtung op, oq und or wirkende Kräfte, und es ist leicht zu prüfen, ob zwischen der Größe und Richtung derselben diejenigen Beziehungen wirklich stattfinden, wie sie das Gesetz des Parallelogramms der Kräfte verlangt.

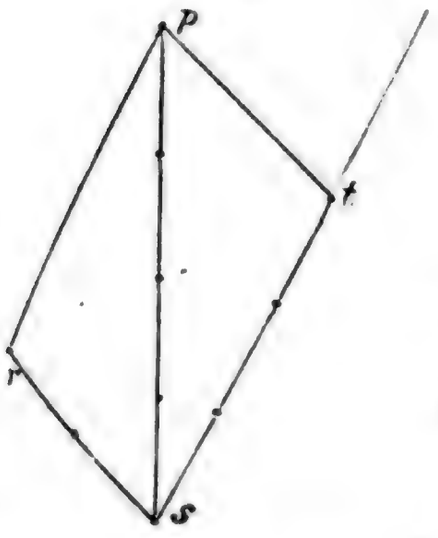
Fig. 9.



Es sey z. B. das Gewicht $a = 2$ Loth, $c = 3$ Loth; man fragt, wie groß muß die Kraft b seyn, wenn der Winkel poq 75^0 seyn soll. Nach dem angeführten Gesetze kann man leicht die Resultirende durch Construction finden, wie es Fig. 10 geschehen ist. Wenn der Winkel rst gleich 75^0, $rs = 2$, $st = 3$ (nach einer beliebigen Einheit) gemacht wird, so findet man, daß die Diagonale $sp = 4$ ist. Wenn also der Winkel $poq = 75^0$ werden soll, so muß man das Gewicht $b = 4$ Lothen ma-

chen. Hat man ein Gewicht von 4 Lothen angehängt, so wird der Winkel poq der Schnüre aber wirklich 75°, wovon man sich leicht überzeugen kann, wenn man die in etwas großen Dimensionen ausgeführte Constructionsfigur hinter die Schnüre hält. Es fällt alsdann rs wirklich mit op und st mit oq zusammen.

Fig. 10.



Hätte man bei übrigens unveränderten Umständen b größer als 4 Loth gemacht, so würde der Winkel poq kleiner geworden seyn als 75°. Je kleiner b, desto größer wird der Winkel poq seyn müssen.

Wenn die beiden Seitenkräfte gleich sind, so theilt die Resultirende den Winkel, den sie mit einander machen, in zwei gleiche Theile.

Wenn die beiden Seitenkräfte ungleich sind, so theilt die Resultirende ihren Winkel nicht in gleiche Theile, sie liegt dann immer der größeren von beiden näher.

Da man die Resultirende zweier Kräfte finden kann, die auf einen Punkt wirken, so findet man auch leicht die Resultirende einer beliebigen Anzahl von Kräften; man sucht nämlich nur die Resultirende der beiden ersten Kräfte, alsdann sucht man die Resultirende der eben gefundenen mit der dritten Kraft, verbindet diese Resultirende wieder mit der vierten Kraft u. s. w.

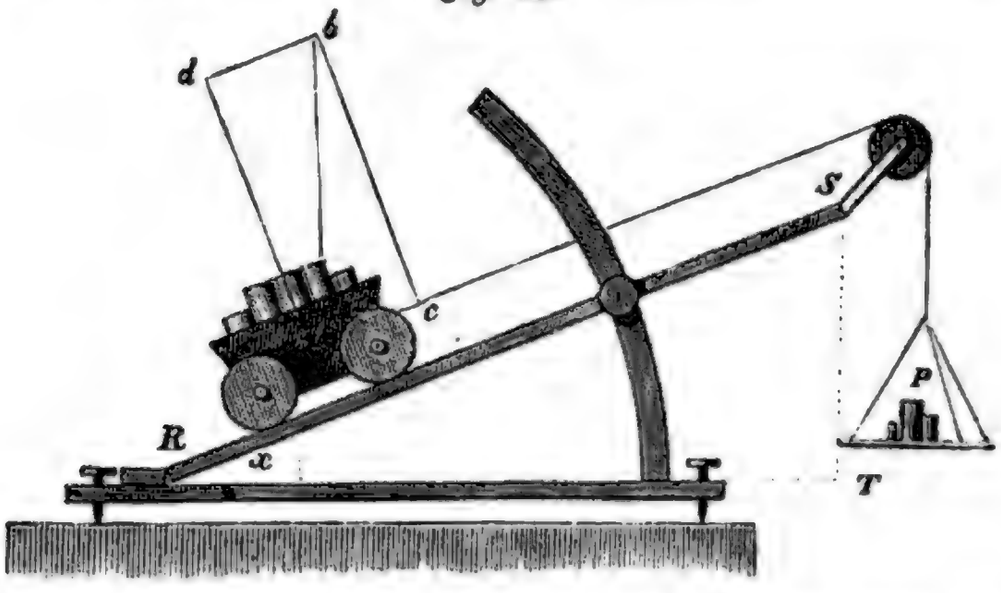
Weil zwei Kräfte durch eine einzige ersetzt werden können, so kann man umgekehrt für eine Kraft auch zwei andere substituiren. Man sieht ferner auch leicht ein, daß unzählig viele verschiedene Systeme von zwei Kräften dieselbe Resultirende haben können, daß also auch eine Kraft auf unzählig viele verschiedene Arten durch ein System von zwei Kräften ersetzt werden kann. Wenn man aber z. B. verlangte, daß die Kraft ar durch zwei andere ersetzt werden sollte, deren eine die Richtung ay und die Größe ac haben soll, so ist die Aufgabe vollkommen bestimmt, weil es jetzt nur noch eine Art giebt, das Parallelogramm zu vollenden und die Seitenkraft ab zu finden.

Fig. 11.

Aus dem Parallelogramm der Kräfte lassen sich die Gesetze des Gleichgewichts an allen sogenannten einfachen Maschinen ableiten, die wir jetzt der Reihe nach betrachten wollen.

17 **Die schiefe Ebene** bietet uns ein praktisches Beispiel von der Zerlegung der Kräfte dar. Wenn eine Last auf einer Ebene sich befindet, welche mit der horizontalen einen Winkel x bildet, so ist die nach der Richtung

Fig. 12.



ab wirkende Schwere des Körpers nicht mehr rechtwinklig gegen die Ebene gerichtet, die Ebene hat also auch nicht den vollen Druck des Gewichtes der Last auszuhalten. In der That läßt sich die Schwere des Körpers in zwei andere Kräfte zerlegen, von denen die eine rechtwinklig gegen die Ebene als Druck wirkt, während die andere parallel mit der schiefen Ebene wirkend den Körper herabtreibt. Die Größe dieser beiden Kräfte läßt sich leicht durch Construction ermitteln. Wenn ab die Größe und Richtung der Schwerkraft darstellt, so haben wir durch a nur eine Linie rechtwinklig zu der schiefen Ebene und eine andere parallel mit derselben zu ziehen, und sodann von b aus die Perpendikel bd und bc auf diese Linien zu fällen. Die Linie ad stellt uns die Größe des Drucks dar, welchen die Ebene auszuhalten hat, ac aber die Größe der Kraft, welche die Last zur schiefen Ebene heruntertreibt, oder mit anderen Worten, der Druck auf die Ebene und die Kraft, welche den Körper parallel der schiefen Ebene zu bewegen strebt, verhalten sich zum Gewicht des Körpers, wie die Linien ad und ac zu ab.

Nun aber ist das Dreieck abc dem Dreieck RST ähnlich, und zwar verhält sich $ab : ac = RS : ST$, und daraus folgt, daß die Kraft, welche den Körper zur schiefen Ebene heruntertreibt, sich zu seinem Gewicht verhält, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge.

Bezeichnet man mit x den Winkel, welchen die schiefe Ebene mit der horizontalen macht, so ist offenbar $ac = ab \cdot \sin. x$ und $bc = ab \cos. x$, und demnach ist, wenn wir mit P das Gewicht des Körpers bezeichnen, der Druck, welchen die Ebene auszuhalten hat, gleich $P \cos. x$, und die Kraft, welche ihn zur schiefen Ebene heruntertreibt, gleich $P \sin. x$.

Ein Versuch mag dies noch anschaulicher machen und es bestätigen.

Man lege die Last in einen kleinen Wagen und bringe diesen auf eine schiefe Ebene, so wird er alsbald herabrollen. Man kann dieses Herabrollen verhindern, wenn man an den Wagen eine Schnur befestigt, welche um eine Rolle geschlungen und an deren Ende ein Gewicht P hängt.

Gesetzt, der kleine Wagen mit der darin liegenden Last wiege 1000 Gramm, und der Winkel x sey 30°. Für diesen Fall ist $S\,T = \frac{1}{2}\,R\,S$, also auch $a\,c = \frac{1}{2}\,a\,b$; d. h. die Kraft, welche den Wagen herunterreibt, ist der Hälfte seines Gewichtes gleich, man wird also das Herabrollen verhindern können, wenn man das Gewicht $P = 500$ Gramm macht.

Wäre der Winkel $x = 19^{\circ}\,30'$, so würde $S\,T = \frac{1}{3}\,R\,S$ seyn, und man dürfte das Gewicht P nur $\frac{1000}{3} = 333$ Gramm machen, um das Herabrollen des Wagens zu verhindern.

Da sin. $14^{\circ}\,30'$ sehr nahe gleich $\frac{1}{4}$ ist, d. h. da für den Winkel $x = 14^{\circ}\,30'$ $S\,T = \frac{1}{4}\,R\,S$, so muß für diesen Fall $P = \frac{1000}{4} = 250$ Gramm seyn.

Damit man den Versuch für verschiedene Neigungswinkel anstellen kann, wendet man als schiefe Ebene ein polirtes Brett an, welches mittelst eines Charniers auf einem andern horizontal stehenden Brette so befestigt ist, daß man ihm jede beliebige Lage geben kann. Die Rolle, um welche die Schnur geschlungen ist, kann an dem Brette befestigt seyn; man kann aber auch zu diesem Zweck leicht einen der Stäbe von Fig. 9 anwenden, da man ja die Hülse mit der Rolle nach Belieben am Stabe auf- und abschieben und so die Rolle in die Höhe bringen kann, in welcher man sie haben will. Statt das Gewicht P direct an die Schnur anzuhängen, befestigt man eine leichte Wagschale am Ende derselben, deren Gewicht genau ausgemittelt werden muß, und legt dann noch so viel Gewicht zu, daß die Wagschale mit den Gewichten so viel wiegt, als das berechnete P.

Praktische Anwendungen der schiefen Ebene kommen täglich vor. Jeder Weg, welcher einer Anhöhe hinaufführt, ist eine schiefe Ebene, auf welcher Lasten von dem Thal bis zu dem Gipfel gehoben werden; um z. B. einen Lastwagen auf einer geneigten Chaussee aufwärts zu ziehen, muß außer der Kraft, welche nöthig ist, um die Reibung zu überwinden, die gerade ebenso auch bei ganz horizontalen Wegen überwunden werden muß, noch eine Kraft angewandt werden, um dem mit der schiefen Ebene parallel wirkenden Antheil der Schwerkraft das Gleichgewicht zu halten. Dieser Antheil ist aber um so größer, je steiler der Weg ist. Aus diesem Grunde führt man an steilen Bergen die Chausseen nicht geradeaus, sondern man zieht vor, große Umwege zu machen und den Weg in Windungen, die weniger steil sind, auf den Gipfel zu führen. Bei Bauten aller Art

kommt es häufig vor, daß die Materialien auf ſchiefen Ebenen in die Höhe geſchafft werden, ja häufig werden ſolche ſchiefe Ebenen auf beſonders zu dieſem Zweck aufgeſchlagenen Gerüſten (Laufbrücken) angelegt. Dieſe Anwendung der ſchiefen Ebene war ſchon im grauen Alterthum bekannt, denn höchſt wahrſcheinlich bedienten ſich ihrer die Aegyptier, um die ungeheuren Steinblöcke in die Höhe zu ſchaffen, welche ſie zu ihren Pyramiden verwendeten.

18 **Die Schraube** iſt eine um einen Cylinder herumgewundene ſchiefe Ebene. Es ſey *abc*, Fig. 14, ein rechtwinkliges Stück Papier, deſſen horizontale Kathete *ab* dem Umfang des nebenſtehenden Cylinders, Fig. 13, gleich iſt. Wenn das Papier ſo um den Cylinder gerollt wird, daß *ab* die Peripherie der Grundfläche des Cylinders bildet, ſo wird ſich die Hypotenuſe *ac* in einer gleichförmig ſteigenden krummen Linie *o p q r* um den Cylinder winden; wenn der Punkt *a* auf *o* fällt, ſo wird auch *b* mit *o* zuſammenfallen, der Punkt *c* aber wird vertikal über *o* in *r* zu liegen kommen. Die krumme Linie *o p q r* nun, welche in unſerer Figur nach demſelben Geſetze fortgeſetzt gezeichnet iſt, wird eine Schraubenlinie genannt. Die auf die hintere Seite des Cylinders fallenden Stücke der Schraubenlinie ſind in unſerer Figur weiß. Die Höhe von *o* bis *r* iſt die Höhe eines Schraubenganges.

Fig. 13.

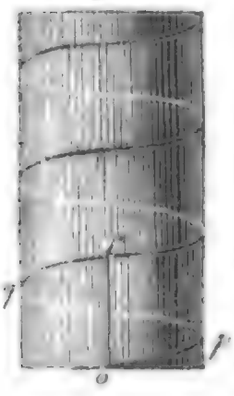
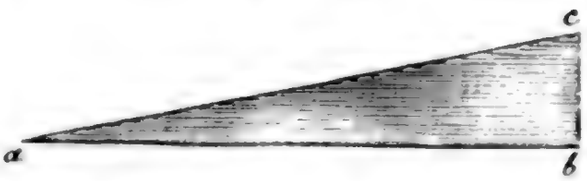


Fig. 14.



Denken wir uns an der Schraubenlinie um den Cylinder ein Dreieck fortgeführt, welches die Höhe eines Schraubenganges hat, ſo entſteht ein ſogenanntes ſcharfes Schraubengewinde, wie ein ſolches in Fig. 15 dargeſtellt iſt; denkt man ſich aber ein Viereck, deſſen Höhe gewöhnlich halb ſo groß iſt als die Höhe eines Schraubenganges, auf dieſelbe Weiſe um den Cylinder geführt, ſo entſteht ein flaches Schraubengewinde; ein ſolches iſt Fig. 16 dargeſtellt.

Fig. 15.

Fig. 16.

Wir haben bisher ſolche Schraubengewinde betrachtet, welche um einen ſoliden Cylinder herumgelegt ſind; Schrauben, welche auf dieſe Weiſe

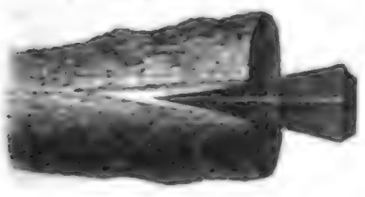
gebildet sind, werden Schraubenspindeln genannt; werden aber die Gewinde auf dieselbe Weise um einen hohlen Cylinder herumgeführt, so entsteht eine Schraubenmutter.

Eine Schraubenspindel ist für sich allein zum Fortschieben oder Heben einer Last, oder um einen starken Druck auszuüben, nicht zu gebrauchen; sie muß mit einer solchen Schraubenmutter so verbunden seyn, daß die Erhabenheiten der einen genau in die Vertiefungen der andern passen. Denken wir uns die Schraubenspindel vertikal gestellt fest, so wird die Schraubenmutter bei jeder Umdrehung um die Höhe eines Schraubenganges auf- oder niedergehen, indem die Windungen der Schraubenmutter auf den Windungen der Schraubenspindel wie auf einer schiefen Ebene auf- und niedergleiten. Sollte eine auf der Schraubenmutter liegende Last durch Umdrehung derselben um die Schraubenspindel gehoben werden, so ist klar, daß hier dieselben Principien gelten, wie bei einer schiefen Ebene von gleicher Steigung. Die Windungen der Schraube sind um so weniger steil, je kleiner die Höhe eines Schraubenganges im Vergleich zum Umfang der Spindel ist.

Die Schraube wird theils gebraucht, um große Lasten zu heben, theils um einen großen Druck auszuüben; der zu überwindende Widerstand ist bald an der Schraubenspindel, bald an der Schraubenmutter angebracht. Um den Effect einer Schraube richtig zu berechnen, darf man die Reibung nicht außer Acht lassen, die hier eine große Rolle spielt, wie wir später noch sehen werden. Um aus der Schraube eine kräftige Maschine zu machen, läßt man die Kraft, welche die Umdrehung bewirkt, nicht direct am Umfang der Schraube, sondern an einem größern Hebelarm wirken, wie man dies an allen Schraubenpressen sehen kann.

Der Keil. Eine andere Form, in welcher die schiefe Ebene zur Anwendung kommt, ist der Keil; er wird gebraucht, um Holz- und Steinmassen zu spalten, Fig. 17; dadurch, daß man Keile unter die Kiele der Schiffe treibt, werden sie auf die Werften gehoben; das Auspressen des Oels aus dem zerriebenen Saamen wird gewöhnlich durch Eintreiben von Keilen bewerkstelligt u. s. w. Alle unsere Schneidewerkzeuge, Messer, Scheeren, Meißel u. s. w. sind nichts anderes als Keile. Daß die Wirkung des Keils sich wirklich auf die der schiefen Ebene zurückführen läßt, ist so leicht zu übersehen, daß es wohl keiner weitern Auseinandersetzung bedarf. 19

Fig. 17.



Die Rolle ist eine runde, nicht gar dicke, am Rande ausgehöhlte Scheibe, welche um eine durch ihren Mittelpunkt gehende, auf ihrer Ebene rechtwinklig stehende Axe drehbar ist; diese Axe ist gewöhnlich durch eine 20

Scheere getragen, deren Arme zu beiden Seiten der Rolle bis etwas über ihre Mitte reichen.

Man unterscheidet feste und bewegliche Rollen. Feste Rollen sind solche, deren Axe unbeweglich ist, so daß keine Verrückung derselben, sondern nur eine Drehung um dieselbe möglich ist.

Wenn um einen Theil des Umfangs einer festen Rolle eine Schnur oder ein Seil gelegt ist, und an den beiden Enden derselben Kräfte wirken, so findet nur dann Gleichgewicht Statt, wenn die Kraft, welche das Seil auf der einen Seite spannt, der auf der andern Seite wirkenden Kraft gleich ist. Es läßt sich dies leicht von vorn herein einsehen, wenn man bedenkt, daß die beiden Kräfte unter sonst ganz gleichen Umständen die Rolle nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben: man konnte deshalb auch oben Seite 26 schon die Rolle in Anwendung bringen, ohne daß es nöthig gewesen wäre, eine Betrachtung über das Gleichgewicht der Kräfte an der Rolle vorauszuschicken. Uebrigens läßt sich das Gleichgewicht der Kräfte an der Rolle auch vom Parallelogramm der Kräfte ableiten, und von diesem Gesichtspunkte aus betrachtet wollen wir die Rolle hier näher besprechen. Fig. 18 stellt eine um ihren festen Mittelpunkt c drehbare Rolle vor; das um dieselbe geschlungene Seil sey durch Kräfte gespannt, welche nach den Richtungen ab und de wirken. Denken wir uns die Linien de und ab bis zu ihrem Durchschnittspunkte m verlängert, so ist klar, daß, wenn m ein mit der Rolle fest verbundener Punkt wäre, man, ohne in der Wirkung etwas zu ändern, die Angriffspunkte der beiden Kräfte von a und d nach m verlegen könnte, und so hätte man dann zwei in einem Punkte m angreifende Kräfte, die nur dann im Gleichgewicht seyn können, wenn ihrer Resultirenden das Gleichgewicht gehalten wird. Wenn die beiden in m angreifenden, nach den Richtungen mb und me wirkenden Kräfte gleich sind, so wird ihre Resultirende den Winkel bme halbiren, die Richtung dieser Resultirenden geht alsdann durch den festen Mittelpunkt c, und mithin findet Gleichgewicht Statt. Wäre eine der beiden Kräfte größer als die andere, so würde die Resultirende nicht mehr durch den festen Punkt gehen, es könnte also auch kein Gleichgewicht mehr stattfinden.

Fig. 18.

Der Druck, den die Axe der Rolle auszuhalten hat, ist offenbar der Resultirenden der beiden Kräfte gleich, und wenn die Richtungen der beiden Kräfte parallel sind, wie Fig. 19, so ist der Druck auf die Axe gleich der Summe der beiden Kräfte (wozu noch das Gewicht der Rolle selbst zu rechnen ist).

Digitized by Google

Auch an einer beweglichen Rolle kann nur dann Gleichgewicht stattfinden, wenn die Kräfte, welche die beiden Enden des Seils spannen, einander gleich sind, denn nur in diesem Falle geht ihre Resultirende durch den Mittelpunkt der Scheibe; die Wirkung dieser Resultirenden wird aber nicht da-

Fig. 19.

Fig. 20.

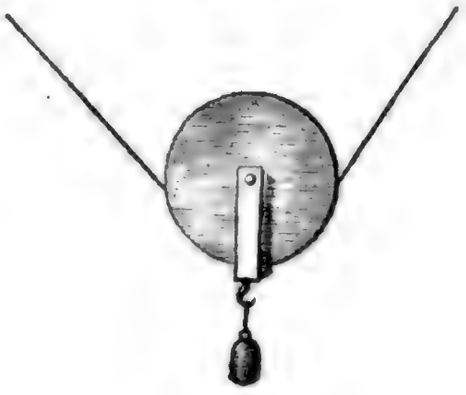


Fig. 21.

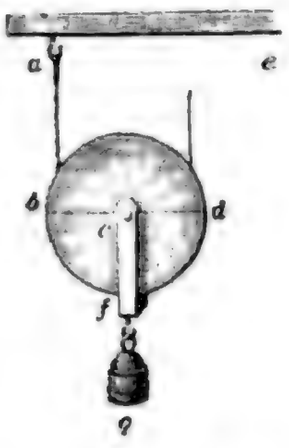
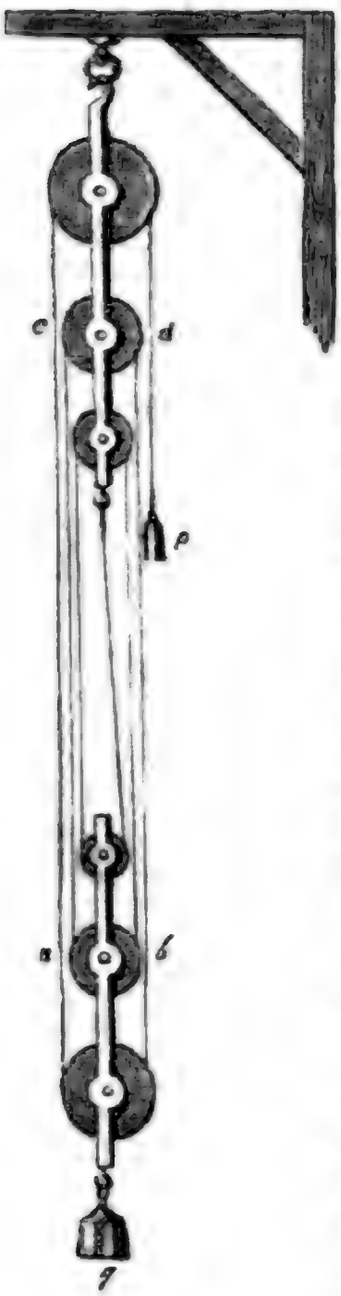


Fig. 22.



durch aufgehoben, daß der Mittelpunkt fest ist, sondern dadurch, daß in dem Mittelpunkte, und zwar in der Richtung der Resultirenden, eine dritte Kraft wirkt, welche dieser Resultirenden gleich und entgegengesetzt ist. Diese dritte Kraft ist gewöhnlich an einem an der Scheere befestigten Haken angebracht; in Fig. 20 ist sie durch ein Gewicht dargestellt.

Wenn die beiden Enden des um die bewegliche Rolle geschlungenen Seils einander parallel sind, wie Fig. 21, so ist klar, daß die Kraft, mit welcher jedes Seilende gespannt ist, halb so groß ist als die Last, welche an der Scheere hängt.

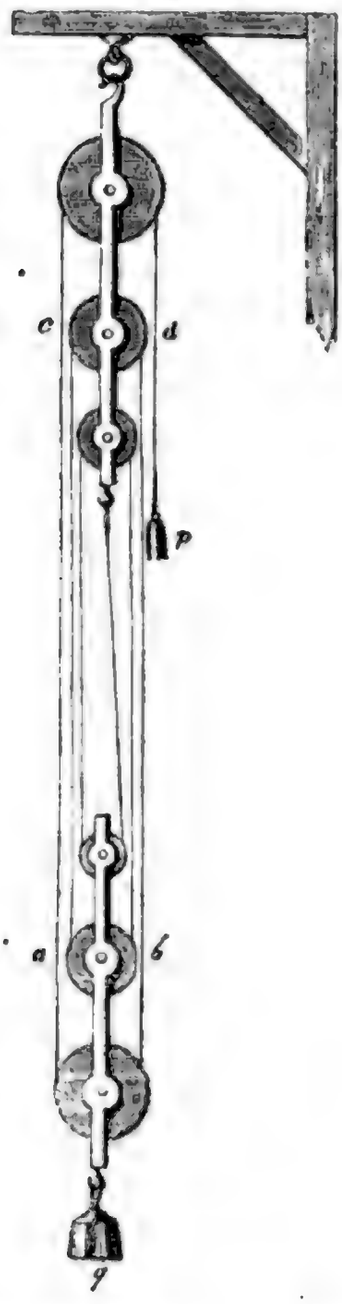
Wenn zwei oder mehrere Rollen in einem Gehäuse sich befinden, wenn sie also gleichsam eine gemeinschaftliche Scheere haben, so nennt man eine solche Zusammensetzung eine Flasche. Wenn zwei Flaschen, von denen die eine fest, die andere beweglich ist, durch ein Seil so verbunden werden, daß es abwechselnd von einer festen auf eine bewegliche Rolle geht, so erhält man einen Flaschenzug.

Die Fig. 22 stellt einen Flaschenzug dar, der aus drei festen und drei beweglichen Rollen besteht. Die Last q, welche an der gemeinschaftlichen Scheere der drei beweglichen Rollen hängt, wird offenbar durch die sechs Seile getragen, welche die oberen und unteren Rollen mit einander verbinden; die Last ver-

theilt ſich alſo gleichmäßig auf dieſe 6 Seile, und folglich iſt jedes durch $\frac{1}{6}$ der Laſt q geſpannt; wäre z. B. eine Laſt von 60 Pfund angehängt, ſo würde jedes der 6 Seile gerade ſo ſtark geſpannt ſeyn, als ob es für ſich allein eine Laſt von 10 Pfunden zu tragen hätte.

Betrachten wir nun das äußerſte Seil links, welches die unterſte der beweglichen Rollen mit der oberſten feſten verbindet; dieſes Seil iſt um die obere feſte Rolle geſchlungen und hängt auf der rechten Seite derſelben frei herunter. Soll nun Gleichgewicht ſtattfinden, ſo muß das Seilſtück auf der linken und auf der rechten Seite der oberſten Rolle gleich ſtark geſpannt ſeyn; das Seilſtück links iſt aber, wie wir geſehen haben, durch $\frac{1}{6}$ der Laſt q geſpannt; folglich muß man, um das Gleichgewicht zu erhalten, an das Ende des Seils d ein Gewicht anhängen, welches gleich $\frac{1}{6}\,q$ iſt. Einer Laſt von 60 Pfund kann man alſo an unſerm Flaſchenzuge mit einer Kraft von 10 Pfund das Gleichgewicht halten.

Fig. 23.

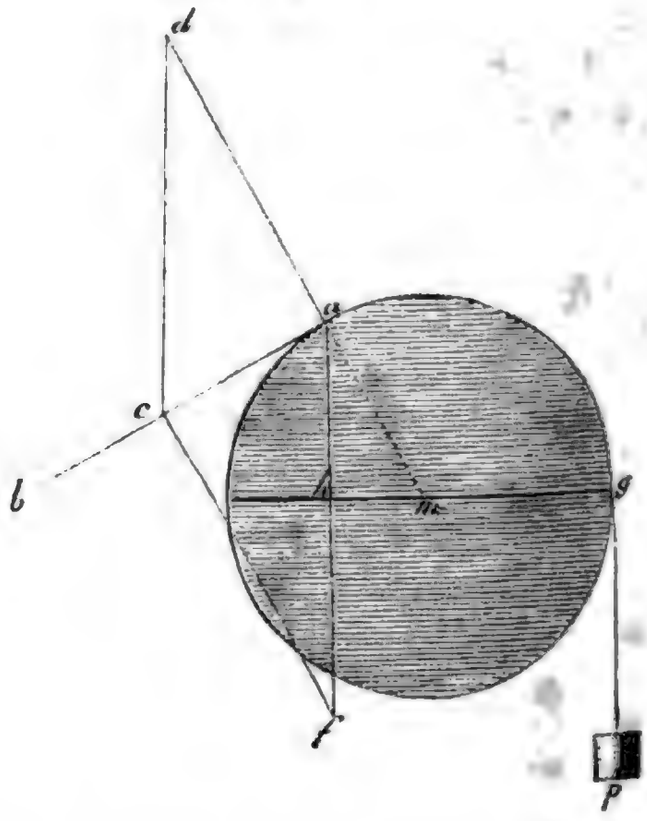


Wenn man mehr oder weniger Rollen hat, ſo wird ſich auch die Laſt auf mehr oder weniger Seile vertheilen, und folglich wird auch ein anderes Verhältniß zwiſchen Kraft und Laſt ſtattfinden, welches immer durch eine der eben angewandten ganz ähnliche Schlußweiſe ermittelt werden kann.

21

Der Hebel. Um eine Rolle, Fig. 24, ſey eine Schnur

Fig. 24.



geſchlungen, und an dem einen Ende derſelben ein Gewicht p gehängt,

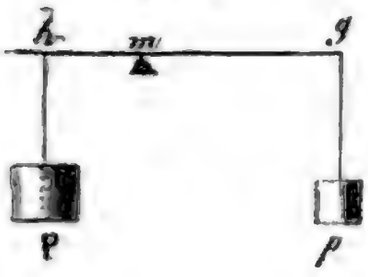
während auf der andern Seite die Schnur in der Richtung ab mit einer dem Gewichte p gleichen Kraft gespannt ist. Nun aber kann man die in a angreifende, in der Richtung ab wirkende Kraft nach der Lehre vom Parallelogramm der Kräfte in zwei Seitenkräfte zerlegen, von denen die eine in der Richtung von a nach d, also in der Verlängerung des Halbmessers ma wirkt, während die Richtung af der andern Seitenkraft parallel mit gp ist.

Wenn die Rolle eine feste ist, wie wir hier voraussetzen, so wird die Wirkung der Kraft ad durch den Widerstand des festen Mittelpunktes m aufgehoben, man kann also die nach ad wirkende Seitenkraft ganz weglassen, ohne das Gleichgewicht zu stören; man kann ohne Weiteres die nach ab wirkende Kraft durch ihre nach af wirkende Seitenkraft ersetzen.

Stellen wir durch die Linie ac die nach ab wirkende Kraft p dar, so stellt uns die Linie af die Größe der Seitenkraft P dar, und ohne vor der Hand das Größenverhältniß zwischen ac und af oder p und P genauer zu ermitteln, sieht man doch leicht ein, daß P größer seyn muß als p. Wir können also die in der Richtung ab wirkende Kraft p durch eine andere ebenfalls in a angreifende, aber in vertikaler Richtung wirkende größere Kraft P ersetzen, ohne das Gleichgewicht zu stören.

Anstatt die Kraft P in a angreifen zu lassen, kann man, ohne das Gleichgewicht zu stören, ihren Angriffspunkt in jeden beliebigen Punkt der Linie af verlegen; wir können also auch die Kraft P im Punkte h angreifen lassen, welcher auf dem Durchschnitt der Linie af und der Verlängerung des Halbmessers gm liegt; und somit haben wir zwei an den Enden einer um m, Fig. 25, drehbaren geraden Linie hg wirkende, rechtwinklig zu hg angreifende Kräfte, p und P, welche sich das Gleichgewicht halten. Diese beiden Kräfte sind ungleich, ihre Angriffspunkte h und g liegen aber auch in ungleichen Entfernungen vom Drehpunkte m.

Fig. 25.



Es ist jetzt zu ermitteln, welches Verhältniß zwischen den Größen der Kräfte p und P und den Längen hm und gm besteht.

Die Dreiecke caf, Fig. 24, und ahm sind einander ähnlich, und daraus folgt

$$ac : af = hm : am.$$

Nun aber verhalten sich ja die Längen ac und af wie die Kräfte p und P, wir haben also

$$p : P = hm : am$$

und, da $am = gm$,

$$p : P = hm : gm$$

oder

$$p : P = L : l \quad \ldots\ldots \quad 1),$$

wenn wir die Länge $hm = L$ und $gm = l$ setzen. Das heißt mit Worten, die Kräfte P und p verhalten sich umgekehrt wie die Entfernungen ihrer Angriffspunkte vom Drehpunkte m.

Eine gerade unbiegsame Linie, welche um einen festen Punkt drehbar ist, wird ein Hebel genannt. Wenn nun in zwei verschiedenen Punkten eines Hebels rechtwinklig zu seiner Richtung zwei Kräfte angreifen, die ihn nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben, so findet Gleichgewicht zwischen ihnen Statt, wenn die eben ausgesprochene Bedingung erfüllt ist. Die Entfernung des Angriffspunktes einer Kraft von dem Drehpunkt wird der Hebelarm der Kraft genannt; wir können demnach die Bedingung des Gleichgewichts am Hebel auch so ausdrücken: Zwei Kräfte, welche den Hebel nach entgegengesetzten Seiten zu drehen streben, halten sich das Gleichgewicht, wenn sie den entsprechenden Hebelarmen umgekehrt proportional sind.

Wäre z. B. der Hebelarm hm in Fig. 25 halb so groß als gm, so müßte P doppelt so groß seyn als p. Eine Kraft p kann an einem Hebel einer 100fachen Kraft P das Gleichgewicht halten, wenn nur der Hebelarm mg auch 100mal so groß ist als der Hebelarm hm.

Aus der Proportion bei 1) folgt $PL = pl$, d. h. wenn sich zwei Kräfte an einem Hebel das Gleichgewicht halten sollen, so muß das Produkt, welches man erhält, wenn man die Kraft mit ihrem Hebelarm multiplicirt, für die beiden Kräfte gleich seyn. Wäre z. B. die eine Kraft $p = 6$ Loth, ihr Hebelarm 12″, so müßte man, um dieser Kraft das Gleichgewicht zu halten, auf der andern Seite an einem dreimal kleinern Hebelarm $^{12}/_{3}$ oder 4″ eine dreimal größere Kraft $3 . 6 = 18$ Loth wirken lassen; offenbar aber ist das Produkt $6 . 12$ dem Produkte $4 . 18$ gleich.

Das Produkt, welches man erhält, wenn man eine an einem Hebel wirkende Kraft mit ihrem Hebelarm multiplicirt, wird das statische Moment der Kraft genannt. Man könnte auch sagen, das statische Moment einer Kraft ist diejenige Kraft, welche man statt ihrer an dem Hebelarm 1 anbringen muß, wenn durch diese Vertauschung der Gleichgewichtszustand nicht gestört werden soll.

In Fig. 26 sey die Kraft rechts $= 6$, ihr Hebelarm $= 5$, so ist das statische Moment dieser Kraft gleich $5 \times 6 = 30$; soll ihr die Kraft links das Gleichgewicht halten, so muß das statische Moment beider gleich seyn; die an dem Hebelarm 3 auf der linken Seite wirkende Kraft muß also den Werth 10 haben. Anstatt die Kraft 6 an dem Hebelarm 5 wirken zu lassen, könnte man aber, ohne das Gleichgewicht zu stören, die Kraft 30 im

Punkte *n*, also an dem Hebelarm 1 anbringen. Die auf der andern Seite an dem Hebelarm 3 wirkende Kraft 10 kann man aber durch eine im Punkte *r*, also ebenfalls am Hebelarm 1 wirkende Kraft 30 ersetzen.

Fig. 26.

Wenn auf jeder Seite des Drehpunktes nicht eine, sondern mehrere Kräfte wirken, so findet Gleichgewicht Statt, wenn die Summe der statischen Momente auf der einen gleich ist der Summe der statischen Momente auf der andern Seite. Es sey z. B. in Fig. 27 *m* der Drehpunkt, auf der einen Seite wirke an dem Hebelarm 2 die Kraft 5, am Hebelarm 4 die Kraft 2, am Hebelarm 6 die Kraft 4; auf der andern Seite aber die Kräfte 10 und 3 an den Hebelarmen 3 und 4, so wird zwischen allen diesen Kräften Gleichgewicht stattfinden, denn die Summe der statischen Momente ist auf beiden Seiten gleich.

Fig. 27.

Die Summe der statischen Momente auf der einen Seite ist $5 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 4 \cdot 6 = 42$; die Summe der statischen Momente auf der andern Seite aber ist $10 \cdot 3 + 3 \cdot 4$, also ebenfalls gleich 42. Statt der Kraft 5, welche in der Entfernung 2 vom Hebelarm angreift, könnte man die Kraft 10 in der Entfernung 1 anbringen; ebenso kann man die in den Entfernungen 4 und 6 wirkenden Kräfte 2 und 4 durch zwei andere am Hebelarm 1 angreifende Kräfte 8 und 24 ersetzen. Statt der drei in den Entfernungen 2, 4 und 6 wirkenden Kräfte 5, 2 und 4 kann man also die drei in der Entfernung 1 wirkenden Kräfte 10, 8 und 24 substituiren, oder mit anderen Worten, man kann die drei an verschiedenen Hebelarmen angreifenden Kräfte 5, 2, 4 durch eine einzige am Hebelarm 1 angreifende Kraft 42 ersetzen. Ebenso kann man aber die auf der andern Seite in den Entfernungen 3 und 4 angreifenden Kräfte 10 und 3 durch zwei andere am Hebelarm 1 wirkende Kräfte 30 und 12 oder durch eine einzige am Hebelarm 1 wirkende Kraft 42 ersetzen; die Summe der statischen Momente ist auf beiden Seiten gleich, es muß also Gleichgewicht stattfinden.

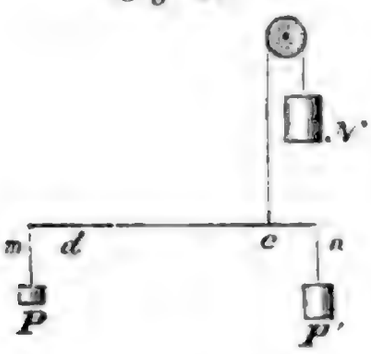
Die gewöhnliche Schnellwage liefert uns ein sehr passendes Beispiel der Anwendung des zweiarmigen Hebels. Die Fig. 28 mag dazu dienen, das Princip der Schnellwage zu erläutern. Der zweiarmige Hebel ist bei *a*

Fig. 28.

drehbar, bei r ist eine Wagschale angehängt, welche die Last aufnimmt, die also an dem Hebelarm ar wirkt; dieser Last nun wird durch ein am andern Arm des Hebels angehängtes Laufgewicht das Gleichgewicht gehalten. Je größer die Last wird, desto mehr muß man das Laufgewicht p vom Drehpunkt r entfernen.

An einem solchen Hebel, wie wir ihn bisher betrachtet haben, hat der feste Drehpunkt einen Druck auszuhalten, welcher der Summe der an beiden Seiten wirkenden Kräfte gleich ist; ein solcher Hebel kann also auch im Gleichgewicht seyn, wenn dieser mittlere Punkt nicht fest ist, sondern wenn in ihm eine Kraft wirkt, welche der Summe der beiden anderen gleich ist, aber in entgegengesetzter Richtung wirkt. Die Fig. 29 mag dies erläutern. Nehmen wir an, c sey der feste Drehpunkt eines Hebels mn.

Fig. 29.



an dessen Enden die Kräfte P und P' angreifen und sich einander das Gleichgewicht halten. Dieses Gleichgewicht wird nun nicht gestört, wenn der Punkt c aufhört fest zu seyn, wenn in ihm aber eine Kraft N angebracht wird, welche der Summe von P und P' gleich ist, die aber nach oben wirkt, während die Kräfte P und P' nach unten ziehen.

Ohne das Gleichgewicht zu stören, kann man jeden der drei Punkte m, c und n als fest betrachten; wenn nun einer der beiden äußeren Punkte, etwa n, fest ist, so haben wir einen einarmigen Hebel, d. h. einen solchen, bei welchem die Angriffspunkte der beiden sich das Gleichgewicht haltenden Kräfte N und P auf derselben Seite des festen Drehpunktes n liegen. Die beiden Kräfte haben in diesem Falle entgegengesetzte Richtung, und der Druck auf den Unterstützungspunkt ist dem Unterschiede der beiden Kräfte P und N gleich. Der Hebelarm der Kraft P ist $l + l'$, wenn man mit l die Länge mc, mit l' die Länge nc bezeichnet; der Hebelarm der Kraft N ist aber l'. Wäre c der feste Drehpunkt gewesen, so hätte man nach dem Obigen als Bedingung des Gleichgewichts

$$P' : P = l : l'$$

und daraus folgt

$$P' + P : P = l + l' : l'$$

oder

$$N : P = l + l' : l'.$$

Wenn also die an dem einarmigen Hebel in entgegengesetzten Richtungen wirkenden Kräfte N und P sich das Gleichgewicht halten sollen, so müssen sie sich ebenfalls umgekehrt verhalten wie ihre Hebelarme.

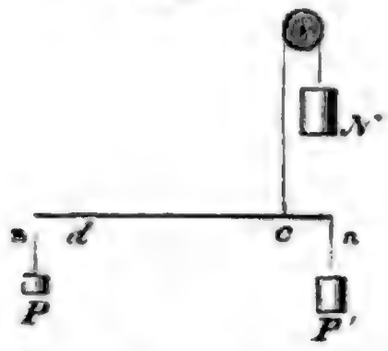
Die Fig. 30 zeigt uns die Anwendung des einarmigen Hebels. Das

Ventil p, welches etwa eine Oeffnung eines Dampfkessels verschließt, wird durch den Druck des Dampfes nach oben gedrückt; diesem Drucke aber wird durch eine weit kleinere nach unten wirkende Kraft, durch das Gewicht r das Gleichgewicht gehalten, weil r an einem größern Hebelarme wirkt, als der Druck auf die untere Fläche des Ventils.

Fig. 30.

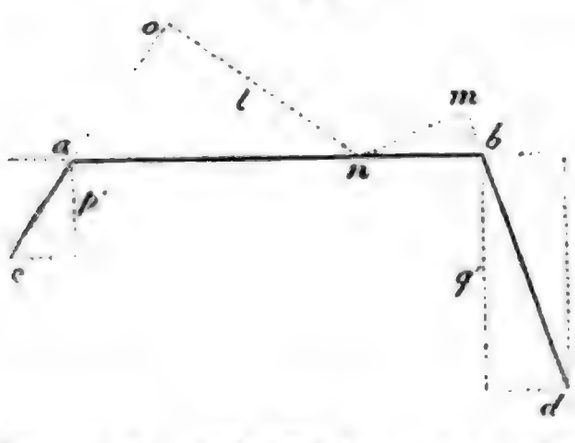
Auch die beiden Endpunkte m und n der Stange mn können fest seyn, während in c eine Kraft N wirkt; alsdann aber hat der Punkt m einen Druck P, der Punkt n einen Druck P' auszuhalten. Wenn eine an einer Stange hängende Last durch zwei Leute getragen wird, von denen jeder ein Ende der Stange auf den Schultern liegen hat, so haben beide zusammen die ganze Last zu tragen; und wenn die Last gerade in der Mitte der Stange aufgehängt ist, so kommt auf jeden die Hälfte der Last; wird aber die Last dem einen näher gerückt, so hat dieser einen größern Theil zu tragen. Gesetzt, die angehängte Last betrage 100 Pfund, die ganze Stange sey 5 Fuß lang, und die Last hänge 2 Fuß von dem einen, 3 Fuß vom andern Ende, so hat die Schulter des einen Trägers einen Druck von 60 Pfund, die des andern einen Druck von 40 Pfund auszuhalten.

Fig. 31.



Wir haben bisher nur den Fall betrachtet, daß die Kräfte rechtwinklig gegen den Hebel wirkten; es kann aber auch Gleichgewicht stattfinden, ohne daß dies der Fall ist. In Fig. 32 sey n der Stützpunkt des Hebels ab, in a wirke eine Kraft p nach der Richtung ac, in b eine andere q nach der Richtung bd. Die Kräfte p und q sollen sich verhalten, wie die Linien ac und bd. Nach dem Parallelogramm der Kräfte läßt sich p in zwei Kräfte zerlegen, von denen die eine p' rechtwinklig auf ab, die andere in der Richtung von ab wirkt. Eben so kann man die Kraft q in zwei Kräfte zerlegen, von denen die eine q' rechtwinklig auf ab und die andere in der Richtung dieser Linie wirkt. Die Wirkung der beiden Seitenkräfte, welche in die Richtung der Linie ab fallen, wird offenbar durch den Widerstand des festen

Fig. 32.



Punktes n völlig aufgehoben, und ſomit bleibt nur die Wirkung der Kräfte p' und q' übrig. Statt der urſprünglichen Kräfte p und q kann man alſo ohne Weiteres ihre rechtwinklig angreifenden Seitenkräfte p' und q' ſetzen. Gleichgewicht wird aber ſtattfinden müſſen, wenn ſich p' und q' umgekehrt verhalten wie ihre Hebelarme, d. h. wenn

$$p' : q' = nb : na$$

oder wenn

$$q' \times nb = p' \times na.$$

Verlängert man die Richtung der Kraft p, um auf ihre Verlängerung von n das Perpendikel $no = l$ zu fällen, ſo entſteht ein Dreieck aon, welches demjenigen ähnlich iſt, deſſen Hypotenuſe p und deſſen eine Kathete p' iſt; aus der Aehnlichkeit dieſer Dreiecke folgt

$$p : p' = an : l$$

und daraus

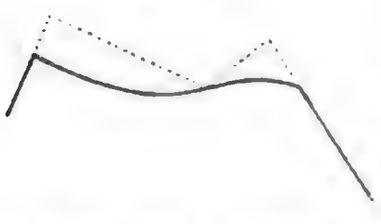
$$p \times l = p' \times an.$$

Die an den Hebelarm an ſchief angreifende Kraft p wirkt alſo gerade ſo wie ihre in demſelben Punkte a angreifende Seitenkraft p', und auch ſo, als ob die Kraft p ſelbſt rechtwinklig an einem kleineren Hebelarm wirkte, welchen man findet, wenn man vom Drehpunkt n ein Perpendikel auf die Richtung der Kraft fällt.

Das Moment einer ſchräg angreifenden Kraft findet man alſo, indem man die Kraft multiplicirt mit dem vom Drehpunkt auf die Richtung der Kraft gefällten Perpendikel.

Demnach wirkt die ſchief angreifende Kraft q gerade ſo, als ob ſie rechtwinklig am Hebelarm nm angriffe, und die beiden Kräfte p und q halten ſich das Gleichgewicht, wenn $p \times on = q \times mn$.

Fig. 33.



Auf die eben entwickelte Weiſe findet man auch die Momente der Kräfte, wenn der Hebel nicht mehr eine gerade Linie iſt.

Wenn irgend ein feſtes Syſtem um eine feſte Axe drehbar iſt, ſo wirken die Kräfte, welche es um dieſe Axe umzudrehen ſtreben, ganz nach den Geſetzen des Hebels. Deshalb finden dieſe Geſetze bei den vielen Maſchinen eine Anwendung, welche ſich in ein mehr oder weniger complicirtes Syſtem von Hebeln zerlegen laſſen. Beim Haspel und der Winde z. B. (Fig. 34 und 35) verhält ſich die Laſt r zur entgegenwirkenden Kraft umgekehrt wie ihre Hebelarme, d. h. umgekehrt wie die Halbmeſſer ab und cd. Wenn z. B. der Halbmeſſer ab der Welle viermal kleiner iſt, als der Halbmeſſer cd des Rades, ſo kann man mit einer Kraft von 25 Pfund einer Laſt von 100 Pfund das Gleichgewicht halten.

Die Winde (Fig. 35) unterscheidet sich vom Haspel nur dadurch, daß

Fig. 34.

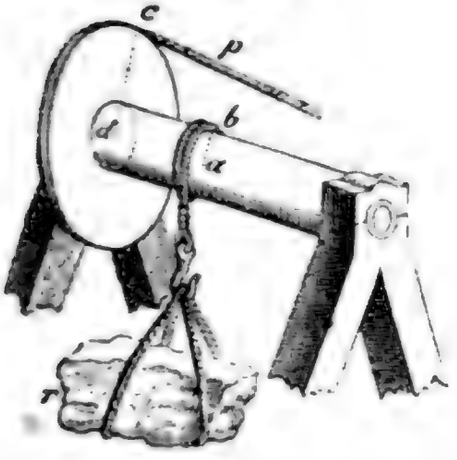
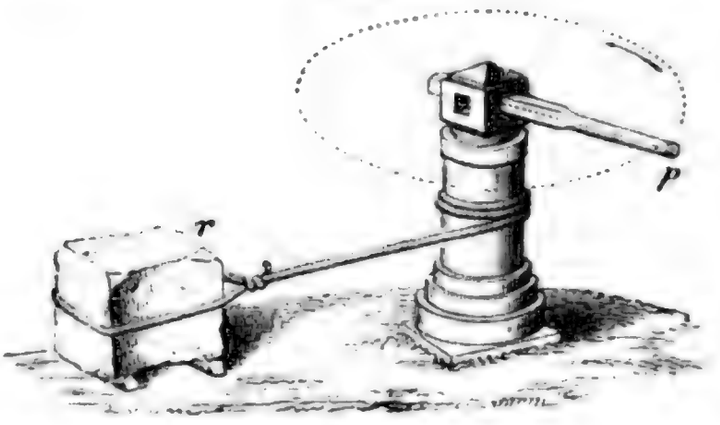


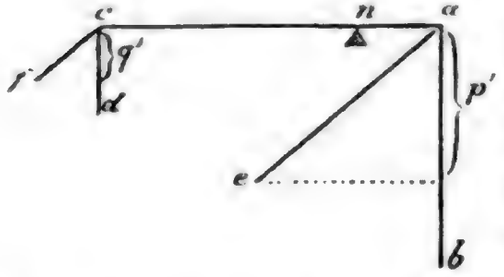
Fig. 35.



die Umdrehungsaxe vertikal steht; man hat bei p eine verhältnißmäßig geringe Kraft anzuwenden, um die Last r fortzuschaffen.

Wenn zwei parallele rechtwinklig angreifende Kräfte an einem Hebel einander das Gleichgewicht halten, so wird das Gleichgewicht nicht gestört, wenn man sie in gleichem Verhältniß vergrößert oder verkleinert. Eben so wenig wird das Gleichgewicht gestört, wenn beide Kräfte ihre Richtung so ändern, daß sie unter sich parallel bleiben. Wenn z. B. die Kräfte $ab = p$ und $cd = q$ an dem Hebel ac sich das Gleichgewicht halten, so besteht dasselbe auch noch, wenn man dieselben Kräfte nach den einander parallelen Richtungen ae und cf wirken läßt; denn die schräg wirkende Kraft p wirkt wie ihre rechtwinklige Seitenkraft p' und die schräg wirkende q wie die rechtwinklig angreifende q'; p' und q' halten sich aber gewiß das Gleichgewicht, wenn es zwischen den Kräften p und q bei rechtwinkligem Angriff bestand.

Fig. 36.



Schwerpunkt. Ein schwerer Körper, wie groß oder klein er auch seyn 22
mag, kann als eine Vereinigung unendlich vieler materieller Punkte betrachtet werden, auf welche die Schwere wirkt.

Alle diese Kräfte, obgleich unendlich an Zahl, können durch eine einzige Kraft ersetzt werden, welche an einem bestimmten Punkte angreift. Diese einzige Kraft, welche nichts anderes ist, als die Summe oder die Resultirende aller einzelnen Wirkungen der Schwere, nennt man das Gewicht des Körpers, und der Angriffspunkt dieser Resultirenden ist sein Schwerpunkt.

Diese Definition genügt schon, damit man Schwere und Gewicht nicht verwechsele. Die Schwere ist die Elementarkraft, welche auf alle Theilchen der Materie überhaupt wirkt, während das Gewicht eines Kör-

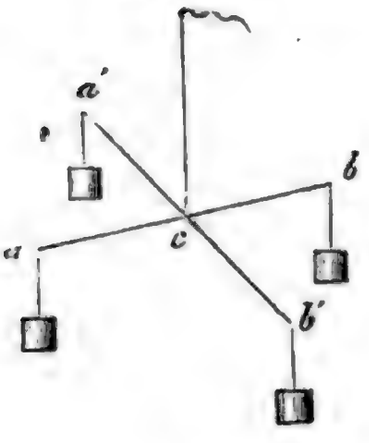
pers die Summe der Wirkungen ist, welche die Schwere auf diesen Körper insbesondere ausübt.

Es ist sehr wichtig, das Gewicht der Körper und ihren Schwerpunkt bestimmen zu können, weil man alsdann das Gewicht, d. h. eine einzige Kraft, für alle die elementaren Kräfte setzen kann, welche auf den Körper wirken; und den Schwerpunkt, d. h. einen einzigen Punkt, für die Gesammtheit der Punkte, welche ihn bilden. Man kann demnach eine schwere Masse, welches auch ihre Größe und ihre Gestalt seyn mag, als einen einzigen Punkt betrachten, auf welchen eine einzige Kraft wirkt.

In einem schweren Körper, welcher nicht wenigstens einige hundert Meter Ausdehnung hat, ist die Richtung der Schwerkraft für alle Molekûle als vollkommen parallel zu betrachten; sie ist aber auch für alle Molekûle gleich, weil alle Molekûle im leeren Raume gleich schnell fallen. Der Schwerpunkt ist demnach nichts anderes, als der Mittelpunkt paralleler gleicher Kräfte. Daraus ergeben sich die charakteristischen Eigenschaften des Schwerpunkts, welcher ein bestimmter Punkt ist, dessen Lage sich nicht ändert, wenn man die Lage des Körpers gegen die Richtung der Schwere ändert.

Daß es in einem jeden festen Körper einen solchen Schwerpunkt geben muß, läßt sich aus den Gesetzen der Wirkung paralleler Kräfte ableiten. Wenn eine gerade unbeugsame Linie ab (Fig. 37) in ihrer Mitte unterstützt und an beiden Enden mit gleichen Gewichten belastet ist, so muß Gleichgewicht stattfinden, wie man die Linie auch um den Angriffspunkt der Mittelkraft drehen mag; das Gleichgewicht findet ebensowohl in der Lage ab als in der Lage $a'b'$ Statt. Stellen wir uns vor, die beiden Punkte a und b seyen zwei schwere, durch die gerade, feste, gewichtlose Linie ab verbundene Molekûle, so ist klar, daß Gleichgewicht stattfinden muß, sobald nur der Punkt c unterstützt ist, welches auch die Lage der Linie ab seyn mag. Der Punkt c wäre hier nichts anderes, als der Schwerpunkt des aus zwei Molekülen bestehenden Körpers. Ohne das Gleichgewicht zu stören, kann man die Wirkungen der Schwerkraft der beiden Molekûle im Schwerpunkt c vereinigt denken.

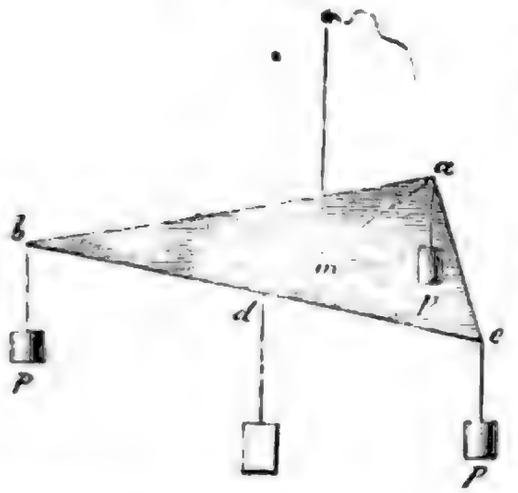
Fig. 37.



Wenn an den drei Eckpunkten eines starren gewichtlosen Dreiecks abe (Fig. 38) drei gleiche parallele Kräfte wirken, so ist es leicht, den Angriffspunkt ihrer Mittelkraft zu bestimmen. Ohne das Gleichgewicht zu stören, kann man die beiden in b und e wirkenden Kräfte in der Mitte d der Linie be vereinigen; und so ist die Wirkung der drei Kräfte auf die Wirkung

von zweien reducirt, welche in den Punkten a und d angreifen. Die in d angreifende Kraft ist doppelt so groß als die in a angreifende; wenn man demnach die Linie ad durch den Punkt m so in zwei Theile theilt, daß am doppelt so groß ist als dm, so muß zwischen den in d und a wirkenden parallelen Kräften $2p$ und p nothwendig Gleichgewicht stattfinden, wenn nur der Punkt m unterstützt ist, welches auch übrigens die Lage der Linie ad seyn mag. Da aber die in d wirkende Kraft ja nur die Resultirende der in b und e wirkenden parallelen Kräfte ist, so kann man, ohne etwas zu ändern, auch diese selbst wieder statt ihrer Resultirenden nehmen; und somit ist klar, daß zwischen den drei parallelen in a, b und e angreifenden Kräften nothwendig Gleichgewicht besteht, wenn der Punkt m unterstützt ist, oder man in m eine Kraft in entgegengesetzter Richtung wirken läßt, welche gleich $3p$ ist, welches auch übrigens die Lage des Dreiecks seyn mag.

Fig. 38.



Stellen wir uns vor, die Punkte a, b und e seyen drei schwere Molekule, welche stets in unveränderlicher Stellung gegen einander zu bleiben genöthigt sind, so wirkt die Schwerkraft dieser Molekule gerade so, wie die vorher in a, b und e angehängten Gewichte; und es ist klar, daß der aus drei Molekülen bestehende Körper im Gleichgewicht seyn wird, sobald nur sein Schwerpunkt m unterstützt ist.

Gerade so aber, wie sich zeigen läßt, daß 2 und 3 schwere, fest verbundene Molekule einen Schwerpunkt haben müssen, so kann man auch einsehen, daß je 4, 5, 6 u. s. w. fest verbundene Molekule einen solchen Schwerpunkt haben müssen, daß endlich jeder feste Körper einen unveränderlichen Schwerpunkt haben muß, wie groß auch die Anzahl der Molekule seyn mag, aus denen er besteht.

Damit ein schwerer Körper im Gleichgewicht sey, braucht nur eine einzige Bedingung erfüllt zu seyn, nämlich die, daß sein Schwerpunkt unterstützt ist. Wenn demnach der Schwerpunkt eines Körpers für sich selbst ein fester Punkt ist, so mag man den Körper auf alle nur mögliche Weisen drehen, er wird immer im Gleichgewicht seyn. Man kann den Versuch mit einer homogenen Scheibe machen, die man um eine horizontale, feste Axe dreht, welche durch ihren Schwerpunkt geht. Wenn ein Körper in einem Punkte unterstützt ist, welcher nicht mit dem Schwerpunkt zusammenfällt, so ist das Gleichgewicht zwar noch möglich, aber es findet nicht in allen Lagen, sondern nur bei zwei besonderen Stellungen Statt, wenn

nämlich der Schwerpunkt vertikal über oder unter dem Unterstützungspunkte liegt. Der Versuch ist ebenfalls mit einer Scheibe leicht anzustellen.

Aus diesen Betrachtungen läßt sich eine Methode ableiten, den Schwerpunkt der Körper durch den Versuch zu finden. Man hänge den Körper an einem Punkte a auf (Fig. 39), so wird die Verlängerung des den Körper tragenden Fadens in einem Punkte c aus dem Körper austreten. Auf der Linie ac muß nothwendig der Schwerpunkt liegen. Hängt man den Körper in einem zweiten Punkte b, Fig. 40, auf, so muß der Schwerpunkt abermals auf der Verlängerung des Fadens, also auf der Linie bd, liegen; der Schwerpunkt liegt also auf dem Durchschnittspunkte der Linien bd und ac. Der Schwerpunkt von homogenen ebenen Scheiben ist nach dieser Methode leicht zu bestimmen, bei anderen Körpern ist es jedoch mit Schwierigkeiten verbunden, die Verlängerung des vertikalen Fadens durch das Innere des Körpers genau zu ermitteln.

Fig. 39.

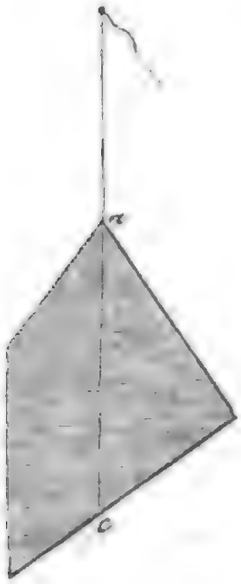
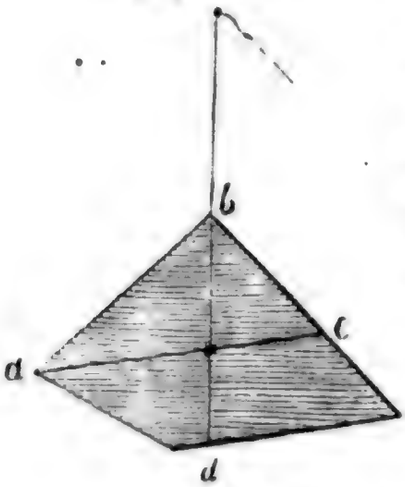


Fig. 40.

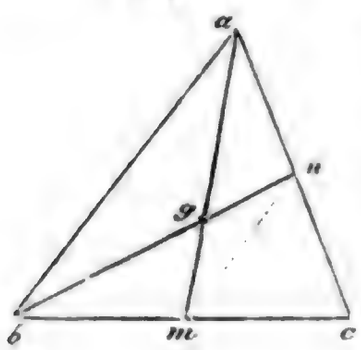


Der Schwerpunkt homogener Körper von regelmäßiger Gestalt läßt sich durch einfache geometrische Betrachtungen bestimmen.

Der Schwerpunkt einer geraden Linie liegt offenbar in der Mitte ihrer Länge.

Der Schwerpunkt eines homogenen Dreiecks (Fig. 41) wird gefunden, indem man von zwei Spitzen desselben nach der Mitte der gegenüberstehenden Seiten gerade Linien zieht. Der Durchschnittspunkt g dieser beiden Linien ist der gesuchte Schwerpunkt. Die Wahrheit dieser Behauptung ist leicht einzusehen. Der Punkt m ist der Schwerpunkt der geraden Linie bc; denkt man sich nun im Dreieck irgend eine gerade Linie parallel mit bc gezogen, so wird sie offenbar durch die Linie am halbirt; auf der Linie am liegen also die Schwerpunkte aller im Dreieck parallel mit bc gezogenen Linien; am ist also so zu sagen eine Schwerlinie des Dreiecks, und offenbar muß der Schwerpunkt des Dreiecks auf am liegen.

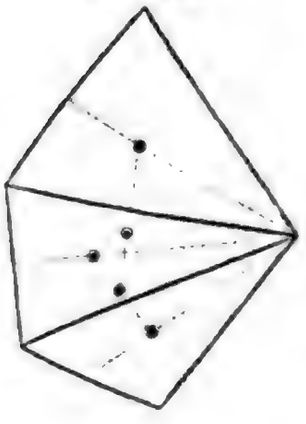
Fig. 41.



Dieselbe Schlußweise zeigt aber auch, daß der Schwerpunkt auf der Linie nb liegen müsse.

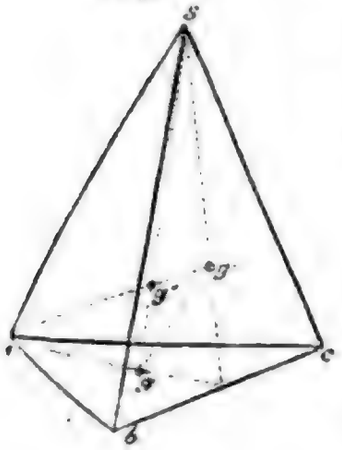
Der Punkt g liegt so, daß $gm = \frac{1}{3}am$ und $gn = \frac{1}{3}bn$ ist. Dies zu zeigen, ziehe man die Linie mn, so ist offenbar $mn = \frac{1}{2}ba$. Die Dreiecke gmn und gab sind aber ähnlich, und daraus folgt, daß $gm : ga = mn : ba$, daß also $gm = \frac{1}{2}ag$.

Fig. 42.



Der Schwerpunkt eines Polygons (Fig. 42) wird gefunden, wenn man es in Dreiecke zerlegt und den Schwerpunkt eines jeden bestimmt. Da nun die in den Schwerpunkten dieser Dreiecke angreifenden Kräfte dem Flächeninhalte der Dreiecke proportional sind, so hat man nur noch nach den bekannten Regeln die Resultirende dieser Kräfte zu suchen.

Fig. 43.



Der Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide (Fig. 43) wird gefunden, wenn man von den Spitzen s und a Linien nach den Schwerpunkten g und g' der gegenüberstehenden Dreiecke zieht. Der Durchschnittspunkt g'' dieser beiden Linien ist der Schwerpunkt. Es ist leicht zu beweisen, daß $gg'' = \frac{1}{4}gs$ ist.

Fig. 44.

Der Schwerpunkt eines Kegels (Fig. 44) von kreisförmiger Basis liegt auf der geraden Linie, welche von der Spitze nach dem Mittelpunkt der Basis gezogen werden kann, und zwar ist seine Entfernung von dem Mittelpunkt der Basis $\frac{1}{4}$ dieser ganzen Linie.

Der Schwerpunkt einer regelmäßigen Eckſäule, eines Cylinders, einer Kugel fällt mit dem geometrischen Mittelpunkt zusammen.

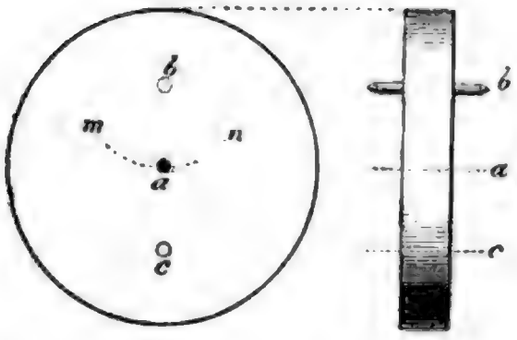
Vom Gleichgewicht schwerer Körper. 23

Wir haben schon gesehen, daß die einzige Gleichgewichtsbedingung schwerer Körper die ist, daß ihr Schwerpunkt unterstützt seyn muß. Diese Bedingung aber kann auf verschiedene Weise erfüllt seyn, je nachdem die Körper in festen Punkten aufgehängt sind oder auf Stützpunkten ruhen.

Denken wir uns durch eine homogene Scheibe (Fig. 45 a. f. S.) drei Löcher a, b und c gemacht. a soll durch den Schwerpunkt der Scheibe gehen. Die Scheibe wird in allen Lagen im Gleichgewicht seyn, wenn eine feste Axe durch das mittlere Loch a geht. In diesem Falle hat man ein

indifferentes Gleichgewicht. Wenn die Axe durch das obere Loch *b* geht, ſo iſt das Gleichgewicht ſtabil, weil, wenn man die Scheibe aus dieſer Lage entfernt, ſie immer wieder in dieſelbe zurückzukehren ſtrebt. Dreht man die Scheibe nur etwas um die Axe *b*, ſo wird nämlich der Schwerpunkt auf dem Bogen *mn* nach der rechten oder linken Seite hin verrückt; er iſt nicht mehr unterſtützt, weil er nicht mehr vertikal unter *b* liegt, und die auf ihn wirkende Schwerkraft treibt ihn wieder nach der Gleichgewichtslage zurück. Wenn die Axe durch das untere Loch *c* geht, ſo findet zwar noch Gleichgewicht, aber ein labiles Gleichgewicht Statt; denn ſobald der Schwerpunkt nur im mindeſten aus der durch *c* gehenden Vertikalen entfernt wird, kehrt er nicht zurück, ſondern er beſchreibt einen Halbkreis, bis er in einem Punkte vertikal unter dem Punkte *c* anlangt.

Fig. 45.



Man kann dieſe Reſultate allgemein ſo ausdrücken: Ein an einer Axe aufgehängter Körper kann in ſtabilem, labilem oder indifferentem Gleichgewicht ſich befinden, je nachdem ſein Schwerpunkt unter, über oder in der Axe ſelbſt liegt.

Unterſuchen wir, was geſchieht, wenn eine Scheibe auf eine horizontale oder geneigte Ebene geſetzt wird. Nehmen wir an, daß die Scheibe ſo, etwa aus Blei und Holz, zuſammengeſetzt ſey, daß ihr Schwerpunkt auf den Kreis *a b d* in hinlänglicher Entfernung vom Mittelpunkt zu liegen

Fig. 46.

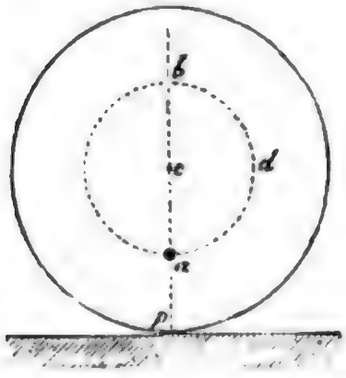
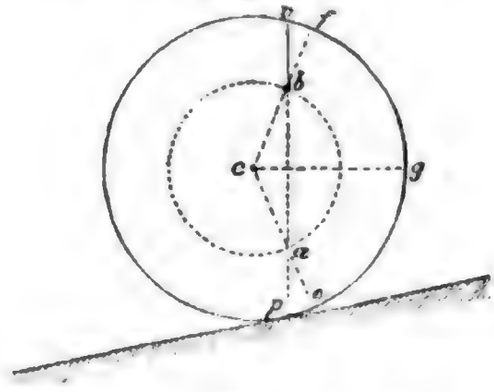


Fig. 47.



komme. Es kann hier nur ein ſtabiles und ein labiles Gleichgewicht ſtattfinden; ſtabiles Gleichgewicht findet Statt, wenn der Schwerpunkt den tiefſten Punkt *a* des Kreiſes *a b d* einnimmt. Iſt der Schwerpunkt im höchſten Punkt *b* dieſes Kreiſes, ſo haben wir den Fall eines labilen Gleichgewichts.

Wenn dieſelbe Scheibe auf eine geneigte Ebene (Fig. 47) geſetzt wird, ſo findet Gleichgewicht Statt, wenn der Schwerpunkt in der vertikalen

Ebene pb liegt, welche man durch die Berührungslinie legen kann; die Stabilität findet Statt, wenn der Schwerpunkt im tiefsten Punkte a, das labile Gleichgewicht, wenn er im höchsten Punkte b sich befindet.

Nehmen wir an, die Scheibe befinde sich in der Lage des labilen Gleichgewichts, und werde nur etwas nach der rechten Seite hin bewegt, so rollt sie zur schiefen Ebene hinauf, bis die Bedingung des stabilen Gleichgewichts wieder erfüllt ist. Während dieses scheinbaren Aufwärtssteigens gelangt der Schwerpunkt dennoch fortwährend zu tiefer liegenden Punkten.

Wenn ein Körper mit mehr oder weniger breiter Basis auf dem Boden steht, so muß die durch seinen Schwerpunkt gezogene Vertikale noch die Basis selbst treffen, wenn Gleichgewicht stattfinden soll. Demnach muß der schiefe Cylinder (Fig. 48) im Gleichgewicht seyn, wenn er nur die in der Figur schattirte Länge hat; er würde umfallen müssen, wenn er eine solche Höhe hätte, daß sein Schwerpunkt in b läge.

Fig. 48.

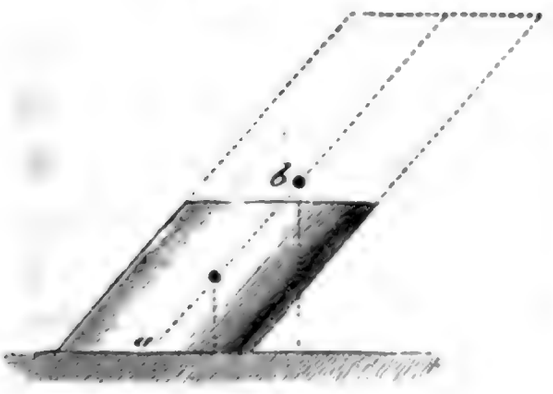
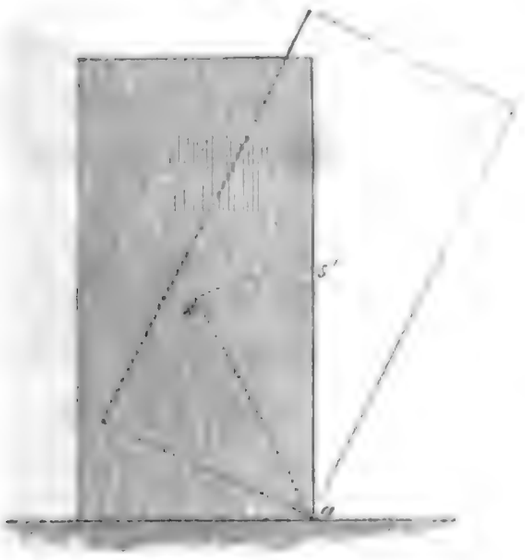


Fig. 49.



Wenn ein auf irgend einer vieleckigen Basis stehender Körper umgeworfen werden soll, so muß er zunächst um eine seiner Grundkanten gedreht werden, bis sein Schwerpunkt vertikal über dieser Umdrehungskante steht. Sollte z. B. der in Fig. 49 dargestellte Klotz umgeworfen werden, und dabei die Kante a die Rolle der Umdrehungskante spielen, so hätte man zunächst den Klotz so weit zu drehen, bis der Schwerpunkt s in die Lage s' kommt; ließe die Kraft, welche das Umwerfen bewirken soll, eher nach, als der Schwerpunkt in s' angekommen ist, so wird der Klotz in seine ursprüngliche Lage zurückfallen müssen; hat man aber den Schwerpunkt nur im Mindesten über s' hinausgebracht, so wird nun der Körper von selbst ganz umfallen.

Ein Körper wird um so fester stehen, je mehr Kraft man anwenden muß, um ihn so weit zu drehen, bis der Schwerpunkt vertikal über der Umdrehungskante steht.

Die Fig. 50 ſtelle einen Stein vor, welcher dieſelbe Baſis und daſſelbe Gewicht hat wie der Holzklotz, Fig. 49, ſo wird es viel ſchwerer ſeyn, den Stein um die Kante *a* umzuwerfen, als den Holzklotz, weil man beim Stein den Schwerpunkt weit mehr heben muß, um ihn bis *s'* zu bringen, als dies beim Holzklotz, Fig. 49, der Fall iſt.

Daraus ergiebt ſich, daß unter übrigens gleichen Umſtänden ein Körper um ſo feſter ſteht, je tiefer ſein Schwerpunkt liegt. Ein hochbeladener Wagen wird alſo leichter umfallen als ein anderer, der mit gleichem Gewicht, aber nicht bis zu derſelben Höhe geladen iſt. Es ergiebt ſich daraus auch die Regel, daß man beim Laden von Wagen die ſchwereren Gegenſtände ſo weit als möglich in den untern Theil des Wagens bringen muß.

Ein Körper ſteht auch um ſo feſter, je breiter unter übrigens gleichen Umſtänden ſeine Baſis iſt. Es ſtelle z. B. Fig. 50 einen Stein, Fig. 51 aber ein Metallſtück von gleichem Gewicht und gleicher Höhe dar, ſo ſieht man ſchon aus der Figur, daß bei der Umkantung des Steins der Schwerpunkt höher gehoben werden muß, als bei der Umkantung des gleich ſchweren und gleich hohen Metallſtücks, deſſen Baſis ſchmäler iſt.

Fig. 50.

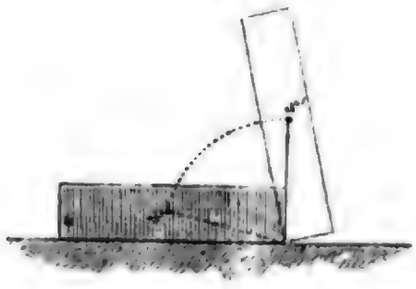
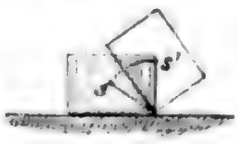


Fig. 51.



Ein Körper ſteht alſo um ſo feſter, je breiter ſeine Baſis iſt und je weniger hoch ſein Schwerpunkt über dieſer Baſis liegt. Ein vierfüßiges Thier ſteht feſt, wenn der Schwerpunkt ſeines ganzen Körpers über dem Viereck

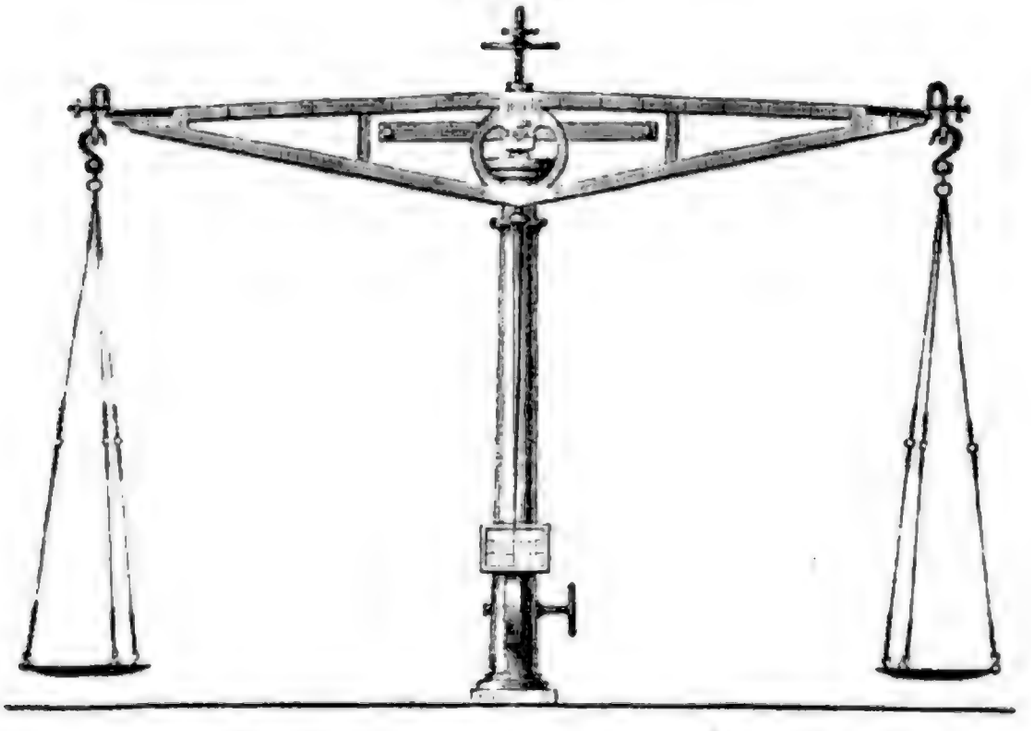
Fig. 52.

Fig. 53.

liegt, welches auf dem Boden durch seine vier Füße bezeichnet ist. Wenn ein Mensch seinen Arm aufhebt, so wird der Schwerpunkt seines Körpers verrückt; wenn ein Vogel seinen Hals ausstreckt, so wird sein Schwerpunkt bedeutend nach vorn gerückt. Ein Mensch, welcher Lasten trägt, muß, je nach der Art des Tragens, seine Stellung ändern. Trägt er die Last auf dem Rücken (Fig. 52), so muß er sich vorbeugen, trägt er sie in der linken Hand (Fig. 53), so muß er den Oberkörper rechts neigen, denn sonst fiele der gemeinschaftliche Schwerpunkt des menschlichen Körpers und der getragenen Last außerhalb der Verbindungslinie der Füße, er müßte also umfallen.

Die Wage. Die gewöhnliche Wage besteht im Wesentlichen aus ei- 24
nem Stabe, einem Balken, welcher um eine wagerechte feste Axe drehbar

Fig. 54.



ist, die sich in der Mitte seiner Länge befindet. Ohne Belastung an den Enden soll der Wagbalken eine vollkommen horizontale Lage annehmen. Auf beiden Seiten des Wagbalkens hängen Wagschalen, welche zur Aufnahme des zu wägenden Körpers und der Gewichte dienen. Bei gleicher Belastung der Wagschalen muß der Wagbalken seine horizontale Stellung beibehalten; bringt man jedoch in die eine Schale ein Uebergewicht, so muß sich der Wagbalken nach dieser Seite senken.

Wir wollen nun untersuchen, durch welche Einrichtung den eben ausgesprochenen Forderungen Genüge geleistet werden kann. Denken wir uns vorerst die Wagschalen noch weg, und nehmen wir an, die horizontale Axe ginge durch den Schwerpunkt des Wagbalkens, so haben wir den Fall eines indifferenten Gleichgewichts, der Wagbalken wird bei jeder beliebigen Neigung gegen die Horizontale im Gleichgewicht seyn. Eine solche Vorrichtung

erfüllt also die erste Forderung nicht, daß der Wagbalken für sich, ohne Belastung an den Enden, eine horizontale Lage annehmen muß. Dieser Forderung kann nur dadurch genügt werden, daß der Schwerpunkt des Wagbalkens unter seinem Drehpunkt liegt.

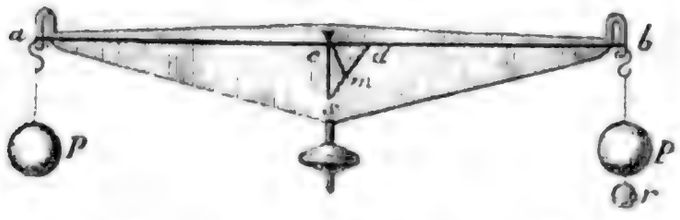
Denken wir uns rechtwinklig auf die Längenaxe des Wagbalkens eine Linie gezogen, welche dieselbe halbirt, so muß diese Linie durch den Drehpunkt des Wagbalkens und durch seinen Schwerpunkt gehen.

Durch das Anhängen der Wagschalen wird in unserer Schlußweise nichts geändert, denn wir können uns ihr Gewicht im Aufhängepunkt vereinigt denken, und dann machen sie einen integrirenden Theil des Wagbalkens aus.

Wenn man die Aufhängepunkte der Wagschalen durch eine gerade Linie verbindet, so kann diese Linie durch den Drehpunkt gehen, oder über oder unter demselben liegen. Der erstere dieser drei Fälle ist sowohl für die Betrachtung der einfachste, als auch für die praktische Ausführung der zweckmäßigste; wir wollen deshalb auch in unserer Untersuchung von diesem Falle ausgehen.

In Fig. 55 sey $a\,b$ die gerade Linie, welche die Aufhängepunkte der Wagschalen verbindet, deren Gewicht wir uns in den Punkten a und b vereinigt denken; c sey der Aufhängepunkt des Wagbalkens, also der Drehpunkt desselben; s aber der Schwerpunkt des Wagbalkens. Wenn in a und b gleiche Gewichte P angehängt werden, so bleibt der Wagbalken in horizontaler Lage stehen; denn man kann sich die eine der Lasten direct in a, die andere direct in b wirkend denken, und somit fällt der gemeinschaftliche Schwerpunkt der beiden Lasten P mit dem Punkt c zusammen, und der gemeinschaftliche Schwerpunkt aller an c hängenden Massen, d. h. des Wagbalkens und der Lasten P fällt demnach in einen Punkt zwischen c und s; dieser gemeinschaftliche Schwerpunkt liegt noch vertikal unter dem Aufhängepunkt, das Gleichgewicht ist also nicht gestört.

Fig. 55.



Bringt man auf der einen Seite ein Uebergewicht r an, so fällt der Schwerpunkt der angehängten Lasten (die wir uns natürlich in den Punkten a und b vereinigt denken müssen) nicht mehr mit c zusammen, sondern er rückt auf der Linie $a\,b$ nach der Seite des Uebergewichts, etwa nach d hin, der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Wagbalkens und der Lasten fällt demnach auf irgend einen Punkt m der Linie $d\,s$; da aber bei horizontaler Stellung des Wagbalkens der gemeinschaftliche Schwerpunkt m nicht mehr vertikal unter dem Aufhängepunkte c liegt, so muß sich der ganze

Wagbalken um die Axe c so weit drehen, bis diese Bedingung erfüllt ist. Dabei wird sich nothwendig der Arm ca heben, cb aber senken. Der Winkel, welchen der Wagbalken für den Fall des Uebergewichts auf der einen Seite mit der Horizontalen macht, heißt Ausschlagswinkel.

Wir wollen nun untersuchen, wie eine Wage eingerichtet seyn muß, damit sie recht empfindlich sey, d. h. damit sie bei einem kleinen Uebergewicht schon einen großen Ausschlag gebe

1) Der Schwerpunkt des Wagbalkens muß möglichst nahe unter dem mittleren Aufhängepunkt liegen, denn wenn bei übrigens unveränderten Umständen der Schwerpunkt s des Wagbalkens in die Höhe gerückt wird, so rückt auch der Punkt m vertikal nach oben, was offenbar eine Vergrößerung des Ausschlags zur Folge hat. Bei guten Wagen hat man eine Vorrichtung angebracht, welche eine Regulirung der Lage des Schwerpunkts möglich macht. In der Verlängerung der Linie cs ist nämlich eine feine Schraube angebracht, an welcher ein den Umständen entsprechendes Gewicht auf- und abgeschraubt werden kann, womit offenbar eine Verrückung des Schwerpunkts verbunden ist. Hätte man dies Gewicht so weit verschraubt, daß s mit c zusammenfiele, so hätte man ohne Belastung und bei gleicher Belastung auf beiden Seiten den Fall des indifferenten Gleichgewichts; brächte man dann auf der einen Seite das Uebergewicht r an, so würde der Punkt m auf die Linie ab fallen, d. h. also schon bei dem geringsten Uebergewicht würde der Ausschlagswinkel ein rechter werden, der Wagbalken würde ganz umschlagen, kurz das Instrument würde aufhören brauchbar zu seyn.

2) Die Empfindlichkeit nimmt mit der Länge des Wagbalkens zu. Wenn man, ohne sonst etwas zu verändern, den Wagbalken verlängern könnte, so würde die Entfernung cd in demselben Verhältniß größer werden, und der Punkt m würde also auch nach einer Richtung, die mit ab parallel ist, weiter von der Linie cs weggerückt werden, die Linie cm würde also einen größern Winkel mit cs machen, der Ausschlagswinkel würde also wachsen. (Es ist leicht einzusehen, daß der Winkel mcs selbst dem Ausschlagswinkel gleich ist.)

3) Der Wagbalken muß möglichst leicht seyn. In dem Punkte d können wir uns das Gewicht der Lasten $2P + r$, in s aber das Gewicht des Wagbalkens, welches wir mit g bezeichnen wollen, vereinigt denken. Offenbar hängt nun die Lage des gemeinschaftlichen Schwerpunktes m von der Größe der an den Enden der Linie ds wirkenden Kräfte ab. Wenn das in s wirkende Gewicht g und das in d wirkende $2P + r$ einander gleich wären, so fiele m in die Mitte von ds, je kleiner aber g im Vergleich zu $2P + r$ wird, desto mehr muß m nach d hinrücken, und desto größer wird dann begreiflicherweise der Ausschlag.

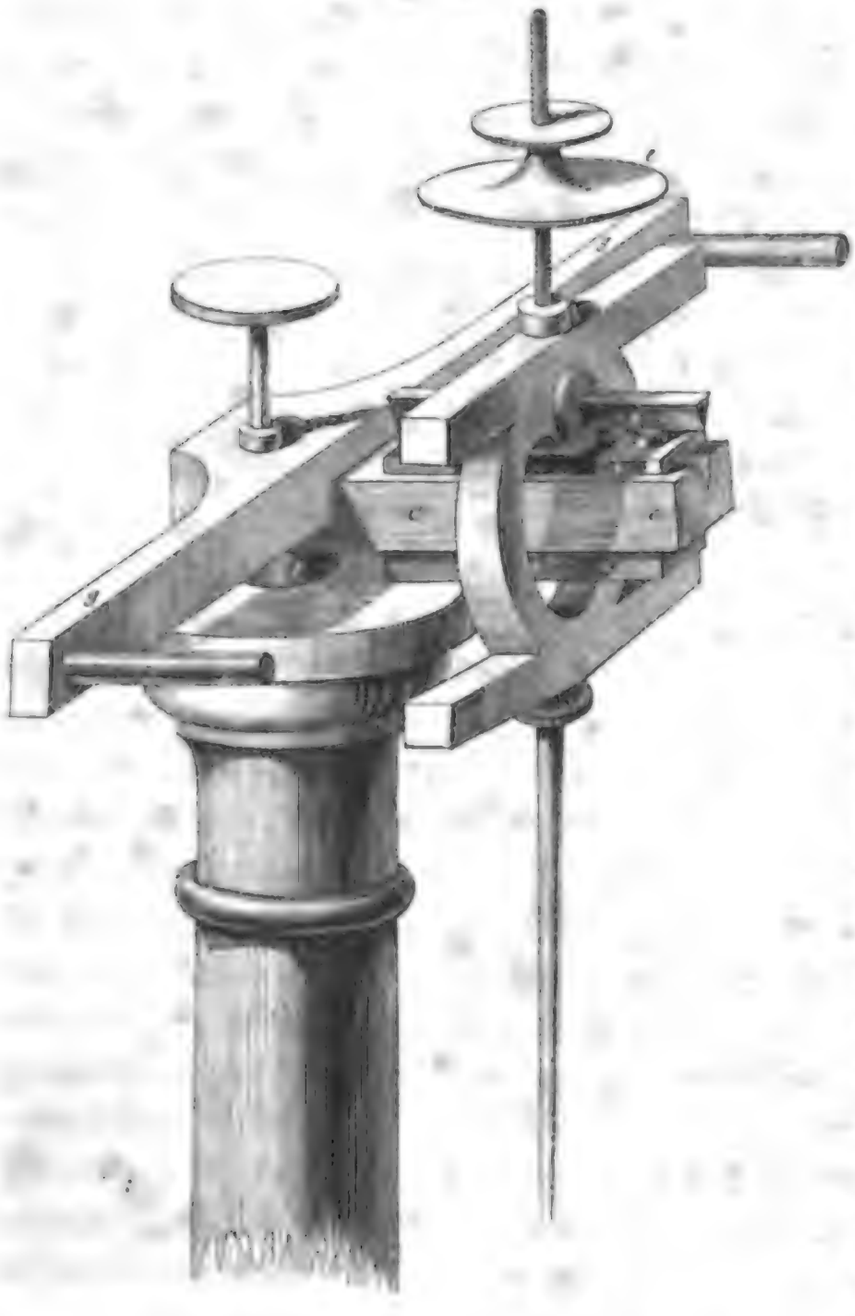
Was nun die beiden letzten Punkte betrifft, so ist man doch an gewisse

Gränzen gebunden, welche man nicht überſchreiten darf, ohne daß die Wage wegen der zu großen Länge der Wagbalken zu unbequem für den Gebrauch würde, oder wegen ihrer Leichtigkeit die nöthige Haltbarkeit verlöre.

Je nachdem man eine Wage zu verſchiedenen Zwecken anwenden will, iſt auch der Grad der Genauigkeit, welchen man verlangt, ſehr verſchieden. Am genaueſten müſſen die Wagen ſeyn, welche zu phyſikaliſchen und chemiſchen Unterſuchungen beſtimmt ſind. Die Figur 54 ſtellt eine der Wagen dar, wie ſie gewöhnlich zu den feinſten Wägungen gebraucht werden. Die beiden folgenden Figuren 56 und 57 ſtellen Details dieſer Wagen dar.

Der Wagbalken iſt nicht maſſiv, ſondern durchbrochen, wodurch er leicht gemacht werden kann, ohne daß er ſeine Haltbarkeit verliert. Durch

Fig. 56.



den Wagbalken hindurch geht ein dreiſeitiges Stahlprisma *a*, deſſen Axe genau rechtwinklig auf der Ebene des Wagbalkens ſteht; die untere Kante dieſes Prismas iſt ſcharf, ohne gerade ſchneidend zu ſeyn; dieſe Kante ruht auf zwei kleinen Achatebenen, von denen die eine vor, die andere hinter dem Wagbalken ſich befindet. Es iſt dies ſehr deutlich aus Fig. 56 zu erſehen, wo jedoch nur die vordere der beiden Achatebenen *b* ſichtbar iſt. Um die ganze Einrichtung deutlicher zeigen zu können, iſt in unſerer Figur nur der mittlere Theil des Wagbalkens ſo dargeſtellt, als ob die beiden Enden rechts und links abgeſchnitten wären. Die beiden Achatſtücke, auf welchen

die Schneide ruht, sind auf zwei vierseitigen Messingprismen *c* befestigt, welche mit einem sie verbindenden horizontalen Stücke *d* ein Ganzes ausmachen. Damit die Schneide geschont werde, wenn die Wage nicht gebraucht wird, ist folgende Vorrichtung angebracht: Um den ganzen Messingkörper, welcher die Achatplatten trägt, geht ein Rahmen *e* herum, welcher zwei Einschnitte hat, die vertikal unter den beiden Enden des dreiseitigen Stahlprismas liegen. Dieser Rahmen aber ist auf einem Stabe befestigt, welcher durch die Mitte der Säule geht, welche das Ganze trägt. Dieser Stab aber kann durch irgend eine Vorrichtung gehoben oder gesenkt werden. Man kann nun den Stab so hoch heben, daß die Enden des Stahlprismas genau in den erwähnten Einschnitten ruhen, und die Schneide von den Achatunterlagen ganz abgehoben wird. Auf dem Stabe aber, welcher den Rahmen trägt, ist auch ein Querbalken *g* befestigt, welcher zwei Stäbchen *h* trägt, welche in demselben Momente noch in zwei anderen Punkten den Wagbalken unterstützen, in welchem die Schneide von ihren Unterlagen aufgehoben wird. Wenn die Wage wieder gebraucht werden soll, läßt man nur den Stab in der Mitte der Säule wieder nieder.

In der Mitte des Wagbalkens ist eine feine Schraube vertikal aufgesetzt, an welcher ein Messingkörper *i*, welcher gewöhnlich aus einer oder aus zwei verbundenen Metall-Scheiben besteht, auf- und niedergeschraubt werden kann. Dadurch ist man im Stande, den Schwerpunkt des Wagbalkens nach Belieben zu heben oder zu senken.

Am untern Ende des Wagbalkens ist in der Mitte desselben eine Zunge befestigt, welche an einem nahe am untern Ende der Säule befestigten Täfelchen die Größe des Ausschlags zeigt.

Die Aufhängung der Wagschalen ist Fig. 57 dargestellt und schon aus der Figur verständlich; der Haken hängt auf einer Schneide in der Mitte des Ringes, wie man dies aus der Durchschnittsfigur 58 deutlich ersieht. An den in der Richtung der Axe des Wagbalkens aus demselben hervorragenden Schrauben sind kleine Scheibchen angebracht, welche man weiter von demselben hinweg- oder nach demselben hinschrauben kann. Man ist dadurch im Stande, etwaige kleine Fehler zu corrigiren, welche daher rühren, daß das Gewicht der beiden Hälften des Wagbalkens nicht ganz genau gleich ist.

Fig. 57.

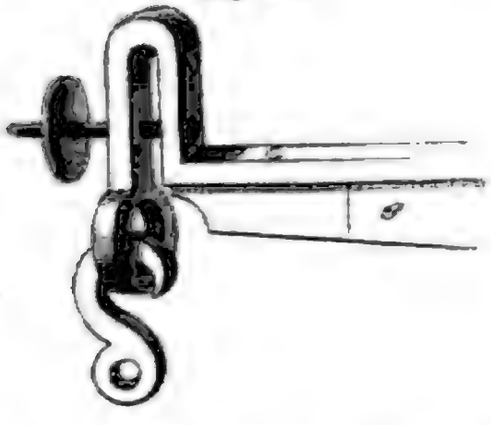


Fig. 58.

Weil bei dieser Aufhängungsweise die ganze Last der Wagschalen und

der darauf gelegten Gegenſtände nur auf wenigen Punkten laſtet, ſo iſt eine weit ſchnellere Abnutzung zu befürchten, als dies bei der Fig. 59 dargeſtellten Aufhängungsweiſe der Fall iſt, welche Hoß in Gießen bei ſeinen Wagen in Anwendung bringt, die ſich eben ſowohl durch Genauigkeit, als auch durch Dauerhaftigkeit auszeichnen.

Die Schneide bildet das Ende einer Stahlplatte (Fig. 59), welche an die untere Seite des meſſingenen Wagbalkens angeſchraubt wird. Die Schneide beſteht, wie man in der Figur ſieht, aus zwei Stücken, zwiſchen welchen oben ein ganz kleiner Zwiſchenraum iſt, der ſich nach unten erweitert. Der Haken, welcher auf dieſer Schneide hängt, iſt ebenfalls ſehr breit, iſt aber auch durch ein feines Metallblättchen, welches genau zwiſchen die beiden Theile der Schneide paßt, in zwei Theile getheilt. Man ſieht dies in Fig. 60. Durch dieſes Blättchen wird jede Verrückung des Hakens nach den Seiten unmöglich. Die Stellung der Schneide kann auf eine ſehr ſinnreiche Weiſe corrigirt werden.

Fig. 59.

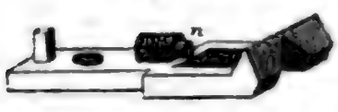
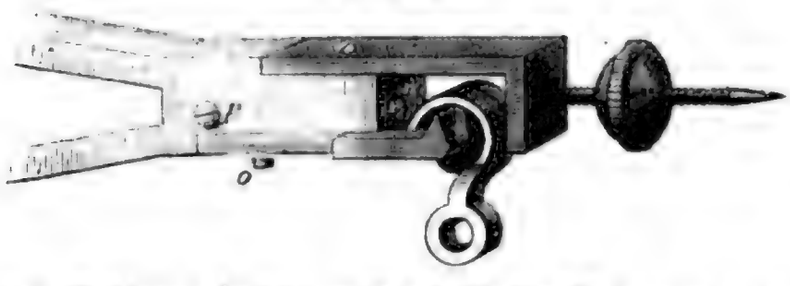


Fig. 60.



Es ſind hier nämlich zwei Fehler möglich: erſtens iſt die Schneide nicht parallel mit der mittleren Schneide, oder zweitens, die Schneiden auf beiden Seiten ſind nicht gleich weit von der mittleren entfernt.

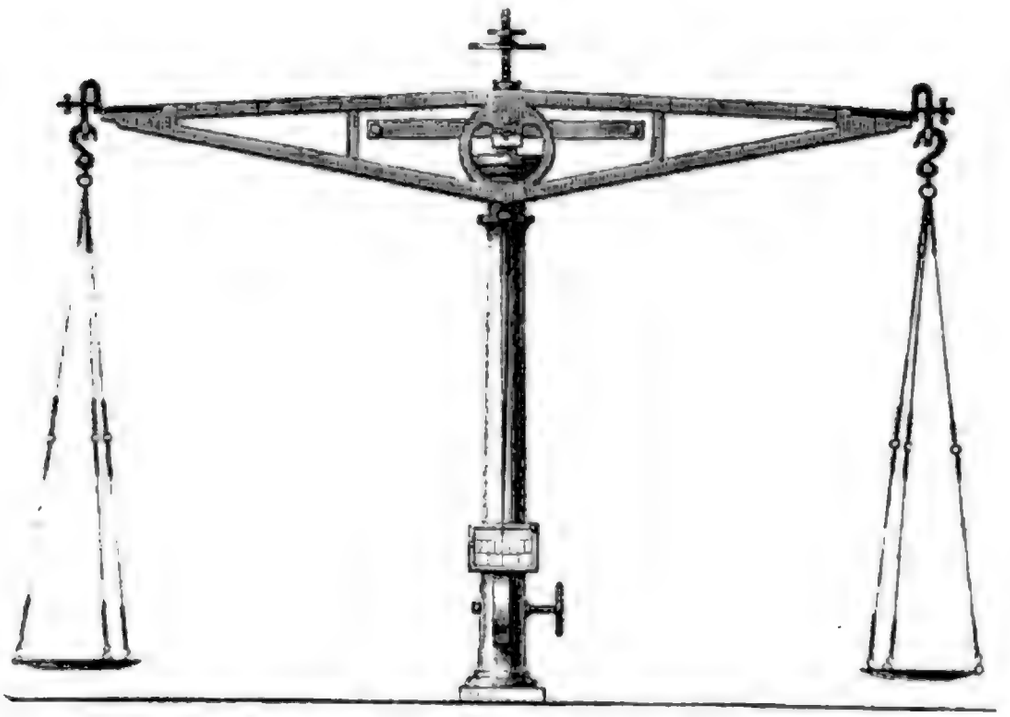
Um den erſten Fehler zu corrigiren, iſt auf der Stahlplatte, an welcher ſich die Schneide befindet, ein vertikales Stiftchen (Fig. 59) angebracht, welches in eine entſprechende Vertiefung des meſſingenen Wagbalkens paßt. Dieſe Oeffnung iſt aber ſo groß, daß das Stift noch einigen Spielraum hat. Sollte nun die Schneide nicht genau mit der mittleren parallel ſeyn, ſo löſ't man die Schraube *o* (Fig. 60), welche die Platte an den Wagbalken befeſtigt, ein wenig und dreht durch Anziehen einer der Schrauben *p*, welche auf entgegengeſetzten Seiten in die Maſſe des Wagbalkens eindringen und bis auf das Stiftchen reichen, die ganze Platte in horizontaler Ebene ſo weit, bis die Schneide die richtige Stellung hat.

Zur Correction des zweiten Fehlers dient die Schraube *n*. Sie paßt in ein Gewinde, welches in den untern Theil des Wagbalkens geſchnitten iſt. Der untere Theil der Schraube ragt aber noch vor und paßt in eine kleine Vertiefung der anzuſchraubenden Stahlplatte, in welche jedoch kein Gewinde eingeſchnitten iſt. Wenn nun die Schraube *o* etwas gelöſ't iſt, ſo kann man durch Drehen der Schraube *n* die Stahlplatte mit der Schneide der Mitte des Wagbalkens nach Belieben näher bringen oder ſie davon entfernen.

Es verſteht ſich von ſelbſt, daß man bei der Conſtruction einer Wage alle Sorgfalt darauf zu verwenden hat, die Wagbalken gleich lang zu machen. Da jedoch kleine Fehler nicht zu vermeiden ſind, ſo muß man durch die Methode der Wägung einen etwaigen Fehler zu corrigiren ſuchen. Die zweckmäßigſte Wägungsmethode möchte in dieſer Beziehung wohl folgende ſeyn: Man legt den zu wägenden Körper auf die eine Wagſchale und bringt ihn durch Sand, Schrotkörner oder ſonſtige Gegenſtände, die man auf die andere Wagſchale legt, ins Gleichgewicht. Iſt dies geſchehen, ſo nimmt man den zu wägenden Körper weg und ſubſtituirt ſtatt ſeiner ſo viel Gewichte, daß das Gleichgewicht dadurch abermals hergeſtellt wird. Dieſe neu aufgelegten Gewichte geben genau das Gewicht des Körpers an, die Wagbalken mögen nun gleich lang ſeyn oder nicht.

Ganz beſondere Bequemlichkeit beim Wägen gewährt noch folgende von Berzelius angegebene Einrichtung. Jede Hälfte des Wagbalkens iſt

Fig. 61.



nämlich durch vertikale Theilſtriche in 10 gleiche Theile getheilt. Bei den zu dieſen Wagen gehörigen Gewichten befinden ſich nun Häkchen von feinem Drahte, welche gerade ein Centigramm wiegen, ſo daß, wenn man ſie auf den erſten, zweiten, dritten u. ſ. w. Theilſtrich, von der Mitte an gerechnet, hängt, ſie denſelben Ausſchlag bewirken, als ob man in die entſprechende Wagſchale ein Gewicht von 1, 2, 3 u. ſ. w. Milligramm aufgelegt hätte.

Zweites Kapitel.

Gleichgewicht der Theile fester Körper unter einander.

26 Wir haben schon oben gesehen, daß man, um die Aggregatzustände der Körper zu erklären, Molekularkräfte annimmt, welche fortwährend zwischen den einzelnen Theilchen der Körper thätig sind. So lange nun ein Körper seinen innern Zustand nicht ändert, so lange die einzelnen Theilchen nicht allein in unveränderter Entfernung, sondern auch in unveränderter gegenseitiger Lage bleiben, müssen sich offenbar die zwischen einzelnen Theilchen wirkenden Molekularkräfte das Gleichgewicht halten. Bei den festen Körpern nun ist das zwischen den einzelnen Theilchen bestehende Gleichgewicht ein stabiles, denn es ist ja eine größere oder geringere Kraft nöthig, um diesen Gleichgewichtszustand zu stören.

Wie wir gesehen haben, ist bei den festen Körpern die Cohäsionskraft überwiegend, sie hält die Theilchen zusammen und wirkt sowohl ihrer Verschiebung als auch ihrer Trennung entgegen.

27 **Elasticität.** Wenn die Theilchen eines festen Körpers durch eine äußere Kraft wirklich ein wenig aus ihrer gegenseitigen Lage verrückt worden sind, so ist deshalb der frühere Gleichgewichtszustand noch nicht völlig vernichtet, denn die Theilchen können in ihre frühere Lage zurückkehren, wenn die störende Kraft zu wirken aufhört. Diese Eigenschaft der Körper, vermöge deren die Theilchen in ihre frühere Gleichgewichtslage zurückkehren, wenn die durch äußere Kräfte veranlaßte Verschiebung gewisse Gränzen nicht überschritten hat, nennt man Elasticität. Die Elasticität der festen Körper beweis't, daß sich die Theilchen in einem stabilen Gleichgewichtszustande befinden, denn nur für den Fall des stabilen Gleichgewichts kehrt der Körper in seine Ruhelage zurück, wenn die Kräfte, welche ihn daraus entfernten, zu wirken aufhören.

Nicht alle Körper sind gleich elastisch; es giebt Körper, deren Theilchen selbst nach bedeutender Verschiebung doch wieder vollkommen in ihre frühere Lage zurückkehren, und solche Körper, wie z. B. Federharz (gummi elasticum), Stahl, Elfenbein u. s. w. werden vorzugsweise elastisch genannt, andere hingegen, wie Blei, Glas u. s. w. sind nur in geringem Grade elastisch, sie können keine große Verschiebung der Theilchen ertragen, ohne daß der frühere Gleichgewichtszustand aufgehoben wird.

Wenn überhaupt eine große Kraft nöthig ist, um eine Verschiebung der

Theilchen eines Körpers hervorzubringen, ſo nennt man ihn hart. Ein Körper kann hart und elaſtiſch ſeyn, wie dies beim Elfenbein, beim Stahl u. ſ. w. der Fall iſt; das Glas dagegen iſt hart und wenig elaſtiſch.

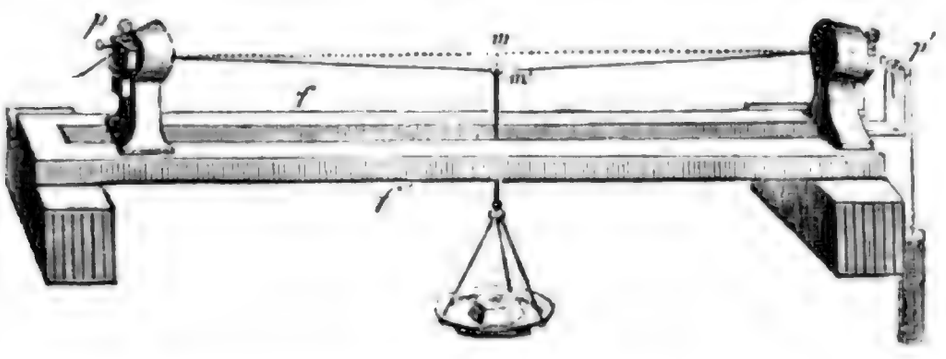
Ein Körper, deſſen Theilchen ſchon durch eine geringe Kraft verſchoben werden können, wird weich genannt. Auch dieſe weichen Körper können entweder elaſtiſch ſeyn, wie z. B. Federharz, oder nur einen ſehr geringen Grad von Elaſticität beſitzen, wie dies z. B. beim feuchten Thon der Fall iſt. Der Aggregatzuſtand ſolcher weichen, mehr oder weniger breiartigen Körper kann gewiſſermaßen als ein Mittelzuſtand zwiſchen dem vollkommen feſten und dem vollkommen flüſſigen betrachtet werden.

Wenn die Theilchen eines Körpers über die Elaſticitätsgränze hinaus verſchoben werden, ſo hört entweder der Zuſammenhang ganz auf, ſie zerbrechen (Glasthränen), oder die Theilchen ordnen ſich zu einem neuen ſtabilen Gleichgewichtszuſtande. Im erſtern Falle nennt man die Körper ſpröde, im letztern dehnbar. Die äußere Geſtalt ſpröder Körper läßt ſich durch Druck, durch Stoß u. ſ. w. nicht bleibend ändern; wenn durch dieſe äußeren Urſachen die Theilchen über eine gewiſſe Gränze verſchoben werden, ſo erfolgt eine vollſtändige Trennung; die Geſtalt dehnbarer Körper hingegen läßt ſich durch ſolche mechaniſche Mittel bleibend verändern, wie dies z. B. das Prägen der Münzen beweiſ't.

Die Verſchiebung der Theilchen kann entweder durch Spannung, durch Zuſammendrückung oder durch Drehung hervorgebracht werden.

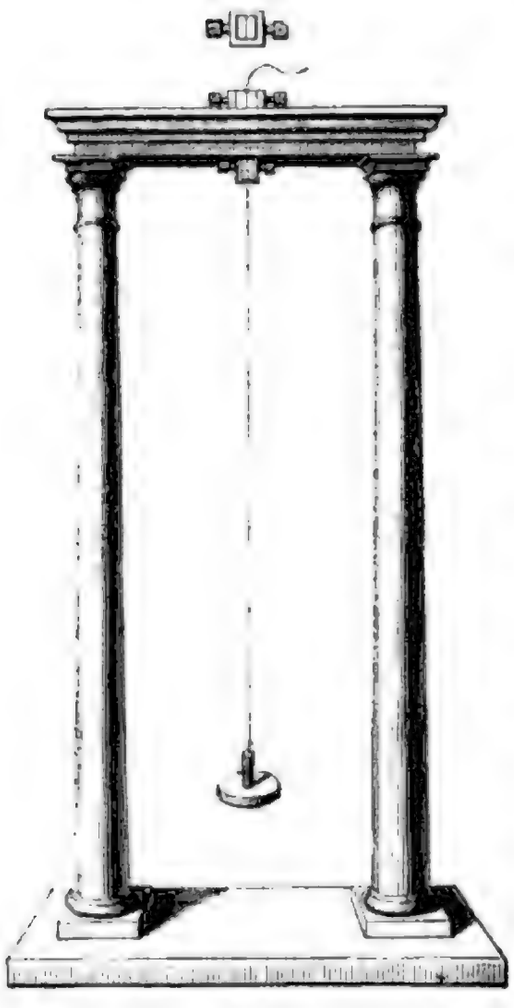
Daß Drähte und Stäbe von Metall, welche durch irgend eine Kraft geſpannt und durch dieſe Spannung verlängert werden, innerhalb gewiſſer Gränzen vollkommen elaſtiſch ſind, und daß ihre Verlängerung den ziehenden Kräften proportional iſt, läßt ſich durch verſchiedene Methoden nachweiſen. Wenn es ſich um ſehr biegſame Drähte handelt, ſo kann man den Apparat Fig. 62 anwenden, in welchem der Draht horizontal befeſtigt und durch

Fig. 62.



ein bekanntes Gewicht angeſpannt wird. Wenn der Draht ſeine gehörige Spannung hat, wird er auch auf der Seite des Gewichtes eingeklemmt.

Fig. 63.



Die Höhe des Drahtes wird genau ermittelt und alsdann in der Mitte des Drahtes eine Wagſchale befeſtigt, die man nach und nach mehr mit Gewichten belaſtet. Man beobachtet nun aufs Neue die Höhe der Mitte des Drahtes und erhält ſo genau die Entfernung mm'. Da nun die Entfernung pm und mm' bekannt iſt, ſo kann man leicht die Hypotenuſe pm' des rechtwinkligen Dreiecks pmm' berechnen, und ſomit erhält man die Hälfte der Verlängerung, nämlich $pm' - pm$.

Wenn es ſich darum handelt, dieſe Geſetze für ſtärkere Drähte zu beweiſen, kann man den Apparat Fig. 63 anwenden. Die Drähte ſind hier vertikal und an ihrem obern Ende befeſtigt, an ihrem untern hingegen ſind ſie mit Gewichten belaſtet. Savart hat über dieſen Gegenſtand eine große Menge von Verſuchen angeſtellt, welche einen Theil ſeiner Arbeit über die Longitudinalſchwingungen der Stäbe ausmachen. Die folgende Tabelle iſt ſeiner Abhandlung entnommen:

Namen der Körper	Totale Länge	Durchmeſſer	Spannende Kräfte						
			0k	5k	10k	15k	20k	25k	30k
			Länge des gemeſſenen Theils						
	m	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Kupfer . .	1,3190	2,77	950,53	950,59	950,65	950,71	950,77	950,84	950,90
Kupfer . .	1,3190	2,77	475,25	475,28	475,33	475,36	475,38	475,42	475,45
Kupfer . .	1,3000	1,30	950,59	950,84	951,16	951,45	951,70	952,00	952,27
Meſſing . .	1,3165	2,90	950,82	950,90	950,97	951,04	951,12	951,20	951,27
Stahl . . .	1,3184	2,77	950,25	950,29	950,34	950,38	950,41	950,46	950,50
Eiſen . . .	1,3150	2,90	950,50	950,54	950,57	950,60	950,62	950,65	950,68
Glas . . .	0,976	3,817	936,69	936,76	936,83	936,91	936,96	937,04	937,12
Glas . . .	0,939	4,073	937,04	937,12	937,16	937,22	937,27	937,34	937,29
Glas . . .	0,980	7,55	937,39	937,40	937,43	937,45	937,46	937,48	937,50

Bei anderen Versuchen hatte Savart auf den Drähten von Decimeter zu Decimeter Merkzeichen angebracht, um die Verlängerung jeder einzelnen Unterabtheilung zu messen; auf diese Weise hat er gefunden, daß bei gleicher Spannung die gleichen Theile eines Drahtes nicht gleiche Verlängerung erleiden, woraus hervorgeht, daß in den dem Ansehen nach vollkommen homogenen Körpern doch Ungleichheiten stattfinden.

Es ist natürlich anzunehmen, daß das Volumen eines Körpers durch Ziehen eben so vergrößert, wie durch Compression verkleinert wird. Dies hat Cagniard La Tour in der That beobachtet, indem er einen Kupferdraht auszog, welcher auf eine passende Weise der Länge nach in einer mit Wasser gefüllten Röhre befestigt war. Poisson hat bewiesen, daß wenn die Länge durch Ziehen im Verhältniß von 1 zu $1 + a$ zunimmt, der Durchmesser im Verhältniß von $1 - \frac{a}{4}$ kleiner wird.

Die Gesetze der Torsionselasticität lassen sich ebenfalls in dem Apparat Fig. 63 nachweisen. Wenn der Draht durch ein Gewicht gespannt ist, und man nun dies Gewicht in horizontaler Ebene um seine vertikale Axe, welche die Verlängerung des Drahtes ist, umdreht, so wird dadurch der Draht gewunden; läßt man nun das Gewicht wieder los, so wird durch das Bestreben der Theilchen, ihre ursprüngliche gegenseitige Lage wieder einzunehmen, das Gewicht wieder zurückgedreht; in der ursprünglichen Gleichgewichtslage angekommen, bleibt aber doch das Gewicht nicht gleich in dieser Lage stehen, sondern es geht nun in Folge der Trägheit über dieselbe nach der andern Seite hinaus, und so entsteht eine Reihe von Schwingungen, die immer kleiner werden, bis dann endlich das Gewicht in seiner ursprünglichen Lage wieder zur Ruhe kommt.

Aus der Beobachtung dieser Schwingungen kann man nun vermittelst der Gesetze der Pendelschwingungen, die wir erst später werden kennen lernen, auf die Kraft schließen, mit welcher der gewundene Draht in seine Gleichgewichtslage zurückzukehren strebt. Man hat gefunden, daß diese Kraft stets der Größe der Drehung proportional ist, vorausgesetzt, daß sie gewisse Gränzen nicht überschreitet.

Die Gesetze der Torsionselasticität hat besonders Coulomb ermittelt; wir können hier in eine nähere Betrachtung derselben nicht eingehen.

Festigkeit. Die Kraft, mit welcher ein Körper der Trennung seiner 28
Theilchen widersteht, nennt man seine Festigkeit.

Der zwischen den einzelnen Theilchen eines festen Körpers stattfindende Zusammenhang läßt sich durch Zerreißen, durch Zerbrechen, durch Zerwinden (Abdrehen) oder durch Zerdrücken aufheben.

Absolute Festigkeit nennt man die Kraft, mit welcher ein Körper dem Zerreißen widersteht, wenn er der Länge nach angespannt wird.

Dieser Widerstand hängt aber offenbar von dem Querschnitt des zu zerreißenden Körpers ab, und zwar ist er diesem Querschnitte proportional denn es muß ja der Zusammenhang von zwei-, drei-, viermal so viel Theilchen aufgehoben werden, wenn der Querschnitt eines Körpers zwei-, drei-viermal so groß gemacht wird. Um nun die absolute Festigkeit verschiedener Materialien leicht mit einander vergleichen zu können, muß man irgend eine Einheit für diesen Querschnitt annehmen und dann ermitteln, wie groß die Kraft ist, welche erfordert wird, um einen Körper, dessen Querschnitt dieser Einheit gleich ist, zu zerreißen. Wenn der Querschnitt des dem Versuche unterworfenen Körpers auch größer oder kleiner ist als der zur Einheit angenommene Querschnitt, so läßt sich doch die Festigkeit auf diesen reduciren.

Schon Muschenbröek hat zahlreiche Versuche über die absolute Festigkeit verschiedener Körper angestellt. Die folgende Tabelle giebt für verschiedene Körper das nach seinen Versuchen berechnete Gewicht an, welches nöthig ist, um einen Stab zu zerreißen, dessen Querschnitt 1 Quadratlinie beträgt.

Lindenholz		87	Pfund
Kiefernholz (Pinus silvestris)		97	»
Weißtanne (Pinus abies)	60 bis	90	»
Eichenholz	110 bis	140	»
Buchenholz	136 bis	148	»
Ebenholz		89	»
Kupferdraht		266	»
Messingdraht		340	»
Golddraht		442	»
Bleidraht		26	»
Zinndraht		43	»
Silberdraht		326	»
Eisendraht		398	»
Glas, weißes	14 bis	22	»
Hanfseile	34 bis	60	»

Die große Verschiedenheit in der Festigkeit der Hanfseile rührt von der ungleichen Beschaffenheit der Materiale her, aus denen sie verfertigt sind. Dünne Seile sind verhältnißmäßig stärker als dicke, weil sie aus besserem Hanf gemacht sind. Durch starkes Drehen der einzelnen Fäden wird die Tragkraft der Seile bedeutend vermindert. Nasse Seile haben eine geringere Festigkeit als trockene.

Bei praktischen Anwendungen wird man der Sicherheit wegen wohl

thun, bei Metallen nur $\frac{1}{2}$, bei Hölzern nur $\frac{1}{3}$ der durch die Versuche ermittelten absoluten Festigkeit in Rechnung zu bringen.

Die Kraft, welche ein Körper dem Zerbrechen entgegensetzt, nennt man seine relative, diejenige, welche er dem Zerdrücken entgegensetzt, die rückwirkende Festigkeit. Die relative Festigkeit sowohl, wie die rückwirkende steht in einem innigen Verhältniß zur absoluten, was sich auch in mathematischer Form ausdrücken läßt, doch ist hier nicht der Ort, weiter darauf einzugehen.

Adhäsion. Dieselbe Kraft, welche die Theilchen eines festen Körpers 29
zusammenhält, wirkt auch, um die Theilchen zweier vorher getrennten Körper zusammenzuhalten, wenn man nur im Stande ist, sie in eine hinreichend innige Berührung zu bringen. So verbinden sich schon oft Spiegelplatten, welche nach der Politur dicht an einander gelegt worden sind, so innig mit einander, daß sie nicht mehr von einander getrennt werden können, ohne die Platten zu zerbrechen. Ebenso haften zwei Bleiplatten, die man zusammendrückt, fast so fest auf einander, als ob sie nur eine einzige Bleimasse ausmachten, vorausgesetzt, daß die Flächen, in welchen sich die beiden Bleistücke berühren, vollkommen eben und metallisch sind.

Dieses Aneinanderhaften zweier Körper wird mit dem Namen der Adhäsion bezeichnet.

Die Adhäsion zeigt sich nicht allein zwischen gleichartigen, sondern auch zwischen verschiedenartigen Körpern. Eine Bleiplatte mit einer Zinnplatte oder eine Kupferplatte mit einer Silberplatte durch Glättwalzen gezogen giebt ein fast untrennbares Ganzes.

Besonders stark zeigt sich die Adhäsion verschiedenartiger Körper, wenn ein flüssiger Körper mit einem festen Körper in Berührung gebracht und dann durch Erkalten oder durch Verdunstung des Lösungsmittels fest wird; hierauf beruht das Zusammenkleben, das Leimen und Kitten. Kittet man vermittelst Siegellack zwei Glasstücke zusammen, so kommt es oft vor, daß sich beim Auseinanderreißen nicht das Glas vom Siegellack trennt, sondern daß Stücke aus dem Glase herausgerissen werden. Wenn man eine Glasplatte mit Leim bestreicht, so haftet dieser oft so fest am Glase, daß Stücke aus demselben (dem Glase) herausgerissen werden, wenn sich der Leim beim Austrocknen zusammenzieht.

Wenn zwei Körper mit ebenen Flächen auf einander liegen, und man den einen über den andern hinausschieben will, so setzt die Adhäsion dieser Bewegung ein Hinderniß entgegen; die Adhäsion hat also einigen Antheil am Reibungswiderstande, der überall da überwunden werden muß, wo zwei Körper über einander hingleiten oder wo sich ein Körper über einen andern hinwälzt. Von der Reibung wird noch weiter unten die Rede seyn.

30 **Krystallisation.** Wenn ein Körper aus dem flüssigen oder gasförmigen Zustande in den festen übergeht, so ist es die nun das Uebergewicht erlangende Cohäsionskraft, welche die bis dahin beweglichen Theilchen in einer bestimmten gegenseitigen Lage fixirt. In der ganzen Natur zeigt sich aber bei diesem Uebergange in den festen Zustand ein Bestreben, eine regelmäßige Anordnung der Theilchen hervorzubringen. In der unorganischen Natur bewirkt dieses Bestreben die Krystallisation.

Krystalle nennt man solche feste Körper, welche sich in regelmäßigen, durch ebene Flächen begränzten Gestalten gebildet haben. In der Natur findet man eine Menge solcher Krystalle, z. B. Quarz (Bergkrystall), Kalkspath, Schwerspath, Topas, Granat u. s. w. werden oft sehr schön krystallisirt gefunden.

Wenn ein Körper aus dem flüssigen Zustande in den festen übergeht, so bilden sich fast immer Krystalle. Der Uebergang aus dem flüssigen in den festen Zustand findet entweder durch Erkaltung eines geschmolzenen Körpers, oder durch Ausscheidung aus einer Auflösung Statt.

Wenn man geschmolzenes Wismuth in eine etwas erwärmte Schale gießt, so bildet sich nach einiger Zeit auf der Oberfläche eine feste Kruste. Wenn man nun diese Kruste durchsticht und das noch flüssige Metall abgießt, so erhält man mehrere Linien große würfelförmige Krystalle, die das Innere der Höhlung ausfüllen, welche durch die zuerst erkaltete feste Kruste eingeschlossen wird.

Auf ähnliche Weise kann man auch Krystalle aus einer geschmolzenen Schwefelmasse erhalten.

Wenn man mit Aufmerksamkeit ein gefrierendes Wasser beobachtet, so sieht man, wie feine Eisnadeln sich bilden, wie sie von einem Augenblick zum andern sich ausbreiten und verzweigen. Freilich sieht man hierbei selten so regelmäßige krystallinische Gestalten, wie man sie beim Schnee beobachtet, doch sieht man deutlich, daß die Eisbildung eine Krystallbildung ist.

Viele Körper lösen sich in Flüssigkeiten, namentlich in Wasser, auf, und zwar läßt sich in einer bestimmten Menge Wasser nur eine bestimmte Menge irgend eines Stoffes auflösen; doch lös't sich in warmem Wasser meistens mehr auf als in kaltem. Wenn nun eine Auflösung bei hoher Temperatur gesättigt ist, wenn man z B. in einer bestimmten Menge warmen Wassers so viel Alaun aufgelös't hat als möglich, so kann diese Salzmasse nicht mehr ganz aufgelös't bleiben, wenn die Lösung erkaltet, ein Theil des Salzes wird sich wieder ausscheiden, und zwar schießt es in regelmäßigen Krystallen an. — Auch dann bilden sich Krystalle, wenn das Wasser einer gesättigten Lösung allmälig verdunstet.

Nicht allein aus wässrigen Lösungen scheiden sich Krystalle aus; der Schwefel z. B. lös't sich in Schwefelkohlenstoff, in Chlorschwefel, in Ter-

pentinöl auf, und aus dieſen Löſungen kann man ſchöne durchſichtige Kryſtalle von Schwefel erhalten.

Die Kryſtalle werden um ſo größer und regelmäßiger, je langſamer die Erkaltung oder die Verdunſtung vor ſich geht. Bei ſchneller Kryſtalliſation bilden ſich kleine Kryſtalle, die ſich zu unregelmäßigen Gruppen zuſammenhäufen, an denen man oft kaum ein kryſtalliniſches Gefüge erkennen kann.

Jedem Stoffe kommt eine eigenthümliche Kryſtallform zu; ſo iſt z. B. die Kryſtallform des Bergkryſtalls eine andere als die des Alauns, und dieſe wieder eine andere als die des Kupfervitriols.

Die Unterſuchung der Symmetriegeſetze, welche zwiſchen den einzelnen Kryſtallflächen ſtattfinden, ſo wie die Beſchreibung der Kryſtallformen überhaupt, iſt ein Gegenſtand, mit welchem ſich die Kryſtallographie zu beſchäftigen hat; da jedoch die äußere Geſtalt der Kryſtalle in einem innigen Zuſammenhange mit den phyſikaliſchen Eigenſchaften der Körper ſteht, ſo müſſen wir hier wenigſtens die Grundzüge dieſer Symmetriegeſetze betrachten.

Wenn man zwei Kryſtalle deſſelben Stoffes unterſucht, ſo findet man freilich keine abſolute Gleichheit oder Aehnlichkeit der Geſtalten im geometriſchen Sinne. So haben z. B. Quarzkryſtalle häufig die vollkommen regelmäßige Geſtalt Fig. 64, ſehr oft kommen ſie aber auch in der Form Fig. 65 vor, und oft weichen ſie noch weit mehr von dem normalen Habitus Fig. 64 ab. Wie aber auch die verſchiedenen Quarzkryſtalle verzerrt erſcheinen mögen, ſo behalten ſie doch immer einen ſelbſt dem weniger Geübten leicht erkennbaren Grundtypus, ſie bilden eine durch 6ſeitige Pyramiden zugeſpitzte 6ſeitige Säule; dieſe Pyramidenflächen erſcheinen aber nicht immer ganz gleichmäßig ausgebildet, ſie liegen nicht immer in gleicher Entfernung vom geometriſchen Mittelpunkte des Kryſtalls; aller dieſer Unregelmäßigkeiten ungeachtet ſind die Winkel der entſprechenden Flächen für alle Kryſtallindividuen deſſelben Körpers ſtets dieſelben. So iſt z. B. der Winkel, den eine Säulenfläche des Bergkryſtalls mit der benachbarten macht, ſtets 120^0, der Winkel zweier neben einander liegenden Säulenflächen iſt ſtets $133^0\ 44'$ u. ſ. w.

Fig. 64.

Fig. 65.

Wenn man die Kryſtallform eines Körpers beſchreibt, wenn man ſie zeichnet, ſo abſtrahirt man von allen Zufälligkeiten, man betrachtet alle ent-

sprechenden Flächen als gleich weit vom Mittelpunkte des Krystalls liegend. Wir wollen eine solche Krystallgestalt den idealen Krystall nennen; die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf diese idealen Formen.

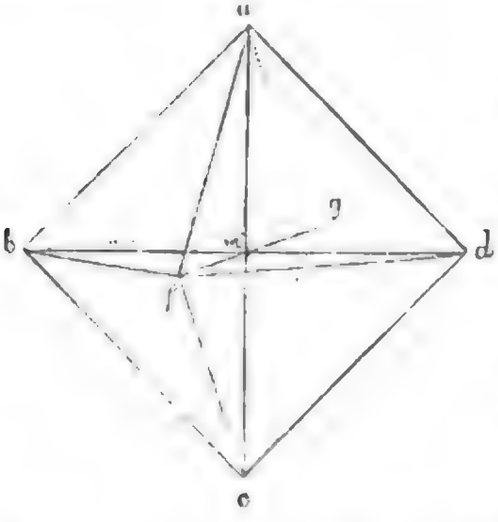
In jedem Krystalle kann man gewisse Richtungen unterscheiden, gegen welche die einzelnen Flächen eine symmetrische Lage haben, und diese Richtungen sind die Axen. In dem Krystall Fig. 64 ist offenbar die Linie, welche die Spitzen der beiden 6seitigen Pyramiden verbindet, eine solche Axe. Die mit g bezeichneten Säulenflächen sind dieser Axe parallel, alle Pyramidenflächen sind gleich gegen dieselbe geneigt.

Die gegenseitige Lage und das Größenverhältniß dieser Axen ist aber nicht für alle Krystalle dieselbe; man hat in dieser Beziehung 6 verschiedene Krystallsysteme zu unterscheiden.

1) Das reguläre System mit drei zu einander rechtwinkligen und gleichen Axen.

Denken wir uns um jede der 8 körperlichen Ecken, welche durch drei rechtwinklige Axen gebildet werden, gleich weit vom Mittelpunkte eine Fläche gelegt, welche gegen alle drei Axen gleich geneigt ist, so entsteht das Octaeder, Fig. 66, welches man als die Grundgestalt des regulären Systems betrachtet, weil man von ihm leicht alle anderen Gestalten dieses Systems ableiten kann.

Fig. 66.



Alle Ecken des regulären Octaeders sind unter einander gleich, und jede Modification einer Ecke muß an allen übrigen in derselben Weise stattfinden.

Wird jedes Octaedereck durch eine Fläche abgestumpft, welche auf der entsprechenden Axe rechtwinklig steht, so entsteht der Körper Fig. 67. Denken wir uns die Abstumpfungsflächen bis zur gegenseitigen Durchschneidung ausgedehnt, so erhält man den Würfel Fig. 68.

Fig. 67.

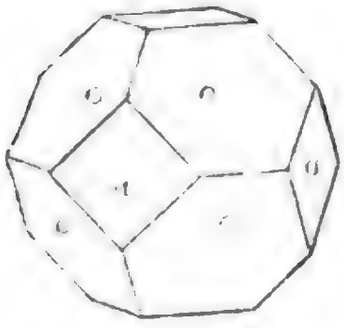
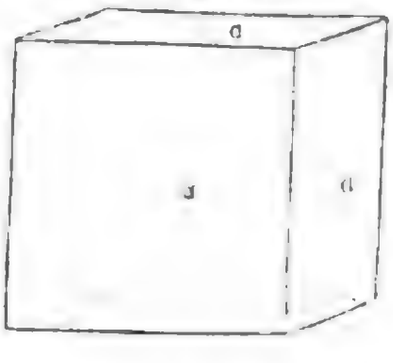


Fig. 68.



An dem Würfel sind wieder alle Ecken unter sich gleich; eben so sind alle Kanten gleichartig, und jede Modification eines Ecks oder einer Kante findet sich in derselben Weise auch an den übrigen.

Die 12 Kanten des Octaeders sind ebenfalls einander gleich; denken wir uns jede Octaederkante durch eine Fläche abgestumpft, welche mit der abgestumpften Kante und einer Axe parallel läuft, so entsteht der Körper Fig. 69. Wenn die Abstumpfungsflächen der Octaederkanten bis zu ihrer gegenseitigen Durchschneidung wachsen, so entsteht das Rhombendodekaeder, Fig. 70.

Fig. 69.

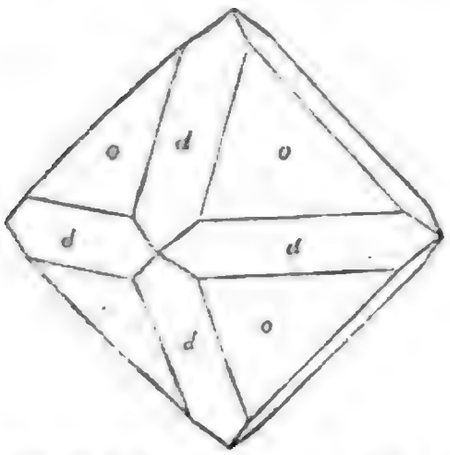
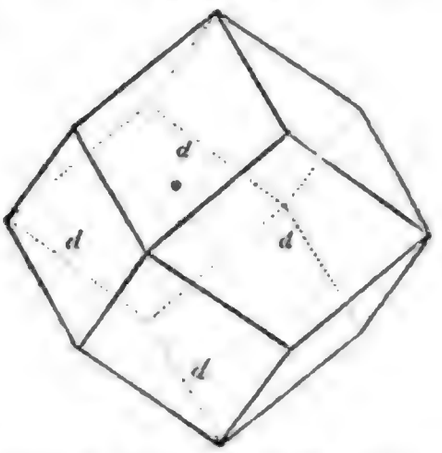


Fig. 70.



Auf dieselbe Weise lassen sich auch die übrigen Formen des regulären Systems ableiten; doch würde es uns hier zu weit führen, wenn wir alle näher betrachten wollten; das Gesagte wird aber schon hinreichen, um zu zeigen, daß der Charakter des regulären Systems eben darin besteht, daß alle Formen desselben in Beziehung auf die drei Axen vollkommen symmetrisch sind. Im regulären System krystallisiren Alaun, Kochsalz, Granat, Flußspath u. s. w.

2) Das quadratische System. Die Grundform dieses Systems ist ein Quadratoctaeder, Fig. 71 und Fig. 72, d. h. ein Octaeder, welches sich von dem regulären dadurch unterscheidet, daß zwei Axen unter sich, aber nicht der dritten gleich sind. Diese letztere ausgezeichnete Axe wollen wir die Hauptaxe nennen und uns dieselbe immer vertikal gestellt denken.

Fig. 72.

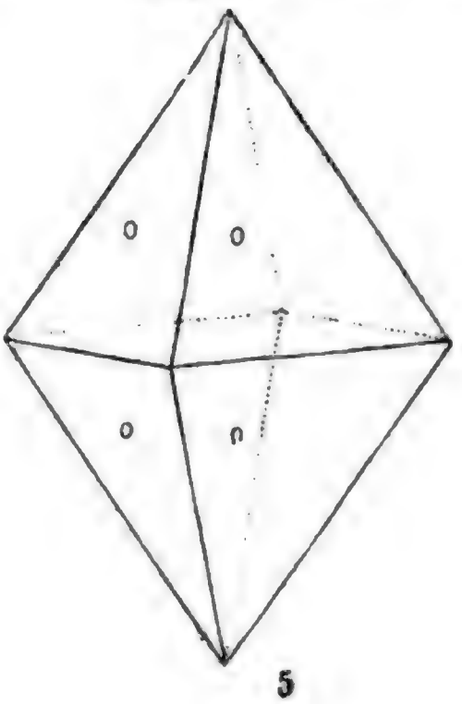
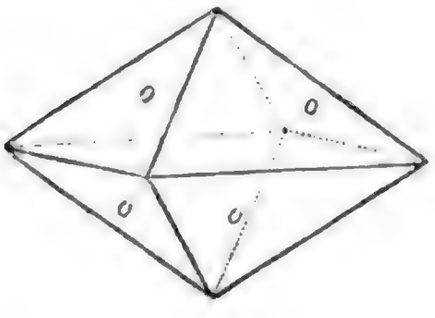


Fig. 71.



Die Hauptaxe ſteht zu den beiden anderen nicht in einem rationalen Verhältniß; ſie iſt bald größer, bald kleiner als die horizontalen Axen: doch iſt das Axenverhältniß für einen und denſelben Körper ſtets daſſelbe

Die 4 horizontalen Kanten des Quadratoctaeders ſind zwar unter ſich gleich, aber von den übrigen verſchieden, welche aber wieder alle unter ſich

Fig. 73.

gleich ſind; die 4 horizontalen Kanten können deshalb für ſich abgeſtumpft ſeyn. Durch die Abſtumpfung der 4 horizontalen Kanten entſteht eine quadratiſche Säule, d. h. eine Säule von quadratiſcher Baſis, die wir in Fig. 73 durch zwei Flächen begränzt ſehen, die mit den horizontalen Axen parallel ſind.

Ebenſo finden ſich am Quadratoctaeder auch zweierlei Ecken, das obere und untere Eck ſind nämlich von den 4 anderen verſchieden; deshalb kann das obere und untere Eck abgeſtumpft ſeyn, wie Fig. 74, ohne daß es die anderen ſind, oder die 4 Ecken, in welchen

Fig. 74.

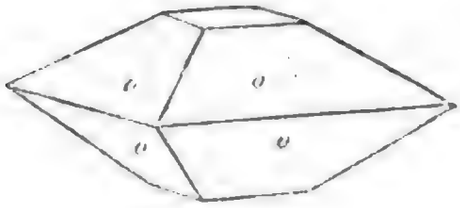
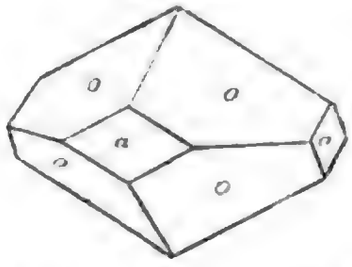


Fig. 75.



die horizontalen Axen endigen, ſind abgeſtumpft, ohne daß es die Ecken ſind, welche die vertikale Axe begränzen, wie Fig. 75.

Ohne in eine weitere Betrachtung der Geſtalten dieſes Syſtems einzugehen, wird aus dem Geſagten ſchon klar der Grundcharakter dieſes Syſtems hervorgehen, welcher eben darin beſteht, daß die vertikale Axe von den beiden anderen unter ſich gleichartigen ausgezeichnet iſt.

Im quadratiſchen Syſteme kryſtalliſiren unter anderen Veſuvian, Honigſtein, Blutlaugenſalz, ſchwefelſaures Nickeloxyd, ſaures arſenikſaures Kali u. ſ. w.

3) Das hexagonale Syſtem mit 4 Axen, von denen drei in einer Ebene liegend einander gleich ſind und einen Winkel von 60 Grad mit einander machen, während die vierte ausgezeichnete Axe, die Hauptaxe, rechtwinklig auf der Ebene der drei anderen ſteht und ihnen ungleich iſt. In dieſes Syſtem gehören die regulären 6ſeitigen Pyramiden und Säulen, Fig. 76 und Fig. 77. Kalkſpath, Bergkryſtall, unterſchwefelſaurer Kalk u. ſ. w. kryſtalliſiren in dieſem Syſteme.

Denkt man ſich die Hälfte der Flächen der doppelt 6ſeitigen Pyramide

Fig. 76 bis zur gegenſeitigen Durchſchneidung und zum gänzlichen Ver-

Fig. 76.

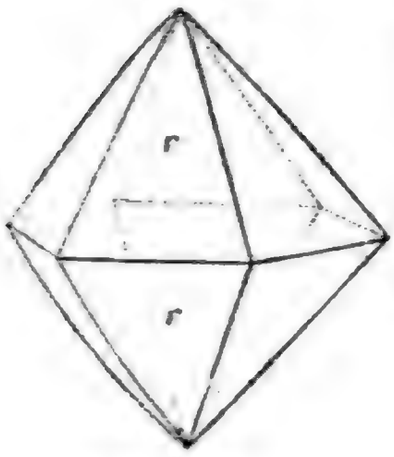


Fig. 77

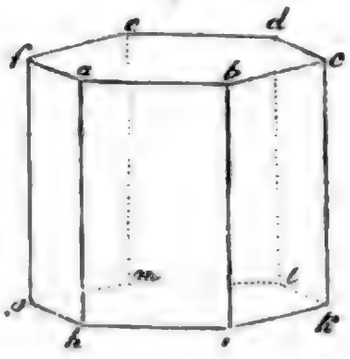
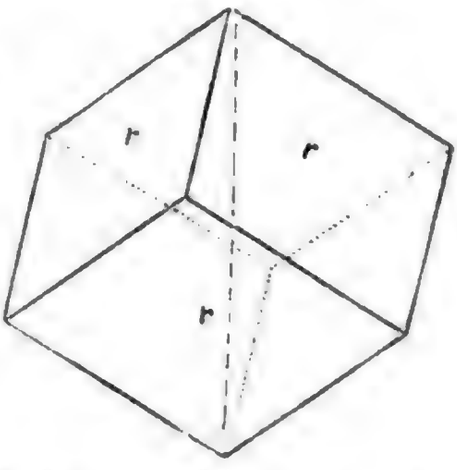


Fig. 78.



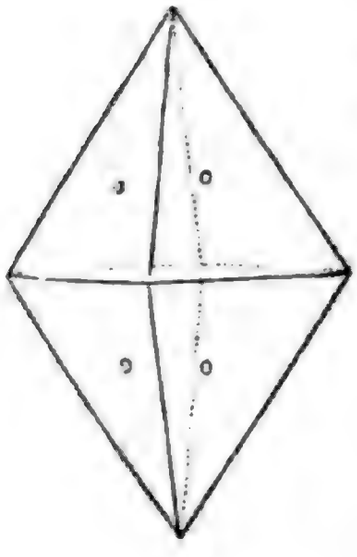
ſchwinden der übrigen verlängert, ſo entſteht das Rhomboeder, Fig. 78, die Grundform des Kalkſpaths. Auch das ſalpeterſaure Natron kryſtalliſirt in Rhomboedern.

Solche Körper, welche, wie das Rhomboeder, dadurch entſtehen, daß die Hälfte der Flächen der vollzähligen Geſtalten ausfällt, werden hemiedriſche Formen genannt.

4) Das rhombiſche Syſtem mit drei zu einander rechtwinkligen, aber ungleichen Axen. Denken wir uns eine dieſer drei Axen vertikal geſtellt, ſo liegen die beiden anderen in einer horizontalen Ebene; doch ſind hier die beiden horizontalen Axen nicht gleich, wie beim quadratiſchen Syſteme.

An dem rhombiſchen Octaeder, Fig. 79, ſind nur immer je zwei diametral gegenüberliegende Ecken einander gleich, alſo das obere und untere, das vordere und hintere, das Eck rechts und das Eck links; wir haben alſo hier drei verſchiedene Arten von Octaederecken zu unterſcheiden.

Fig. 79.

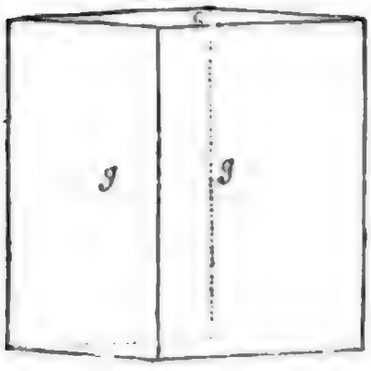


Ebenſo hat man am rhomboedriſchen Octaeder dreierlei Kanten zu unterſcheiden: die vier horizontalen Kanten, die vier Kanten, welche in der Ebene der vertikalen und einer der beiden horizontalen Axen liegen, und endlich die Kanten, welche die vertikale Axe mit der andern horizontalen verbinden.

Durch Abſtumpfung der 4 horizontalen Kanten entſteht eine gerade rhombiſche Säule, d. h. eine Säule, deren Baſis ein Rhombus iſt. Die Geſtalt dieſer Raute (Rhombus) hängt von dem Größenverhältniß der beiden horizontalen Axen ab.

Die Fig. 80 zeigt eine gerade rhombische Säule, welche oben und unten durch eine Fläche begränzt ist, die mit der Ebene der beiden horizontalen Axen parallel läuft. Alle 8 horizontalen Kanten dieses Körpers sind gleichartig, sie werden durch die Octaederflächen abgestumpft; dagegen sind die 4 vertikalen Kanten nicht gleichartig, denn man hat zwei scharfe (in unserer Figur die Kanten rechts und links) und zwei stumpfe Kanten (die vordere und hintere Kante der Figur) zu unterscheiden, da ja der horizontale Querschnitt der Säule ein Rhombus ist. Es können demnach an der rhombischen Säule entweder nur die vordere und die hintere, oder auch nur die Kante rechts und die Kante links abgestumpft erscheinen.

Fig. 80.



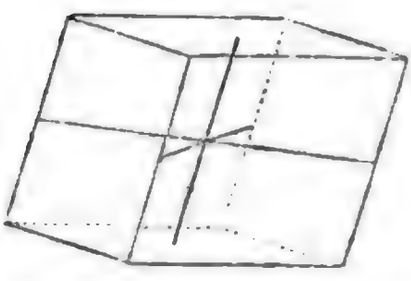
In diesem Systeme zeigen sich also in vertikaler Richtung andere Symmetrieverhältnisse als von vorn nach hinten, und in dieser Richtung wieder andere als von der Linken zur Rechten.

In dem rhombischen Systeme krystallisiren: Salpeter, Zinkvitriol, Arragonit, Schwerspath, schwefelsaures Kali, Topas u. s. w.

5) Das monoklinische System, in welchem unter anderen der Gyps, das Glaubersalz, der Eisenvitriol, das essigsaure Natron, der Zucker u. s. w. krystallisiren, zeichnet sich vor dem rhombischen Systeme dadurch aus, daß zwei Axen sich nicht unter rechtem Winkel schneiden, während die dritte rechtwinklig auf der Ebene der beiden schiefwinkligen steht.

Die charakteristischste und am häufigsten theils allein, theils in Combination mit anderen Flächen vorkommende Form ist die schiefe rhombische Säule, Fig. 81, welche sich von der geraden rhombischen Säule des vorigen Systems dadurch unterscheidet, daß die Hauptaxe dieser Säule auf der Basis nicht rechtwinklig steht.

Fig. 81.



Die Säule ist in unserer Figur so gestellt, daß die Ebene der beiden schiefwinkligen Axen unverkürzt, die dritte auf ihrer Ebene rechtwinklig stehende Axe aber, als gegen den Beschauer gerichtet, verkürzt erscheint.

Auch hier haben wir zwei scharfe und zwei stumpfe Säulenkanten zu unterscheiden. Die Abstumpfungsfläche der vorderen und hinteren Säulenkante (die Fläche *a* in Fig. 82) steht rechtwinklig auf der obern Endfläche *c*, dagegen macht die Abstumpfungsfläche *b* (Fig. 83) der Säulenkanten rechts und links einen schiefen Winkel mit *c*.

Die horizontalen Kanten der durch die Fläche *c* begränzten schiefen rhombischen Säule sind nicht gleicher Natur, wie dies bei der geraden rhombi-

Fig. 82.

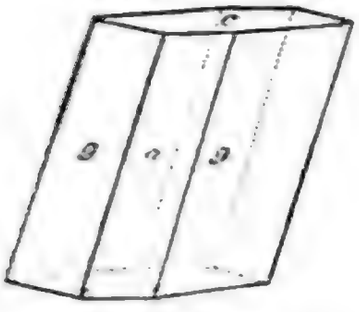
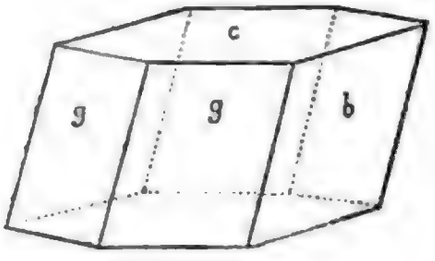


Fig. 83.



schen Säule der Fall war; an der oberen Fläche sind die beiden Kanten rechts scharfe Kanten, die beiden horizontalen Kanten auf der linken Seite der oberen Fläche sind dagegen stumpfe Kanten. An der unteren Fläche liegen die beiden scharfen Kanten links, die stumpfen rechts.

Die scharfen horizontalen Kanten können für sich allein abgestumpft

Fig. 84.

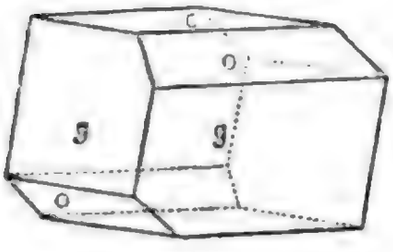
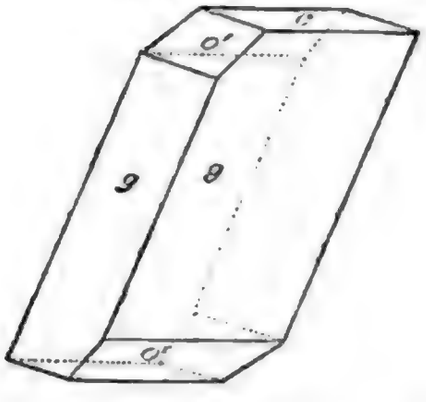


Fig. 85.



seyn, wie Fig. 84; in Fig. 85 erscheinen dagegen nur die stumpfen horizontalen Kanten abgestumpft.

6) Das trikliniſche Syſtem ist durch drei Axen charakterisirt, welche alle drei ungleich sind und von denen keine mit der andern einen rechten Winkel macht. Die Krystalle dieses Systems zeigen unter allen am wenigsten Symmetrie. Hier sind nur immer je zwei Flächen, Kanten oder Ecken gleichartig, welche einander diametral gegenüber stehen.

Dem trikliniſchen Systeme gehören unter andern die Krystalle des Axinits und des Kupfervitriols an.

Drittes Kapitel.

Hydrostatik.

31 Die Hydrostatik beschäftigt sich mit den Bedingungen des Gleichgewichts tropfbar flüssiger Körper und mit dem Drucke, den dieselben auf die Wände der Gefäße ausüben, in welchen sie enthalten sind.

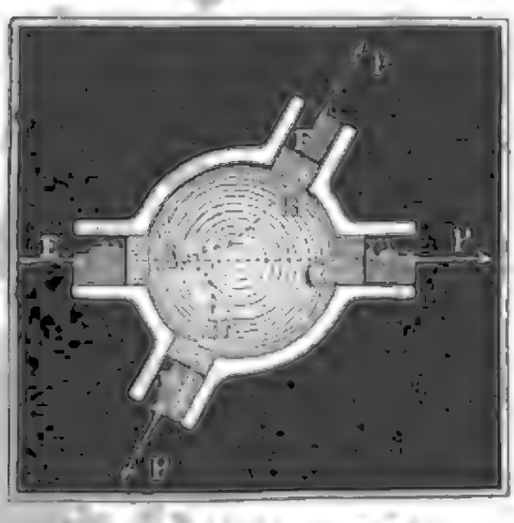
Die Eigenschaften tropfbar flüssiger Körper sind durch zwei Kräfte bedingt: die Schwere nämlich, welche auf sie wie auf alle anderen Körper wirkt, und die Molekularanziehung, deren Wirkung bei ihnen gerade auf eine solche Weise modificirt ist, daß daraus der tropfbar flüssige Zustand hervorgeht. In Gedanken können wir sehr wohl die Wirkungen dieser beiden Kräfte trennen, denn wir können uns eine Wassermasse vorstellen, welche nicht schwer ist, ohne daß sie deshalb aufhört flüssig zu seyn.

Eine solche Masse würde sich selbst überlassen nicht fallen; es ist klar, daß sie, um in Ruhe zu seyn, weder durch den Boden gestützt seyn muß, noch in irgend einem Gefäße enthalten zu seyn braucht. In diesem Zustande könnte die Flüssigkeit noch einen Druck aushalten und nach einem Gesetze fortpflanzen, welches wir sogleich näher untersuchen wollen.

32 **Princip der Gleichheit des Drucks.** Flüssigkeiten haben die Eigenschaft, daß sie jeden Druck, welcher auf einen Theil ihrer Oberfläche ausgeübt wird, nach allen Seiten gleichmäßig fortpflanzen.

Es sey in Fig. 86 der horizontale Durchschnitt eines mit Wasser gefüllten Gefäßes dargestellt, an welchem sich in gleicher Tiefe unter der Oberfläche des Wassers 4 vollkommen gleiche Röhren befinden, die durch Kolben verschlossen sind. Da diese Kolben gleichen Durchmesser haben und gleich tief unter dem Wasserspiegel liegen, so haben sie auch vollkommen gleichen Druck durch die Schwere des Wassers auszuhalten, einen Druck, von welchem wir vor der Hand ganz absehen, den wir also als nicht vorhanden betrachten wollen.

Fig. 86.

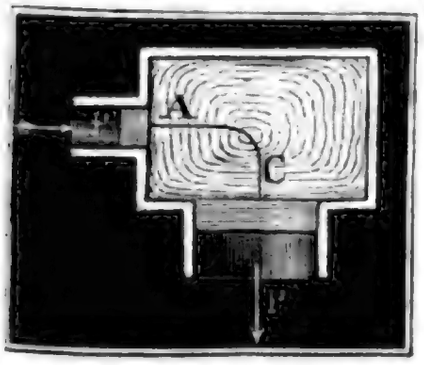


Würde nun durch irgend eine Kraft einer der Kolben, etwa A, nach Innen gedrückt, so pflanzt sich dieser Druck durch das Wasser hindurch auf die übrigen Kolben fort, und

man müßte, um zu verhindern, daß diese Kolben herausgedrückt werden, auf jeden derselben einen nach Innen gerichteten Gegendruck anbringen, welcher vollkommen dem auf den Kolben *A* wirkenden Drucke gleich ist; das Gleichgewicht kann also nur dann bestehen, wenn alle 4 Kolben durch ganz gleiche Kräfte nach Innen gedrückt werden.

Der Druck pflanzt sich jedoch nicht allein vom Kolben *A* auf die übrigen Kolben, sondern auf alle Theile der Gefäßwand fort, so daß jedes Flächentheil der Gefäßwand, welches eben so groß ist, wie der Querschnitt des Kolbens, auch einen eben so großen Druck auszuhalten hat.

Fig. 87.



In Fig. 87 ist der Durchschnitt eines ähnlichen Gefäßes mit zwei Röhren dargestellt, welche gleichfalls mit Kolben geschlossen seyn sollen, die Röhren und folglich auch der Querschnitt der Kolben sind nicht gleich. Es sey z. B. die Oberfläche des Kolbens *C* 4mal so groß als die des Kolbens *A*, so wird, wenn irgend eine Kraft gegen den Kolben *A* drückt, der Gesammtdruck auf den Kolben *C* auch 4mal so groß seyn, als der auf *A* wirkende, weil jedes Flächenstück des Kolbens *C*, welches der Oberfläche des Kolbens *A* gleich ist, einen eben so großen Druck auszuhalten hat als *A*.

Wenn man also den Kolben *A* mit einer Kraft von 10 Pfund nach Innen drückt, so müßte man zur Erhaltung des Gleichgewichts an dem Kolben *C* einen nach Innen gerichteten Druck von 40 Pfund anbringen.

Der Druck pflanzt sich nicht allein in einer Horizontalebene fort, wie dies in den bisher betrachteten Beispielen der Fall war, sondern auch nach oben und nach unten.

Fig. 88.

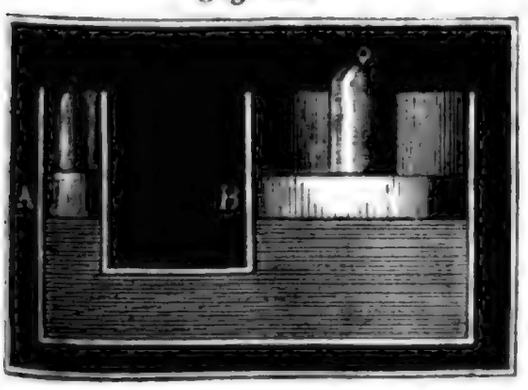
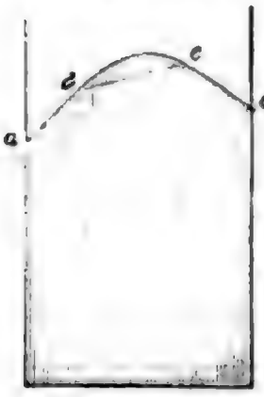


Fig. 88 stelle den vertikalen Durchschnitt zweier unten verbundener, mit Wasser gefüllter Röhren dar, welche ungleichen Querschnitt haben. In jeder Röhre sey ein schließender Kolben auf das Wasser gesetzt. Wenn nun auf den Kolben *A*, dessen Querschnitt 10mal kleiner seyn mag, als der des Kolbens *B*, ein Gewicht von 12 Pfund aufgelegt wird, so wird sich der Druck in der Weise bis zum Kolben *B* fortpflanzen, daß gegen jedes Flächenstück von *B*, welches eben so groß ist als der Querschnitt von *A*, ein nach oben gerichteter Druck von 12 Pfund wirkt, man müßte also den Kolben *B* mit 120 Pfund belasten, wenn das Gleichgewicht ungestört bleiben soll.

33 **Gleichgewicht schwerer Flüssigkeiten.** Wenn tropfbar flüssige Körper im Gleichgewicht seyn sollen, so müssen zwei Bedingungen erfüllt seyn; erstens muß ihre freie Oberfläche rechtwinklig zu der Richtung der Schwere, und zweitens müssen die Druckkräfte, welche auf ein jedes Molekül wirken, stets einander gleich und entgegengesetzt seyn.

Fig. 89.



Nehmen wir an, die Oberfläche der Flüssigkeit sey nicht rechtwinklig zur Richtung der Schwerkraft, sie sey etwa *abed* Fig. 89, so kann man durch irgend zwei Punkte *b* und *e* sich eine schiefe Ebene gelegt denken; ein Theil der Flüssigkeit liegt auf dieser schiefen Ebene und muß wegen der leichten Verschiebbarkeit der Theilchen nothwendig von der schiefen Ebene herabgleiten. Dies wird nun so lange geschehen müssen, bis die ganze Oberfläche überall rechtwinklig zur Richtung der Schwere ist.

Wenden wir dies auf die Oberfläche des Meeres an, welches wir als vollkommen ruhig betrachten wollen, so ist klar, daß, wenn die Schwerkraft allein wirkt und wenn sie stets nach dem Mittelpunkt der Erde gerichtet ist, die Oberfläche aller Meere Theile einer Kugeloberfläche seyn müssen, daß also die Oberfläche aller unter sich zusammenhängenden Meere überall gleich weit vom Mittelpunkt entfernt seyn muß.

Wenn die Molekule auch noch durch andere Kräfte als die terrestrische Schwere sollicitirt sind, so begreift man leicht, daß ihre freie Oberfläche rechtwinklig seyn muß zu der Resultirenden der Schwere und aller anderen gleichzeitig wirkenden Kräfte. Da nun die Centrifugalkraft, welche von der Rotationsbewegung der Erde herrührt, fortwährend mit der Schwere auf alle Körper wirkt, so muß die Oberfläche der Gewässer eine solche Lage annehmen, daß sie rechtwinklig zur Resultirenden der beiden Kräfte ist. Dies ist auch der Grund, warum das Meer an den Polen abgeplattet ist. Eben so verbindet sich die Attractivkraft des Mondes, welche auch auf die Gewässer wirkt, mit der Schwere, um eine Resultirende zu erzeugen, die nicht mehr vertikal ist. So strebt denn die bewegliche Oberfläche des Meeres stets eine Gleichgewichtslage zu bekommen, welche durch die Bewegung des Mondes fortwährend gestört wird, und so entstehen die periodischen Oscillationen der Ebbe und Fluth.

Auch an Flüssigkeiten in Gefäßen bemerken wir Abweichungen von der normalen Oberfläche; so ist das Wasser in einem Glase nicht in seiner ganzen Ausdehnung eben, sondern es erhebt sich am Rande; die Oberfläche des Queckſilbers hingegen steht an den Rändern tiefer, gleichsam als ob es die Wände zu berühren fürchtete. Diese Phänomene gehören zu den sogenannten Capillarerscheinungen, die wir später ausführlich betrachten werden.

Druck der Flüssigkeiten. Wenn flüssige Massen in Gleichgewicht 34
sind, so üben sie auf sich selbst und auf alle festen Körper, welche sie berühren, einen mehr oder minder bedeutenden Druck aus, dessen Werth wir nun bestimmen wollen. Zunächst wollen wir den Druck untersuchen, welcher von oben nach unten, oder von unten nach oben auf horizontale Flächen, alsdann den Druck, welcher auf die Seitenflächen ausgeübt wird.

Der Druck, den eine Flüssigkeit von oben nach unten auf den Boden des Gefäßes ausübt, in welchem sie enthalten ist, ist von der Form des Gefäßes ganz unabhängig; sie ist immer dem Gewicht einer geraden Säule von derselben Flüssigkeit gleich, deren Basis der Boden des Gefäßes, und deren Höhe die vertikale Entfernung vom Boden bis zum Spiegel der Flüssigkeit ist.

Der erste Theil dieser Behauptung ist leicht mit Hülfe von Haldat's Apparat zu beweisen, welcher in Fig. 90 dargestellt ist; er besteht aus

Fig. 90.

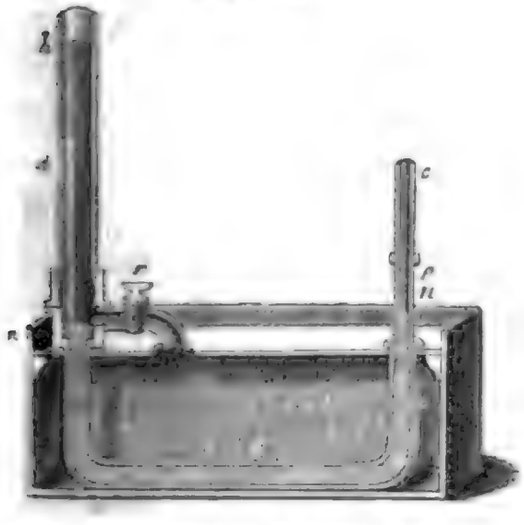
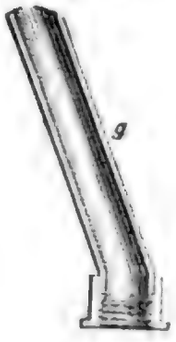


Fig. 91.

Fig. 92.

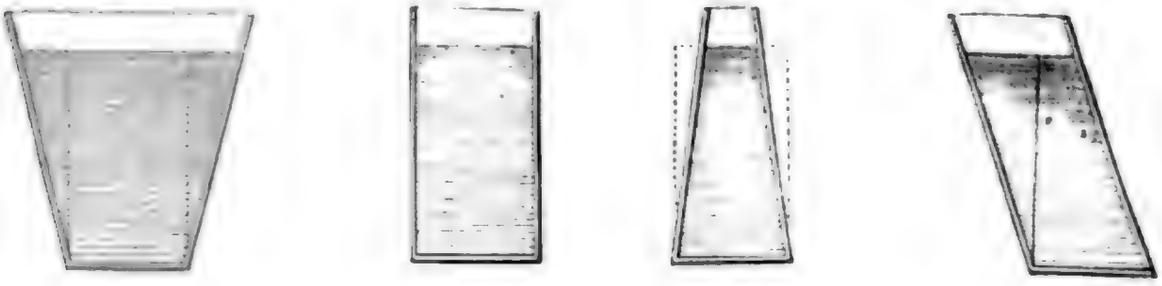
Fig. 93.



einer gebogenen Röhre abc, welche in einem Kasten befestigt und so eingerichtet ist, daß man bei a Gefäße von verschiedener Form, wie die bei d, e, f und g (Fig. 91, 92 u. 93) anschrauben kann. Man gießt Quecksilber in die Röhre und bezeichnet auf dem Arm bei c mit Hülfe einer verschiebbaren Marke die Höhe n, bis zu welcher das Quecksilber ansteigt. Wird nun bei a das cylindrische Gefäß d angeschraubt und bis zu einer bestimmten Höhe h mit Wasser gefüllt, so wird das Quecksilber in der Röhre c bis zu einer Höhe p steigen, die man sich bemerkt. Die Erhebung np der Quecksilbersäule rührt offenbar von dem Drucke her, welchen das im Gefäße d enthaltene Wasser auf die Oberfläche des Quecksilbers ausübt, welches den wahren Boden dieses Gefäßes bildet. Ist die Beobachtung gemacht, so entleert man das Gefäß d mit Hülfe des Hahnes r, nimmt es weg, um an seiner Stelle das obere erweiterte Gefäß e oder das oben engere f anzuschrauben. Gießt man diese Gefäße eben so hoch voll Wasser, wie vorher das Gefäß d, so wird das Quecksilber in der Röhre c auch wieder genau bis zur Höhe p steigen. Der Druck also, welchen der

Boden dieſer drei verſchieden geformten Gefäße erleidet, iſt genau derſelbe, wenn die Höhe der Flüſſigkeit dieſelbe iſt. Der Druck auf den Boden iſt demnach, wie geſagt, von der Geſtalt des Gefäßes unabhängig und hängt nur von der Größe des Bodens, der Höhe der Flüſſigkeit und der Natur derſelben ab. Der Druck iſt derſelbe, das Gefäß mag cylindriſch ſeyn, es mag viel (Fig. 94) oder wenig (Fig. 96) Flüſſigkeit enthalten, das Gefäß mag gerade (Fig. 95) oder ſchief (Fig. 97) ſeyn.

Fig. 94. Fig. 95. Fig. 96. Fig. 97.



Um nun den zweiten Theil des Satzes zu beweiſen, genügt es, zu bemerken, daß der Boden des cylindriſchen Gefäßes (Fig. 95) genau das ganze Gewicht der Flüſſigkeit tragen muß; denn da die Seitenwände vertikal ſind, ſo können ſie nicht den mindeſten Theil vom Gewicht der Flüſſigkeit tragen. Da nun der Boden der ſchiefen, oben erweiterten oder verengten Gefäße denſelben Druck erleidet, ſo folgt, daß bei dieſen Gefäßen der Druck nicht mehr dem Gewichte der Flüſſigkeit gleich iſt, welche ſie enthalten, ſondern daß er dem Gewichte einer geraden Flüſſigkeitsſäule gleich iſt, welche dieſelbe Grundfläche und Höhe hat.

Da alle Theile des Bodens gleich ſtark gedrückt ſind, ſo iſt klar, daß die Hälfte, der dritte Theil, der vierte Theil u. ſ. w. des ganzen Bodens auch $1/2$, $1/3$, $1/4$ u. ſ. w. des ganzen Druckes auszuhalten hat. Wenn man allgemein mit s den Theil des Bodens, den man betrachtet, mit h ſeine Tiefe unter dem Spiegel und mit d die Dichtigkeit der Flüſſigkeit bezeichnet, ſo iſt der Druck auf die Fläche s gleich $s \times h \times d$, denn $s \times h$ iſt das Volumen der geraden Flüſſigkeitsſäule, und um die Gewichte zu erhalten, muß man das Volumen mit der Dichtigkeit multipliciren.

Mit einem Liter Waſſer, welches ein Kilogramm wiegt, kann man alſo auf den Boden eines Gefäßes einen ganz kleinen und einen ſehr großen Druck ausüben. Wenn der Druck auf den Boden gerade ein Kilogramm betragen ſoll, ſo muß man ein gerades cylindriſches Gefäß von beliebiger Baſis nehmen, der Geſammtdruck auf den ganzen Boden wird dann immer ein Kilogramm ſeyn, nur wird der Druck, den jedes Quadratcentimeter des Bodens auszuhalten hat, kleiner oder größer ſeyn, je nachdem das Gefäß weiter oder enger iſt.

Wollte man mit einem Kilogramm Waſſer auf den Boden des Gefä-

...s einen Druck von $^1/_{10}$ Kilogr. ausüben, so könnte man z. B. ein Ge-...ß nehmen, dessen Bodenfläche ein Quadratdecimeter beträgt und welches ...ch oben dergestalt erweitert ist, daß es von einem Liter Wasser nur bis ...r Höhe von einem Centimeter gefüllt wird.

Sollte der Druck 10 Kilogr. betragen, so könnte man ein Gefäß von ...selben Basis (1 Quadratdecimeter) nehmen, welches nach oben so ver-...gt ist, daß ein Liter Wasser in demselben bis zu einer Höhe von 10 ...timetern ansteigt.

Mit demselben Gewicht von 1 Kilogr. Wasser kann man eben so leicht ...en Druck von $^1/_{100}$, $^1/_{000}$ u. s. w., als auch einen Druck von 100, ...000 u. s. w. Kilogr. ausüben.

Ein Kubikfuß Wasser wiegt 62 Pfund. Der Boden eines vertikalen ...indrischen Gefäßes, welches $^1/_2$ □′ Grundfläche hat und 2′ hoch mit ...asser gefüllt ist, hat also einen Druck von 62 Pfd. auszuhalten. Die-...be Grundfläche würde nur einen Druck von 31 Pfd. aushalten, wenn ...s Gefäß sich oben so erweiterte, daß 1 K.′ Wasser es nur 1′ hoch füllte, ...en Druck von 124 Pfd. aber, wenn es sich so verengte, daß dieselbe ...assermasse bis zu 4′ Höhe anstiege.

Nicht allein auf den Boden der Gefäße wirkt der Druck der Flüssig-...iten, sondern auch auf jeden Punkt im Innern der flüssigen Masse. ...hmen wir im Innern einer flüssigen Masse eine Schicht mp an, welche ...t dem Spiegel parallel ist, so sind alle Moleküle dieser Schicht offenbar durch die darüber befindliche Flüssigkeit gedrückt, sie tragen das Gewicht des flüssigen Cylinders $nvmp$. Einen ganz gleichen Druck muß aber auch die Schicht in entgegenge-setzter Richtung von unten nach oben aushalten. Betrach-ten wir nun einen Theil ab der fraglichen Schicht, so drückt auf denselben von oben nach unten das Gewicht der flüssigen Säule $abcd$, von unten nach oben aber eine ganz gleiche Kraft. Wenn man demnach einen festen Cy-...der in die Flüssigkeit eintaucht, so wird seine Basis einen Druck von unten ...ch oben auszuhalten haben, welcher ihn aufwärts zu bewegen strebt.

Fig. 98.

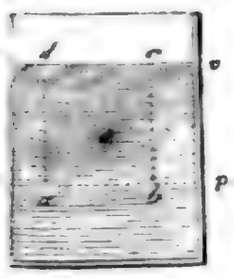
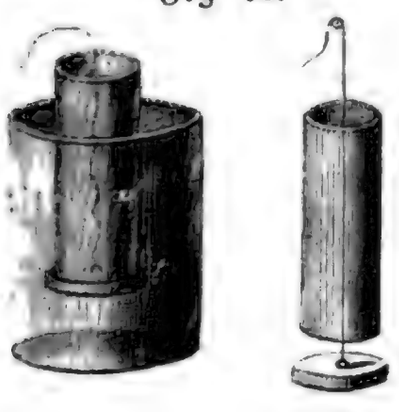


Fig 99.



Dieser Schluß läßt sich durch folgenden Versuch bestätigen. Es sey v (Fig. 99) eine etwas weite Glasröhre, deren unterer Rand genau eben abgeschliffen ist; t ist eine voll-kommen ebene Glasscheibe, welche in ihrer Mitte an einem Faden befestigt ist, der durch die Röhre hindurchgeht, so daß, wenn man den Faden anzieht, die Scheibe die untere Oeffnung der Röhre vollkommen verschließt.

Auf diese Weise verschlossen, wird die Röhre in das Wasser eingetaucht. Nun ist es nicht mehr nöthig, den Faden anzuziehen, um das Herunterfallen der Scheibe zu verhindern, weil sie durch die Flüssigkeit nach oben gedrückt wird. Gießt man Wasser in die Röhre, so wird die Glasscheibe durch ihr eigenes Gewicht fallen, sobald das Niveau des Wassers in der Röhre dem äußern fast gleich ist, denn nun erleidet die Glasscheibe durch die Flüssigkeit gleichen Druck nach unten und nach oben.

Wenn man demnach in den Boden eines Schiffes eine Oeffnung macht, so wird das Wasser augenblicklich hineinsteigen, und um dies zu verhindern, müßte man einen Gegendruck ausüben, welcher gleich ist dem Gewichte einer Wassersäule, welche die Oeffnung zur Basis hat und deren Höhe gleich ist der Tiefe der Oeffnung unter dem Niveau des Wassers. Der Boden größerer Schiffe muß deshalb sehr stark construirt seyn, um den Druck des Wassers von unten nach oben auszuhalten. Nehmen wir an, der Boden sey horizontal und habe 100 Quadratfuß Oberfläche, so würde dieser Druck 372000 Pfd. betragen, wenn er 6 Fuß unter dem Wasserspiegel wäre. Man kann daraus schließen, welch' ungeheuren Druck die lebendigen Geschöpfe auszuhalten haben, welche die Tiefen der Seen und Meere bevölkern.

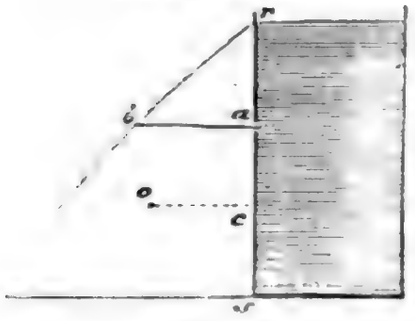
35 Der Druck, welchen ein Stück der Seitenwand aushält, ist dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule gleich, welche so hoch ist, als der Schwerpunkt dieses Wandstücks unter dem Niveau liegt, und deren horizontale Basis gleich ist der Größe des Wandstücks selbst.

Der Seitendruck läßt sich aus dem entsprechenden horizontalen Drucke nach dem Princip der gleichmäßigen Fortpflanzung des Drucks nach allen Seiten ableiten. Der Punkt m (Fig. 98) ist ein Punkt der horizontalen Schicht mp, der Druck, dem es ausgesetzt ist, pflanzt sich gleichmäßig nach allen Richtungen, also auch rechtwinklig gegen die Wand fort. Jeder Punkt der Seitenwand erleidet demnach denselben Druck, dem jeder Punkt der gleich hohen horizontalen Flüssigkeitsschicht ausgesetzt ist. Betrachten wir nun irgend einen Flächentheil der Seitenwand, dessen höchster Punkt so wenig über seinem tiefsten liegt, daß der Druck, den diese beiden Punkte erleiden, ohne merklichen Fehler als gleich angenommen werden kann, so ist der Druck, welchen dieses Flächenstück aushält, offenbar $s \times h \times d$, wenn s, h und d die oben angeführte Bedeutung haben. In einem 10 Meter (31,8′) hohen Bottich voll Wasser ist der Druck auf ein Quadratcentimeter der Seitenwand in einer Tiefe von 1 met. (3,18′) gleich 100 Grammen ($^1/_5$ Pfd.), in einer Tiefe von zwei Metern 200 Grammen, in einer Tiefe von 10 Metern aber, d. h. am Boden, gleich einem Kilogramm (2 Pfd.).

Der Druck, den irgend ein Punkt a der vertikalen Wand eines mit Flüssig-

im gefüllten Gefäßes auszuhalten hat, läßt sich durch Zeichnung anschaulich machen. Man ziehe in a eine wagerechte Linie und mache ihre Länge ab gleich der Tiefe des Punktes a unter dem Wasserspiegel, so kann die Linie ab den Druck repräsentiren, den der Punkt a auszuhalten hat. Macht man dieselbe Construction für mehrere Punkte der vertikalen Linie rs, so werden die Endpunkte aller der horizontalen Drucklinien in die [illegible] rt fallen. Es folgt daraus, daß der Gesammtdruck, welchen die [illegible] rs der vertikalen Gefäßwand auszuhalten hat, durch das Dreieck rst repräsentirt ist.

Fig. 100.



Der Angriffspunkt der Resultirenden aller elementaren Pressungen, welche ein Wandstück auszuhalten hat, heißt Mittelpunkt des Drucks. Er liegt immer tiefer als der Schwerpunkt des Flächenstücks, weil ja die Stärke des Drucks nach unten wächst. Der Mittelpunkt des Drucks für eine vertikale Linie rs ist leicht zu ermitteln; denn es ist offenbar derjenige Punkt c, in welchem die Linie rs von derjenigen horizontalen Linie getroffen wird, die durch den Schwerpunkt o des Dreiecks rst geht. Wir haben hier nur eine Linie rs betrachtet; nehmen wir statt derselben einen endlich breiten Streifen der vertikalen Wand, so liegt der Mittelpunkt des Druckes für denselben auf seiner vertikalen Mittellinie, und zwar ist seine Höhe über dem Boden $\frac{1}{3}$ der Höhe, in welcher sich der Wasserspiegel über dem Boden befindet.

Communicirende Gefäße. Für Flüssigkeiten, die sich in Gefäßen be- 36
finden, welche mit einander verbunden sind, gelten ebenfalls die oben entwickelten Bedingungen des Gleichgewichtes, d. h. wenn beide Gefäße dieselbe Flüssigkeit enthalten, so muß der Spiegel in beiden gleich hoch seyn. Denken wir uns bei m im weiteren Gefäße, Fig. 101, eine horizontale Scheidewand angebracht, so haben wir zwei Gefäße erhalten. Nach den entwickelten Grundsätzen ist der Druck, welchen diese Scheidewand von oben nach oben erleidet, Bh, wenn B den Flächeninhalt der Scheidewand und h die Höhe pv bezeichnet. Wenn nun im weiteren Gefäße ab das Niveau der Flüssigkeit ist und die Höhe am mit h' bezeichnet wird, so ist der Druck, den die Scheidewand von oben nach unten auszuhalten hat, Bh'. Den-

Fig. 101.

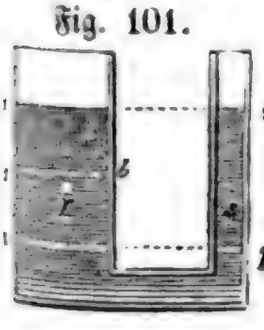
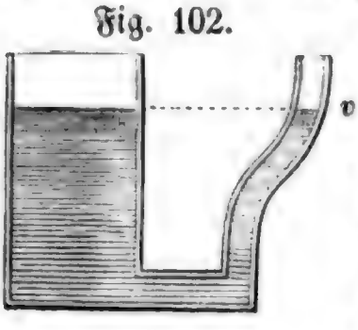


Fig. 102.

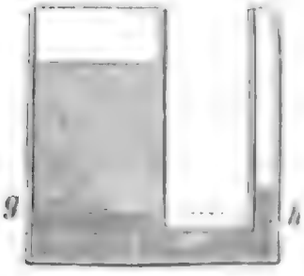


ken wir uns nun die Scheidewand wieder weg, so wird die Wasserschicht, welche an ihre Stelle tritt, von der einen Seite den Druck Bh, von der andern aber den Druck Bh' auszuhalten haben. Es wird nothwendig Bewegung entstehen, sobald nicht $h = h'$; Gleichgewicht kann also nur dann stattfinden, wenn h wirklich $= h'$ ist, d. h. wenn der Spiegel der Flüssigkeit in beiden Gefäßen gleich hoch ist.

Wenn die Flüssigkeiten in beiden Gefäßen ungleiche Dichtigkeit haben, so liegt der Spiegel in beiden nicht gleich hoch.

Es befinde sich z. B. in dem einen Rohre, Fig. 103, Wasser, in dem andern aber Quecksilber; die Flüssigkeiten sollen sich in g berühren. Unter der Horizontalebene von g befindet sich nur Quecksilber, welches für sich vollkommen im Gleichgewicht ist. Es hat also die Quecksilbersäule über h der Wassersäule über g das Gleichgewicht zu halten, und damit dies wirklich der Fall sey, müssen sich die Höhen der Säulen natürlich umgekehrt verhalten, wie die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten, d. h. die Wassersäule muß nahe 14mal so hoch seyn als die Quecksilbersäule, weil das specifische Gewicht des Wassers fast 14mal geringer ist als das des Quecksilbers.

Fig. 103.



Was man auch für verschiedene Flüssigkeiten anwenden mag, immer müssen sich die Höhen der Säulen umgekehrt wie ihre specifischen Gewichte verhalten. So hält z. B. eine 8 Zoll hohe Säule von concentrirter Schwefelsäure einer Wassersäule von 14,8 Zollen, und eine 8 Zoll hohe Säule von Schwefeläther einer Wassersäule von 5,7 Zollen das Gleichgewicht.

37 Man sieht oft, daß schwere Körper sich in einem der Richtung der Schwere entgegengesetzten Sinne bewegen: Kork und Holz z. B. steigen in die Höhe, wenn sie in Wasser getaucht werden; ebenso steigt Eisen in Quecksilber und der Luftballon in der Luft in die Höhe. Alle diese Erscheinungen gründen sich auf ein Princip, welches unter dem Namen des archimedischen Princips bekannt ist, weil es von Archimedes entdeckt wurde.

Dies Princip kann so ausgedrückt werden: Ein Körper, welcher in eine Flüssigkeit eingetaucht ist, verliert von seinem Gewichte gerade so viel, als die aus der Stelle vertriebene Flüssigkeit wiegt. Oder richtiger gesagt: Wenn ein Körper in eine Flüssigkeit eingetaucht ist, so wird ein Theil seines Gewichtes von der Flüssigkeit getragen, welcher dem Gewichte der aus der Stelle getriebenen Flüssigkeit gleich ist.

Man kann sich von der Richtigkeit dieses Princips durch eine einfache

Betrachtung überzeugen. Irgend ein gerades Prisma sey vertikal in die Flüssigkeit eingetaucht, wie es beistehende Figur zeigt, so ist jeder Druck auf die Seiten des Prismas durch einen gleichen und entgegengesetzten aufgehoben, die obere Fläche aber erleidet den Druck einer Flüssigkeitssäule, welche mit dem Prisma gleiche Grundfläche und die Höhe h hat. Die untere Fläche dagegen wird von unten nach oben mit einer Kraft gedrückt, welche dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule von derselben Basis und der Höhe h' gleich ist. Die Höhen h und h' differiren aber gerade um die Höhe des Prismas, und somit ist klar, daß der Druck auf die untere Fläche den auf die obere um das Gewicht einer Flüssigkeitssäule übertrifft, welche dem Volumen des Prismas gleich ist. Da aber nun dieser Ueberschuß des Drucks nach oben der Schwere des Körpers selbst entgegenwirkt, so wird offenbar die Wirkung der Schwerkraft des Körpers auf die angegebene Weise vermindert.

Fig. 104.

Es sey z. B. die Basis jenes Prismas 1 Quadratcentimeter, seine Höhe 10^{cm}, die obere Fläche befinde sich 3^{cm} unter dem Niveau des Wassers, so hat die obere Fläche den Druck einer Wassersäule von 1 Quadratcentimeter Grundfläche und 3^{cm} Höhe, also das Gewicht von 3 Kubikcentimetern Wasser, d. h. 3 Grammen, zu tragen. Die untere Fläche ist aber 13^{cm} unter dem Wasserspiegel, sie hat also einen von unten nach oben wirkenden Druck auszuhalten, welcher gleich dem Gewichte einer Wassersäule von 1 Quadratcentimeter Basis und 13^{cm} Höhe ist, also 13 Gramme beträgt. Zieht man von diesen 13 Grammen die Größe des Drucks von 3 Grammen ab, welcher auf die obere Fläche nach unten drückt, so bleiben 10 Gr. für die Kraft, mit welcher das Prisma durch den Druck des Wassers nach oben getrieben wird. 10 Gramme aber ist das Gewicht einer Wassersäule, welche mit dem Prisma gleiches Volumen hat. Bestände dieses Prisma aus Marmor, so würde es 27 Gramme wiegen, in Wasser eingetaucht hat es aber einen nach oben gerichteten Druck von 10 Gr. auszuhalten, folglich wird es sich im Wasser gerade so verhalten, als ob es 10 Gramme leichter geworden wäre.

Nehmen wir statt eines solchen Prismas ein Bündel von mehreren, so ist klar, daß jedes einzelne Prisma durch das Eintauchen in Wasser von seinem Gewichte so viel verliert, als ein gleiches Volumen Wasser wiegt, folglich ist auch der Gewichtsverlust, welchen der ganze, aus mehreren Prismen zusammengesetzte Körper erleidet, gleich dem Gewichte einer Wassermasse, deren Volumen dem Gesammtvolumen aller Prismen gleich ist. Da man sich aber einen jeden Körper in eine Menge solcher vertikal stehender Prismen von sehr

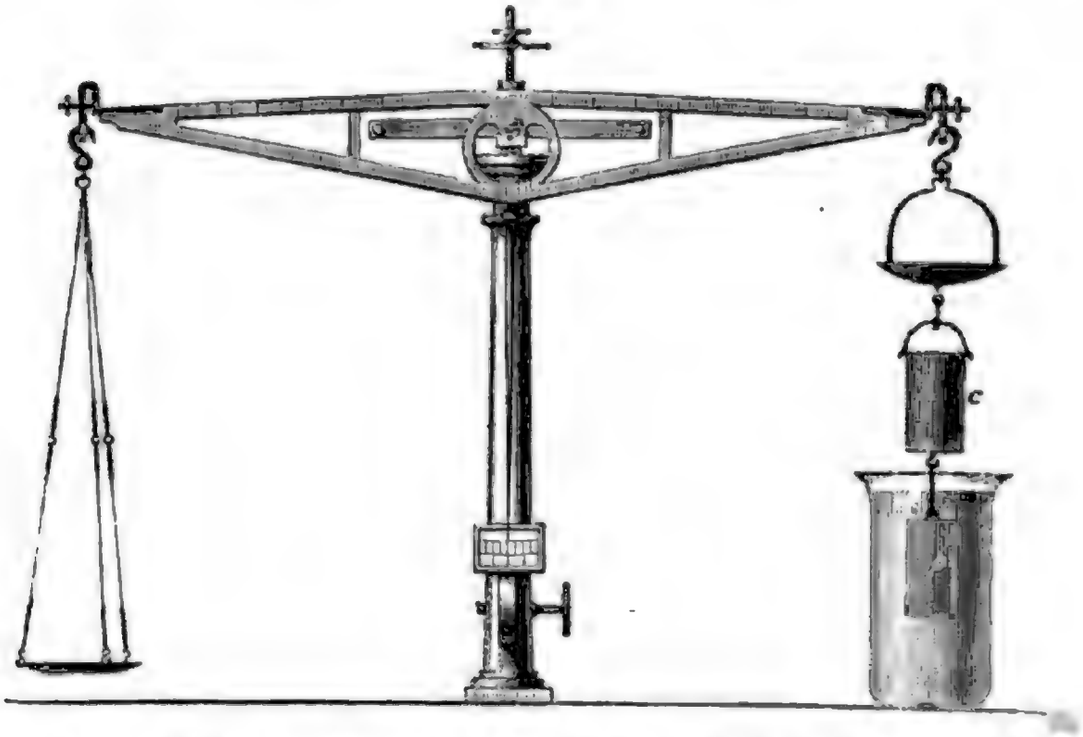
Fig. 105.

kleinem Durchmesser zerlegt denken kann, so läßt sich unser Schluß auf jeden beliebigen Körper ausdehnen.

Ein ganz anderes Raisonnement führt uns zu demselben Resultate. Denken wir uns, der Raum, den der in Wasser eingetauchte Körper einnimmt, sey selbst mit Wasser angefüllt, so wird dieser Wasserkörper in der übrigen Wassermasse schweben, er wird nicht steigen und nicht sinken. Denken wir uns nun den Wasserkörper durch einen andern ersetzt, der bei gleichem Volumen gleiches Gewicht mit dem Wasserkörper hat, so wird auch dieser schweben, sein ganzes Gewicht wird also durch das Wasser, in welchem er eingetaucht ist, getragen, und somit ist klar, daß allgemein von dem Gewichte eines jeden in Wasser eingetauchten Körpers ein Theil durch das Wasser getragen wird, welcher dem Gewichte des verdrängten Wassers gleich ist.

Von der Wahrheit des Archimedischen Princips kann man sich auch direct durch den Versuch überzeugen. An der einen Wagschale einer gewöhnlichen Wage ist ein hohler Cylinder *c* angehängt, an welchem wieder ein massiver Cylinder *p* hängt, welcher genau die Höhlung des obern ausfüllt. Auf die andere Wagschale legt man nun so viel Gewichte, daß das

Fig. 106.



Gleichgewicht hergestellt ist. Taucht man aber nun den Cylinder *p* in Wasser, so verliert *p* dadurch einen Theil seines Gewichtes, das Gleichgewicht ist also gestört; um es von Neuem wieder herzustellen, braucht man nur den Cylinder *c* voll Wasser zu gießen, was offenbar zeigt, daß *p* durch das Eintauchen in Wasser gerade so viel an Gewicht verloren hat, als das Wasser wiegt, welches den Cylinder *c* ausfüllt. Das Volumen des in *c* befindlichen Wassers ist aber dem Volumen des Wassers gleich,

welches der Cylinder p aus der Stelle treibt; mithin ist der Gewichtsverlust von p gleich dem Gewichte des aus der Stelle vertriebenen Wassers.

Wie wir vorher gesehen haben, würde Alles in Gleichgewicht seyn, wenn man einen ins Wasser eingetauchten Körper selbst in Wasser verwandeln könnte. Dieser Wasserkörper aber würde auch vollkommen im Gleichgewicht bleiben, wie man ihn auch um seinen Schwerpunkt drehen mag. Der von unten nach oben wirkende Druck der umgebenden Flüssigkeit ist demnach eine Kraft, deren Angriffspunkt mit dem Schwerpunkte des gedachten Wasserkörpers zusammenfällt. Dieser Punkt mag Mittelpunkt des Druckes (der Flüssigkeit) heißen.

Wenn nun statt des gedachten Wasserkörpers irgend ein anderer Stoff, z. B. Kork, Marmor, Eisen u. s. w. wieder seinen Raum einnimmt, so wird der Druck, den dieser Körper von der umgebenden Wassermasse auszuhalten hat, genau derselbe seyn, welchen der gedachte Wasserkörper hätte aushalten müssen. Ein in Wasser eingetauchter Körper ist demnach der Wirkung zweier Kräfte unterworfen, deren Größe und Angriffspunkt wir jetzt kennen. Die erste Kraft ist die Schwere des Körpers, welche von oben nach unten wirkt, und deren Angriffspunkt der Schwerpunkt des Körpers ist; die zweite Kraft, welche von unten nach oben wirkt, ist gleich dem Gewichte des aus der Stelle vertriebenen Wassers, und ihr Angriffspunkt der Schwerpunkt dieser Wassermasse. Wenn ein vollständig untergetauchter Körper vollkommen homogen ist, so fällt sein Schwerpunkt mit dem Schwerpunkte der vertriebenen Wassermasse zusammen.

Der nach oben wirkende Druck der Flüssigkeit wird mit dem Namen Auftrieb bezeichnet.

Bedingungen des Gleichgewichts untergetauchter Körper. 38

Wenn ein durchaus homogener Körper in einer Flüssigkeit untergetaucht sich in derselben schwebend erhalten soll, so ist weiter nichts nöthig, als daß sein Gewicht dem Gewichte der aus der Stelle vertriebenen Flüssigkeit vollkommen gleich sey, die Stellung des Körpers ist dabei völlig gleichgültig; wir haben hier den Fall eines indifferenten Gleichgewichtes. Um dies durch den Versuch zu zeigen, bilde man einen Körper von beliebiger Form aus einer Masse, die aus 1 Gewichtstheile feingepulverten Zinnobers auf 125 Gewichtstheile weißen Wachses besteht. Beide Bestandtheile müssen gehörig durcheinander gearbeitet seyn, damit die Masse die nöthige Gleichförmigkeit hat. Ein aus dieser Masse gebildeter Körper wird im Wasser schweben, und zwar in jeder beliebigen Stellung im Gleichgewicht bleiben. In Weingeist sinkt er unter, in einer Salzlösung steigt er in die Höhe und schwimmt an der Oberfläche.

Wenn der eingetauchte Körper nicht homogen ist, so daß der Schwerpunkt des Körpers nicht mit dem Schwerpunkte des vertriebenen Wassers

zusammenfällt, so kann er allerdings noch in der Flüssigkeit schweben, wenn sein Totalgewicht gerade dem Gewichte des vertriebenen Wassers gleich ist, jedoch ist er nur dann im Gleichgewicht, wenn der Schwerpunkt des Körpers und der Schwerpunkt des vertriebenen Wassers in einer Vertikallinie liegen; stabil ist aber das Gleichgewicht nur dann, wenn der Schwerpunkt des Körpers die tiefste Stellung einnimmt.

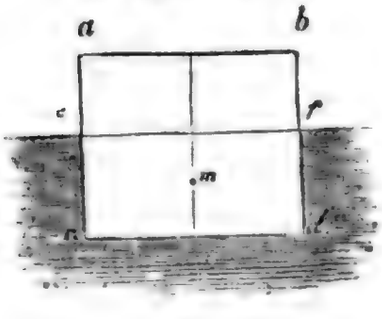
Fig. 107.

Ein solches Schweben läßt sich leicht mit Hülfe des Apparates Fig. 107 hervorbringen; die hohle Glaskugel *l* ist zum Theil mit Luft, zum Theil mit Wasser gefüllt und hat unten eine kleine Oeffnung. Das ganze Gefäß ist oben mit einer Blase verschlossen; wenn man auf dieselben drückt, so wird etwas mehr Wasser in die Kugel *l* hineingepreßt, sie wird schwerer und sinkt nieder; wenn der Druck nachläßt, dehnt sich die Luft in der Kugel *l* wieder aus und treibt etwas Wasser aus, die Kugel wird leichter und steigt; es ist nun leicht, den Druck so zu modificiren, daß die Kugel gerade im Wasser schwebt, ohne zu sinken oder zu steigen.

39 **Bedingungen des Gleichgewichts schwimmender Körper.** Wenn ein Körper schwimmt, so ist sein ganzes Gewicht gleich dem Gewichte der Flüssigkeitsmasse, welche der eingetauchte Theil verdrängt; die Bedingung der Stabilität schwimmender Körper ist jedoch von der Bedingung der Stabilität bei untergetauchten Körpern verschieden. Ein Schiff z. B., welches eine Million Kilogr. wiegt, ist im Gleichgewichte, wenn es 1000 Kubikmeter Wasser verdrängt, und wenn sein Schwerpunkt und der Mittelpunkt des Wasserdrucks in einer Vertikallinie liegen; es ist jedoch zur Stabilität nicht nöthig, daß sein Schwerpunkt unter dem Mittelpunkte des Drucks liegt; es ist schon hinreichend, wenn er tiefer als ein anderer Punkt liegt, welcher den Namen Metacentrum führt. Die Lage des Metacentrums hängt von der Gestalt des Schiffes ab, die Lage des Schwerpunkts von der Vertheilung der Ladung.

Wenn auch die allgemeine Bestimmung des Metacentrums uns hier zu weit führen würde, so müssen wir doch den Begriff feststellen. Es sey *a b c d* (Fig. 108) der Querschnitt eines eingetauchten Körpers, den wir der einfacheren Betrachtung wegen als ein längliches Rechteck annehmen wollen. Wenn der Körper in seiner Gleichgewichtslage schwimmt, so sinkt er bis *e f* ein. Der Schwerpunkt der verdrängten Wassermasse ist in *m*, und der Schwerpunkt des Körpers liegt auf der durch *m* gezogenen Vertikallinie. Liegt er unter *m*, so schwimmt der Körper auf jeden

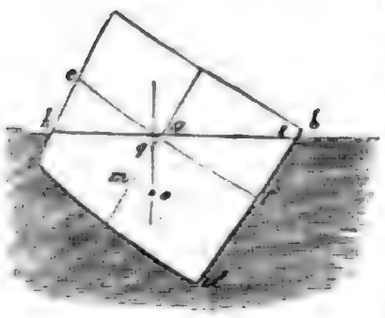
Fig. 108.



fall stabil, denn wir haben ja einen Körper, der im Wasserpunkte m gleichsam aufgehängt ist und dessen Schwerpunkt tiefer ist als der Aufhängepunkt, also ein Pendel, welches um die Gleichgewichtslage oscillirt.

Wenn der Körper aus der Gleichgewichtslage herausgebracht wird und in die Lage Fig. 109 kommt, so ist das Dreieck egh aus dem Wasser emporgehoben, gif dagegen untergetaucht; da aber die Quantität des verdrängten Wassers immer dieselbe seyn muß, welche Lage auch der Körper haben mag, so folgt, daß $egh = gif$. Nun aber ist die Gestalt des untergetauchten Theiles eine andere als vorher, begreiflicherweise befindet sich also auch der Schwerpunkt

Fig. 109.



der verdrängten Wassermasse nicht mehr in m, sondern in einem andern Punkte o, dessen Lage für jeden speciellen Fall besonders zu ermitteln ist. Denken wir uns nun durch o ein Perpendikel gezogen, so wird es das in der Gleichgewichtslage durch m gezogene Perpendikel in einem Punkte q treffen, und dieser Punkt ist das Metacentrum. Sobald der Schwerpunkt des Körpers auf der Linie $m\,q$ nur tiefer als q liegt, wird das in seinem Schwerpunkte angreifende Gewicht des Körpers ihn um o so drehen, daß er wieder in die Gleichgewichtslage zurückkehrt. Der schwimmende Körper verliert seine Stabilität vollständig, sobald sein Schwerpunkt über das Metacentrum liegt.

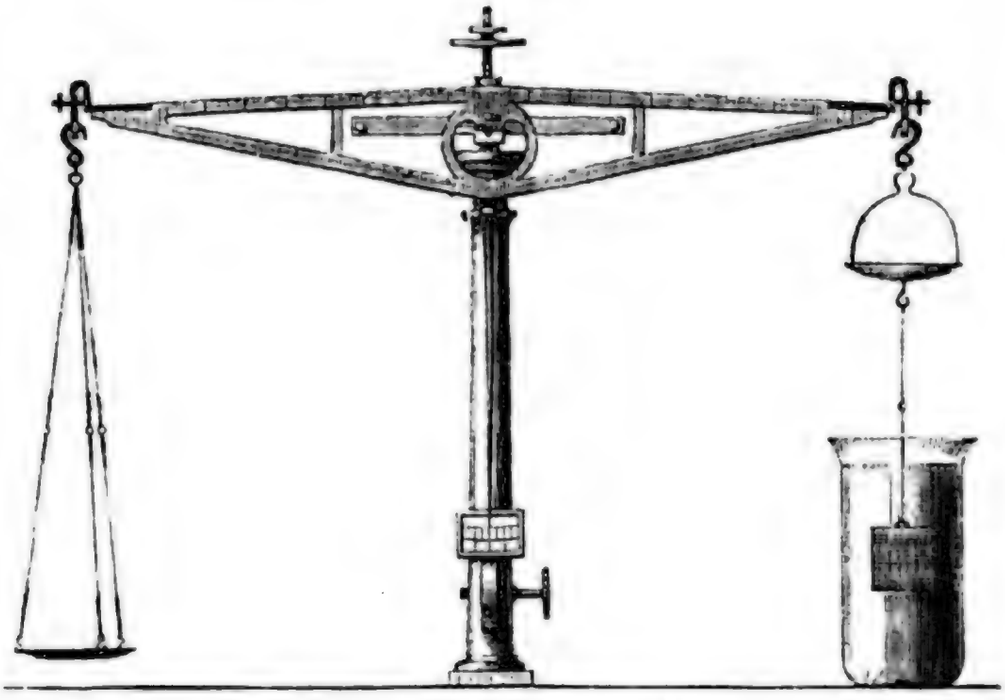
Der Körper schwimmt um so stabiler, je breiter der eingetauchte Theil ist und je tiefer der Schwerpunkt liegt.

Das Archimedische Princip giebt uns treffliche Mittel, das specifische 40
Gewicht fester und flüssiger Körper zu bestimmen. Um die Dichtigkeit eines festen Körpers zu berechnen, muß man sein absolutes Gewicht und das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser kennen. In den meisten Fällen aber läßt sich das Volumen eines Körpers durch Ausmessung seiner Dimensionen entweder nur höchst schwierig, oder gar nicht ausmitteln. Nach dem Archimedischen Princip giebt uns ein einziger Versuch ohne Weiteres das Gewicht einer Wassermasse, welche mit dem zu bestimmenden Körper gleiches Volumen hat, wir haben nur seinen Gewichtsverlust beim Eintauchen in Wasser zu bestimmen.

Um diese Bestimmung mittelst einer Wage leicht ausführen zu können, wird an derselben eine kleine Veränderung angebracht, wodurch sie in eine sogenannte hydrostatische Wage umgewandelt wird. Man hängt nämlich statt der einen Wagschale eine andere an, welche nicht so weit herabhängt und an welcher sich unten ein Häkchen befindet, an welches der zu bestimmende Körper gehängt werden kann. Ist dies geschehen, so

kann man durch Auflegen von Gewichten auf die andere Wagſchale das abſolute Gewicht g des Körpers beſtimmen. Taucht man ihn nun in Waſſer ein, ſo muß man von dem aufgelegten Gewichte g einen Theil a wegnehmen, um das Gleichgewicht der Wage wieder herzuſtellen, a iſt alſo der

Fig. 110.



Gewichtsverluſt, welchen der Körper beim Eintauchen in Waſſer erleidet, folglich $\frac{g}{a}$ ſein ſpec. Gewicht.

41 **Nicholſon's Aräometer.** Zur Beſtimmung des ſpecifiſchen Gewichts feſter Körper kann ſtatt der Wage das Nicholſon'ſche Aräometer angewendet werden, welches Fig. 111 abgebildet iſt.

Fig. 111.

An einen hohlen Körper, C, von Meſſingblech, iſt unten eine kleine Schüſſel D gehängt, oben aber ein feines Stäbchen angebracht, welches einen Teller A trägt, auf welchen man kleinere Körper und Gewichte legen kann. In Waſſer eingetaucht ſchwimmt das Inſtrument, und zwar aufrecht, weil ſein Schwerpunkt durch Blei, welches in den untern Theil des hohlen Cylinders B eingegoſſen iſt, tief nach unten gerückt iſt. Das Inſtrument iſt ſo eingerichtet, daß der oberſte Theil des Körpers, B, noch aus dem Waſſer herausragt. Legt man nun den Körper, deſſen ſpecifiſches Gewicht man beſtimmen will, etwa ein Mineral, auf den Teller A, ſo ſinkt das Inſtrument weiter ein, und durch ferneres Auflegen von Tarirgewichten kann man es leicht dahin bringen, daß es genau bis zu einem Punkte O eingeſenkt iſt, welchen man

auf irgend eine Weise (gewöhnlich durch einen Feilstrich) auf dem Stäbchen markirt hat. Man nimmt nun das Material weg und legt statt dessen so viel Gewicht auf, bis das Instrument wieder genau bis O einsinkt. Hat man statt des Minerals n Milligramme auflegen müssen, so ist das Gewicht des Minerals gleich n Milligrammen.

Hat man auf diese Weise das absolute Gewicht des Minerals bestimmt, so werden die n Milligramme wieder weggenommen und der Körper in die Schüssel D gelegt. Das Instrument würde nun wieder bis O einsinken, wenn der in die Schüssel gelegte Körper nicht dadurch, daß er jetzt in Wasser eingetaucht ist, an Gewicht verlöre. Man wird also auf den Teller noch Gewichte, m Milligramme, auflegen müssen, damit das Instrument bis zur Marke eingetaucht ist. Man hat auf diese Weise das absolute Gewicht des Körpers n und das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser m ermittelt; das gesuchte specifische Gewicht ist also $\frac{n}{m}$.

Es sey z. B. das specifische Gewicht eines Diamanten zu bestimmen. Man hat ihn auf den Teller gelegt und so viel Tarirgewicht zugefügt, daß das Instrument bis O einsinkt. Nachdem der Diamant weggenommen worden, hatte man statt seiner 1,2 Gramme aufzulegen, damit das Aräometer eben so weit einsank; es beträgt also sein absolutes Gewicht 1,2 Gr. Diese werden wieder weggenommen und der Diamant ins Körbchen gelegt; um es nun wieder dahin zu bringen, daß das Instrument bis O einsinkt, muß man noch 0,34 Gramme auf den Teller legen; das Gewicht eines dem Diamanten gleichen Wasservolumens ist also 0,34 Gramm, und das verlangte specifische Gewicht $\frac{1,2}{0,34} = 3,53$.

Auch das specifische Gewicht von Flüssigkeiten kann man mit dem Nicholson'schen Aräometer bestimmen. Da das Instrument stets so weit einsinkt, daß das Gewicht desselben sammt den Gewichten auf dem Teller der verdrängten Flüssigkeitsmasse gleich ist, so kann man mit Hülfe dieses Instruments ausmitteln, wie viel ein bestimmtes Volumen der Flüssigkeit wiegt. Dazu ist aber nöthig, daß man das Gewicht des Instrumentes selbst kennt; wir wollen es mit n bezeichnen. Wenn es, in Wasser eingetaucht, bis O einsinken soll, so muß noch Gewicht zugelegt werden. Bezeichnen wir dies Zulaggewicht mit a, so ist $n + a$ das Gewicht der verdrängten Wassermenge.

Taucht man nun das Instrument in eine andere Flüssigkeit, so wird man irgend ein anderes Gewicht b anstatt a auflegen müssen, um ein Einsinken bis O zu bewerkstelligen; b wird größer seyn als a, wenn die Flüssigkeit schwerer, kleiner als a, wenn sie leichter ist als Wasser. Das Ge-

wicht der verdrängten Flüssigkeit ist $n + b$; das Volumen derselben ist aber genau so groß als das der Wassermenge, deren Gewicht $n + a$ ist, weil ja das Aräometer in beiden Fällen gleich tief eingesunken ist.

Das Instrument wiege z. B. 70 Gramme; muß man 20 Gramme auflegen, damit es in Wasser, 1,37 Gr., damit es in Weingeist bis O einsinkt, so ist das specifische Gewicht des Weingeistes $\frac{70 + 1{,}37}{70 + 20} = 0{,}793$.

Dieses Aräometer ist um so empfindlicher, je dünner das Stäbchen im Vergleich zum eingetauchten Volumen ist.

Mit diesem Aräometer das specifische Gewicht von Flüssigkeiten zu bestimmen, ist immer etwas umständlich. Man könnte eben so schnell mit Hülfe der Wage nach dem oben angegebenen Verfahren mit weit größerer Genauigkeit zum Ziele kommen. In vielen Fällen des praktischen Lebens aber kommt es darauf an, schnell durch ein möglichst einfaches Verfahren das specifische Gewicht einer Flüssigkeit auszumitteln, um daraus auf die Qualität einer Flüssigkeit zu schließen. In solchen Fällen reicht es aber vollkommen hin, das specifische Gewicht bis auf zwei Decimalstellen genau zu finden; man erreicht dies am schnellsten durch die Scalenaräometer, die wir sogleich näher betrachten wollen.

Fig. 112.

42 **Scalenaräometer.** Durch das Nicholson'sche Aräometer wurde das specifische Gewicht einer Flüssigkeit aus der Vergleichung des absoluten Gewichtes gleicher Volumina abgeleitet. Der Gebrauch der Scalenaräometer aber gründet sich darauf, daß bei gleichem absoluten Gewichte die specifischen Gewichte sich umgekehrt verhalten wie die Volumina.

Es stellt Fig. 112 ein Scalenaräometer dar. In der Regel bestehen sie aus einer cylindrischen Glasröhre, welche unten erweitert ist, wie man in der Abbildung sieht. In der unteren Kugel befindet sich etwas Quecksilber, wodurch nur bezweckt wird, daß das Instrument aufrecht schwimmt. Denken wir uns das Instrument im Wasser schwimmend, so ist das Gewicht des verdrängten Wassers dem Gewichte des Instrumentes gleich. Senken wir es nun in eine andere Flüssigkeit, so wird es tiefer oder weniger tief einsinken, je nachdem die Flüssigkeit leichter oder schwerer ist als Wasser. Gesetzt, das Aräometer wiege 10 Gr., so wird es, in Wasser schwimmend, 10 Kubikcentimeter verdrängen. Taucht man es in Weingeist, so wird es so tief einsinken, daß die verdrängte Weingeistmenge auch 10 Gramme wiegt. Aber 10 Gramme Weingeist nehmen einen größeren Raum ein als 10 Gramme Wasser, das Instrument muß also tiefer einsinken, und zwar so, daß das in Weingeist

eingesenkte Volumen sich zu dem in Wasser eingesenkten umgekehrt verhält wie die specifischen Gewichte dieser Flüssigkeiten.

Man begreift nun wohl, daß, wenn die Röhre zweckmäßig getheilt ist, man aus einer einzigen leicht anzustellenden Beobachtung das specifische Gewicht einer Flüssigkeit ermitteln kann. Unter allen Scalen, welche man auf Aräometern angebracht hat, ist unstreitig die von Gay-Lussac angegebene die einfachste und zweckmäßigste; wir wollen deshalb diese zuerst betrachten.

Denken wir uns an einem Aräometer denjenigen Punkt a der Röhre bezeichnet, bis zu welchem das Instrument in Wasser einsinkt, alsdann auf der Röhre, von diesem Punkte ausgehend, eine Reihe von Theilstrichen so angebracht, daß das Volumen eines Röhrenstücks, welches zwischen je zwei solcher Theilstriche fällt, $^1/_{100}$ von dem in Wasser einsinkenden Volumen ist. Nehmen wir z. B. an, das Volumen desjenigen Theils des Aräometers, welcher im Wasser untergetaucht ist, betrüge gerade 10 Kubikcentimeter, so müßte das Volumen des Röhrenstücks, welches zwischen je zwei Theilstriche fällt, 0,1 Kubikcentimeter betragen.

Der Wasserpunkt a wird mit 100 bezeichnet und die Theilung von unten nach oben gezählt. Die auf diese Weise getheilten Aräometer werden mit dem besonderen Namen Volumeter bezeichnet.

Gesetzt, das Aräometer sänke in irgend einer Flüssigkeit bis zum Theilstrich 80 der Volumeterscale ein, so weiß man dadurch, daß 80 Volumentheile dieser Flüssigkeit so viel wiegen wie 100 Volumentheile Wasser; das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit verhält sich also zu dem des Wassers wie 100 zu 80, es ist also $\frac{100}{80}$ oder 1,25.

Wäre das Volumeter in einer andern Flüssigkeit bis zum Theilstrich 116 der Volumeterscala eingesunken, so finden wir nach derselben Schlußweise, daß das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit $\frac{100}{116} = 0{,}862$ ist.

Kurz, wenn das Volumeter in einer Flüssigkeit bis zu einem bestimmten Punkte y der Scala einsinkt, so findet man das specifische Gewicht s der Flüssigkeit, wenn man die Zahl des beobachteten Scalenpunktes in 100 dividirt, d. h. es ist $s = \frac{100}{y}$.

Die Genauigkeit eines solchen Instrumentes ist um so größer, je größer die Entfernung eines Theilstriches vom andern, je dünner also die Röhre im Vergleich zu dem Volumen des ganzen Instrumentes ist. Damit jedoch die Röhre nicht gar zu lang wird, macht man kein Volumeter, welches für alle Flüssigkeiten anwendbar ist, sondern solche, welche entweder nur für leichtere, oder nur für schwerere Flüssigkeiten gebraucht werden kön-

nen. Bei den erſteren befindet ſich der mit 100 bezeichnete Waſſerpunkt nahe am untern, bei den letzteren aber nahe am obern Ende der Röhre.

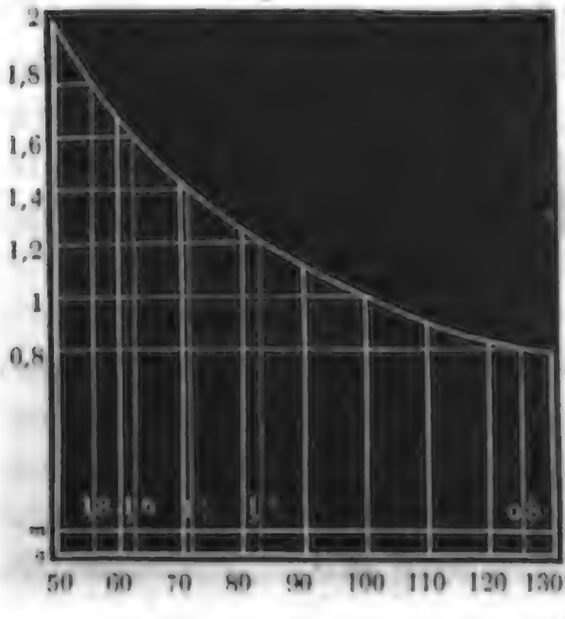
Bevor man die Theilung aufträgt, hat man erſt durch Vermehrung oder Verminderung der Queckſilbermaſſe in der Kugel das Inſtrument ſo zu reguliren, daß es in Waſſer bis zu einem entweder nahe am untern oder obern Ende der Röhre gelegenen Punkte einſinkt. Iſt dies geſchehen, ſo hat man einen zweiten Punkt der Scala zu beſtimmen, und dies geſchieht auf folgende Art.

Das Inſtrument ſey für ſchwere Flüſſigkeiten beſtimmt, alſo der Waſſerpunkt am obern Ende der Röhre. Man verſchafft ſich eine Flüſſigkeit, deren ſpecifiſches Gewicht genau 1,25 iſt; eine ſolche Flüſſigkeit läßt ſich leicht durch Miſchen von Waſſer und Schwefelſäure erhalten und ihr ſpecifiſches Gewicht mit Hülfe der Wage prüfen. In dieſe Flüſſigkeit taucht man nun das Inſtrument und merkt ſich den Punkt, bis zu welchem es einſinkt. Das ſpecifiſche Gewicht, 1,25, entſpricht aber dem Theilſtrich 80 der Volumeterſcala; dieſer zuletzt markirte Punkt iſt alſo mit 80 zu bezeichnen, der Zwiſchenraum zwiſchen ihm und dem Waſſerpunkte in 20 gleiche Theile zu theilen und dieſe Theilung auch noch unterhalb des Punktes 80 fortzuſetzen.

Iſt das Volumeter für leichtere Flüſſigkeiten beſtimmt, alſo der Punkt 100 am untern Ende der Röhre, ſo findet man einen zweiten Punkt der Scala, indem man das Inſtrument in eine Miſchung von Waſſer und Weingeiſt taucht, deren ſpecifiſches Gewicht genau 0,8 iſt. Das ſpecifiſche Gewicht 0,8 entſpricht dem Theilſtrich 125, man hat alſo den Raum zwiſchen dieſem Theilſtriche und dem Waſſerpunkte in 25 gleiche Theile zu theilen.

In der Regel iſt die Theilung auf einen Papierſtreifen gemacht und in dem Innern der Röhre befeſtigt.

Fig. 113.



Die Relation, welche zwiſchen den verſchiedenen Scalenpunkten des Volumeters und dem ſpecifiſchen Gewichte beſteht, läßt ſich ſehr gut durch beiſtehende graphiſche Darſtellung überſehen. Die Linie *a b* ſtellt uns eine Volumeterſcala dar, welche von dem Theilſtriche 50 bis zum Theilſtriche 130 geht. In jedem der von 10 zu 10 fortſchreitenden Theilpunkte iſt ein Perpendikel errichtet und auf dieſem eine dem entſprechenden ſpecifiſchen Gewichte proportionale Länge aufgetragen. So iſt z. B. das im Punkte 100 aufgetragene Per-

pendikel gleich 1, das in 50 errichtete 2, das in 120 errichtete 0,83 u. s. w. Es ist natürlich ganz gleichgültig, welche Einheit man beim Auftragen dieser Perpendikel wählt.

Die Gipfelpunkte dieser Perpendikel sind durch eine Curve verbunden, und diese ist es, welche uns das Gesetz versinnlicht, durch welches die Scalenpunkte und die entsprechenden specifischen Gewichte verbunden sind. Die Curve wird um so steiler, je mehr sie sich dem untern, nach *a* hin liegenden Theile der Barometerscala nähert. Daraus geht aber klar hervor, daß die Differenz der beiden in 60 und 70 errichteten Perpendikel größer seyn muß als die Differenz der Perpendikel, welche in den eben so weit von einander entfernten Punkten 120 und 130 errichtet sind; oder allgemein: daß einer gleichen Anzahl Volumetergrade am untern Ende der Volumeterscala eine größere Differenz der specifischen Gewichte entspricht als am obern Theile. Es geht auch ferner daraus hervor, daß, wenn die Theilpunkte der Scala gleichen Differenzen der specifischen Gewichte entsprechen sollten, die Entfernung zweier Theilstriche am obern Ende der Scala größer seyn müßte als am untern.

Eine zweite rationelle Theilungsart der Aräometerscala, welche ebenfalls von Gay-Lussac angegeben, früher aber schon von Brisson und G. G. Schmidt ausgeführt wurde, ist diejenige, welche unmittelbar die specifischen Gewichte angeben soll. Die Beziehung dieser Scala zur Volumeterscala läßt sich leicht übersehen. Trägt man auf einen der Perpendikel, Fig. 113, die Höhen 0,8, 1, 1,2, 1,4, 1,6 u. s. w. auf, zieht man dann in dieser Höhe wagerechte Linien bis zum Durchschnitt mit der Curve, und von diesen Durchschnittspunkten wieder vertikal herunter bis zur Linie, welche die Volumeterscala repräsentirt, oder, wie es in unserer Figur der Fall ist, bis zu einer Linie *m n*, welche etwas über derjenigen der Volumeterscala liegt, so erhalten wir die Scalenpunkte, welche den specifischen Gewichten 1,8, 1,6, 1,4 u. s. w. bis 0,8 entsprechen. Wir sehen aber, wie hier die Scalentheile ungleich sind, wie sie von dem untern Theile nach dem obern hin wachsen.

Wir haben hier nur die Construction dieser Scala für die Punkte von 20 zu 20 Procent des specifischen Gewichts angegeben. Beabsichtigt man auf diese Weise wirklich eine solche Scala zu construiren, so muß die Figur in größerm Maaßstabe ausgeführt seyn, und es müssen die Punkte wenigstens von 5 zu 5 Procent des specifischen Gewichts gesucht werden. Die so erhaltenen Zwischenräume kann man dann ohne merklichen Fehler in gleiche Theile theilen.

Schmidt hat eine andere Constructionsmethode für diese Scalen angegeben. Obgleich man nun mit Aräometern dieser Art direct das specifische Gewicht finden kann, so hat doch das Volumeter große Vorzüge. Vor

allen Dingen ist die Verfertigung der Volumeterscala ungleich leichter; wegen der Gleichheit der Abtheilungen kann man mit größerer Genauigkeit Unterabtheilungen der Scalentheile schätzen, und dann ist die Rechnung, welche auszuführen ist, um nach der Volumeterscala das specifische Gewicht zu erfahren, so ungemein einfach, daß diese kleine Rechnung gewiß nicht als ein Nachtheil des Volumeters geltend gemacht werden kann.

Im praktischen Leben ist es nicht direct der Zweck, das specifische Gewicht einer Flüssigkeit zu erfahren, sondern man will den Concentrationsgrad einer Salzlösung, die Mischungsverhältnisse einer Flüssigkeit kennen lernen. Diese stehen nun freilich mit dem specifischen Gewichte in genauer Beziehung, so daß, wenn man mit Hülfe des Aräometers das specifische Gewicht einer Flüssigkeit ausgemittelt hat, man daraus auch auf die Natur der Flüssigkeit schließen kann. Man hat jedoch für solche Flüssigkeiten, welche in der Praxis häufig vorkommen, besondere Aräometer construirt, welche unmittelbar die Mischungsverhältnisse angeben; wir wollen hier nur eins der wichtigsten, nämlich das Alkoholometer, näher betrachten.

Das Alkoholometer dient zur Bestimmung des Alkoholgehaltes einer Mischung von Wasser und Weingeist.

Das specifische Gewicht des Alkohols ist 0,793, wenn man das des Wassers als Einheit annimmt; eine Mischung von Wasser und absolutem Alkohol wird also eine Dichtigkeit haben, welche zwischen 1 und 0,793 fällt und sich mehr der einen oder der andern Gränze nähert, je nachdem die Mischung mehr Wasser oder mehr Alkohol enthält. Die Dichtigkeit der Mischung weicht jedoch von dem arithmetischen Mittel ab, welches man aus den Mischungsverhältnissen berechnet.

Fig. 114. Der Grund dieser Abweichung liegt darin, daß, wenn man Wasser und Weingeist mischt, eine Contraction stattfindet, die wir erst durch einen Versuch anschaulich machen wollen.

Man gieße eine Glasröhre, welche ungefähr eine Länge von 30 Zoll hat, halb voll Wasser und fülle die andere Hälfte mit Weingeist (für Vorlesungen ist gefärbter Weingeist zu empfehlen), so werden sich die Flüssigkeiten nicht mischen; der Weingeist schwimmt auf dem Wasser. Nachdem das offene Ende durch einen Korkstöpsel fest verschlossen worden ist, so daß durchaus keine Flüssigkeit entweichen kann, kehrt man die Röhre um, und nun wird durch das Sinken des Wassers alsbald eine Mi[illegible]schung der Flüssigkeiten vor sich gehen. Hat die Mischung vollständig stattgefunden, so sieht man, daß die vorher ganz volle [illegible]öhre nicht mehr ganz angefüllt ist, es hat sich ein leerer Raum [illegible] Röhre eine Länge von ungefähr ½ Zoll ein-

Die beistehende Fig. 115 versinnlicht das Gesetz der Contraction für die verschiedenen Mischungsverhältnisse. Die in den verschiedenen Punkten der horizontalen Basis des Parallelogramms errichteten und bis zur obern Seite desselben durchgehenden Perpendikel stellen die Summe der gemischten Volumina dar, und zwar derjenige Theil, welcher in den schattirten Raum fällt, das Volumen des Wassers, das in den obern, nicht schattirten Raum fallende Stück eines solchen Perpendikels das Volumen des zugegossenen Weingeistes. So ist z. B. das im Punkte 20 der Abscissenlinie errichtete Perpendikel durch die Diagonale des Parallelogramms dergestalt in zwei Theile getheilt, daß $^8/_{10}$ seiner ganzen Länge in den schattirten, $^2/_{10}$ aber in den weißen Raum fallen; es entspricht also dem Fall, daß man 80 Proc. Wasser mit 20 Proc. Weingeist mischt. In diesem Falle aber nimmt die Mischung ein Volumen ein, welches nur 0,982 von der Summe der gemischten Volumina ist, deshalb ist auf diesem Perpendikel, von unten an gerechnet, die Länge 0,982 aufgetragen (wenn man die ganze Länge der Perpendikel als Einheit nimmt). So ist im Punkte 60 die Länge 0,965 aufgetragen, weil sich 40 Procent Wasser, mit 60 Procent Weingeist vermischt, auf 0,965 der Summe der gemischten Volumina zusammenziehen u. s. w. Die über jedem Perpendikel stehenden Zahlen geben für jeden Fall den genauen Werth des Volumens nach der Mischung an, wenn die Summe der gemischten Volumina 1000 ist. Ueber die, auf den verschiedenen Perpendikeln nach der angegebenen Weise markirten Punkte ist eine Curve gezogen. Die vertikale Entfernung eines jeden Punktes dieser Curve von der obern horizontalen Linie stellt die Größe der Contraction dar.

Fig. 115.

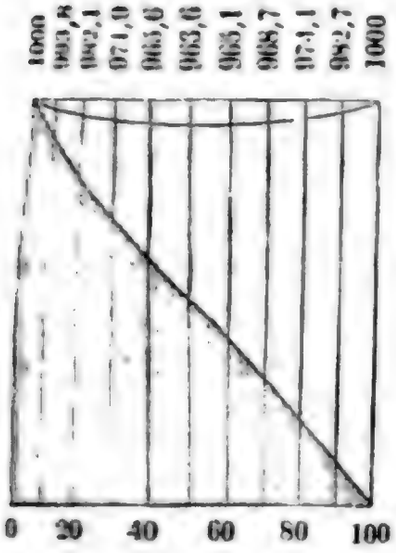
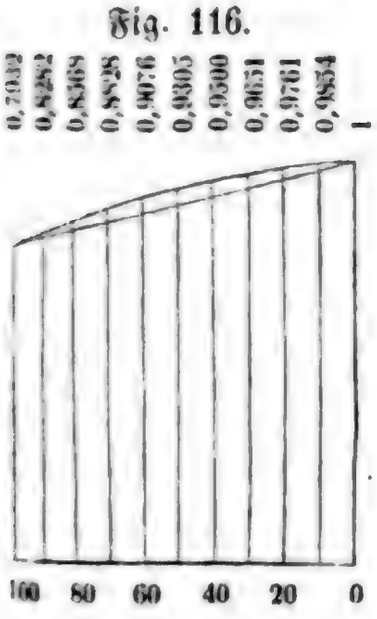


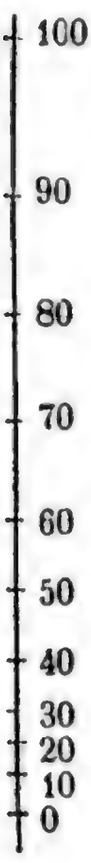
Fig. 116.



Aus diesen Betrachtungen folgt, daß das specifische Gewicht einer Mischung von Wasser und Weingeist stets größer seyn muß als das berechnete arithmetische Mittel. In Fig. 116 ist 0,793 die Länge des im Punkte 100 errichteten Perpendikels, wenn man die Länge des im Punkte 0 errichteten zur Einheit nimmt. Ersteres repräsentirt das specifische Gewicht des absoluten Alkohols, letzteres das des Wassers. Verbindet man die Gipfelpunkte dieser beiden äußersten Perpendikel durch eine gerade

Linie, errichtet man alsdann in den Punkten 90, 80, 70 u. ſ. w. der Abſciſſenlinie Perpendikel, welche bis zu dieſer geraden Linie gehen, ſo würde die Länge dieſer Perpendikel das ſpec. Gew. einer Miſchung von 90, 80, 70 u. ſ. w. Volumentheilen Weingeiſt mit 10, 20, 30 u. ſ. w. Volumentheilen Waſſer darſtellen, wenn keine Contraction ſtattfände. Auf jedem dieſer Perpendikel iſt aber eine Länge aufgetragen, welche der wahren Dichtigkeit der Miſchung entſpricht. Die Curve, welche die Gipfelpunkte der verſchiedenen Perpendikel verbindet, ſtellt uns das Geſetz dar, nach welchem ſich die Dichtigkeit einer Miſchung von Waſſer und Weingeiſt ändert, wenn der Alkoholgehalt von 0 bis 100 Procent variirt.

Fig. 117.



Die über jedem Perpendikel ſtehende Zahl giebt den genauen Zahlenwerth des ſpecifiſchen Gewichtes der entſprechenden Miſchung an.

Wenn man nun an einer Aräometerröhre diejenigen Punkte markirt, welche den ſpecifiſchen Gewichten 0,793, 0,828, 0,857 . . . . 0,976, 0,985 und 1 entſprechen und mit den Zahlen 100, 90, 80 . . . . 20, 10, 0 bezeichnet, wenn man ferner, was ohne merklichen Fehler geſchehen kann, den Raum zwiſchen je zwei dieſer Punkte in 10 gleiche Theile theilt, ſo erhält man ein Procent-Aräometer für Weingeiſt, d. h. ein Aräometer, an welchem man unmittelbar ableſen kann, wie viel Volumenprocente Alkohol in einer Miſchung von Waſſer und Weingeiſt ſich befinden. Solche Alkoholometer wurden in Frankreich nach Gay-Luſſac's, in Deutſchland nach Tralles' Angaben ausgeführt und geſetzlich beſtimmt, daß der Alkoholgehalt des der Beſteuerung unterworfenen Branntweins, Weingeiſtes u. ſ. w. mit Hülfe dieſes Inſtrumentes ermittelt werden ſollte. Beiſtehende Scala, Fig. 117, zeigt die Hauptabtheilungen eines ſolchen Alkoholometers in ihrem richtigen Verhältniß. Man ſieht, wie ſich erwarten ließ, daß die Abtheilungen ungleiche Größe haben.

Das Volumeter kann das Alkoholometer recht gut erſetzen, wenn man nur eine Tabelle zur Hand hat, in welcher der Alkoholgehalt angegeben iſt, welcher den verſchiedenen Volumetergraden entſpricht.

Begreiflicher Weiſe kann man das Alkoholometer einzig und allein zu dem angegebenen Zwecke verwenden, für jede andere Flüſſigkeit iſt es völlig unbrauchbar. Auf ähnliche Weiſe, wie das Alkoholometer, hat man auch Aräometer conſtruirt, welche genau den Gehalt einer Säure, einer Salzlöſung u. ſ. w. angeben ſollen. Weil jedoch ein ſolches Inſtrument nur für eine einzige ſpecielle Flüſſigkeit brauchbar iſt, ſo wendet man beſſer ein für allemal das Volumeter an und ſucht den Gehalt, welcher dem beobachteten Volumetergrade entſpricht, in Tabellen, welche eigens zu dieſem Zwecke berechnet worden ſind.

Es bleiben jetzt nur noch die älteren Aräometerscalen zu erwähnen, welche jedoch durchaus keinen wissenschaftlichen Werth haben.

Beaumé bestimmte außer dem Wasserpunkte noch einen zweiten fixen Punkt dadurch, daß er das Instrument in eine Lösung von 1 Gewichtstheil Kochsalz in 9 Gewichtstheilen Wasser tauchte. Den Raum zwischen diesen beiden Punkten theilte er in 10 gleiche Theile, die er Grade nannte; die Theilung ist auch noch jenseits der beiden fixen Punkte fortgesetzt. Für Flüssigkeiten, welche schwerer sind als Wasser, ist der Wasserpunkt mit 0 bezeichnet, und die Grade werden nach unten gezählt. Für leichtere Flüssigkeiten ist der Wasserpunkt mit 10 bezeichnet, und die Grade werden nach oben gezählt. Man sieht wohl, daß man durch ein solches Instrument weder das specifische Gewicht, noch den Gehalt einer Flüssigkeit erfährt.

Cartier brachte an der Beaumé'schen Scala eine unwesentliche Veränderung an, er machte nämlich die Grade etwas größer, so daß + 15 seiner Grade gleich 16 Beaumé'schen sind. Wenn er dadurch auch nichts genützt hat, so hat er doch wenigstens seinen Namen verewigt, denn so werthlos seine Scala auch seyn mag, so ist sie doch ungemein verbreitet.

In Deutschland hat sich besonders Meißner um die Aräometrie verdient gemacht, und sein Werk: „Die Aräometrie in ihrer Anwendung auf Chemie und Technik. Wien, 1816," ist wohl das vollständigste, was die Litteratur über diesen Gegenstand aufzuweisen hat. Seine Aräometer bestehen aus einfachen cylindrischen Glasröhren von 6 bis 8 Millimeter Durchmesser, ohne Erweiterung am untern Ende. Das untere Ende der Röhre ist mit Schrotkörnern, die in Siegellack eingeschmolzen sind, ausgefüllt; im obern Theile befindet sich die Scala.

Viertes Kapitel.

Molekularwirkungen zwischen festen und flüssigen Körpern, sowie zwischen den einzelnen Theilchen der Flüssigkeiten selbst.

Wenn man das eine Ende eines Glasröhrchens in eine Flüssigkeit ein- 43
taucht, so steht das Niveau der Flüssigkeit im Röhrchen nie in gleicher Höhe mit dem Spiegel der Flüssigkeit außerhalb. In Wasser z. B. eingetaucht, erhebt sich die Flüssigkeitssäule im Röhrchen (Fig. 118); wenn man hingegen das Glasröhrchen in Quecksilber eintaucht, so steht der Gipfel der Quecksilbersäule im Röhrchen tiefer (Fig. 119).

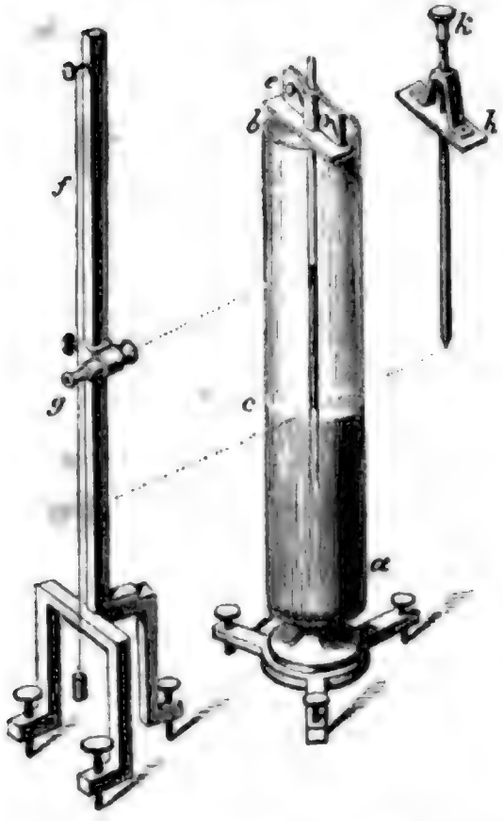
Fig. 118. Fig. 119.

Diese Erscheinungen der Hebung und Senkung werden mit dem Namen der Capillarerscheinungen bezeichnet, die Kraft aber, welche sie hervorbringt, heißt Capillarattraction, oder auch bloß Capillarität. Diese Kraft wirkt nicht bloß, um die Flüssigkeit in Röhrchen zu heben oder zu senken, sie wirkt überall, wo Flüssigkeiten mit festen Körpern, Flüssigkeiten unter sich, oder allgemein, wo die kleinsten Theilchen der ponderabeln Materie einander berühren.

44 **Die Höhen der gehobenen oder niedergedrückten Flüssigkeitssäulchen verhalten sich umgekehrt wie die Durchmesser der Röhrchen.** Es ist leicht, sich durch den Versuch davon zu überzeugen, daß die Höhendifferenz der Spiegel der Flüssigkeit in und außer der Röhre um so größer ist, je enger die Röhren sind. Taucht man zwei Röhrchen, von denen das eine einen doppelt so großen Durchmesser hat als das andere, in Wasser, so wird das Wasser im engern doppelt so hoch steigen; taucht man sie in Quecksilber, so wird im engern die Flüssigkeit doppelt so viel niedergedrückt. Um jedoch diesen Fundamentalsatz genügend zu begründen, ist eine genaue Messung nöthig. Gay-Lussac hat zu diesem Zwecke folgenden Apparat angewandt.

In Fig. 120 stellt *a* eine weitere Glasröhre dar, die auf einen Fuß mit drei Stellschrauben befestigt ist. Die Flüssigkeit, welche dieses Rohr enthält, reicht bis *c*; das Haarröhrchen ist in einem Plättchen *e* befestigt, welches auf dem Rande des Glasgefäßes aufliegt. Mittelst einer kleinen vertikalen Klemme kann man das Röhrchen nach Belieben in die Höhe ziehen oder niederdrücken. Einige Zoll von dem Glasgefäße entfernt ist ein vertikaler getheilter Stab *f* aufgestellt, an welchem sich ein Fernrohr *g* mit einiger Reibung auf- und niederschieben läßt. Zum feineren Einstellen ist es mit einer Mikrometerschraube versehen. Um die Höhe der flüssigen Säule zu messen, stellt man das Fernrohr so ein, daß der horizontale Faden des Fadenkreuzes gerade den Gipfel der Flüssigkeit im Röhrchen berührt. Alsdann rückt man die Platte *e* an den Rand des Gefäßes und setzt an ihre Stelle die Platte *h*; durch die Platte *h* geht nun ein oben mit einem Schraubengewinde versehenes Stäb-

Fig. 120.



den *k*, welches man so einstellt, daß seine untere Spitze eben die Flüssigkeit im Gefäße berührt. Ist dies geschehen, so wird mit Hülfe einer Pipette etwas Flüssigkeit aus dem Gefäße herausgezogen, und nachdem man den ersten Stand des Fernrohrs notirt hat, wird dasselbe so weit heruntergerückt, bis der horizontale Faden durch die unterste Spitze des Stäbchens *k* geht. Die Höhendifferenz der beiden Stellungen des Fernrohrs, welche am Stab *f* abgelesen wird, giebt die gesuchte Höhe der flüssigen Säule.

Die folgende Tabelle giebt das Mittel aus den Resultaten, welche Gay-Lussac auf diese Weise gefunden hat.

Namen der Substanz.	Dichtigkeit.	Temperatur.	Erhebung in einer Röhre, deren Durchmesser war:		
			1,2944^{mm}	1,9038^{mm}	10,508^{mm}
Wasser	1	8,5° C.	23,1634	15,5861	»
Alkohol	0,8196	8°	9,1823	6,4012	»
id.	0,8595	10°	9,301	»	»
id.	0,9415	8°	9,997	»	»
id.	0,8135	16°	7,078	»	0,3835
Terpentinöl	0,8695	8°	9,8516	»	»

Die Dichtigkeiten sind für die in der dritten Columne angegebenen Temperaturen genommen.

Die Durchmesser der beiden ersten Röhren verhalten sich umgekehrt wie 1,474 zu 1, die entsprechenden beobachteten Höhen aber verhalten sich für Wasser wie 1,486 zu 1, für Weingeist wie 1,434 zu 1. Man kann demnach wohl als durch den Versuch bestätigt annehmen, daß die gehobenen Säulen sich umgekehrt verhalten wie die Durchmesser der Röhren. Berechnet man nach diesen Angaben die Höhe der Säulen von Wasser, Alkohol und Terpentinöl, welche in einer Röhre von 1^{mm} gehoben werden können, so erhält man folgende Zahlen:

Namen der Substanz.	Dichtigkeit.	Temperatur.	Erhebung in einer Röhre von 1^{mm} (0,459‴) Durchmesser.
Wasser	1	8,5° C.	29,79^{mm} = 13,67‴
Alkohol	0,8196	8	12,18 = 5,60
id.	0,8135	16	9,15 = 4,19
id.	0,8595	10	12,01 = 5,51
id.	0,9415	8	12,91 = 5,92
Terpentinöl	0,8695	8	12,72 = 5,83

Die Temperaturen und Dichtigkeiten ſind mit Sorgfalt angegeben, weil, wie es ſcheint, die Differenz der Niveaus für eine und dieſelbe Flüſſigkeit ſich gerade wie die Dichtigkeit verhält.

Die Reſultate, welche man nach dieſem Verfahren erhält, ſind ganz und gar unabhängig von der Dicke der Röhre und der Subſtanz, aus welcher ſie beſteht, vorausgeſetzt, daß ſie von der Flüſſigkeit benetzt wird.

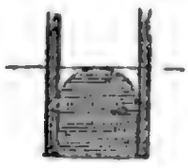
Ehe man die Röhrchen zum Verſuche anwendet, müſſen die inneren Wände vollſtändig mit der Flüſſigkeit benetzt und von allen Unreinigkeiten befreit werden. Es iſt auch weſentlich, daß man die flüſſige Säule mehrmals oscilliren läßt, damit man die wahre Höhe beobachtet.

Der Durchmeſſer der Röhren wird dadurch beſtimmt, daß man das Queckſilber wiegt, welches ein Röhrenſtück von gemeſſener Länge enthält.

Es iſt nun noch zu erwähnen, daß wenn eine Flüſſigkeit in einem engen Rohre aufſteigt, der Gipfel der flüſſigen Säule immer hohl iſt, wie Fig. 121, und eine Halbkugel von dem Durchmeſſer der Röhre bildet. Wenn hingegen eine Depreſſion ſtattfindet, ſo nimmt der Gipfel der Flüſſigkeit eine gewölbte Geſtalt, Fig. 122, an. Dieſe Geſtalten ſind weſentlich mit der Hebung oder Senkung verbunden, denn wenn man etwa die inneren Wände einer Röhre mit einer fettigen Subſtanz überzieht und ſie dann ins Waſſer taucht, ſo erhält man einen converen Meniskus, gerade ſo als ob man eine gewöhnliche Glasröhre in Queckſilber taucht. Es geht daraus hervor, daß die Differenzen des Niveaus von der Form des Meniskus abhängen und daß alſo alle zufälligen Urſachen, welche verhindern, daß der Meniskus ſeine regelmäßigen Formen annimmt, auch die Höhe der Säulen modificiren. Wenn z. B. eine Röhre im Innern nicht vollkommen rein und glatt iſt, ſo bilden ſich zahnartige Einſchnitte am Rande des Meniskus, und man erhält alsdann, wenn man den Verſuch mehrmals wiederholt, ſehr verſchiedene Reſultate.

Fig. 121.

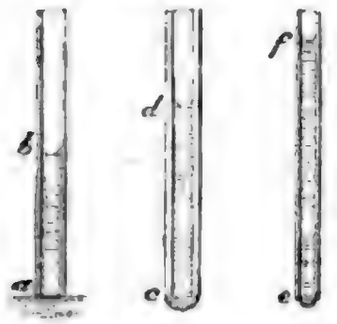
Fig 122.



45 **Verſchiedene Höhen, bis zu welchen dieſelbe Flüſſigkeit in derſelben Röhre ſteigen kann.** Wenn eine Röhre zum Verſuche gedient hat und man ſie mit Vorſicht aus der Flüſſigkeit herausnimmt, ſo beobachtet man, daß die flüſſige Säule, welche im Innern der Röhre hängen bleibt, immer größer iſt als ſie vorher war, da die Röhre noch in die Flüſſigkeit eingetaucht war. Es ſey z. B. *a b*, Fig. 123, die Säule, welche in der Röhre aufſteigt, während ſie in die Flüſſigkeit eingetaucht iſt, ſo kann die Säule, welche in der Röhre hängen bleibt, wenn man ſie aus der Flüſſigkeit herausnimmt, die Höhe *c d* oder gar die Höhe *e f* erreichen. Dieſer Unterſchied hängt von dem Tropfen ab, welcher ſich am untern Ende der

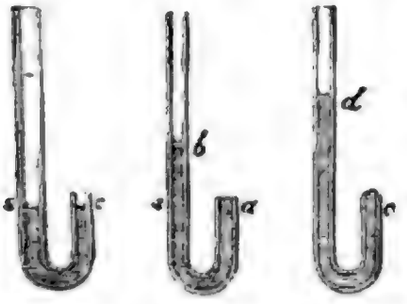
Röhre bildet und welcher ein mehr oder minder converer Meniskus ist. In der That, wenn die Röhrenwände sehr dick sind, so breitet sich der Tropfen aus, und in diesem Falle ist die Erhebung geringer; wenn aber die Wände dünn sind, so ist der convexe Meniskus des Tropfens fast gleich dem concaven Meniskus am obern Ende der Säule, und in diesem Falle ist die Höhe der Säule *ef*, welche in der Röhre hängen bleibt, fast doppelt so groß als die Höhe *ab* der Säule, welche man beobachtet, wenn die Röhre noch in die Flüssigkeit eingetaucht ist.

Fig. 123.



Heberförmig gekrümmte Röhren bieten ähnliche Erscheinungen dar und sind zugleich für die Versuche bequemer. In einer hakenförmigen Röhre, Fig. 124, deren Durchmesser überall gleich weit ist, steht die Flüssigkeit in beiden Schenkeln gleich hoch, so lange die Flüssigkeit noch nicht das Ende des kürzern Schenkels erreicht. Läßt man ganz allmälig in den längern Schenkel Flüssigkeit zufließen, so steigt das Niveau bald bis zum obern Rande des kürzern Schenkels. Von nun an steigt bei fernerm Zufließen im längern Schenkel die Flüssigkeit in demselben, während der Meniskus am obern Ende des kürzern Schenkels immer flacher wird. Wenn man genau beobachtet, so findet man, daß in dem Moment, in welchem der Meniskus ganz verschwunden, wo also die Oberfläche der Flüssigkeit im kürzern Schenkel ganz eben ist, wie Fig. 125, die Höhendifferenz von *a* bis *b* gleich ist der Höhe der Flüssigkeitssäule, welche in demselben Rohre aufgestiegen wäre, wenn man es in eine Flüssigkeit eingetaucht hätte. Bei fernerm Zufluß in den längern Schenkel steigt die flüssige Säule noch höher, während die Oberfläche der Flüssigkeit im kürzern Schenkel conver wird, wie Fig. 126. Das Steigen dauert fort, bis die Höhendifferenz *cd*, Fig. 126, doppelt so groß ist als die Höhendifferenz *ab*, Fig. 125. In diesem Augenblicke ist der Meniskus auf dem kürzern Schenkel eine Halbkugel. Wenn nun noch Flüssigkeit im längern Schenkel zufließt, so reißt die gewölbte Oberfläche, und die Säule fällt mehr oder weniger weit herab, je nachdem der abfließende Tropfen größer oder kleiner ist.

Fig. 124. Fig. 125. Fig. 126.



Diese Erscheinungen können in umgekehrter Ordnung hervorgebracht werden, wenn man in den längern Schenkel eine Flüssigkeitssäule bringt, welche so hoch ist, als sie eben noch getragen werden kann, und dann nach und nach am Gipfel des kürzern Schenkels etwas Flüssigkeit wegnimmt.

46 Wenn der enge Raum nicht cylindrisch ist, wie wir bisher angenommen haben, so sind die Erscheinungen etwas verwickelter, jedoch lassen sie sich oft auf ziemlich einfache Gesetze zurückführen.

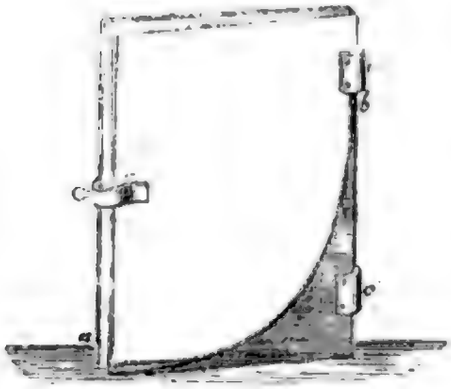
Concentrische Röhren. Denken wir uns eine Röhre, deren innerer Durchmesser 10^{mm} beträgt, in diese eine zweite Röhre geschoben, deren äußerer Durchmesser 9^{mm} beträgt, und zwar so, daß die Axen beider Röhren zusammenfallen, so bleibt zwischen beiden ein ringförmiger Raum von $\frac{1}{2}$ Millimeter Dicke. In diesem Raume nun finden Capillarerscheinungen Statt, und zwar hat man durch den Versuch gefunden, daß die Höhendifferenz hier gerade eben so groß ist, wie bei einem Röhrchen, dessen Radius $\frac{1}{2}$ Millimeter beträgt. Dieses Resultat läßt sich allgemein so ausdrücken: in einem ringförmigen Raume von beliebiger Dicke ist die Hebung oder Senkung gerade eben so groß wie in einer cylindrischen Röhre, deren Durchmesser doppelt so groß ist als die Dicke dieses ringförmigen Raumes.

Wenn der innere Cylinder selbst eine hohle Röhre ist, so finden in dieser Röhre und in dem ringförmigen Raume die Capillarerscheinungen gerade so Statt, als ob jeder derselben für sich allein da wäre. Wäre also der Durchmesser der Röhre gerade doppelt so groß als die Dicke des Ringes, so würden die Gipfel der Säulen in beiden gleich hoch stehen. Wenn die Röhre enger ist, so ist der Gipfel ihrer Säule höher, wenn es sich um eine Hebung, tiefer, wenn es sich um eine Senkung handelt; das Gegentheil findet Statt, wenn die Röhre weiter ist.

Parallele Platten. Der zwischen zwei parallelen Platten befindliche Raum ist nichts als ein Stück eines ringförmigen Raumes von unendlich großem Halbmesser, die Höhen der gehobenen oder gesenkten Säulen müssen also denselben Gesetzen folgen, wie dies der Versuch in der That bestätigt. Welches auch die Entfernung zweier parallelen Platten seyn mag, sie bringen dieselbe Wirkung hervor wie eine cylindrische Röhre, deren Durchmesser doppelt so groß ist als die Entfernung der Platten.

Geneigte Platten. Die Fig. 127 stellt zwei Glasplatten dar, die sich in einer vertikalen Linie schneiden und einen Winkel mit einander machen; sie sind durch zwei Charniere, c und c', mit einander verbunden, so daß der Winkel, den sie mit einander machen, nach Belieben größer oder kleiner gemacht werden kann. Wenn man nun diese Platten in Wasser taucht, so muß es an der engern Stelle bei b höher steigen als an der weitern bei a. An allen Stellen zwischen den beiden Platten wird die Flüssigkeit um so höher

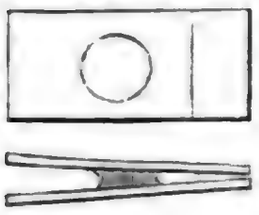
Fig. 127.



steigen, je mehr man sich der Kante nähert, in welcher beide Platten zusammenstoßen. Es ist leicht, durch eine einfache Rechnung zu zeigen, daß der Gipfel des gehobenen Wassers eine gleichseitige Hyperbel bildet, deren Asymptoten auf der einen Seite die Durchschnittslinie der Platten, auf der andern das Niveau der Flüssigkeit ist, in welches sie eingetaucht sind.

Die Fig. 128 stellt ebenfalls zwei gegen einander geneigte Platten dar, die sich aber in einer horizontalen Linie schneiden; die geometrische Ebene, welche ihren Winkel halbirt, kann selbst horizontal, oder auch mehr oder weniger geneigt seyn. Wenn man zwischen die beiden Platten einen Wassertropfen bringt, welcher beide Platten berührt, so sieht man, daß er sich augenblicklich kreisförmig abrundet und gegen den Scheitel des Winkels hineilt. Seine Geschwindigkeit ist größer oder kleiner, je nachdem der Winkel der Platten größer oder kleiner ist. Hält man die obere Platte stets wagerecht, so kann man es durch gehöriges Neigen der untern Platte dahin bringen, daß die Attractivkraft, welche den Tropfen gegen den Scheitel des Winkels treibt, gerade seine Schwere, die ihn zur schiefen Ebene heruntertreibt, das Gleichgewicht hält.

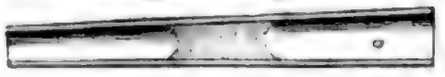
Fig. 128.



Conische Röhren. Die Erscheinungen, von denen wir eben gesprochen haben, wiederholen sich bei conischen Röhren. Die kleine Säule mm' bewegt sich gegen die Spitze des Kegels, wie in Fig. 130, oder gegen die weitere Oeffnung, Fig. 129, je nachdem sie durch zwei concave oder durch zwei convexe Menisken begränzt ist. In beiden Fällen kann man den Tropfen an einer bestimmten Stelle der Röhre festhalten, wenn man der Röhre eine entsprechende Neigung giebt.

Fig. 129.

Fig. 130.



In vertikalen Röhren, mag nun durch sie die Flüssigkeit gehoben oder deprimirt werden, hängt die Höhe der Säule nur von dem Durchmesser der Röhre an der Stelle ab, welche die Säule begränzt. Ueber und unter diesem Punkte mögen die Dimensionen seyn, welche man will, sie haben keinen Einfluß auf die Höhe der Säule. In einer Glocke z. B., welche, wie in Fig. 131, oben mit einem feinen vertikalen Röhrchen endigt, wird die ganze Masse der Flüssigkeit gerade so über dem Niveau der Umgebung erhalten, als ob der Durchmesser der Glocke überall dem Durchmesser der Röhre an der Stelle gleich wäre, bis zu welcher sich die Flüssigkeit erhebt.

Fig. 131.

887:30

Prismatiſche Röhren. Das Studium der Capillarerſcheinungen iſt ſo anziehend, daß die Phyſiker die verſchiedenſten Modificationen derſelben unterſucht haben. Nachdem alle Combinationen erſchöpft waren, welche man mit Platten, Kegeln und Cylindern machen kann, conſtruirte Gellert prismatiſche Röhren, um an ihnen die Geſtalt der Menisken und die Höhe der Säulen zu unterſuchen (Comm. de Petersbourg. T. 12). Mit ſolchen Röhren von dreieckiger und rechteckiger Baſis hat er zwei allgemeine ziemlich einfache Geſetze dargethan, nämlich 1) daß ſich die Höhen umgekehrt verhalten wie die entſprechenden Linien der Grundflächen, wenn dieſe einander ähnlich ſind, und 2) daß die Höhen gleich ſind, wenn die Grundflächen gleichen Flächeninhalt haben. Es ſcheint jedoch, daß dieſes zweite Geſetz einige Ausnahmen erleidet.

Oberflächen von verſchiedener Geſtalt. Das Vorangehende zeigt, daß feſte Körper und Flüſſigkeiten nicht in Berührung kommen können, ohne daß die Oberfläche der beweglichen Flüſſigkeit eine mehr oder weniger merkliche Formveränderung erleidet.

Die Geſtalt der Krümmungen hängt von der Geſtalt der feſten Körper ab. Es findet immer eine Erhebung Statt, wenn die Flüſſigkeit die Oberfläche des feſten Körpers benetzt, eine Depreſſion, wenn dies nicht der Fall iſt. So wird z. B. eine Nähnadel, wenn man ſie mit Alkohol abgewaſchen hat, vom Waſſer benetzt und geht unter, wenn man ſie auch noch ſo vorſichtig auf die Oberfläche der Flüſſigkeit legt, während ſie ſchwimmt, wenn ſie etwas fettig iſt, ſo daß ſie um ſich herum eine Depreſſion veranlaßt. Die Inſecten, welche (Fig. 132) über die Oberfläche des Waſſers dahinlaufen oder vielmehr darüber weggleiten, würden bald ganz benetzt in die Flüſſigkeit hinabgezogen werden, wenn ihr Körper nicht gegen die Benetzung geſichert wäre. Auch die Federn der Waſſervögel ſind ſtets etwas fettig, ſo daß ſie nicht benetzt werden; das Gefieder bleibt trocken, wenn ſie auch den ganzen Körper untertauchen.

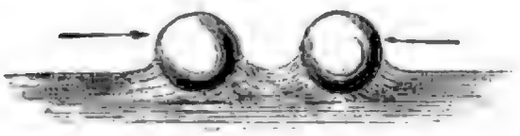
Fig. 132.

47 **Anziehung und Abſtoßung, durch Capillarität hervorgebracht.** Körper, welche in Flüſſigkeiten eingetaucht ſind oder auf ihnen ſchwimmen, bieten ſo merkwürdige Erſcheinungen von Anziehung und Abſtoßung dar, daß es nöthig iſt, hier einige Beiſpiele anzuführen.

Zwei Korkkugeln, welche auf Waſſer ſchwimmen und von demſelben be-

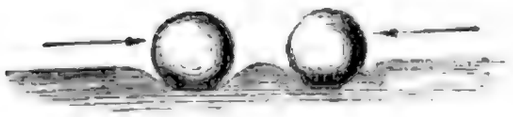
netzt werden, üben gar keine Einwirkung auf einander aus, wenn sie einigermaßen weit von einander entfernt sind; wenn man sie aber so weit nähert, daß das Wasser zwischen beiden keine Ebene mehr bildet, wie Fig. 133, so erfolgt eine lebhafte Anziehung.

Fig. 133.



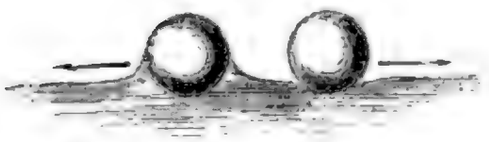
Zwei Kugeln, welche nicht benetzt werden, wie Wachskugeln, welche auf Wasser schwimmen, oder Glaskugeln auf Quecksilber, üben unter gleichen Umständen gleichfalls eine Anziehung aus (Fig. 134).

Fig. 134.



Zwei Kugeln endlich, von denen die eine benetzt wird, die andere nicht, stoßen einander ab, wenn sie in die gehörige Nähe gebracht werden (Fig. 135).

Fig. 135.



Vertikale Platten bieten ähnliche Erscheinungen dar (Fig. 136, Fig. 137, Fig. 138).

Fig. 136.

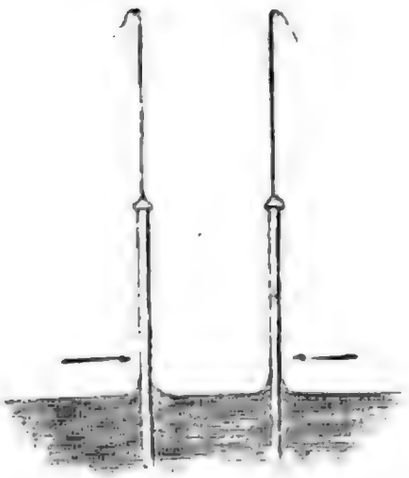


Fig. 137.

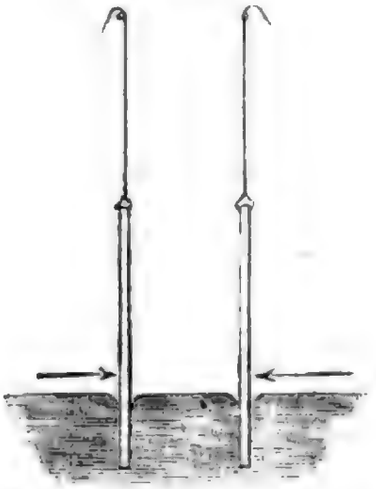
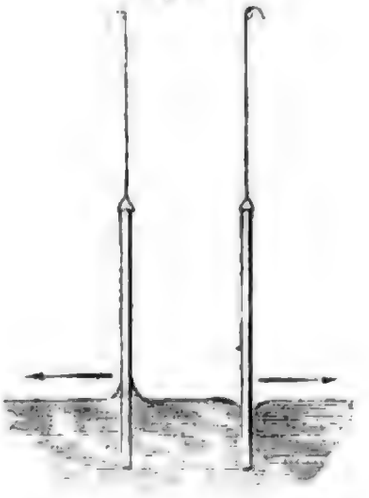


Fig 138.



Man glaubte früher, daß diese Bewegungen von einer directen Einwirkung der Materie herrührten; es ist aber leicht einzusehen, daß sie von der Krümmung der Flüssigkeit abhängen, weil dieselben Körper, die sich auf Wasser anziehen oder abstoßen, bei gleicher Entfernung im leeren Raume, in Luft oder in irgend einem Mittel, welches sie von allen Seiten umgiebt, gar keine Wirkung auf einander ausüben.

Adhäsion der Flüssigkeiten an den Oberflächen fester Körper. 48 Wenn eine feste Scheibe auf die Oberfläche einer Flüssigkeit gesetzt wird, so kann man sie in horizontaler Stellung nicht mehr in die Höhe ziehen, wie wenn sie frei in der Luft hinge; es ist, um sie in die Höhe zu ziehen, eine mehr oder minder große Kraft nöthig. Um diese Kraft zu messen, be-

dient man ſich der Wage. An der einen Seite hängt man eine horizontale Scheibe an, auf der andern Seite legt man ein Gegengewicht auf, welches ſie im Gleichgewichte hält. Wenn das Gleichgewicht hergeſtellt iſt, nähert man der Scheibe von unten die Oberfläche einer Flüſſigkeit, bis die Flüſſigkeit die untere Fläche der Scheibe gerade berührt, dann legt man, ohne zu ſtoßen, auf der andern Seite Gewichte auf und bemerkt, wie viel nöthig iſt, um die Flüſſigkeit von der Scheibe abzureißen. Dieſes Verfahren iſt von Taylor erdacht worden, und die Reſultate, welche Cigna, Guyton und viele andere Phyſiker erhalten haben, gaben zu langen Discuſſionen Veranlaſſung. Wir begnügen uns, hier einige von Gay-Luſſac gefundene Reſultate anzuführen.

Um eine Glasſcheibe von 118,366^{mm} (4″ 6,32‴) Durchmeſſer abzureißen, waren je nach der Natur der Flüſſigkeit verſchiedene Gewichte nöthig, wie die folgende Tabelle zeigt.

Namen der Subſtanz.	Dichtigkeit.	Temperatur.	Gewicht.
Waſſer	1	8,5° C.	59,40 Grm. = 4,063 Loth.
Alkohol	0,8196	8	31,08 » = 2,126 »
id.	0,8595	10	32,87 » = 2,249 »
id.	0,9415	8	37,15 » = 2,542 »
Terpentinöl	0,8695	8	34,10 » = 2,329 »

Eine Scheibe von gleichem Durchmeſſer aus Kupfer oder irgend einer Subſtanz verfertigt, welche von der Flüſſigkeit benetzt wird, giebt genau dieſelben Reſultate. Die Adhäſion iſt alſo wie die Capillarität unabhängig von der Natur der feſten Körper und hängt nur von der Natur der Flüſſigkeit ab. Es iſt leicht, den Grund davon einzuſehen, denn beim Aufziehen bleibt immer eine Schicht der Flüſſigkeit an der Scheibe hängen; man hat alſo durch das Uebergewicht auf der andern Seite nicht die Flüſſigkeit von der feſten Scheibe, ſondern die Molekûle der Flüſſigkeit von einander getrennt, man hatte alſo die Cohäſion der Flüſſigkeit zu überwinden. Die in Rede ſtehenden Verſuche geben alſo ein Maaß für die Cohäſion der Flüſſigkeiten, alſo für die Attraction, welche zwiſchen den Theilchen derſelben ſtattfindet, und man ſieht, daß dieſe Attraction ſehr bedeutend iſt und daß ſie ſich mit der Natur der Flüſſigkeiten ändert.

Wenn die Oberfläche der Scheibe nicht von der Flüſſigkeit benetzt wird, wie es z. B. der Fall iſt, wenn man eine Glasſcheibe auf Queckſilber ſetzt, ſo drückt das Zulaggewicht, welches das Abreißen bewirkt, nicht mehr die Cohäſion der Flüſſigkeit aus. Gay-Luſſac muß [illegible] Zulaggewicht

von 296 Gramm, bald eins von 158 Gramm auflegen, um eine Glasscheibe, deren Durchmesser 118,366^{mm} betrug, von Quecksilber abzureißen, je nachdem zum Auflegen der Gewichte eine längere oder kürzere Zeit verwendet wurde. Diese Versuche zeigen sehr deutlich, daß selbst, wenn ein fester Körper nicht von einer Flüssigkeit benetzt wird, zwischen den Molekülen der Flüssigkeit und denen des festen Körpers eine mehr oder minder große Attraction stattfindet. Dieser Schluß scheint allgemein wahr zu seyn, nur ist in diesem Falle die Cohäsion der Flüssigkeit größer als die Adhäsion zwischen der Flüssigkeit und dem festen Körper.

Verschiedene Wirkungen der Capillarität. Huyghens beobachtete im Jahre 1672 (Journ. d. savans p. 111) eine Erscheinung, welche sehr auffallend erschien. Eine Glasröhre von 70 Zoll Länge und einigen Linien Durchmesser war mit Alkohol wohl gereinigt, mit Quecksilber gefüllt, von aller Luft befreit und vorsichtig umgekehrt worden, wie es beim Toricelli'schen Versuche geschehen muß; in dieser Röhre nun blieb die ganze Quecksilbersäule suspendirt, und es waren einige leichte Stöße nöthig, damit sie frei wurde und auf die gewöhnliche Höhe von 28 Zoll herabsank. Es war dies offenbar eine Adhäsionserscheinung, die immer stattfindet, wenn die innere Oberfläche der Röhre sehr rein und der ganze Apparat sehr luftfrei ist. 49

Don Casbois machte gegen das Jahr 1780 eine für die Construction der Barometer sehr wichtige Beobachtung. Nachdem er das Quecksilber in einer Barometerröhre längere Zeit hatte kochen lassen, sah er nach dem Umkehren, daß der Meniskus fast ganz eben, ja sogar mehr concav als convex war. Man sieht wohl ein, daß die Form des Meniskus einen wesentlichen Einfluß auf die Barometerhöhe haben muß. Die Ursache dieser merkwürdigen Erscheinungen blieb lange Zeit unbekannt, und erst Dulong hat sie vollständig erklärt. Dulong hat nämlich durch directe Versuche gefunden, daß sich bei längerm Kochen des Quecksilbers in Berührung mit Luft Quecksilberoxyd bildet, welches sich in der Flüssigkeit auflöst. Die Dichtigkeit des Quecksilbers wird dadurch nur wenig verändert, wohl aber seine capillaren Eigenschaften, denn es erhält nun die Eigenschaft, an dem Glase anzuhängen. Um also gute Barometer zu machen, muß man während des Kochens den Zutritt der Luft möglichst ausschließen.

Abat machte folgende Beobachtung. Es sey abc, Fig. 139, eine gekrümmte Röhre mit Quecksilber; das Quecksilber steht in beiden Schenkeln gleich hoch, bei a und c. Wenn man nun die Röhre etwas neigt, so daß das Quecksilber bis c' steigt und auf der andern Seite bis a' fällt, so wir[illegible]n man sie sehr vorsichtig in ihre vorige S[illegible]ückbringt, das Quecksilber doch nicht seine [illegible]h. es wird sich in den

Fig. 139.

beiden Schenkeln nicht wieder gleich hoch stellen; es bleibt in dem Schenkel bei *c* höher stehen als im andern; in dem Schenkel aber, in welchem das Quecksilber am tiefsten steht, ist der Meniskus stärker gekrümmt, in dem andern Schenkel ist er flacher. Man sieht daraus, wie vorsichtig man bei Barometerbeobachtungen seyn muß und wie nöthig es ist, bei jeder Beobachtung durch einige schwache Stöße die Reibung des Quecksilbers am Glase zu überwinden. Die flüssige Säule hat nur dann ihre wahre Höhe, wenn der Meniskus seine wahre Gestalt hat.

Die Adhäsion und die Reibung des Quecksilbers am Glase hat bei allen Manometerröhren einen Einfluß, der um so störender wird, je enger die Röhren sind. Daher sind nicht allein für Barometer, sondern auch für alle Manometer weite Röhren vorzuziehen. Bei sehr engen Röhren kann der Einfluß der Wände sehr bedeutende Fehler veranlassen. Man fülle z. B. eine heberförmig gebogene Thermometerröhre halb mit Quecksilber, so daß es in beiden Schenkeln gleich hoch steht. Saugt man nun an dem obern Ende des einen Schenkels, so wird in diesem Schenkel das Quecksilber steigen. Ueberläßt man nun wieder die Röhre sich selbst, so fällt das Quecksilber nicht wieder zurück, es bleibt in dem einen Schenkel 3, 4, ja 5 Zoll höher stehen als im andern. Solche Röhren geben also, als Manometerröhren angewandt, immer sehr unzuverlässige Resultate.

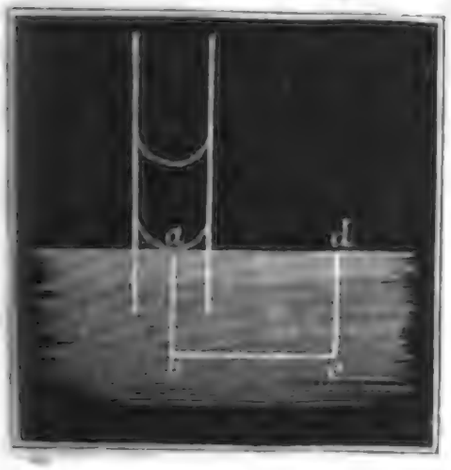
Die Adhäsion findet nicht allein zwischen flüssigen und festen, sondern auch zwischen festen Körpern selbst Statt; sie ist es, welche polirte Glastafeln, Marmorplatten u. s. w. zusammenhält, selbst wenn der äußere Luftdruck aufgehoben ist. Ebenso beobachtet man zwischen festen und gasförmigen Körpern eine Adhäsion, denn wenn man ein Gefäß mit Wasser unter den Recipienten der Luftpumpe setzt, so sieht man beim Auspumpen, wie sich an der Gefäßwand zahlreiche Bläschen bilden, welche um so größer werden, je mehr die Verdünnung der Luft zunimmt. Es ist dies die Luft, welche durch ihre Adhäsion zum Glase an seiner Oberfläche verdichtet war.

50 **Theoretische Andeutungen.** Da die bis jetzt aufgestellten Theorieen der Capillarität fast durchgängig auf das Gebiet der mathematischen Analyse gehören, so müssen wir uns darauf beschränken, die physikalischen Principien anzuführen, welche beim Aufbau jener Theorieen zu Grunde gelegt wurden. Diese Principien reduciren sich zuletzt auf folgende Annahmen: 1) daß in jeder Flüssigkeit eine besondere Cohäsionskraft, d. h. eine anziehende Kraft zwischen den benachbarten Molekülen vorhanden ist. 2) daß zwischen festen und flüssigen Körpern eine Adhäsionskraft wirkt, d. h. eine anziehende Kraft zwischen den benachbarten Molekülen des festen und des flüssigen Körpers.

Laplace nimmt an, daß die anziehenden Kräfte, welche die Capillarerscheinungen hervorbringen, so rasch abnehmen, daß sie auf merkliche Entfernungen Null sind; und wenn eine Flüssigkeit in einer Röhre aufsteigt, haftet nach seiner Annahme eine ganz dünne Schicht der Flüssigkeit an der Wandung der Röhre; diese dünne Schicht bildet selbst eine Röhre, welche eine zweite etwas niedrigere hinaufzieht, die dann wieder eine dritte hebt u. s. w.; jede folgende Schicht ist aber niedriger als die vorhergehende. Auf diese Weise erklärt sich, daß die Flüssigkeit an der Röhrenwandung aufsteigt, daß sich ein Meniskus bildet; daß aber dieser Meniskus die Hebung einer ganzen Flüssigkeitssäule veranlaßt, ergiebt sich aus folgender Betrachtung.

Irgend ein Wassertheilchen, welches mitten in der Flüssigkeit sich befindet, wird durch die Nachbartheilchen nach allen Seiten hin gleich stark angezogen; ein Wassertheilchen dagegen, welches sich auf der horizontalen Oberfläche des Wassers befindet, wird durch die unter ihm befindlichen Wassertheilchen angezogen, ohne daß eine entsprechende Anziehung nach oben stattfindet; dadurch aber entsteht nach unten hin ein Druck, welcher die Wirkung der Schwerkraft der oberen Wassertheilchen auf die unteren vermehrt. Wird nun aber ein enges Röhrchen, Fig. 140, in die Flüssigkeit eingetaucht, so wird wenigstens am Rande sogleich die Flüssigkeit steigen, es wird sich ein Meniskus bilden. Nun aber befindet sich das Theilchen *a*, welches den tiefsten Punkt des Meniskus einnimmt, nicht mehr in einer horizontalen Ebene, rings um dasselbe herum sind Theilchen, welche höher liegen und welche, nach oben ziehend, dem durch die unter *a* liegenden Wassertheilchen veranlaßten nach unten gerichteten Druck entgegen wirken; denken wir uns nun einen sehr engen Kanal *abcd*, dessen Röhrenwände selbst Wasser sind, so wird das Gewicht der Wassersäule *ab* der gleich hohen *dc* das Gleichgewicht halten; da aber die Wassertheilchen in *d* stärker niedergezogen werden, also stärker auf die unteren drücken, als die Wassertheilchen in *a*, so kann in dieser Weise kein Gleichgewicht bestehen, die Wassertheilchen in *a* müssen steigen, bis dem Ueberschusse des Druckes in *d* durch das Gewicht der gehobenen Wassersäule das Gleichgewicht gehalten wird.

Fig. 140.

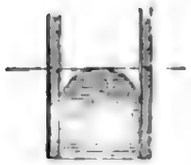


Je enger die Röhre ist, desto stärker wird die Krümmung des Meniskus, desto mehr Wassertheilchen können wirken, um den nach unten gerichteten Druck des Theilchens *a* zu vermindern; desto höher wird also die Wassersäule in der Röhre steigen müssen; eine genaue mathematische Untersuchung

zeigt, daß die Höhe der gehobenen Säule wirklich dem Durchmeſſer der Röhren umgekehrt proportional ſeyn muß.

Wenn ſich in einem Haarröhrchen ein converer Meniskus bildet, wie Fig. 141, ſo würden die Waſſertheilchen im Gipfel des Meniskus ſtärker nach unten gezogen, als wenn ſie in einer horizontalen Ebene lägen; ſie werden alſo ſtärker nach unten drücken, und dadurch erklärt ſich die in dieſem Falle ſtattfindende Depreſſion.

Fig. 141.



Vor Kurzem hat Mile einen Verſuch einer neuen phyſikaliſchen Theorie der Capillarität publicirt (Pogg. Annal. Bd. 45, S. 287 u. 501), welche die verſchiedenen hierher gehörigen Erſcheinungen recht gut unter einem gemeinſchaftlichen Geſichtspunkte zuſammenfaßt. Er legt folgende von Laplace angedeutete, von Anderen vielfach modificirte Anſicht über die Materie zu Grunde:

Die Molekûle der Körper ziehen ſich gegenſeitig an. Dieſe Anziehung aber wird durch die Wärme-Atmoſphären modificirt, in welche die Molekûle gleichſam eingehüllt ſind. Dieſe Wärme-Atmoſphären nämlich ſtoßen ſich gegenſeitig ab, und ſo erklärt ſich, daß Attractionen und Repulſionen gleichſam von denſelben Mittelpunkten ausgehen. Je nach der Entfernung der Molekûle iſt Attraction oder Repulſion vorherrſchend, in tropfbar flüſſigen Körpern aber ſind beide Kräfte im Gleichgewichte.

Mile's neue Theorie ſtützt ſich nicht auf ſubtile hypothetiſche Vorausſetzungen, die ſich auf die innere Conſtitution der Materie beziehen, gehört aber auch nicht zu den mathematiſchen Theorieen, die, ſeiner Anſicht nach, die Sache viel zu tief ſchöpfen wollen. Er ſieht die Capillarität nur als eine mechaniſche molekulare Thätigkeit an, die den Tropfen und die Blaſe, den negativen Tropfen, bildet. Capillare Phänomene ſind nur durch den Einfluß eines engen Raumes und der Adhäſion modificirte partielle Tropfen- oder Blaſenbildungen.

Queckſilber bildet auf Papier, Waſſer auf einer fettigen oder beſtäubten Fläche kugelförmige Tropfen. Gewöhnlich erklärt man dieſe Erſcheinung aus der allgemeinen Attraction aller Molekûle unter ſich, gerade ſo wie man die ſphäriſche Bildung der Himmelskörper erklärt. Dieſe Erklärung aber iſt deshalb unzuläſſig, weil die molekulare Attraction ganz anders wirkt als die allgemeine Schwere; weil ſie, nur in unmerklichen Entfernungen auf die nächſten Molekûle wirkend, ſich nicht ſo ſummiren kann, daß gleichſam ein Anziehungsmittelpunkt, dem Gravitationsmittelpunkte der Weltkörper ähnlich, gebildet wird. Die folgende Erklärung ſcheint richtiger zu ſeyn.

In einer Flüſſigkeit müſſen die Molekûle in einer ſolchen Entfernung verharren, daß Attraction und Repulſion einander neutraliſiren. Es iſt dies

nur dann möglich, wenn die Molekûle in parallelen Schichten gelagert sind, in der Art, daß jedes Molekûl von zwölf anderen umgeben ist, ungefähr so wie man gewöhnlich die gleich großen Kanonenkugeln zu lagern pflegt. Diese Anordnung ist dann nicht im mindesten gestört, wenn die Flüssigkeit auch eben endigt. Jedes Molekûl ist hier nach allen Seiten hin vollkommen gleichen Einwirkungen unterworfen, alle Molekûle sind hier in vollkommen gleichen Entfernungen von einander. Diese Anordnung mag die normale Lagerung der Molekûle heißen. Wird ein Theil der Gränzfläche gekrümmt, so kann der gegenseitige Abstand der Molekûle nicht mehr gleich weit bleiben, und eine solche Lagerung mag anomal genannt werden.

Sobald durch irgend eine äußere Kraft die normale Lagerung der Molekûle gestört wird, wird auch das bisher vollständige Gleichgewicht gestört; es entsteht eine Spannung, welche den gestörten Parallelismus der Schichten wieder herzustellen strebt und welche die Flüssigkeitstheilchen sogleich wieder in die normale Lagerung zurückführt, sobald die störende Ursache zu wirken aufhört. Wenn man ein Stäbchen, welches von der Flüssigkeit benetzt wird, in dieselbe eintaucht, so kann man durch langsames Herausziehen einen Hügel bilden, der nach dem Abreißen sogleich wieder in die Ebene zurückeilt. Dies könnte nun freilich bloß Folge der Schwere seyn, allein dasselbe findet in der umgekehrten Lage der Ebene Statt. Füllt man ein Röhrchen, welches nicht über drei Linien Durchmesser hat und nur an einem Ende offen ist, ganz mit Wasser, so kann man es umdrehen, ohne daß das Wasser ausläuft. Es bildet eine hängende Ebene, an der man wie vorher Hügel herausziehen kann, die sich nach dem Abreißen, der Schwere entgegen, in die Ebene zurückziehen.

Eine tropfbare Flüssigkeit strebt also in einer Ebene zu endigen. Nun aber kann eine rings herum freie Masse nicht durch eine einzige Ebene begränzt werden. Wäre sie durch ebene Flächen begränzt, so würden die Kanten durch die Spannung der Molekûle in denselben bald abgeflacht werden; ist aber die Masse durch eine krumme Oberfläche begränzt, deren Krümmung nicht an allen Stellen gleich ist, so würde an den stärker gekrümmten Theilen der Oberfläche nothwendig auch eine stärkere Spannung stattfinden, welche die Abrundung zur vollkommenen Kugel zur Folge hat. Auf dieselbe Weise geht auch die Abrundung der Blase vor sich.

Die oberflächlichen Molekûle einer ringsum freien tropfbaren Flüssigkeit bilden demnach ein, die innere Masse kräftig zusammendrückendes Netzwerk. Hat man eine kleine Seifenblase gemacht, so behält diese ihre Größe bei, wenn man die Oeffnung des Röhrchens zuhält; sobald man sie aber öffnet, verkleinert sich die Blase mehr und mehr. Wäre die Luft in der Blase nicht durch die umschließende Flüssigkeitsschicht zusammengedrückt gewesen, wäre sie nicht dichter als die sie umgebende Atmosphäre, so würde sie in

der Blaſe bleiben und nicht dem atmoſphäriſchen Luftdrucke entgegen in das Röhrchen gedrängt werden.

Wird Queckſilber in ein Glas gebracht, ſo ſteht es von ſeinen Wänden, wenn auch nicht merklich, ab; bringt man Waſſer oder Baumöl darauf, ſo dringt dies in den Zwiſchenraum ein. Auch ſickert bei ſchlecht ausgekochten Barometern Luft durch dieſen Zwiſchenraum in die Toricelli'ſche Leere. Das Queckſilber bildet alſo in dem Glaſe einen frei liegenden großen Tropfen, deſſen Form nur durch die Gefäßwände bedingt iſt. Er endet oben mit einer horizontalen Fläche, die aber nicht bis an die Wand reichen kann, weil die ſcharfe Kante des Tropfens, wie wir oben geſehen haben, abgerundet wird.

Bringt man einen Tropfen Queckſilber in ein vollkommen cylindriſches Glasröhrchen, welches horizontal geſtellt iſt, ſo bildet er einen an beiden Enden abgerundeten Cylinder. Es kann aber durchaus keine Bewegung entſtehen, weil die Convexität an beiden Enden gleich iſt.

Iſt aber das Röhrchen coniſch, ſo iſt die Convexität des Queckſilberfadens am engern Ende mehr gekrümmt; hier wirkt alſo die Spannung der anomal gelagerten Molekûle ſtärker als auf der andern Seite, und die Folge dieſer überwiegenden Spannung iſt, daß ſich der Queckſilberfaden nach dem weitern Ende hin bewegt.

Füllt man ein Röhrchen ganz mit Queckſilber, legt man es horizontal hin, läßt man das eine Ende des Queckſilberfadens mit einem Tropfen Queckſilber zuſammenfließen, ſo vergrößert ſich der Tropfen, und das Queckſilber tritt zuletzt ganz aus dem Röhrchen heraus und vereinigt ſich ganz mit dem Tropfen. Der Grund davon iſt leicht einzuſehen. Durch die ſtarke Krümmung der Convexität am Ende des Queckſilbercylinders entſteht von dieſer Seite ein weit ſtärkerer Druck auf die Maſſe als von der Seite des Tropfens.

Taucht man ein Glasröhrchen vertikal in Queckſilber, ſo wird es im Röhrchen tiefer ſtehen als außen, weil die ſtarke Convexität des Queckſilbercylinders in der Röhre deprimirend wirkt. Es iſt auch klar, daß die Depreſſion um ſo größer ſeyn muß, je enger die Röhre iſt.

Wenn eine Flüſſigkeit an die Gefäßwände adhärirt, dieſelben benetzt, ſo kann ſie nicht mehr, wie im vorigen Falle, als ein großer Tropfen betrachtet werden, die Oberfläche kann alſo auch nicht, wie dort, eine convexe Geſtalt annehmen. Die Molekûle der Gefäßwand, welche mit der Flüſſigkeit in Berührung ſind, wirken auf die Flüſſigkeit gerade ſo wie die Flüſſigkeitsmolekûle auf einander. Die feſten Gefäßwände ſind demnach nur als eine ſtarre Fortſetzung der Flüſſigkeit zu betrachten. Die über der Flüſſigkeit im Gefäße befindliche Luft muß demnach als eine Blaſe angeſehen werden, die unten von der Flüſſigkeit, auf den Seiten durch die Gefäßwände begränzt

Wäre die Oberfläche der Flüssigkeit vollkommen eben, so würde die Blase, da wo Flüssigkeit und Gefäßwand zusammentrifft, eine scharfe Kante haben, welche alsbald durch die gegenseitige Anziehung der Moleküle, der Wand und der Flüssigkeit abgerundet werden muß; da aber die Moleküle des Gefäßes fest sind, so bleibt nichts übrig, als daß die Oberfläche der Flüssigkeit eine concave Gestalt annimmt, indem Moleküle der Flüssigkeit an den Wänden aufsteigen. Bei der Blase aber bewirkt die Spannung der anomal gelagerten Wassermoleküle einen Druck auf die eingeschlossene Luft; so wird denn auch hier die concave Flüssigkeitsoberfläche gegen die Luft der Blase, also nach oben, einen Druck ausüben.

Ein Tropfen Wasser in einer horizontalen cylindrischen Glasröhre wird einen an beiden Enden concaven Cylinder bilden, der sich nicht bewegt, weil die Concavitäten an beiden Enden gleich sind. Ist das Röhrchen conisch, so ist natürlich die eine Concavität stärker gekrümmt als die andere, und auch die überwiegende Spannung der stärker gekrümmten wird das Wasser nach dem engern Theile der Röhre hingezogen. Ebenso erklärt sich leicht aus der Wirkung der concaven Oberfläche das Aufsteigen des Wassers in einem Röhrchen, welches vertikal in Wasser eingetaucht wird.

Schwimmt eine hohle gläserne Kugel auf Wasser, so fängt dieses schon in einem Abstande von mehr als 6 Linien von der Kugel an, sich rings herum gegen dieselbe zu heben. Bringt man eine zweite Glaskugel einen Zoll weit von der ersten in das Wasser, so nähern sich die Kugeln anfangs langsam, dann schneller und schneller, bis sie endlich an einander stoßen. Wären beide Kugeln fest gewesen, so würde in Folge des Bestrebens der Ebenebildung das Wasser zwischen den Kugeln gestiegen seyn; da sie aber mobil sind, so muß die an sie gleichsam angeheftete und durch ihre Schwere sinkende Wasserfläche, welche sich zwischen ihnen befindet, die Kugeln gegen einander ziehen.

Die Endosmose. Wenn zu einer concentrirten wässerigen Auflösung 51
irgend einer Substanz noch mehr Wasser zugesetzt wird, so zieht dieses nach und nach die Theilchen des aufgelöst'en Körpers an sich, bis eine vollkommen gleichförmige Vertheilung stattfindet. Wenn aber das Wasser und die Lösung nicht in unmittelbarer Berührung, sondern durch irgend einen poröſen Körper getrennt sind, so müssen die Flüssigkeiten durch diese Wand zu einander übergehen, und da ist es nun möglich, daß die poröse Wand die eine Flüssigkeit leichter durchläßt als die andere, so muß die Menge der Flüssigkeit auf der einen oder auf der andern Seite zunehmen. Füllt man z. B. eine unten mit einer Blase zugebundene Glasröhre mit einer concentrirten Lösung von Kupfervitriol, taucht man dann die durch die Blase verschlossene Oeffnung in ein Gefäß mit Wasser, so dringt das Wasser allmälig durch die Blase in die Röhre, so daß in der Röhre die

Flüssigkeit steigt, während sie außen sinkt. Umgekehrt sinkt die Flüssigkeit in der Röhre, wenn das Wasser innen, die Lösung des Kupfervitriol außen ist. Etwas von der Lösung des Kupfervitriols dringt freilich auch durch die Blase zum Wasser, wie man bald an der Färbung erkennt.

Aehnliche Erscheinungen beobachtet man, wenn man in die Röhre Alkohol gießt und sie in Wasser taucht. Nach einiger Zeit beobachtet man daß das Niveau der Flüssigkeit in der Röhre gestiegen ist.

Diese Erscheinungen wurden von Dutrochet entdeckt und mit dem Namen der Endosmose und Exosmose bezeichnet, je nachdem die Flüssigkeit in die Röhre hineinsteigt, oder aus derselben heraustritt.

Der in Fig. 142 dargestellte Apparat, den Dutrochet Endosmometer nennt, ist sehr geeignet, die Erscheinung recht deutlich zu zeigen. *a* ist eine Glasröhre, deren innerer Durchmesser einige Millimeter beträgt und die auf irgend eine Weise, etwa durch einen sehr wohlschließenden Kork, in dem Halse eines weiteren Glasgefäßes befestigt ist. Dieses weitere Gefäß ist unten durch eine Thierblase verschlossen. Dieser mit der einen Flüssigkeit gefüllte Apparat wird nun in ein weiteres Gefäß, welches die andere Flüssigkeit enthält, eingesetzt, ohne daß jedoch die Blase auf dem Boden des Gefäßes *n* aufsitzt.

Fig. 142.

Das Gefäß *b* mit der Röhre *a* sey z. B. mit Weingeist gefüllt, das untere Gefäß enthalte Wasser. Sobald das Gefäß *b* eingesetzt ist, wird sich alsbald ein mechanisches Gleichgewicht zwischen der innern und äußern Flüssigkeit und der Spannung der Blase herstellen. Es sey bei *n* das Niveau des Wassers, bei *n'* der Gipfel der Weingeistsäule in der Röhre. Nach einer Viertelstunde beobachtet man schon eine bedeutende Veränderung, die Flüssigkeit ist nämlich schon um einige Millimeter über *n'* hinausgestiegen, und dieses Steigen dauert fort. Wenn die Röhre selbst 4 bis 5 Decimeter hoch ist, so läßt sich erwarten, daß die Flüssigkeit nach einem Tage den Gipfel erreicht hat, um oben auszufließen. Das Wasser ist also trotz des Druckes, welchen der Alkohol in Folge seiner Schwere auf die Blase ausübt, durch die Poren derselben in das Gefäß *b* eingedrungen; es hat also eine Endosmose des Wassers zum Alkohol durch die Blase hindurch stattgefunden. Macht man den Versuch in umgekehrter Ordnung, indem man das Wasser innen, den Alkohol außen hin bringt, so sinkt das Niveau in der Röhre, während es außen steigt. Man könnte sagen, daß hier eine

Exosmose stattfände, allein es ist einfacher, immer nur einen Ausdruck, nämlich Endosmose, anzuwenden, aber nicht zu sagen, es findet Endosmose zwischen zwei Flüssigkeiten Statt, sondern es findet Endosmose unter einen zu der andern Statt.

Wenn man in ein Gefäß von ungebranntem Thon (etwa eine poröse Thonzelle, wie sie zu Grove's und Bunsen's galvanischen Batterieen gebraucht werden) Schwefelsäure gießt und es dann in ein anderes Gefäß mit Wasser stellt, so findet eine ähnliche Erscheinung Statt; das Wasser dringt durch den Thon durch, das Niveau der Flüssigkeit im Innern der Thonzelle steigt, während es außen sinkt.

Die Wirkung der Endosmose dauert fort, wenn auch allmälig immer schwächer, bis die Flüssigkeiten zu beiden Seiten der Scheidewand ganz gleichartig sind.

Daß der Spiegel der Flüssigkeit auf der einen Seite so hoch über das Niveau auf der andern Seite steigen kann, rührt daher, daß die Poren der Scheidewand zu fein sind, als daß ein hydrostatischer Druck sich durch dieselben fortpflanzen könnte. Wenn man Wasser in eine poröse Thonzelle gießt, so werden die Wände zwar feucht, aber das Wasser tropft nicht durch, und eine Thierblase, welche gleichfalls vom Wasser befeuchtet wird, kann nicht zum Filtriren des Wassers gebraucht werden.

Im Pflanzen- und Thierkörper spielt die Endosmose eine bedeutende Rolle, indem durch dieselbe größtentheils die Absorption und Verbreitung der zur Nahrung dienenden Säfte bedingt ist.

Elasticität der Flüssigkeiten. Die Flüssigkeiten sind, wie die festen Körper, bis zu einem gewissen Grade elastisch, d. h. sie können durch einen starken Druck auf ein kleineres Volumen zusammengedrückt werden, um sich wieder auszudehnen, wenn der Druck nachläßt; es sind jedoch schon sehr starke Kräfte nöthig, um die Flüssigkeiten nur sehr wenig zu comprimiren.

Der Apparat, mit Hülfe dessen Oersted die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten beobachtet und gemessen hat, ist Fig. 143 dargestellt; er besteht im Wesentlichen aus dem, aus dickem Glase gemachten Compressionsgefäß *a*, aus einem mit einem Haarröhrchen endigenden Gefäß, welches Piezometer genannt wird und welches Fig. 144 in größerem Maaßstabe dargestellt ist. Das Haarröhrchen endigt mit einem kleinen Trichter. Für die Genauigkeit des Instrumentes ist es höchst wichtig, die Röhre so zu graduiren, daß das Volumen eines Röhrenstücks, welches zwischen je zwei Theilstriche fällt, ein bekannter Bruchtheil von dem Inhalt des Gefäßes sey. Zu diesem Zweck bestimmt man das Gewicht des Queckſilbers, welches das ganze Gefäß des Piezometers enthält; es sey z. B. 1000 Gramm; dann wird das Gewicht des Queckſilbers bestimmt,

welches in einem Stück der Röhre, deſſen Länge man meſſen kann, enthalten iſt; es ſey dieſes Gewicht z. B. 0,2 Gramm für eine Länge von 100 Millimetern. In dieſem Falle iſt klar, daß der Rauminhalt eines Röhrenſtücks von 1 Millimeter Länge 0,000002 von der Capacität des Gefäßes iſt. Da man nun auf einer getheilten Röhre leicht noch ein halbes Millimeter ableſen kann, ſo kann man noch Milliontheile des Inhalts beſtimmen.

Fig. 143.

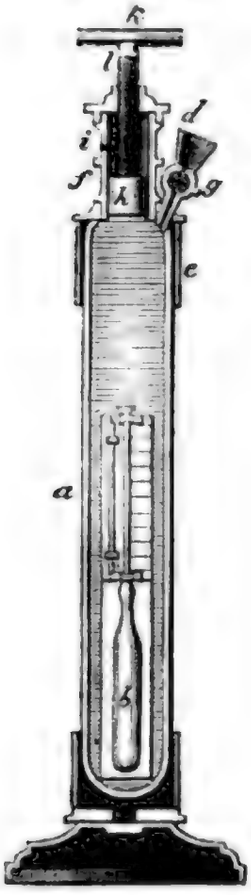
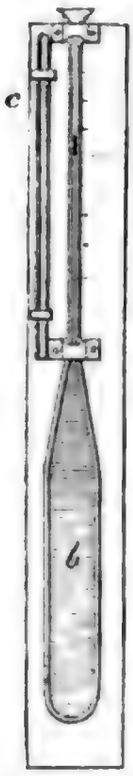


Fig. 144.



Nehmen wir nun an, man wollte mit Hülfe des Piezometers die Zuſammendrückbarkeit des Waſſers ermitteln, ſo füllt man das Inſtrument mit Waſſer, welches vollſtändig von aller Luft befreit iſt. Durch geringe Temperaturveränderungen bringt man nun ein kleines Säulchen von Luft, von Queckſilber oder von Schwefelkohlenſtoff in das Röhrchen, wodurch das Waſſer im Inſtrument begränzt wird. Iſt das Piezometer ſo vorgerichtet, ſo befeſtigt man auf der Platte, auf welcher die Theilung ſich befindet, ein kleines Luftmanometer, d. h. eine cylindriſche Glasröhre, welche 10 bis 15 Millimeter Durchmeſſer hat, 15 bis 20 Centimeter lang, unten offen und oben zugeſchmolzen iſt. Der Apparat wird dann in den Compreſſionsbehälter gebracht, welcher vorläufig ſchon mit Waſſer gefüllt iſt; dabei muß man aber die geringſte Temperaturerhöhung auf das ſorgfältigſte vermeiden, denn eine Temperaturerhöhung von einem halben Grad würde ſchon hinreichen, um den Inder in den kleinen Trichter zu treiben, und eine Temperaturerniedrigung von 1 bis 2 Grad würde machen, daß der Inder bis in das Gefäß zurückſinkt. Es bleibt nun noch übrig, das Waſſer in dem großen Gefäße zu comprimiren, damit ſich der Druck auf die Flüſſigkeit im Piezometer fortpflanzt. An dem obern Ende des Glasgefäßes iſt aber eine metallene Röhre *f* befeſtigt, in welcher ſich ein Kolben *h* bewegt. Dieſer Kolben befindet ſich während der Füllung über der Seitenöffnung *i* der Röhre *f*. Das Waſſer wird durch eine Röhre *g* eingegoſſen, und die Luft entweicht durch die Oeffnung *i*. Wenn das Gefäß gefüllt iſt, wird die Röhre *g* durch einen Hahn geſchloſſen und dann der Kolben *h* durch eine Schraube niedergedrückt, welche man mit Hülfe der Handhabe *k* umdreht. Man beobachtet nun zu gleicher Zeit das Manometer, welches die Größe des Drucks angiebt, und

den Inhalt des Piezometers, um die entsprechende Volumenverminderung zu erhalten. Man würde auf diese Weise unmittelbar die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten erhalten, wenn das Glas nicht selbst etwas zusammendrückbar wäre, dadurch aber wird noch eine Correction nöthig. Nach den Versuchen, die Colladon und Sturm über die Zusammendrückbarkeit des Glases anstellten, wird durch den Druck einer Atmosphäre der kubische Inhalt eines Glasgefäßes um 0,00000165 seines ursprünglichen Volumens verkleinert. Mit Berücksichtigung dieser Correction ergeben sich folgende Werthe für die Zusammendrückbarkeit verschiedener Flüssigkeiten.

Namen der Flüssigkeiten	Zusammendrückbarkeit für den Druck einer Atmosphäre in Millionentheilen des ursprünglichen Volumens.	
	Colladon und Sturm.	Oersted.
Quecksilber	3,38	2,65
Schwefelsäure	30,35	
Salpetersäure	30,55	
Schwefelkohlenstoff		31,65
Ammoniak	33,05	
Essigsäure	40,55	
Luftfreies Wasser	49,65	46,65
Salpeteräther	69	
Terpentinöl	71,35	
Salzsäureäther	84,25 für die 1. Atm.	
id.	80,60 » » 9. »	
Alkohol	94,95 » » 1. »	21,65
id.	91,85 » » 9. »	
id.	87,35 » » 24. »	
Schwefeläther bei 0° . . .	131,35 » » 1. »	61,65
id.	120,45 » » 24. »	
id. bei 11°	148,35 » » 1. »	
id.	139,35 » » 24. »	

Man sieht, daß die Zahlen von Colladon und Sturm immer größer sind als die von Oersted. Beim Quecksilber und dem Wasser ist der Unterschied gering, beim Schwefeläther und dem Alkohol ist er jedoch sehr bedeutend. Diese beiden letzten Flüssigkeiten und der Salzsäureäther zeigen, daß die Zusammendrückbarkeit mit wachsendem Druck abnimmt. Endlich sieht man auch aus der Tabelle, daß der Schwefeläther bei 11° weit stärker zusammendrückbar ist als bei 0°.

Fünftes Kapitel.

Vom Gleichgewicht der Gase und dem atmosphärischen Druck.

52 Die Luft ist ein Körper, welcher nicht unmittelbar so auf die Sinne wirkt wie die festen und tropfbar flüssigen Körper, aber sie erscheint uns in so vielen Phänomenen auf der Erde, über den Gewässern, daß wir nicht nöthig haben, nach anderen Beweisen ihrer Existenz zu suchen. Es giebt Gewitter in allen Climaten und Stürme auf allen Meeren; die Luft umgiebt also den ganzen Erdball, überall bildet sie eine Schicht von großer Dicke, denn überall über Ebenen wie über Berge sieht man Wolken dahinziehen, welche vom Winde fortgetrieben werden. Ueber den Wolken sieht man die prachtvolle Farbe des Himmels, welche ein Beweis für die Höhe der Luft ist, wie die Farbe des Oceans die Tiefe des Wassers beweist. Wenn es keine Luft gäbe, wäre der Himmel ohne Farbe und ohne Glanz; er würde als ein vollkommen schwarzes Gewölbe erscheinen, auf welchem man die Sterne bei Tage mit demselben Glanze erblicken würde wie bei Nacht. Diese ungeheure Luftmasse, welche über der Erde ausgebreitet ist und welche sich hoch über die Gipfel der höchsten Berge hinaus erstreckt, führt den Namen Atmosphäre. Der höchste Gipfel des Himalaya erhebt sich kaum eine Meile über das Niveau des Meeres, während, wie wir sehen werden, die Luft sich mindestens bis zu einer Höhe von 6 bis 7 Meilen erhebt.

Die chemischen Entdeckungen des vorigen Jahrhunderts lehrten uns mehrere Körper kennen, welche, obgleich ihrer Natur nach von der Luft verschieden, doch dieselben physikalischen Eigenschaften besaßen. Man nannte sie Luftarten und sprach von einer mephitischen Luft, einer brennbaren, einer fixen Luft. Heutzutage nennt man sie Gase, gasförmige Körper oder elastische Flüssigkeiten.

Die Gase sind, wie die festen und tropfbar flüssigen Körper, zweierlei Kräften unterworfen, der Schwerkraft und den Molekularkräften.

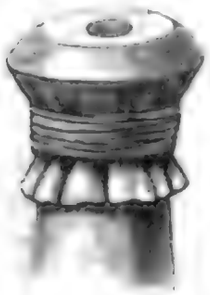
53 Schon sehr früh, ja selbst schon vor Aristoteles, vermuthete man, daß die Luft schwer sey. Diese Wahrheit wurde jedoch erst 1640 durch Galiläi bewiesen und etwas später durch Toricelli's schöne Versuche bestätigt. Durch folgenden Versuch läßt sich die Schwere der Luft direct nachweisen: Man macht einen Ballon, welcher mit einem Hahn versehen

ist, mittelst der Luftpumpe luftleer und hängt ihn an dem einen Arme eines Wagebalkens auf, auf die andere Seite legt man Gewichte, bis das Gleichgewicht hergestellt ist. Oeffnet man nun den Hahn, so füllt sich der Ballon wieder mit Luft, das Gleichgewicht wird gestört, und die Wage neigt sich nach der Seite des Ballons hin. Auf der andern Seite muß man von Neuem Gewichte auflegen, um das Gleichgewicht wieder herzustellen, und zwar gerade so viel, als die Luft im Ballon wiegt. Für einen Ballon von 1 Liter (1 Quart) beträgt die Differenz der Gewichte mehr als ein Gramm, woraus als erste Annäherung folgt, daß ein Liter (1 Quart) Luft unter den gewöhnlichen Umständen etwas über 1 Gramm (16 Gran) wiegt, d. h. daß das Wasser nicht ganz 1000mal so schwer ist als gewöhnliche Luft.

Statt des mit einem Hahn versehenen Ballons kann man folgende ganz wohlfeile Vorrichtung anwenden, welche außerdem noch den Vortheil hat, daß sie bei gleichem Volumen des Ballons weit weniger wiegt als die eben besprochene. Man wähle einen Ballon von nicht gar dickem Glase und nicht sehr dickem, geradem Halse, Fig. 145, aus. Der Hals wird sorgfältig mit einem wohlverschließenden Korke zugestopft, der in der Mitte durchbohrt ist. Das durch den Kork gehende Loch mag etwa 2^{mm} Durchmesser haben. Ueber den Kork wird nun Wachstaffent gebunden, wie Fig. 145 und in größerem Maaßstabe Fig. 146 zeigt. Auf diese Weise ist der innere Raum des Ballons vollkommen von der äußern Luft abgesperrt.

Fig. 145.

Fig. 146.



Neben der Stelle, welche die Oeffnung des Korkes bedeckt, macht man zwei Einschnitte in den Wachstaffent, wie man in Fig. 142 sieht, und so ist der Ballon gewissermaßen mit einem Ventil verschlossen, durch welches Luft aus dem Ballon austreten, aber nicht eintreten kann. Bei Anstellung des Versuchs wägt man zuerst den lufterfüllten Ballon, bringt ihn dann unter die Glocke der Luftpumpe, so wird beim Evacuiren auch die Luft aus dem Ballon heraustreten. Ist er so entleert, so wird abermals gewogen, und man findet nun, daß er leichter geworden ist.

Die Molekularkräfte wirken bei Gasen ganz anders als bei festen und tropfbar flüssigen Körpern. Wir haben gesehen, daß diese Kräfte die Moleküle der festen Körper ganz fest zusammenhalten, und zwar so, daß sie ihre gegenseitige Lage nicht ändern. Auch die Moleküle tropfbar flüssiger Körper halten sie zusammen, jedoch nur so, daß ihnen noch große Freiheit bleibt, nach allen Richtungen hin sich an einander zu verschieben. Bei den Gasen aber wirken die Molekularkräfte repulsiv, die Moleküle gasförmiger

Körper haben ein Bestreben, sich gegenseitig von einander zu entfernen, und in der That entfernen sie sich auch so weit von einander, bis äußere Hindernisse eine weitere Ausdehnung unmöglich machen. Die Luft, welche in einem Gefäße enthalten ist, drückt also fortwährend gegen die Wände.

Dies Bestreben der Luft, sich auszudehnen, wird leicht durch folgenden Versuch nachgewiesen. Man legt unter die Glocke der Luftpumpe eine nur wenig Luft enthaltende und deshalb runzlige Thierblase, deren Oeffnung fest zugebunden ist. Nach einigen Kolbenzügen schon bläht sich die Blase auf und ist endlich gerade so straff angespannt, als ob man mit aller Gewalt Luft hineingeblasen hätte. Läßt man die Luft wieder in den Recipienten hineintreten, so schrumpft die Blase wieder zusammen. Die in der Blase eingeschlossene Luft hat also wirklich ein Bestreben, sich auszudehnen, nur wird demselben durch die umgebende Luft Widerstand geleistet. Anstatt der Blase hätte man auch ein sehr dünnes, mit einem Korke verschlossenes Glas unter den Recipienten setzen können; entweder würde der Stopfen in die Höhe geschleudert, oder das Glas zersprengt worden seyn, vorausgesetzt, daß der Stopfen nicht zu fest sitzt, oder das Glas nicht zu stark ist. Dieser Druck, welchen die Luft gegen die Wände der sie einschließenden Gefäße ausübt, ist dasjenige, was man ihre Elasticität, ihre Spannkraft, ihre Tension, ihre Expansivkraft nennt.

Eine Feder zeigt nur dann Elasticität, wenn man sie zusammendrückt, sie verliert ihre Spannung, sobald sie in ihren ursprünglichen Zustand zurückgekehrt ist. Die Luft hat aber immer eine Expansivkraft, es giebt für sie kein ursprüngliches Volumen, weil sie immer einen größern Raum einzunehmen strebt. Brächte man ein Liter gewöhnlicher Luft in einen leeren Raum von mehreren Kubikmetern, so würde sie sich in dem ganzen Raume gleichförmig verbreiten, sie würde immer noch ein Bestreben haben, sich auszudehnen, und würde also auch noch einen Druck auf die Wände ausüben.

54 Für Gase giebt es nur eine Bedingung des Gleichgewichts, nämlich die, daß die Elasticität in einer und derselben horizontalen Schicht sich gleich bleibt. Die Bedingung ist der zweiten Gleichgewichtsbedingung flüssiger Körper analog und leitet sich aus denselben Principien, nämlich aus der Beweglichkeit der Theilchen und der Wirkung der Schwere auf dieselben ab.

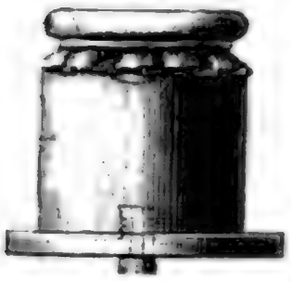
Wenn das Gleichgewicht einer Luftmasse stabil seyn soll, so müssen die tiefsten Luftschichten nothwendig die dichtesten seyn. Es gilt dies sowohl für die Luft, welche in einem Gefäße eingeschlossen ist, als auch für die ganze Luftmasse, welche die Erde umgiebt. Auf der Oberfläche des Meeres ist deshalb der Luftdruck stärker als auf den Gipfeln der Berge.

Die Gase können keine freie Oberfläche haben, wie die flüssigen Körper, weil sie sich, vermöge ihrer Elasticität, bis ins Unendliche ausdehnen würden, wenn sie nicht durch äußere Hindernisse zurückgehalten sind. Man

könnte daraus den Schluß ziehen, daß die Atmosphäre nicht, wie eben gesagt wurde, in einer Höhe von 6—7 Meilen begränzt seyn könne, sondern sich in alle Himmelsräume verbreiten müsse. Wir werden jedoch später sehen, daß dies nicht der Fall ist, und ohne vor der Hand die Ursachen angeben zu können, welche die Luftmolekule zurückhalten, wollen wir doch einstweilen als Thatsache annehmen, daß die Atmosphäre begränzt sey.

Druck der Luft. Sind einmal die allgemeinen Gleichgewichtsbedin- 55
gungen festgestellt, so können wir durch directe Versuche beweisen, daß alle unteren Luftschichten in der That durch die oberen gedrückt sind und daß die Größe dieses Drucks sich ändert, wenn man sich mehr und mehr über das Niveau des Meeres erhebt.

Fig. 147.



Man setze auf den Teller der Luftpumpe einen Glascylinder mit etwas dicken Wänden, welcher oben mit einer Thierblase verschlossen ist, die stark angespannt und an dem Rande recht festgebunden seyn muß. Die Blase erleidet von beiden Seiten gleichen Druck und bildet deshalb eine Ebene. Wenn man nun auf irgend eine Weise mehr Luft in den Cylinder hineinbliese, so würde sich die Blase nach außen wölben; zieht man umgekehrt die Luft aus dem Cylinder heraus, so gewinnt der äußere Luftdruck das Uebergewicht und drückt die Blase nach innen. Letzteres läßt sich leicht mit Hülfe der Luftpumpe bewerkstelligen. Bei den ersten Kolbenzügen schon wird die Blase nach innen gekrümmt; je mehr man auspumpt, desto mehr nimmt die Krümmung zu. Stößt man, wenn die Blase auf diese Weise sehr stark gespannt ist, mit einem etwas spitzen Körper auf dieselbe, so zerreißt sie in tausend Stücke, wobei man einen Knall wie einen Pistolenschuß hört. Dieser Knall wird durch das heftige Eindringen der Luft hervorgebracht; man kann sich aus der Kraft dieses Eindringens einen Begriff von der Größe des Luftdrucks machen, welcher auf der Blase lag.

Hätte man die ganze Anordnung so geändert, daß die Blase eine schräge Stellung gehabt, oder daß der Luftdruck von unten nach oben gewirkt hätte, so würde man denselben Effect erhalten haben, weil die Luft nach allen Seiten hin auf gleiche Weise drückt.

Dieser Versuch scheint sehr auffallend, weil man nicht begreifen kann, wie die Luft, welche sich in einem Zimmer befindet, einen so enormen Druck ausüben kann. Von dem Gewichte der Luftsäule, welche auf der Blase ruht und sich von derselben bis zu der Decke des Zimmers erstreckt, kann diese Wirkung nicht herrühren, denn selbst eine Wassersäule von dieser Höhe könnte sie nicht hervorbringen. Hätte man den Versuch unter freiem Himmel angestellt, so hätte die Blase offenbar den Druck einer Luftsäule aus-

zuhalten gehabt, deren Höhe gleich ist der Höhe der ganzen Atmosphäre. Derselbe Druck wirkt aber auch noch im Zimmer, denn die Luft des Zimmers ist ja durch den vollen Atmosphärendruck gepreßt.

56 **Messung des Luftdrucks.** Da die Luft die ganze Erde umgiebt, so preßt sie auf Alles gerade so wie auf die Blase, sie drückt ebenso auf alle Festländer wie auf die Gewässer. Taucht man das eine Ende einer Röhre in ein mit Wasser gefülltes Gefäß, so wird sich die Flüssigkeit in der Röhre so hoch stellen wie außerhalb, weil der Luftdruck in der Röhre gerade so auf das Niveau der Flüssigkeit wirkt wie außerhalb. Saugt man aber einen Theil der Luft aus der Röhre, so steigt die Flüssigkeit in ihr um so mehr, je länger man saugt. Durch dieses Saugen wird nämlich der Luftdruck im Innern der Röhre vermindert, während der äußere Luftdruck unverändert bleibt. Der Ueberschuß des äußern Luftdrucks nun preßt die Flüssigkeit im Innern der Röhre in die Höhe, bis das Gewicht der gehobenen Wassersäule diesem Ueberschuß das Gleichgewicht hält. Macht man das Innere der Röhre vollkommen luftleer, so muß das Wasser so hoch steigen (vorausgesetzt, daß das Rohr hoch genug ist), daß das Gewicht der gehobenen Wassersäule dem Gewichte einer bis zur Gränze der Atmosphäre reichenden Luftsäule von derselben Basis gleich ist. Auf diese Weise kann man das Gewicht der ganzen Luftsäule bestimmen, wie hoch sie auch seyn mag.

Den Pumpenmachern von Florenz verdanken wir den ersten Keim der Entdeckung dieses wichtigen Gesetzes. Als sie in einem Saugrohre das Wasser über 32 Fuß heben wollten, sahen sie zu ihrem größten Erstaunen, daß es nicht höher stieg. Damals erklärte man das Aufsteigen der Flüssigkeiten, indem man sagte, die Natur habe einen horror vacui. Galiläi genügte eine solche Erklärung nicht, und als ihm die von den Pumpenmeistern gemachte Beobachtung mitgetheilt wurde, kam er gleich auf die Vermuthung, daß die Schwere der Luft die wahre Ursache der Erscheinung sey. Sein Schüler Toricelli gab dafür entscheidende Beweise. Er machte ungefähr folgende Schlußfolge. Wenn zwei verschiedene Flüssigkeitssäulen sich das Gleichgewicht halten sollen, so müssen die Höhen der beiden Säulen sich umgekehrt verhalten wie ihre Dichtigkeiten. Das Quecksilber wiegt nahe 14mal so schwer als Wasser. Wenn nun der Druck der atmosphärischen Luft eine Wassersäule von 32 Fuß tragen kann, so muß er demnach auch eine Quecksilbersäule von $^{32}/_{14}$ Fuß, d. h. von nahe 28 Zoll tragen können. Der Versuch ist leicht anzustellen. Man füllt eine Glasröhre, welche ungefähr 30 Zoll lang und an dem einen Ende verschlossen ist, mit Quecksilber, hält das offene Ende mit dem Finger zu und kehrt die Röhre um. Taucht man das mit dem Finger verschlossene Ende in ein Gefäß mit Quecksilber, Fig. 148, zieht den Finger alsdann weg, so wird das Quecksilber alsbald um einige Zoll fallen und zwar so weit, daß die Erhebung des Quecksilbers

Digitized by Google

Fig. 148.

in der Röhre über das Niveau des Queckſilbers in dem Gefäße ſo groß iſt, wie es aus den eben angeführten Betrachtungen folgt. Die in der Röhre getragene Queckſilberſäule iſt als ein Gegengewicht gegen den atmoſphäriſchen Luftdruck zu betrachten. Dieſer Apparat iſt das Barometer. Der leere Raum über der Queckſilberſäule des Barometers iſt die Toricelli'ſche Leere.

Wir können nun die bisher beſprochenen Reſultate präciſer ausdrücken. Die vertikale Höhe des Niveaus s in der Röhre über dem Niveau ab, Fig. 148, heißt die Barometerhöhe. Sie iſt nicht an allen Orten und nicht zu allen Zeiten dieſelbe. Am Ufer des Meeres beträgt ſie durchſchnittlich 76 Centimeter oder, was ſehr nahe daſſelbe iſt, 28 pariſer Zoll. Eine ſolche Queckſilberſäule von 1 Quadratcentimeter Grundfläche hat einen Kubikinhalt von 76 Kubikcentimetern. Da nun ein Kubikcentimeter Queckſilber 13,59 Gramme wiegt, ſo iſt der Druck dieſer Säule auf ihre Baſis $76 \times 13{,}59$ Gramm $= 1{,}033$ Kilogrammen. Die atmoſphäriſche Luftſäule, welche im Niveau des Meeres auf einem Quadratcentimeter Baſis ruht, drückt alſo auf dieſe Fläche mit einem Gewichte von 1,033 Kilogr. Man kann dieſe Rechnung noch weiter treiben und das Gewicht der ganzen Luftmaſſe beſtimmen, welche die Atmoſphäre bildet. So viel Quadratcentimeter nämlich die Erdoberfläche enthält, ſo vielmal 1,033 Kilogr. wiegt dieſe Luftmaſſe.

Dieſe Berechnung würde bei Zugrundelegung eines andern Maaßſyſtems viel umſtändlicher geweſen ſeyn, weil bei andern Maaßſyſtemen keine einfache Beziehung zwiſchen Volumen und Gewicht beſteht, doch läßt ſich unſer Reſultat jetzt leicht in ein ander Maaßſyſtem übertragen. 1 Quadrat-Zoll preuß. $= 6{,}8405$ Quadr.-Centimeter, jeder Quadrat-Zoll Oberfläche hat alſo durch die Atmoſphäre einen Druck von $6{,}8405 \times 1{,}033 = 7{,}066$ Kilogr. $= 15{,}11$ preuß. Pfund; jeder Quadrat-Fuß hat alſo einen Druck von $15{,}11 \times 144 = 2175{,}84$ Pfunden auszuhalten.

Conſtruction des Barometers. Man hat dieſem Inſtrumente 57
ſehr verſchiedene Formen gegeben, je nach dem Gebrauche, den man davon machen will. Welche Form man aber auch wählen mag, ſo müſſen doch ſtets gewiſſe Bedingungen erfüllt ſeyn, wenn man Genauigkeit fordert.

1) Das Queckſilber muß ſehr rein ſeyn, weil ſich ſeine Dichtigkeit mit ſeiner Reinheit ändert, und weil das unreine Queckſilber am Glaſe anhängt. Das Queckſilber des Handels hat in der Regel nicht die erforderliche Reinheit. Man reinigt es am beſten dadurch, daß man es mit reiner, aber ſtark verdünnter Salpeterſäure wiederholt ſchüttelt. Will man auf dieſem Wege alle Unreinigkeiten wegſchaffen, ſo muß man das Queckſilber

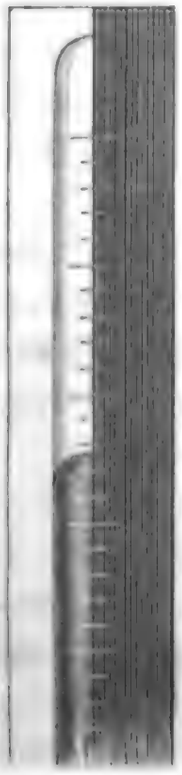
mehrere Wochen lang mit der Säure in Berührung laſſen. Nachdem man die Säure vom Queckſilber entfernt hat, muß man dafür ſorgen, daß auch keine Spur derſelben zurückbleibt, was man durch wiederholtes Auswaſchen mit deſtillirtem Waſſer erreicht.

Das deſtillirte Queckſilber enthält ſtets aufgelöſtes Queckſilberoxyd, welches jedoch durch Schütteln mit verdünntem Schwefelammonium weggeſchafft werden kann.

2) Die Höhe der durch den Luftdruck getragenen Queckſilberſäule muß ſehr genau gemeſſen werden können. Dies iſt jedoch nur dann möglich, wenn das Barometerrohr eine vollkommen vertikale Stellung hat. Zur Meſſung dieſer Höhe iſt in der Regel neben der Queckſilberſäule ein Maaßſtab angebracht. An dieſem Maaßſtabe befindet ſich ein beweglicher Zeiger, der mit einem Nonius verbunden iſt und einen Theil des Glasrohrs umſchließt. Dieſer Zeiger wird in die Höhe der zu beobachtenden Queckſilberkuppe gerückt und dann der Nonius abgeleſen. Hat man jedoch während des Einſtellens das Auge nicht genau in der Höhe der Queckſilberkuppe gehalten, ſo iſt auch der Zeiger nothwendig falſch eingeſtellt worden, nämlich zu hoch oder zu tief, wenn ſich das Auge über oder unter der Kuppe befand.

Manchmal iſt die Theilung auf dem Barometerrohre ſelbſt eingeätzt, oder man hat die Theilung gerade hinter das Rohr gebracht, ſo daß das beobachtende Auge die Queckſilberkuppe gerade vor der Theilung erblickt. Auch hier iſt derſelbe Beobachtungsfehler möglich wie beim Zeiger, daß man nämlich das Auge nicht genau in die Höhe der Queckſilberkuppe hält und deshalb die Höhe der Säule etwas zu groß oder zu klein ſchätzt.

Fig. 149.



Eine äußerſt ſinnreiche Einrichtung hat Wilhelm Weber angegeben, wodurch dieſer Fehler völlig vermieden wird (Pogg. Ann. Bd. 40, S. 28). Die Theilung befindet ſich auf der Vorderſeite eines Streifens von dickem Spiegelglaſe, auf deſſen Hinterſeite die eine Längenhälfte foliirt iſt, ſo daß der Glasſtreifen, von vorn betrachtet, zur Hälfte durchſichtig iſt, zur Hälfte als Spiegel erſcheint (Fig. 149). Das Barometerrohr iſt hinter dieſem Glasſtreifen ſo angebracht, daß ſeine Mittellinie gerade hinter der Gränzlinie des Spiegels liegt, daß man alſo nur die eine Hälfte der Queckſilberſäule ſieht. Wenn die Scala vertikal ſteht, ſo iſt der Punkt des Spiegels, an welchem der Beobachter das Bild ſeines Auges erblickt, genau in der Höhe des Auges ſelbſt; wenn man alſo das Bild des Auges gerade neben der Queckſilberkuppe erblickt, ſo hat

Digitized by Google

das Auge die richtige Stellung, und die Beobachtung ist somit von dem vorher gerügten Fehler frei.

Dies ist jedenfalls der wesentlichste Vortheil der Weber'schen Einrichtung, überdies aber ersetzt sie den Nonius vollkommen. Es ist klar, daß man in dem Spiegel das Bild der Theilung erblickt, im Bilde erscheint aber die Entfernung zweier Theilstriche kleiner als auf der Theilung selbst, denn das Bild der Theilung erscheint dem Beobachter gerade so, als ob man die Theilung um die doppelte Dicke des Glases zurückgerückt hätte. Es stehen demnach die Theilung und ihr Bild gerade in einer solchen Beziehung zu einander, wie die Haupttheilung eines Maaßstabes zur Noniustheilung. Es gehört jedoch viel Gewandtheit im Beobachten dazu, um von der Weber'schen Scala auch noch diesen Vortheil zu ziehen.

Häufig bringt man bei Barometern auch Mikroskope an, um die Quecksilberkuppe zu beobachten. Bei diesen ist natürlich auch ein vollkommen richtiges Einstellen gesichert.

3) Der Raum über der Quecksilbersäule muß vollkommen luftleer seyn, denn wenn Luft in diesem Raume zurückbliebe, oder Dämpfe sich darin befänden, so würde ihre Tension die Quecksilbersäule niederdrücken. Um diesen Zweck zu erreichen, wird das Quecksilber in der Röhre auf folgende Weise ausgekocht: Man füllt $^1/_3$ der Röhrenlänge mit Quecksilber an und kocht es seiner ganzen Ausdehnung nach über einem Kohlenfeuer; alsdann gießt man eine neue Portion Quecksilber zu, welches aber etwas warm seyn muß, damit die Röhre nicht springt, und kocht die neu hinzugegossene Quecksilbersäule auf dieselbe Weise, und so fort, bis man fast die ganze Röhre auf diese Weise behandelt hat, und gießt zuletzt noch etwas heißes Quecksilber auf, um die Röhre vollständig zu füllen. Durch diese Operation wird sowohl die Luft, als auch die Feuchtigkeit, welche an den Röhrenwänden anhaftet, entfernt.

Wenn in der Toricelli'schen Leere noch etwas Luft zurückgeblieben ist, so erkennt man dies daran, daß, wenn man das Barometer neigt, das Rohr sich nicht vollkommen mit Quecksilber füllt, sondern daß ein kleines Luftbläschen am Gipfel der Röhre zurückbleibt. Nach und nach dringt fast immer etwas Luft in die leere Kammer der Barometer; der Fehler, der daraus entsteht, ist jedoch um so geringer, je größer das Volumen der leeren Kammer ist.

Je länger man das Quecksilber in der Röhre kocht, desto flacher wird die Kuppe im Barometerrohre, ja der Quecksilberspiegel erscheint zuletzt fast ganz eben. Man hielt dies früher für einen Beweis, daß alle Luft vollständig aus dem Rohre entfernt sey; Dulong hat jedoch gezeigt, daß das Verschwinden der Quecksilberkuppe daher rühre, daß dem

Queckſilber etwas Queckſilberoxyd beigemengt ſey, wodurch das Anhaften an das Glas vermehrt wird. Dieſes Oxyd bildet ſich während des Auskochens.

Man hat aus dieſem Grunde in neueren Zeiten das Auskochen oft ganz unterlaſſen und ſucht die am Glaſe anhängende Luft und Feuchtigkeit dadurch zu entfernen, daß man das Queckſilber warm in die Röhre füllt. Bei Gefäßbarometern, d. h. bei ſolchen, welche aus einer vollkommen geraden Röhre beſtehen, deren unteres Ende in ein größeres Gefäß mündet, wie beim Toricelli'ſchen Verſuche, geſchieht dies, indem man eine etwas weite Thermometerröhre, welche oben trichterförmig mündet, bis auf den Boden in das Barometerrohr hineinſteckt und dann durch dieſen langen Trichter das Queckſilber warm eingießt. Wenn dies mit Sorgfalt ausgeführt wird, ſo läßt ſich ebenfalls Luft und Feuchtigkeit vollſtändig entfernen, die Queckſilberkuppe verſchwindet jedoch niemals wie bei den ausgekochten Röhren.

Mohr hat vorgeſchlagen, um das ſchwierige Auskochen zu vermeiden, das mit Queckſilber gefüllte Barometerrohr mit einer Luftpumpe in Verbindung zu bringen und dann die Luft durch Auspumpen zu entfernen.

Die Röhren, welche man zu Barometern anwenden will, dürfen nicht zu eng ſeyn, denn bei weiten Röhren bringt, wie ſchon erwähnt, ein ganz kleines Luftbläschen, welches etwa in den leeren Raum eingedrungen ſeyn ſollte, einen völlig verſchwindenden Fehler hervor; man nimmt deshalb zu ſehr genauen Barometern mitunter Röhren von 6‴ Durchmeſſer. Enge Röhren haben aber noch einen größern Nachtheil, daß ſie das Barometer unempfindlich machen. Bei engen Röhren iſt nämlich der Einfluß des Reibungswiderſtandes an den Glaswänden und des Anhaftens des Queckſilbers an denſelben, namentlich, wenn etwas Queckſilberoxyd dem Queckſilber beigemiſcht iſt, ſo bedeutend, daß geringe Veränderungen im Luftdrucke von einem ſolchen Barometer gar nicht angegeben werden, d. h. der Luftdruck kann ſich etwas ändern, ohne daß die Queckſilberkuppe ihre Stellung ändert; es iſt ein Anſtoßen des Inſtrumentes, eine Erſchütterung nöthig, damit dieſe Widerſtände überwunden werden und die Kuppe ihre richtige Stellung einnimmt. Selbſt bei Barometern, welche man nur zu Witterungsbeobachtungen anwenden will, darf das Rohr nicht weniger als eine Linie Durchmeſſer haben. Von den Correctionen, welche man an den gemeſſenen Barometerhöhen in Beziehung auf Capillarität und Temperatur anzubringen hat, wird ſpäter die Rede ſeyn.

Gehen wir nun zur nähern Beſchreibung der verſchiedenen Arten von Barometern über, ohne jedoch die Künſteleien anzuführen, durch welche man die Barometer in zierliche Möbel umgeſtalten wollte, oder ſie em-

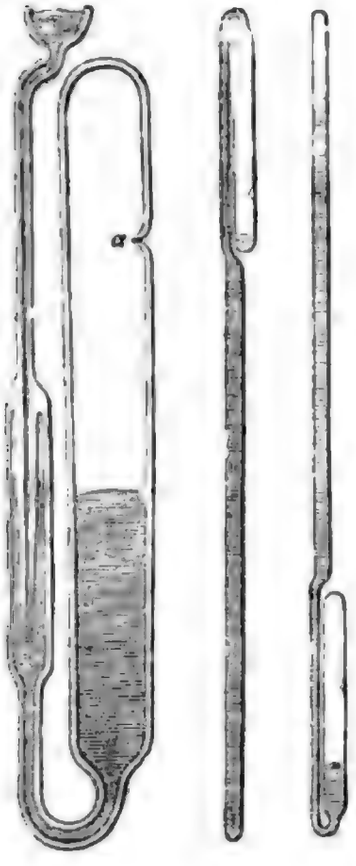
Fig. 150.

pfindlicher zu machen suchte, ohne jedoch den Zweck zu erreichen.

Das gewöhnliche Barometer besteht aus einer Röhre, Fig. 170, welche unten gekrümmt ist, mit einem weitern Gefäße endigt und auf einem Brette befestigt ist. Die Höhenscala ist in der Regel von Metall. Wenn das Gefäß etwas weit ist in Vergleich zu dem Durchmesser der Röhre, so sind die Schwankungen der Säule fast ohne Einfluß auf das Niveau des Quecksilbers im Gefäße, so daß man, wenn keine große Genauigkeit gefordert wird, dieses Niveau als constant betrachten kann. Bei diesen Barometern, die man zu genauen Untersuchungen nicht brauchen kann, befindet sich in der Regel die Scala auch nur am obern Theile des Instrumentes.

Auf Reisen wird jetzt fast nur noch das Gay-Lussac'sche Heberbarometer angewandt, weil es genaue Resultate giebt, leicht beobachtet und vor allen Dingen leichter transportirt werden kann als alle anderen Barometer. Es ist Fig. 153 dargestellt. Der offene Schenkel hat nur eine capillare Oeffnung *a*, groß genug, um die Luft frei eintreten zu lassen, aber zu klein, als daß das Quecksilber durch dieselbe auslaufen könnte. Man kann es also umkehren, Fig. 152, ohne fürchten zu müssen, daß man Quecksilber verliert. Damit, wenn man das Barometer aus der umgekehrten Lage wieder zur Beobachtung umkehrt, keine Luft in den längern Schenkel eintreten kann, hat Bunten die Fig. 151 abgebildete sinnreiche Anordnung getroffen. Weil der offene und der verschlossene Schenkel gleichen Durchmesser haben, so ist keine Correction wegen der Capillarität nöthig.

Fig. 151. F. 152. F. 153.



Bei diesen Barometern hat die Quecksilberkuppe, welche dem Druck der atmosphärischen Luft ausgesetzt ist, durchaus keine feste Stellung; der Nullpunkt, von welchem aus die Höhe der Barometersäule zu messen ist, steigt und fällt. Man hat deshalb die Scalen so eingerichtet, daß sie verschoben werden können, daß man also den Nullpunkt der Theilung an die Stelle der unteren Kuppe rücken kann. Man wird bemerken, daß beim Gay-Lussac'schen

Heberbarometer die Röhre so gebogen ist, daß der offene Schenkel in einer geraden Linie mit dem obern Theile des längern Schenkels liegt. Diese Einrichtung hat zum Zweck, daß man die Stellung beider Quecksilberkuppen auf einer und derselben geradlinigen Scala ablesen kann. Statt der verschiebbaren Scala hat man auch solche, deren Nullpunkt zwischen den beiden Kuppen liegt. Man lies't ab, wie viel die eine Kuppe über, die andere unter diesem Nullpunkte liegt, die Summe dieser beiden Entfernungen ist die Barometerhöhe.

Fig. 154.

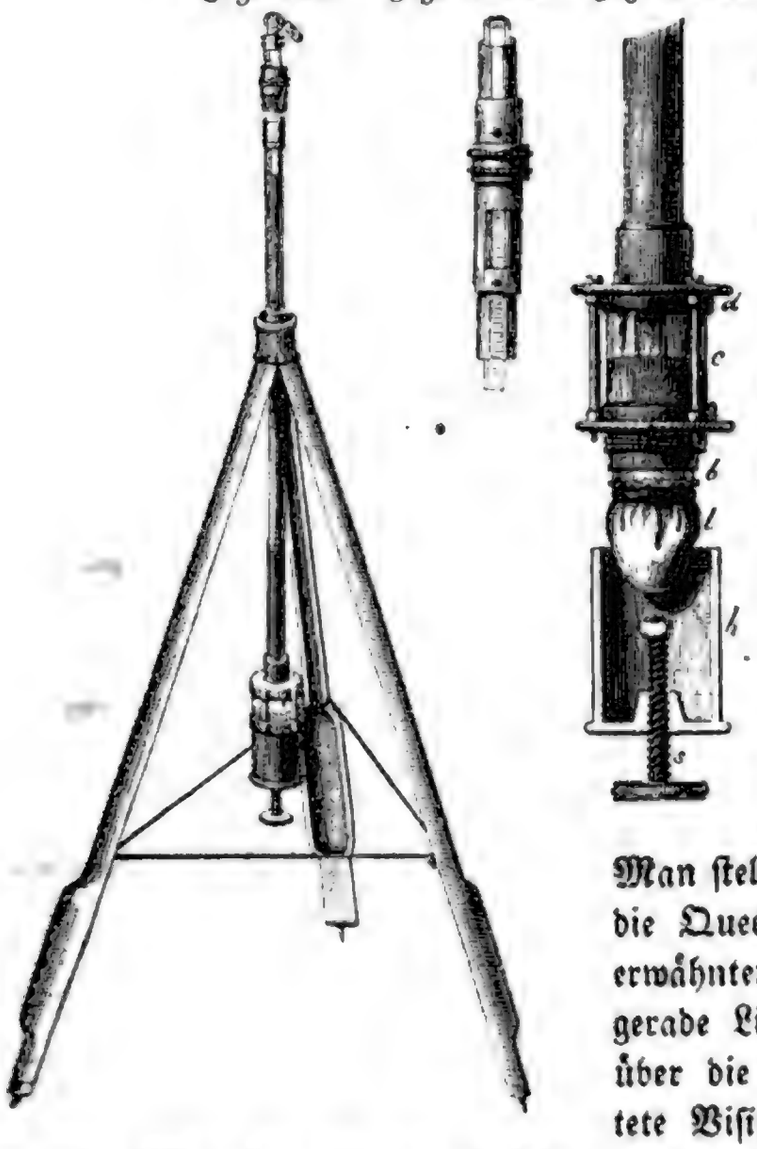
Auch findet man bei Gay-Lussac'schen Barometern die Theilung oft auf das Glas geätzt.

Man würde nur eine Kuppe zu beobachten nöthig haben, wenn die Quecksilbermasse des Barometers durch Temperaturveränderungen nicht ihr Volumen änderte; so lange die Temperatur nicht wechselt, muß die Quecksilbersäule bei verändertem Luftdrucke im einen Schenkel genau so viel steigen, wie sie im andern fällt; man könnte also aus den Schwankungen des einen Schenkels auf die im andern schließen; diese Schlüsse bleiben jedoch nur so lange wahr, als sich die Temperatur nicht ändert; die fortwährenden Variationen der Temperatur machen deshalb die Beobachtung beider Kuppen nöthig.

Das Rohr ist in einer Hülse von Holz befestigt, Fig. 154, welche geschlossen einen Stab bildet und zum Transport sehr bequem ist.

Das Fortin'sche Barometer, Fig. 155, ist ein Gefäßbarometer und dadurch ausgezeichnet, daß das Quecksilber im Gefäße ein constantes Niveau hat. Der Boden des Gefäßes ist nämlich durch einen Lederbeutel *l*, Fig. 156 a, gebildet, gegen welchen von unten auf eine Schraube *s* drückt. Je nachdem man die Schraube *s* dreht, wird der Quecksilberspiegel im Gefäße gehoben oder gesenkt. Von dem Deckel des Gefäßes aber geht ein unten zugespitzter Stift von Elfenbein herab, welcher sich auf der glänzenden Oberfläche des Quecksilbers spiegelt. Durch Drehen der Schraube *s* ist es nun leicht, die Oberfläche des Quecksilbers genau mit der Spitze des Stiftes in Berührung zu bringen; es ist dies nämlich der Fall, wenn die Spitze des Stiftes und die Spitze seines Bildes in Berührung sind. Diese Spitze ist der Nullpunkt der Barometerscala. Das Barometerrohr ist von einem Metallrohre umgeben, in dessen obern Theil zwei Spalten diametral einander gegenüberstehend angebracht sind, durch welche man die Quecksilberkuppe sehen kann. Auf diesem Metallrohre ist auch die Theilung angebracht, deren Nullpunkt der richtig eingestellte Spiegel des Quecksilbers im Gefäße ist. Man könnte die Höhe der Barometersäule direct auf jener Theilung ablesen; um jedoch Fehler zu vermeiden, welche dadurch entstehen könn-

Fig. 155. Fig. 156 b. Fig. 156 a.



ten, daß man beim Ablesen das Auge über oder unter die Horizontalebene der Quecksilberkuppe hält, ist auf dem Metallrohre ein Schieber angebracht, Fig. 156 b, in welchem sich ebenfalls zwei diametral gegenüberstehende Spalten befinden, welche auf die Spalten des Rohres passen und nur etwas breiter sind als jene, so daß man noch die Theilung des Rohres sehen kann. Die oberen Ränder der beiden Spalten im Schieber sind genau in gleicher Höhe. Man stellt den Schieber nur so, daß die Quecksilberkuppe und die oben erwähnten beiden Ränder in eine gerade Linie fallen, daß also die über die beiden Ränder hin gerichtete Visirlinie die Quecksilberkuppe tangirt. Man hat jetzt nur zu sehen, welcher Theilstrich des Rohres der Höhe dieser Visirlinie entspricht. Um auch Unterabtheilungen der Theilung auf dem Rohre noch bestimmen zu können, ist der Schieber mit einem Nonius versehen.

Variationen des Barometerstandes. Das Gewicht der atmosphä- 58
rischen Luftsäule, welche sich über uns befindet, ist durch mancherlei Einflüsse bedingt. Der beständige Wechsel der Temperatur, die Winde, die veränderliche Menge der in der Luft verbreiteten Wasserdämpfe führen fortwährende Aenderungen des Luftdrucks mit sich, welcher auf das Barometer wirkt. Man begreift demnach sehr wohl, daß die Barometersäule an einem und demselben Orte nicht stationär bleiben kann, und daß sie mehr oder weniger bedeutende Variationen erleidet. In unseren Gegenden z. B. vergeht fast kein Tag, an welchem der Barometerstand sich nicht um einige Millimeter änderte. Im Allgemeinen unterscheidet man zweierlei Arten von Schwankungen des Barometers, nämlich *periodische* und *zufällige* Schwankungen. Die ersteren treten regelmäßig zu bestimmten Zeiten ein und haben eine constante Größe; die letzteren hingegen sind unregelmäßig,

so daß man weder ihre Zeit, noch ihre Größe voraussehen kann. Wir werden diesen Gegenstand in der Meteorologie weiter besprechen.

59 **Größe des Luftdrucks.** Wir haben oben in Nr. 56 ermittelt, wie groß der Luftdruck ist, welcher dem Barometerstande von 760^{mm} entspricht. Ganz auf dieselbe Weise läßt sich die Größe des Luftdrucks für jede Barometerhöhe berechnen. Man wird die Resultate finden, wie sie in folgenden Tabellen enthalten sind.

Höhe der Quecksilbersäule.	Druck auf ein Quadratmeter.	Höhe der Quecksilbersäule.	Druck auf ein Quadratmeter.	Höhe der Quecksilbersäule.	Druck auf ein Quadratmeter.
500^{mm}	6793^{kg}	600^{mm}	8152^{kg}	700^{mm}	9510^{kg}
510	6929	610	8287	710	9646
520	7065	620	8423	720	9782
530	7201	630	8559	730	9918
540	7336	640	8695	740	10054
550	7472	650	8831	750	10189
560	7608	660	8967	760	10325
570	7744	670	9105	770	10461
580	7880	680	9238	780	10597
590	8016	690	9374	790	10733

oder auch

Höhe der Quecksilbersäule in par. Z.	Druck auf 1 preuß. Quadratfuß in preuß. Pfund.	Höhe der Quecksilbersäule in par. Z.	Druck auf 1 preuß. Quadratfuß in preuß. Pfund.
29	2254	24	1865
28	2176	23	1787
27	2098	22	1710
26	2021	21	1633
25	1943	20	1554

60 **Wirkung des Luftdrucks auf den menschlichen Körper.** Der menschliche Körper ist so gut wie jeder andere dem Drucke der Atmosphäre ausgesetzt, und da die Oberfläche eines ausgewachsenen Menschen weit mehr als ein Quadratmeter beträgt, so ist der Totaldruck, der von allen Seiten her gleichförmig vertheilt gegen den Körper wirkt, allerdings sehr bedeutend, er beträgt 30- bis 40tausend Pfund.

Das scheint für den ersten Anblick allerdings unglaublich, und es giebt viele, selbst gebildete und geistreiche Leute, welche eine solche Behauptung für baaren Unsinn halten, welche die ganze Lehre vom Luftdrucke als falsch verwerfen, weil sie zu solchen, ihrer Ansicht nach ganz absurden Folgerungen führt. Drieberg, welcher erst kürzlich ein Werkchen gegen den Luftdruck schrieb, sagt in seiner Vorrede: »Nach dem weisen Rathschlusse der Physikbeflissenen müssen wir armen Creaturen uns bekanntlich mit einer Luftlast von 30- bis 40tausend Pfund herumschleppen, und selbst die Elßler, wenn sie auf der großen Zehe steht, trägt ihre 30tausend Pfündchen u. s. w.«

Eine solche Ausdrucksweise zeigt schon ein Mißverstehen der Lehre vom

Luftdrucke, denn da er ja gleichmäßig von allen Seiten, also von oben und unten, von vorn und hinten, von der rechten und linken Seite wirkt, so kann hier weder von einem »Schleppen«, noch von einem »Tragen« die Rede seyn, solche Ausdrücke sind nur auf einen einseitigen Druck anwendbar.

Aber man könnte einwenden, wenn ein so starker Druck auch ganz gleichförmig und von allen Seiten her gegen den Körper wirkt, so müßte er ja den Körper in sich selbst zusammenpressen, er müßte ihn zermalmen!

Was soll aber zermalmt werden? Das Knochengerüst? es könnte noch einen weit stärkern Druck aushalten; die mit Flüssigkeiten und Luft gefüllten Gefäße und Höhlungen des Körpers? Die im Körper befindliche Luft ist von gleicher Dichtigkeit mit der äußeren, sie kann also durch den Luftdruck nicht weiter comprimirt werden; daß aber die im Körper enthaltenen Flüssigkeiten nicht zerdrückt werden können, versteht sich von selbst.

Es bleibt demnach nur noch etwa der Zweifel zu heben übrig, ob nicht die zarten Häutchen und Gewebe, welche die Hüllen der einzelnen Gefäßchen bilden, durch einen so starken Druck Noth leiden müßten. Von einem Zerreißen der zarten Gewebe kann aber keine Rede seyn, weil der Druck gleichmäßig von beiden Seiten wirkt; um aber die Häutchen etwa zu zerquetschen, ist der Druck nicht stark genug. Da es sich hier nur um kleine Gefäßchen handelt, so kommt auch nur der Druck in Betracht, der auf die kleine Oberfläche derselben wirkt; aus der obigen Tabelle aber kann man entnehmen, daß der Luftdruck auf eine 1 Quadr.-Centim. (ungefähr 20 Quadratlinien) große Oberfläche nur 1 Kilogr. (2 Pfund), auf 1 Quadr.-Millim. (ungef. $^2/_{10}$ Quadratlinien) aber nur 1 Centigr. (ungef. $^3/_5$ Lth.) beträgt.

Wenn man die Sache auf diese Weise betrachtet, so fällt alles Auffallende und Unbegreifliche weg. Die Lehre vom Luftdrucke, der auf den menschlichen Körper wirkt, erhält nur dadurch etwas Paradoxes, daß man durch die Summation der Pressungen, welche auf die einzelnen Theilchen wirken, enorme Zahlen erhält, während doch jedes einzelne Theilchen für sich mit dem Luftdrucke im Gleichgewichte steht, und nicht der Totaldruck einseitig gegen eine Stelle des Körpers wirkt.

Wenn man den Luftdruck von irgend einer Stelle des Körpers entweder mit Hülfe eines Schröpfkopfes oder einer Luftpumpe wegnimmt, so wird der Inhalt der Gefäßchen ein Bestreben geltend machen, sich auszudehnen.

Wie wichtig der Luftdruck für die Oekonomie der Kräfte des menschlichen Körpers ist, haben die classischen Untersuchungen der Gebrüder Weber gezeigt.

Betrachtet man das Knochengerüste des menschlichen Körpers, so findet man an jeder Seite des Beckens eine spiegelglatte, mit einer schlüpferigen Flüssigkeit benetzte Vertiefung, die Pfanne, in welche der kugelförmige Kopf des Schenkelknochens genau hineinpaßt, wie man dies Fig. 157 deut-

Fig. 157.

lich sehen kann, welche das Becken mit den Schenkelknochen darstellt.

Der vordere Theil des Beckens und der beiden Schenkelköpfe ist durch einen senkrechten Schnitt weggenommen, damit man besser sehen kann, wie die Schenkelköpfe in den Pfannen sitzen; da sich nun der Schenkelkopf in der Pfanne nach allen Seiten leicht drehen läßt, so begreift man, daß das Bein nach allen Seiten hin beweglich ist.

Das ganze Gelenk ist durch eine Kapselmembran eingehüllt, welche, das Becken mit dem Schenkelkopf verbindend, an dem knöchernen Pfannenrande und am Halse des Schenkelkopfs angewachsen ist.

Wenn man auf einem Beine steht und das andere nur so viel krümmt, daß es hängt, ohne den Boden zu berühren, so kann man mit ungemein geringer Muskelanstrengung das hängende Bein hin und her schwingen lassen. Während das Bein so schwingt, sind die Muskeln, welche das Becken mit dem Schenkelbeine verbinden, ganz schlaff, und daraus schon geht hervor, daß diese Muskeln es nicht seyn können, welche das schwebende Bein tragen. Die Gebrüder Weber haben dies auch durch den Versuch nachgewiesen, indem sie an einem Leichname alle Muskeln durchschnitten, welche den Schenkel mit dem Becken verbinden. Das frei schwebende Bein fiel nicht herab, wie es der Fall gewesen wäre, wenn es im Leben durch die Muskeln getragen würde.

Auch die Kapselmembran wurde durchschnitten, und das Bein fiel nicht herab.

Der Schenkelkopf wird in der luftdicht schließenden Pfanne durch den Druck der atmosphärischen Luft zurückgehalten, oder das Gewicht des Beines wird von dem Drucke, den die atmosphärische Luft auf dasselbe von unten nach oben ausübt, äquilibrirt, es bedarf also keinerlei Kraftanstrengung, um während des Gehens das eben nicht auf dem Boden stehende Bein zu tragen, obgleich das Gewicht desselben nicht unbedeutend ist.

Die Richtigkeit dieses Satzes wurde noch durch folgenden Versuch bestätigt. Es wurde durch das Becken hindurch mitten in die Pfanne ein kleines Loch gebohrt; das Bein fiel in demselben Augenblicke herab, in welchem die

Spitze des Bohrers die Pfanne eben durchbrochen hatte und den Schenkelkopf noch nicht berührte. Als der Schenkelkopf nun wieder in die Pfanne hineingeschoben wurde, so daß seine Kugelfläche wieder genau mit der Kugelfläche der Pfanne in Berührung kam, und man dann das Loch im Becken mit dem Finger zuhielt, wurde das Bein auch wieder durch den Luftdruck getragen; es fiel aber sogleich wieder herab, sobald man den Finger wieder von dem Loche wegnahm, so daß die Luft von oben eindringen konnte.

Die Arme werden in derselben Weise durch den Luftdruck getragen wie die Beine.

Alle Reisenden, welche sehr hohe Gebirge erstiegen haben, erzählen, daß man auf bedeutenden Höhen eine auffallende Müdigkeit verspüre, welche den Wanderer nöthigt, oft sich zu setzen und auszuruhen. Diese Müdigkeit erklärt sich nun durch die bedeutende Verminderung des Luftdrucks.

Das Mariotte'sche Gesetz. Das Mariotte'sche Gesetz läßt sich so 61
ausdrücken: Das Volumen der Gase verhält sich umgekehrt wie der Druck, dem sie ausgesetzt sind. Um dieses Fundamentalgesetz durch den Versuch zu beweisen, nehme man eine gekrümmte cylindrische Röhre, deren kürzerer Schenkel oben geschlossen ist, während der längere Schenkel offen bleibt. Man gieße zu Anfang nur wenig Quecksilber ein,

Fig. 158.

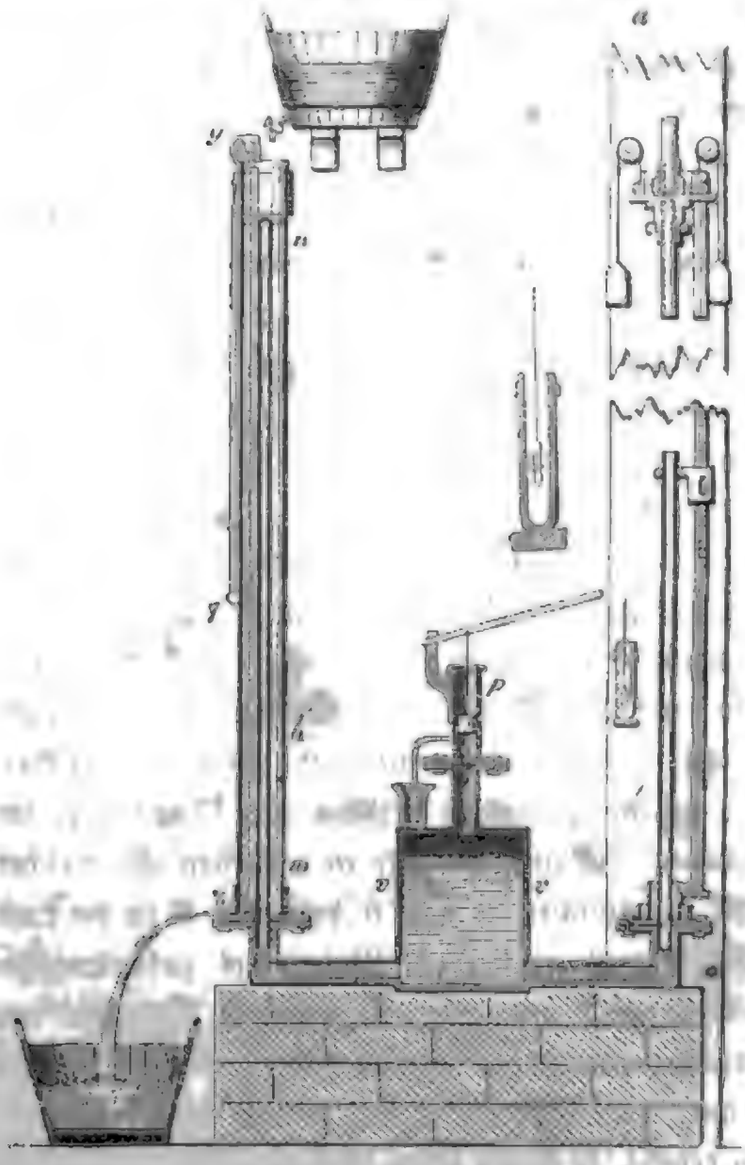
neige dann den Apparat ein wenig, damit etwas Luft aus dem kürzeren Schenkel entweicht; so kann man es leicht dahin bringen, daß das Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch steht. Alsdann ist die in dem Raume *a b* abgesperrte Luft genau dem Druck der Atmosphäre ausgesetzt. Gießt man nun von Neuem Quecksilber in den offenen Schenkel, so wird der Druck, den die eingeschlossene Luft auszuhalten hat, vermehrt, sie wird dadurch auf einen kleineren Raum zusammengepreßt. Wenn das Quecksilber im kürzeren Schenkel bis zum Punkte *m* gestiegen ist, welcher sich in der Mitte zwischen *a* und *b* befindet, so ist die Luft auf die Hälfte ihres vorherigen Volumens zusammengepreßt; bezeichnet man nun auf dem längeren Schenkel den Punkt *n*, welcher mit *m* gleiche Höhe hat, und mißt man dann, wie hoch das Quecksilber sich im längeren Schenkel noch über *n* erhebt, so findet man, daß die Höhe der Quecksilbersäule *n s* genau der Barometerhöhe gleich ist; die in *b m* eingeschlossene Luft hat demnach einen Druck von zwei Atmosphären auszuhalten. Wenn der offene Schenkel dieses Apparates lang genug ist, so kann man auf dieselbe Weise zeigen, daß ein Druck von 3, 4 Atmosphären die eingeschlossene Luft $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ihres ursprünglichen Volumens zusammenpreßt.

Arago und Dulong haben bewiesen, daß dieses Gesetz für atmosphärische Luft wenigstens bis zu einem Drucke von 27 Atmosphären noch keine Aenderung erleidet. Die Mittel, welche sie zu diesem Zwecke anwandten, sind folgende:

In der Mitte eines alten Thurmes des collège Henri IV. war ein 100 Fuß hoher Mastbaum von Holz aufgerichtet. Am Fuße desselben befand sich ein gußeisernes Gefäß, welches mit einem Manometer und einer Druckpumpe in Verbindung war; an dem Maste selbst war eine lange Glasröhre befestigt, welche aus 13 Röhren von 6 Fuß Länge zusammengesetzt war.

Man bekommt am besten eine Idee von der Disposition der Apparate, wenn man einen Blick auf die Figuren wirft.

Fig. 159.



v ist das gußeiserne Gefäß,
p die Druckpumpe,
m n das oben verschlossene Manometer,
l die vertikale, oben offene Röhre,
a der Mast, an dem die Röhre befestigt ist.

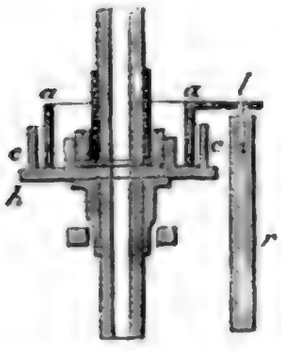
Nimmt man nun an, 1) daß das gußeiserne Gefäß mit Quecksilber gefüllt ist, 2) daß die Manometerröhre graduirt und mit trockner Luft gefüllt ist, 3) daß das Quecksilber in der Röhre *m n* und der vertikalen Röhre *l* gleich hoch steht, so hat die in der Röhre *m n* eingeschlossene Luft, deren Volumen man ganz genau kennt, den Druck einer Atmosphäre auszuhalten. Wenn man nun mit Hülfe der Druckpumpe Wasser in den obern Theil des Gefäßes *v* einpreßt, so wird dadurch die trockne Luft im Manometer *m n* zusammengepreßt, und zugleich wird das Quecksilber in der Röhre *l* steigen. Durch die Theilung der Manometerröhre ist man im Stande, jederzeit das Volumen der eingeschlossenen Luft zu bestimmen; und um den entsprechenden Druck zu bestimmen, hat man nur die Niveaudifferenz des Quecksilbers in der Röhre *l* und der Manometerröhre auszumitteln.

Man begreift leicht, daß Versuche dieser Art die ganze Geschicklichkeit in Anspruch nahmen, von welcher Arago und Dulong durch ihre schönen Entdeckungen in allen Zweigen der Physik schon so manche Beweise gegeben hatten. Es würde uns zu weit führen, wenn wir hier im Detail die Vollkommenheit beschreiben, mit welcher die einzelnen Theile des Apparates zusammengefügt waren, und alle die sinnreichen Vorsichtsmaaßregeln aufzählen wollten, welche nöthig waren, um zuverlässige Resultate zu erhalten; wir wollen nur die Haupttheile etwas näher betrachten.

Die Druckpumpe war so construirt, daß sie noch unter einem Drucke von 27 Atmosphären Wasser einpressen konnte; außerdem mußte sie aber auch so vollkommen schließen, daß die Gipfel der Quecksilbersäulen in der Manometerröhre und der Röhre *l* vollkommen fest stehen blieben. Dies wurde durch ein Ventil *b* erreicht, welches an dem untern Ende des Weges angebracht war, welchen der Kolben zurücklegt.

Die vertikale Röhre war aus 13 Stücken von Krystallglas zusammengesetzt, deren jedes 2 Meter lang war und 5 Millimeter Durchmesser hatte; die Wanddicke betrug ebenfalls 5^{mm}. Die einzelnen Röhren waren durch starke Ringe verbunden, wie man Figur 159, und mehr im Detail in Figur 160 sieht. Die Fassung der oberen Röhre sitzt mit ihrer wohlgeebneten unteren Fläche auf einer Lederscheibe, welche auf der unteren Fassung liegt. Durch eine Schraube kann man die obere Fassung fest auf die Lederscheibe pressen. Die untere Fassung hat noch einen aufwärts stehenden Rand *c*, wodurch gleichsam ein Gefäß gebildet wird, welches mit geschmolzenem Mastix vollgegossen wird, so daß jedes Entweichen von Quecksilber dadurch unmöglich ist. Vor dem Eingießen wird jedoch noch ein Ring *a a'* eingesetzt, welcher eine Zunge *l* trägt, die als Ausgangspunkt für die Messung der Höhen am Maaßstabe *r* dient. Dieser Ring *a a'* wird erst durch den nach dem Erkalten hartgewordenen Mastix befestigt. Die vertikalen Höhen werden an dem Maaßstabe *r*, auf welchem eine verschiebbare Zunge angebracht ist, gemessen. Damit die unteren Röhren nicht zu sehr durch das Gewicht der oberen belastet sind und brechen, sind an dem obern Ende jeder Röhre Schnüre angebracht, welche um Rollen geschlungen sind und auf der andern Seite Gewichte tragen, die dem Gewichte der Röhre gleich sind.

Fig. 160.



Die Manometerröhre ist den Röhren der vertikalen Säule ganz ähnlich; sie war zuerst in eine feste Spitze ausgezogen, sorgfältig graduirt, ohne daß jedoch die Theilstriche mit dem Diamant gemacht worden wären, was ihre Haltbarkeit leicht hätte vermindern können, und dann auf der Platte *e* des gußeisernen Gefäßes befestigt worden. Nachher hatte

man lange einen Strom trockner Luft hindurchgehen laſſen und endlich die feine Spitze zugeſchmolzen, ohne daß die Theilung merklich verändert wurde. In Fig. 161 ſieht man, wie die Manometerröhre auf der Platte *e* befeſtigt iſt. Die Faſſung iſt noch unter der Röhrenwand umgebogen, damit kein Druck von unten auf dieſe Röhrenwand ausgeübt werde. Damit die Luft im Manometer auf einer conſtanten Temperatur erhalten werde, war es mit einem weiteren Glascylinder umgeben, durch welchen ein Strom Waſſer ging. Um endlich mit großer Genauigkeit die Höhe des Gipfels der Queckſilberſäule beſtimmen zu können, iſt an der Manometerröhre ein verſchiebbarer Inder mit Nonius angebracht, wie an den Fortin'ſchen Barometern (dieſer Apparat iſt ebenfalls von Fortin ausgeführt). Da aber dieſer Schieber innerhalb des weiteren, mit Waſſer gefüllten Glascylinders ſich befindet, ſo iſt eine beſondere Vorrichtung nöthig, um ihn nach Belieben auf und nieder zu ſchieben. Der Schieber iſt nämlich an einer

Fig. 161.

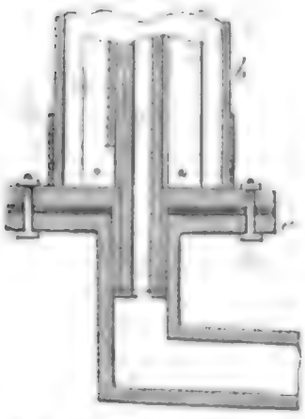
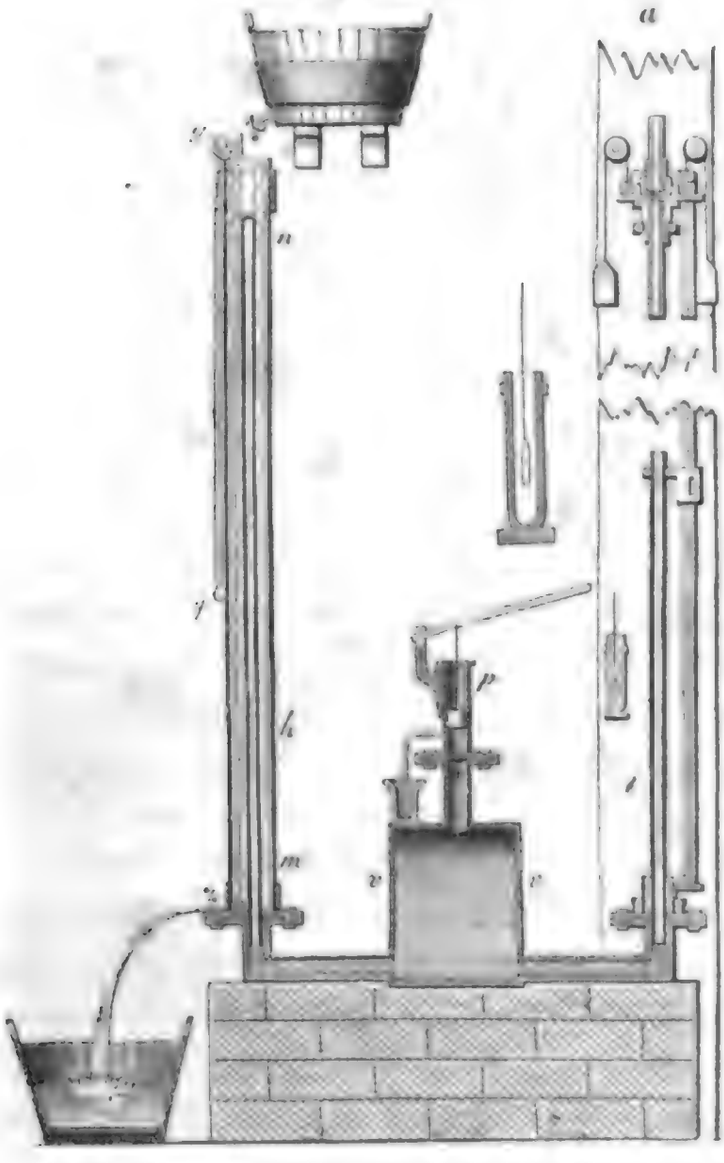


Fig. 162.



ſeidenen Schnur befeſtigt, welche über die beiden oberen der Rollen bei *y* geſchlungen iſt, dann zur Rolle *q* herunter, von dieſer aufwärts geht und dann um die untere der Rollen bei *y* geſchlungen iſt. Von da geht die Schnur weiter im Glascylinder hinunter bis zur Rolle *z*, dann wieder in die Höhe und iſt mit ihrem andern Ende an dem untern Theile des Schiebers befeſtigt. Es iſt klar, wie man durch Ziehen an dieſer Schnur den Schieber auf- und abrücken kann.

Paſſend angebrachte Thermometer gaben in jedem Augenblicke die Temperatur der verſchiedenen Theile des Apparates an. Ein Braometer maß den atmo-

sphärischen Druck an der Basis, ein anderes am Gipfel der Queckſilberſäule in der vertikalen Röhre.

Da bei gleichem Gewichte die Dichtigkeit der Gase im umgekehrten Verhältniß ihres Volumens steht, so läßt sich das Mariotte'sche Gesetz auch so ausdrücken: Die Dichtigkeit der Gase ist dem Drucke proportional, den sie auszuhalten haben. Unter dem Drucke einer Atmosphäre ist die Dichtigkeit der Luft $^1/_{770}$ von der Dichtigkeit des Wassers, es wäre demnach ein Druck von 770 Atmosphären nöthig, um die Luft eben so dicht zu machen als das Wasser.

Durch diese Versuche ist die Richtigkeit des Mariotte'schen Gesetzes 62
von einem Drucke von einer Atmosphäre bis zu einem Drucke von 27 Atmosphären bewiesen, für einen Druck aber, welcher geringer ist als 1 Atmosphäre, kann man es mit Hülfe des folgenden Apparates bestätigen.

Eine etwas weite Glasröhre, welche oben in ein weiteres Gefäß endet und unten zugeschmolzen ist, wird in einem Gestelle so angebracht, daß sie vertikal steht. Sie wird etwa bis *cn* mit Queckſilber vollgegossen. Nun füllt man eine Barometerröhre, wie zum Toricelli'schen Versuche (Nr. 75),

Fig. 163.

mit Queckſilber, jedoch nicht ganz voll, sondern nur so weit, daß noch etwa 2 bis 3 Zoll nicht mit Queckſilber angefüllt sind. Verschließt man die Oeffnung mit dem Finger, kehrt sie dann um, so wird die Luftblase in den obern Theil der Röhre hinaufsteigen. Wenn man nun, wie beim Toricelli'schen Versuche, das untere Ende der Röhre in das Queckſilber des Gefäßes *c n* taucht und dann den Finger von der Oeffnung wegzieht, so wird die Queckſilberſäule im Barometerrohre bis auf einen bestimmten Punkt fallen. Man wird aber sogleich bemerken, daß der Gipfel der Queckſilberſäule nicht so hoch über *c n* steht, als die Barometerhöhe beträgt, weil ja im obern Theile unserer Röhre sich Luft befindet und kein Vacuum wie beim Barometer.

Wenn man die Röhre niederdrückt, so daß sie weiter und weiter in das Queckſilber des weiten Rohres hinabreicht, so wird das Volumen der oben eingeschlossenen Luft immer kleiner. Man drückt nun die Röhre so weit hinab, daß das Queckſilber im Rohre genau in der Höhe des Queckſilberspiegels *c n* steht. In diesem Falle steht die abgesperrte Luft genau unter dem Drucke einer Atmosphäre.

Die Höhe der abgesperrten Luftsäule, welche dem Drucke einer Atmosphäre ausgesetzt ist, wird nun gemessen; sie betrage 2 Zoll.

Zieht man das Rohr wieder in die Höhe, so vermehrt sich

das Volumen der abgesperrten Luft, zugleich aber erhebt sich auch die Quecksilberkuppe über den Spiegel *c n*. Gesetzt, man habe das Rohr so weit gehoben, daß die abgesperrte Luft eine Länge von 4 Zollen in der Röhre einnimmt, so wird die Höhe der Quecksilberkuppe über dem Spiegel *c n* gerade die Hälfte des im Augenblicke zu beobachtenden Barometerstandes seyn. Stände das Barometer auf 28″, so würde die Quecksilberkuppe gerade 14″ über *c n* stehen.

Die Hälfte des atmosphärischen Druckes ist also durch die Quecksilbersäule, welche sich unter der abgesperrten Luft befindet, aufgehoben, und der Druck, welchen diese abgesperrte Luft auszuhalten hat, ist nur noch dem Drucke einer halben Atmosphäre gleich, ihr Volumen aber ist doppelt so groß als es war, da sie den Druck der ganzen Atmosphäre auszuhalten hatte.

Hebt man die Röhre so weit, daß die abgesperrte Luft eine Länge von 6″ in der Röhre einnimmt, daß ihr Volumen also 3mal größer geworden ist, so beträgt die Höhe der Quecksilbersäule in unserm Rohre $^2/_3$ der Barometerhöhe; die abgesperrte Luft hat also nur noch einen Druck von $^1/_3$ Atmosphäre auszuhalten.

Wenn diese Versuche genaue Resultate geben sollen, so muß die abgesperrte Luft vollkommen trocken seyn, was wohl am leichtesten durch etwas geschmolzenes Chlorcalcium erreicht wird, welches auf der Quecksilberkuppe schwimmt.

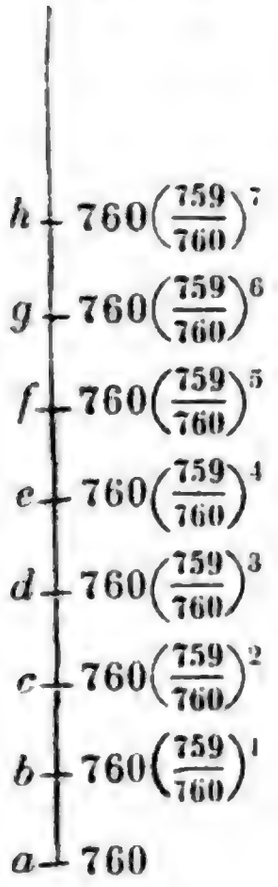
63 **Barometrische Höhenmessung.** Wenn die Luft keine elastische Flüssigkeit wäre, sondern sich in der Art wie Wasser verhielte, so wäre es ungemein einfach, Höhenmessungen mit dem Barometer anzustellen. Am Spiegel des Meeres sey zu irgend einer Zeit der Barometerstand 760^{mm}. Sobald man sich um 11,5 Meter erhebt, fällt das Barometer auf 759^{mm}; eine Luftsäule von 11,5 Meter Höhe hält also einer Quecksilbersäule von 1^{mm} Höhe das Gleichgewicht.

Man kann daraus die Dichte der Luft bestimmen, denn sie verhält sich zu der des Quecksilbers wie 1^{mm} zu $11{,}5^{m}$ oder wie 1 zu 11500, d. h. die Dichtigkeit der Luft ist $\frac{1}{11500}$ von der des Quecksilbers. Die Dichtigkeit der Luft ist demnach $\frac{13{,}6}{11500}$, d. h. nahe 0,0012 von der des Wassers, da das Wasser 13,6mal leichter ist als Quecksilber. Wenn sich nun die Luft wie Wasser verhielte, so wäre die Dichtigkeit aller über uns befindlichen Luftschichten eben so groß; man hätte sich nur abermals um 11,5 Meter zu erheben, damit das Barometer abermahls um 1^{mm} sinkt, und wenn bei fortwährendem Steigen das Barometer um *n* Millimeter gefallen wäre, so hätte man sich um $n \times 11{,}5$ Meter erhoben. Allein die Luft ist elastisch; je geringer der Druck ist, welcher auf ihr lastet, desto weniger dicht ist sie; je höher wir also steigen, desto dünner wird die Luft.

Das Gesetz, nach welchem die Dichtigkeit der Luft bei fortwährendem Steigen abnimmt, und die Beziehungen, welche zwischen dem Barometerstande und den Erhebungen über den Boden stattfinden, lassen sich aus dem Mariotte'schen Gesetze entwickeln.

Es sey der Barometerstand an irgend einem Orte 760^{mm}. Wenn man um 11,5 Meter steigt, so sinkt das Barometer auf 759^{mm}, oder, was dasselbe ist, auf $760\frac{759}{760}$. Ohne merklichen Fehler können wir annehmen, daß die ganze Luftschicht von 11,5 Meter Höhe überall gleich dicht sey, wir können annehmen, daß sie so dicht sey als am Boden. Es sey a, Fig. 160, ein Punkt auf dem Boden, b ein Punkt, der um 11,5 Meter höher liegt, und jeder der folgenden Punkte, c, d, e u. s. w., sey immer wieder $11{,}5^{m}$ über dem nächst untern. Da die Dichtigkeit der Luft ihrem Drucke proportional ist, so ist die Luftschicht $b\,c$ weniger dicht als die Luftschicht $a\,b$, und zwar werden sich die Dichtigkeiten dieser Schichten verhalten wie die Barometerstände in a und b, d. h. die Dichte der Schicht $b\,c$ ist $\frac{759}{760}$ der Dichtigkeit der Schicht $a\,b$. Wenn man also von b nach c steigt, so sinkt das Barometer nicht abermals um 1^{mm}, sondern nur um $\frac{759^{mm}}{760}$.

Fig. 164.



Der Barometerstand in c ist demnach $760\frac{759^{mm}}{760} - \frac{759}{760} = \frac{759^2}{760} = 760\left(\frac{759}{760}\right)^2$. Auf dieselbe Weise können wir weiter schließen, daß sich die Dichtigkeiten der Schichten $b\,c$ und $c\,d$ verhalten wie die Barometerstände in b und c, daß also die Schicht $c\,d$ $\frac{759}{760}$mal leichter ist als die Schicht $b\,c$. Wenn also die Schicht $b\,c$ eine Quecksilbersäule von $\frac{759^{mm}}{760}$ tragen konnte, so kann die Schicht $c\,d$ nur eine solche Säule von $\frac{759}{760} \times \frac{759}{760} = \left(\frac{759}{760}\right)^2$ Millimeter tragen, und wenn man sich von c bis d erhebt, so muß das Barometer um $\left(\frac{759}{760}\right)^2$ Millimeter fallen. In d ist also der Barometerstand $760\left(\frac{759}{760}\right)^2 - \left(\frac{759}{760}\right)^2 = 760\left(\frac{759}{760}\right)^3$.

Dies reicht hin, um das Gesetz zu übersehen: in e wird der Barometerstand $760\left(\frac{759}{760}\right)^4$, in f $760\left(\frac{759}{760}\right)^5$ seyn u. s. w.; wenn man sich also $n$mal 11,5 Meter über a erhebt, so ist der Barometerstand $760\left(\frac{759}{760}\right)^n$.

Fig. 165. In Fig. 165 sey a der Ort, an welchem der Barometerstand 760^{mm} ist; der Barometerstand in c sey B gleich $760\left(\frac{759}{760}\right)^m$, in d sey er $b = 760\left(\frac{759}{760}\right)^n$, so ist die Höhendifferenz der beiden Orte c und d gleich $n - m$ mal 11,5 Meter.

Aus den Gleichungen

$$B = 760\left(\frac{759}{760}\right)^m$$

$$b = 760\left(\frac{759}{760}\right)^n$$

folgt

$$\log. B = \log. 760 + m \,.\, \log. \frac{759}{760}$$

$$\log. b = \log. 760 + n \,.\, \log. \frac{759}{760}.$$

Zieht man die letzte Gleichung von der vorhergehenden ab, so kommt

$$\log. B - \log. b = (m-n) \log. \frac{759}{760}$$

$$\log. B - \log. b = -(m-n)\, 0{,}0005718$$

$$\frac{\log. B - \log. b}{0{,}0005718} = n - m.$$

Die Höhendifferenz der beiden Orte, an welchen die Barometerstände B und b sind, ist also:

$$H = 11{,}5 \frac{\log. B - \log. b}{0{,}0005718}$$

$$H = 20112 \,.\, (\log. B - \log. b).$$

Nach dieser Formel erhält man die Höhendifferenz H zweier Orte, wenn man für B und b die entsprechenden in Millimetern ausgedrückten Barometerstände setzt.

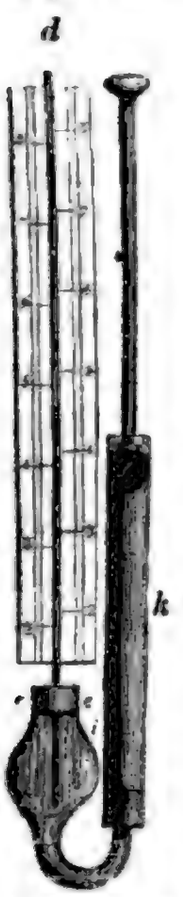
Da das Barometer an einem und demselben Orte schon fortwährend schwankt, so müssen die beiden Barometermessungen, aus welchen man den Höhenunterschied zweier Orte berechnen will, gleichzeitig angestellt werden.

Am sichersten läßt sich der Höhenunterschied zweier weit von einander entfernten Orte bestimmen, wenn man den mittleren Barometerstand für jeden derselben kennt.

Zu Höhenmessungen, bei welchen es nicht gerade auf außerordentliche Genauigkeit ankommt, läßt sich das von Magnus construirte oder auch das von Kopp angegebene Differenzialbarometer, welches auf demselben Principe beruht wie das August'sche, mit großem Vortheile anwenden, indem der Transport dieses Instrumentes weniger schwierig ist als der Transport eines Barometers.

Das Kopp'sche Differenzialbarometer ist, Fig. 166, in $\frac{1}{4}$ der natürlichen Größe dargestellt. Eine gerade cylindrische Glasröhre *k* ist durch ein etwas engeres Röhrchen mit einem Glasgefäße *i* verbunden. Dieses Glasgefäß ist oben hermetisch verschlossen, und durch die obere Fassung *e* geht eine dünnere Röhre *c d* hindurch. In der Röhre *k* läßt sich ein Lederkolben *f* auf- und niederschieben, welcher zwar nicht absolut luftdicht, aber doch queckſilberdicht schließt. Das Instrument ist in der Weise mit Queckſilber gefüllt, daß, wenn man den Kolben *f* aufzieht, fast alles Queckſilber aus dem Gefäße *i* in den Cylinder *k* tritt, wie es in Fig. 161 dargestellt ist. Die in dem Gefäße *i* enthaltene Luft communicirt auf diese Weise durch die Röhre *c d* mit der äußern Luft. Der Apparat, wie ihn Fig. 161 darstellt, ist auf eine geeignete Weise auf einem Brettchen befestigt.

Fig. 166.



Wenn man nun den Kolben allmälig niederdrückt, so dringt das Queckſilber wieder in das Gefäß *i* und steigt bald so weit, daß das untere Ende der Röhre *c d* verschlossen wird. Dadurch ist nun ein Luftquantum in *i* abgesperrt, welches gerade die Dichtigkeit der umgebenden Atmosphäre hat. Wenn man aber den Kolben *f* noch weiter niederdrückt, bis das Queckſilber eben die Spitze *a* berührt, welche von oben gerade so herunterragt, wie die Elfenbeinspitze in das Gefäß des Fortin'schen Barometers, so wird die abgesperrte Luft in einem Verhältnisse comprimirt, welches von den Dimensionen des Instrumentes und der Stellung der Spitze abhängt.

Nehmen wir an, die Drahtspitze stehe so, daß, wenn das Queckſilber bei *a* steht, die abgesperrte Luft auf $\frac{3}{4}$ ihres ursprünglichen Volumens comprimirt sey, so folgt aus dem Mariotte'schen Gesetze, daß das Queckſilber in der Röhre *c d* zu einer Höhe angestiegen seyn muß, welche $\frac{1}{3}$ des gerade statthabenden Barometerstandes ist.

Welches aber auch das Verhältniß seyn mag, in welchem die abgesperrte Luft comprimirt wird, wenn man das Queckſilber bis zur Spitze *a* hinaufpreßt, so ist doch klar, daß die durch diese Compression in der Röhre *c d* gehobene Queckſilbersäule dem Barometerstande proportional seyn muß,

daß man alſo die wirkliche Barometerhöhe findet, wenn man die in der Röhre $c\,d$ beobachtete Höhe mit einem conſtanten Factor multiplicirt, welcher für jedes Inſtrument dieſer Art einen beſondern Werth hat.

Nehmen wir an, das Inſtrument ſey richtig eingeſtellt, und die Höhe der Queckſilberſäule in der Röhre $c\,d$ betrage 72 Linien, während der gleichzeitig beobachtete Barometerſtand 335 Linien iſt, ſo verhalten ſich die an dieſem Inſtrumente beobachteten Queckſilberſäulen zu der entſprechenden Barometerhöhe wie 72 zu 335, und man findet alſo ſtets die Barometerhöhe, wenn man die am Differenzialbarometer beobachtete Höhe der Queckſilberſäule mit $\frac{335}{72}$, oder, was daſſelbe iſt, mit 4,6527 multiplicirt.

Es iſt allgemein

$$H = \alpha\, A,$$

wenn A die beobachtete Höhe des Differenzialbarometers, α den conſtanten Coëfficienten, der für jedes Inſtrument ein anderer iſt und in unſerm Beiſpiele 4,6527 war, und H die Barometerhöhe bezeichnet.

Wenn nun eine zweite Drahtſpitze in das Gefäß i hineinragt, deren unteres Ende b etwas höher iſt als a, ſo iſt, wenn das Queckſilber bei b ſteht, die abgeſperrte Luft noch ſtärker comprimirt als vorher, es wird alſo auch ein anderes Verhältniß zwiſchen der in $c\,d$ getragenen Queckſilberſäule und der Barometerhöhe ſtattfinden, der Coëfficient alſo, mit welchem man die über b ſtehende Säule, deren Höhe B ſeyn mag, multipliciren muß, um den Barometerſtand H zu erhalten, hat auch einen andern Werth, β, als vorher, da das Queckſilber die Spitze a berührte; es iſt demnach

$$H = \beta\, B.$$

Nehmen wir an, daß, wenn man bei einem Barometerſtande von 335‴ das Queckſilber mit b in Berührung bringt, alsdann die Höhe B 87‴ betrage, ſo iſt der beſtändige Coëfficient für dieſe Drahtſpitze $\frac{335}{87}$ = 3,8505.

Wenn die Coëfficienten richtig beſtimmt ſind, ſo müſſen ſich aus den Beobachtungen für die eine und für die andere Drahtſpitze natürlich gleiche Werthe für den Barometerſtand ergeben, und ſomit bieten die unmittelbar nach einander angeſtellten Beobachtungen mit der Spitze a und der Spitze b ein treffliches Mittel zur gegenſeitigen Controle dar.

An der Röhre $c\,d$ ſind zwei Scalen angebracht, der Nullpunkt der einen iſt die Spitze a, der der andern die Spitze b. Man hat die eine oder die andere Scala abzuleſen, je nachdem man das Queckſilber bei a oder bei b einſtellt.

Eine sehr sinnreiche Anwendung hat zuerst ein französischer Physiker 64
Say von dem Mariotte'schen Gesetze gemacht, um das Volumen pulverförmiger Körper zu bestimmen. Später sind Apparate, auf derselben Methode gestützt, von verschiedenen Physikern, namentlich von Leslie und Kopp, vorgeschlagen worden. Leslie's Apparat hat folgende Einrichtung.

An dem oberen Ende einer an beiden Seiten offenen Barometerröhre ist ein weiteres Gefäß angebracht, welches mit dem Rohre selbst nur durch eine ganz feine Oeffnung in Verbindung steht. Wird nun die Röhre bis zu dieser Oeffnung in Quecksilber getaucht und alsdann das obere Gefäß luftdicht verschlossen, indem man eine ebene Platte auf den abgeschliffenen etwas breiten und mit Talg bestrichenen Rand desselben aufpreßt, so wird, wenn man die Röhre in die Höhe zieht, die Luft aus dem Gefäße sich ausdehnen, indem sie zum Theil in die Röhre übergeht. Wenn man die Röhre gerade so weit aus dem Quecksilber hervorzieht, daß die in ihr gehobene Quecksilbersäule gerade halb so hoch ist als die Barometerhöhe, so ist in diesem Falle natürlich die Hälfte der Luft aus dem oberen Gefäße in die Röhre getreten, und das Volumen des mit Luft gefüllten Theiles der Röhre von *a*. Fig. 162, bis an die Oeffnung, welche die Röhre mit dem oberen Gefäße verbindet, ist dem Inhalte dieses Gefäßes gleich.

Fig. 167.

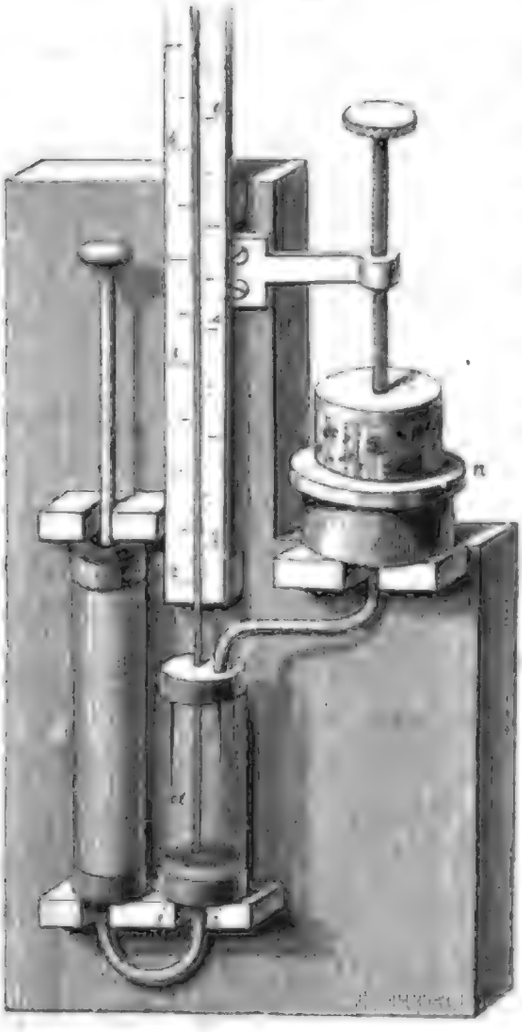
Wenn man nun den Versuch ganz in derselben Weise wiederholt, nachdem man irgend einen Körper in das obere Gefäß gebracht und es dann wieder durch die Platte luftdicht verschlossen hat, so wird man die Röhre weniger hoch emporheben dürfen, wenn die gehobene Quecksilbersäule wieder halb so hoch seyn soll als die Barometerhöhe, weil ja jetzt weniger Luft im Gefäße ist als vorher. Nehmen wir nun an, man habe die Röhre wirklich wieder so weit emporgezogen, daß die gehobene Quecksilbersäule wieder $^1/_2$ der Barometerhöhe betrage, und der Gipfel der Quecksilbersäule stehe nun bei *b*, so wird auch wieder die Hälfte der im Gefäße enthaltenen Luft in die Röhre getreten seyn, der mit Luft gefüllte Röhrentheil von oben bis *b* ist dem noch freien Raume des Gefäßes gleich; daraus ergiebt sich aber, daß der Inhalt des Röhrentheils zwischen *a* und *b* dem Volumen des in das obere Gefäß eingebrachten Körpers gleich ist.

Die Construction und Anwendung des Volumenometers von Kopp beruht auf denselben Principien wie die des Differenzialbarometers. Die Röhren *k* und *i* mit der Steigröhre, Fig. 168, entsprechen vollkommen den gleichbezeichneten Theilen in Fig. 166, enthalten ebenso Quecksilber, und wenn die übrigen Theile des Apparates, Fig. 168, fehlten, so hätte man eben ein Differenzialbarometer. Aus dem Gefäße *i* führt aber hier eine ge-

bogene Röhre nach dem weiteren Glascylinder *r*, welche natürlich in *i* und *r* luftdicht münden muß. Der obere etwas breite Rand des Glascylinders *r* iſt ſorgfältig plan abgeſchliffen, ſo daß man mit Hülfe von etwas Fett eine Glasplatte *n* luftdicht aufſetzen kann. Durch eine Schraube wird die Glasplatte auf den Rand von *r* aufgepreßt; der Druck dieſer Schraube gegen die Glasplatte wird durch einen zwiſchen beide gelegten Korkſtopfen vermittelt.

Wenn die Glasplatte *n* den Cylinder *r* luftdicht verſchließt, ſo iſt *r* eigentlich nichts als eine Erweiterung von *i*. Wenn man den Kolben in *k* ſo weit niederdrückt, daß eben das untere Ende *c* der Steigröhre von Queckſilber berührt wird, ſo iſt in *l* und *r* ein beſtimmtes Luftquantum abgeſchloſſen, und wenn man das Queckſilber weiter bis zur Drahtſpitze *a* hinaufpreßt, ſo wird dieſe abgeſperrte Luft comprimirt und in der Steigröhre eine dieſer Compreſſion entſprechende Queckſilberſäule gehoben.

Fig. 168.



Hätte man aber, bevor man die Glasplatte *n* auflegte, irgend einen Körper in den Cylinder *r* hineingelegt und dann dieſelbe Operation wiederholt, ſo wäre, wenn das Queckſilber bei *c* ſteht, weniger Luft abgeſperrt als vorher, und wenn nun das Queckſilber weiter bis *a* in die Höhe gepreßt wird, ſo iſt dieſe geringere Luftmenge um dieſelbe abſolute Größe, nämlich um den Raum zwiſchen *c* und *a*, comprimirt worden; die abgeſperrte Luft iſt alſo jetzt ſtärker comprimirt als beim vorigen Verſuche, in die Steigröhre muß alſo auch jetzt eine höhere Queckſilberſäule gehoben werden als vorher.

Da die Höhe der Queckſilberſäule, welche in der Steigröhre gehoben wird, von dem Volumen des Körpers abhängt, welchen man in den Cylinder *r* hineinlegt, ſo läßt ſich auch aus der Höhe der gehobenen Queckſilberſäule das Volumen dieſes Körpers ermitteln, wenn man alle hier influirenden Umſtände gehörig in Rechnung bringt.

Wenn man pulverförmige oder flüſſige Körper in den Cylinder *r* bringen will, ſo müſſen ſie in irgend einem Gefäße, welches man herausnehmen und hineinſetzen kann, enthalten ſeyn; man wählt dazu am beſten ein Gefäß von Platin oder irgend einem andern nicht oxydirbaren Metalle, welches ungefähr die Geſtalt von *r* ſelbſt hat und auch nicht viel kleiner iſt.

Um das Volumen dieses Gefäßes nicht in Rechnung bringen zu müssen, wollen wir es als einen integrirenden Theil des Instrumentes ansehen.

Um vermittelst dieses Apparates leicht das Volumen der in den Cylinder r gebrachten Körper finden zu können, muß man das Volumen der Luft kennen, welches abgesperrt ist, wenn das Quecksilber eben bei c steht und sich in r das leere Platingefäß befindet; — dieses Volumen sey z. B. 15,07 Kubikcentimeter. Ferner muß das Volumen zwischen c und b bekannt seyn, um welches die Luft comprimirt wird; es sey 2,5 Kubikcentimeter.

Will man nun das Volumen irgend eines Körpers bestimmen, so hat man ihn in das Platingefäß zu legen und in r zu bringen, dann den Kolben von seiner höchsten Stellung aus niederzudrücken. In dem Moment, in welchem die Oeffnung c durch das Quecksilber verschlossen wird, ist nun ein Luftquantum x abgesperrt; drückt man den Kolben weiter nieder, bis das Quecksilber mit a in Berührung kommt, so ist das Luftvolumen x auf $x-2{,}5$ K. C. comprimirt. Die dadurch in der Steigröhre gehobene Quecksilbersäule sey nun z. B. 90 Linien hoch, während der Barometerstand 336‴ ist, so hat offenbar jetzt die comprimirte Luft einen Druck von $336+90=426$‴ auszuhalten, sie ist also im Verhältniß von 426 zu 336 comprimirt worden, und daraus ergiebt sich $426 : 336 = x : x - 2{,}5$, und aus dieser Gleichung findet man $x = 11{,}72$.

Nun weiß man aber, daß, wenn das Platingefäß leer wäre und das Quecksilber bei c stände, das abgesperrte Luftvolumen 15,07 K. C. betragen würde, folglich ist das Volumen des fraglichen Körpers $15{,}07 - 11{,}72 = 3{,}35$ Kubikcentimeter.

Setzen wir allgemein den Barometerstand gleich B, die in der Steigröhre beobachtete Quecksilberhöhe gleich h, das Volumen zwischen a und c gleich v, und setzen wir diese allgemeinen Werthe an die Stelle der entsprechenden Zahlenwerthe obiger Proportion, so ist

$$B + h : B = x : x - v \ldots\ldots 1)$$

und aus dieser Proportion läßt sich x bestimmen. Ist aber x gefunden, so berechnet man leicht das Volumen R des fraglichen Körpers, denn es ist

$$R = V - x \ldots\ldots\ldots\ldots 2)$$

wo V das Volumen bezeichnet, welches abgesperrt ist, wenn sich in r nur das leere Platingefäß befindet und das Quecksilber eben die Oeffnung c verschließt; der Werth von V war in unserm speciellen Falle 15,07.

Die Werthe von V und v sind für ein und dasselbe Instrument constante Größen, welche aber natürlich von einem Instrumente zum andern variiren. Sie müssen für jedes Instrument mit möglichster Sorgfalt bestimmt werden.

Um die Constanten V und v zu bestimmen, verfährt man folgendermaßen. Man setzt das Platingefäß leer ein, treibt das Quecksilber bis a und beobachtet die Höhe der Quecksilbersäule in der Steigröhre. Sie betrage z. B.

65,5‴, während der Barometerstand 336‴ war, so hat man offenbar

$$v : V = 65{,}5 : 401{,}5.$$

Jetzt füllt man eine bestimmte Menge Wasser, etwa 4 Gramme, welche gerade 4 K. C. einnehmen, in das Platingefäß und wiederholt denselben Versuch. Natürlich ist jetzt die Queckſilberſäule in der Steigröhre höher: ſie ſey 95,5‴, ſo hat man

$$v : V - 4 = 95{,}5 : 431{,}5;$$

aus den beiden Proportionen ergiebt ſich v und V. Wenn man die Rechnung ausführt, findet man die Werthe der Conſtanten, ſo wie wir ſie wirklich bei obigen Rechnungen zu Grunde legten.

Es hat wohl keine Schwierigkeit, nach dieſem Beiſpiele den Werth von V und v zu berechnen, wenn man für den Barometerſtand und die beiden Höhen der Säulen in der Steigröhre andere Werthe beobachtet hätte.

Eine zweite Drahtſpitze b dient zu Controlverſuchen. An der Steigröhre ſind zwei Scalen angebracht, der Nullpunkt der einen iſt a, der der andern aber b. Die Höhe der Steigröhre beträgt etwa 16 Zoll.

Für ſolche Subſtanzen, welche bei höherm Drucke eine größere Quantität Luft abſorbiren, wie dies z. B. bei der Kohle der Fall iſt, läßt ſich natürlich auch dieſes Inſtrument nicht anwenden.

Hat man mit Hülfe des Kopp'ſchen Volumeters das Volumen und durch die Wage das abſolute Gewicht des zu unterſuchenden Körpers beſtimmt, ſo iſt ſein ſpecifiſches Gewicht leicht zu berechnen.

Die folgende Tabelle enthält das ſpecifiſche Gewicht einiger Körper, wie es Kopp mit Hülfe ſeines Inſtrumentes beſtimmte.

Körper.	Spec. Gewicht.		Körper.	Spec. Gewicht.
Bimſtein (gepulvert)	2,15	Holzfaſer von	Lindenholz	1,13
Aſche von Buchenholz . . .	2,85		Tannenholz	1,16
Stärkemehl	1,56		Nußbaumholz	1,17
Flachs	1,45		Birnbaumholz	1,23
Seide (rohe Coconfäden) . .	1,56		Eichenholz	1,27
Baumwolle	1,27		Buchenholz	1,29

Um das ſpecifiſche Gewicht der Holzfaſer zu erhalten, war das Holz fein geraſpelt und ſcharf getrocknet worden. Man ſieht hier, daß das ſpecifiſche Gewicht der Holzfaſer weit größer iſt als das eines maſſiven Holzſtücks, daß alſo das Holzſtück ein Aggregat von Holzfaſer und Luft iſt.

Kürzlich hat auch Regnault ein neues Volumenometer conſtruirt, deſſen Anwendung ſich ebenfalls auf das Mariotte'ſche Geſetz ſtützt.

65 **Die Luftpumpe.** Zu den unentbehrlichſten und wichtigſten Inſtrumenten des Phyſikers gehört die Luftpumpe, welche ſeit ihrer Erfindung durch Otto von Guericke mancherlei Veränderungen und Verbeſſerun-

gen erfahren hat. Wir wollen sie zunächst in einer möglichst einfachen Gestalt kennen lernen und deshalb die kleinen Luftpumpen betrachten, wie sie jetzt in allen chemischen Laboratorien gebraucht werden.

Denken wir uns einen hohlen Cylinder, welcher unten vollständig verschlossen ist und auf dessen Boden ein Kolben *c* fest aufsitzt. Wenn nun der Kolben mit Gewalt in die Höhe gezogen wird, so bildet sich in der That unterhalb des Kolbens ein luftleerer Raum, vorausgesetzt, daß der Kolben luftdicht an die Wände des Cylinders anschließt. Mit diesem leeren Raume ist aber nichts anzufangen, weil man nicht hineinsehen und nichts hineinbringen kann. Wenn aber aus dem untern Theile des Cylinders ein Kanal nach einem Raume, etwa einem Ballon *e* führt, der zwar mit Luft gefüllt, aber doch gegen die äußere Luft völlig abgeschlossen ist, so wird beim Aufziehen des Kolbens ein Theil der Luft aus *e* vermöge ihrer Elasticität in den Cylinder treten, und somit eine Luftverdünnung in *e* entstehen. Damit aber beim Niedergang des Kolbens die Luft nicht wieder in den Raum *e* zurücktreten kann, ist ein Hahn *s* angebracht, mittelst dessen man nach Belieben die Verbindung zwischen *e* und dem Cylinder unterbrechen und wieder herstellen kann. Dieser Hahn *s* wird geschlossen, sobald der Kolben oben angekommen ist. Drückt man nun den Kolben nieder, so wird dabei nur die Luft im Cylinder comprimirt werden, wenn man ihr keinen Ausweg verschafft; diesen erhält man aber dadurch, daß man einen zweiten Hahn, *t*, öffnet. Wenn der Kolben unten angekommen ist, wird *t* wieder geschlossen, *s* geöffnet, und ein abermaliges Aufziehen des Kolbens bringt eine neue Verdünnung in *e* hervor. Durch öftere Wiederholung dieser Operationen kann man eine bedeutende Verdünnung in *e* hervorbringen.

Fig. 169.

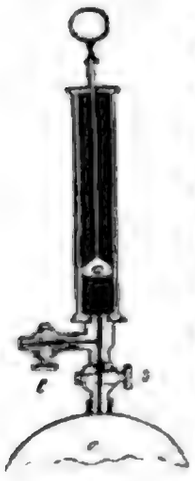
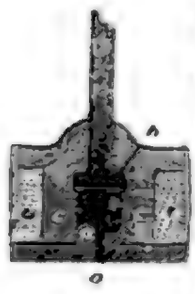


Fig. 170.

Fig. 171.



In der eben angegebenen Form ist aber der Apparat in mancher Beziehung unbequem. Zunächst ist das fortwährende Oeffnen und Schließen von zwei Hähnen äußerst lästig. Der Hahn *t* aber läßt sich dadurch vermeiden, daß man im Kolben selbst ein Ventil anbringt, welches sich beim Aufziehen schließt und beim Niedergang öffnet. Der untere Theil des Kolbens besteht aus einer Messingplatte mit einer Schraube, welche in ein Stück Messing, *c c*, eingeschraubt wird. Die Schraube ist der Länge nach durchbohrt, und oben wird ein Stück Taffet, *r*, aufgebunden, welches die Oeffnung *o* bedeckt. In dem Messingstücke, in welches die Schraube eingeschraubt ist, befindet sich eine Oeffnung *b*. Beim Aufziehen des Kolbens drückt die Luft im obern Theile des Cylin-

ders durch die Oeffnung *b* auf das Stück Taffet und preßt es fest auf die Oeffnung *o*; der Kolben wirkt also beim Aufziehen gerade so, als ob er massiv wäre; die Luft tritt also aus dem Raume *e* durch den geöffneten Hahn *s* in den untern Theil des Cylinders; wenn aber, nachdem der Hahn *s* geschlossen ist, der Kolben wieder niedergedrückt wird, so wird die Luft im untern Theile des Cylinders comprimirt, sie hebt das Ventil *r* und entweicht durch die Oeffnung *b* im obern Theile des Cylinders.

Das Messingstück *c* steckt in einem Korke, welcher rund herum mit einem feinen Leder umgeben ist. Dieses Leder wird durch die Elasticität des Korkes an die Wände des Cylinders angepreßt.

Fig. 172.

Der Hahn *s* wird ebenfalls entbehrlich, wenn ein zweites Ventil da angebracht ist, wo der nach dem Cylinder führende Kanal in den Cylinder mündet. Dieses Ventil öffnet sich beim Aufziehen des Kolbens und schließt sich beim Niedergang.

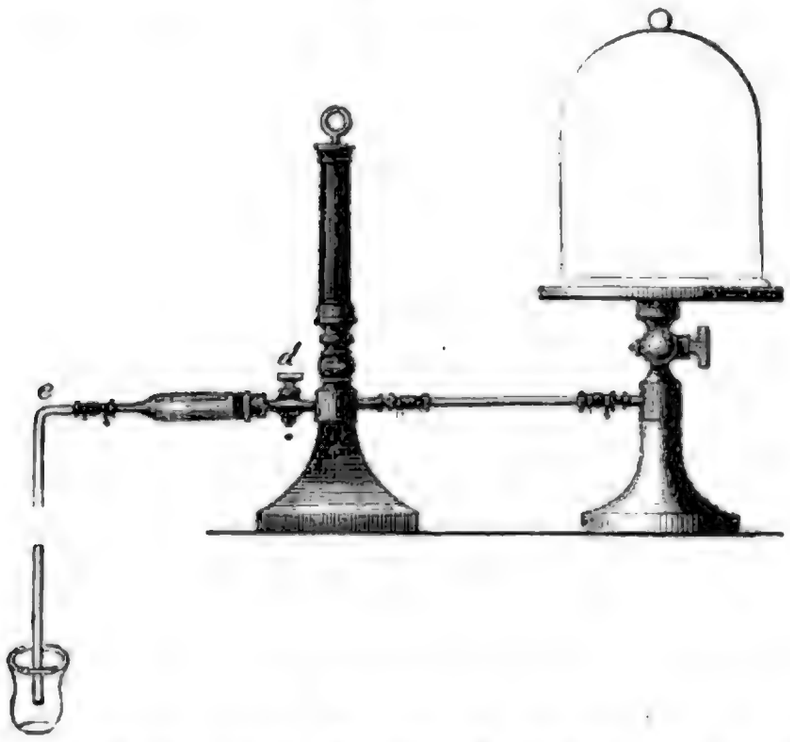
Die beistehende Figur zeigt eine nach Gay-Lussac's Angaben sehr zweckmäßig construirte kleine Handluftpumpe in $\frac{1}{3}$ der natürlichen Größe. Vom untern Ende des Cylinders geht der Kanal vertikal herunter bis auf einen horizontal laufenden Kanal *a b*. Der Hahn bei *d* sey geschlossen, bei *a* aber der Recipient angeschraubt, welcher luftleer gemacht werden soll, so wird beim Aufziehen des Kolbens ein Theil der Luft durch den erst wagerecht, dann vertikal gerichteten Kanal in den Cylinder treten und beim Niederdrücken des Kolbens durch das Kolbenventil entweichen. Wenn man die Luft wieder in den Recipienten hineinlassen will, so hat man nur den Hahn bei *d* zu öffnen.

Vermittelst der Schraube *f* wird die Luftpumpe auf einen Tisch oder auf ein an dem Tische befestigtes Brett angeschraubt, damit sie während des Gebrauchs gehörig feststeht.

Mit dem Namen des Recipienten bezeichnet man den Raum, welcher luftleer gemacht werden soll. Für die meisten Versuche mit der Luftpumpe ist die geeignetste Form des Recipienten eine Glasglocke, deren unterer etwas breiter Rand vollkommen eben abgeschliffen seyn muß, damit sie auf den ebenfalls ganz eben abgeschliffenen Teller so aufpaßt, daß zwischen dem Teller und der Glasglocke keine Luft eindringen kann. Ein vollkommner Verschluß ist jedoch nur dadurch hervorzubringen, daß man den

Rand der Glasglocke, bevor man sie auf den Teller setzt, mit Talg beschmiert. In Fig. 173 sieht man, wie ein solcher Recipient mit der kleinen Luftpumpe in Verbindung gebracht wird. Von der Mitte des Tellers geht nämlich ein Kanal vertikal herunter und läuft dann durch eine kurze horizontale Röhre weiter. An das Ende dieses kurzen horizontalen Röhren-

Fig. 173.



stücks wird mit Hülfe eines Kautschuck-Röhrchens ein Glasrohr angesetzt, welches auf der andern Seite ebenfalls durch eine Kautschuck-Röhre an die Luftpumpe befestigt ist.

Den Grad der Luftverdünnung, welchen man durch Auspumpen hervorgebracht hat, kann man durch eine sogenannte Barometerprobe messen. Für die kleinen Handluftpumpen ist die Barometerprobe so eingerichtet, wie die Fig. 173 zeigt. Eine etwa 30 Zoll lange Glasröhre *e* taucht mit ihrem untern Ende in ein Gefäß voll Quecksilber; oben ist sie umgebogen und mittelst eines kurzen, weitern Röhrenstücks an die Pumpe befestigt. Wenn der Hahn *d* geöffnet ist, so steigt das Quecksilber in die Röhre, und zwar um so höher, je weiter die Verdünnung getrieben wird. Wenn es möglich wäre, einen ganz luftleeren Raum durch die Luftpumpe zu erzeugen, so würde die im Rohre *e* gehobene Quecksilbersäule der Barometerhöhe gleich seyn.

Mit gut construirten Luftpumpen dieser Art kann man die meisten Luftpumpenversuche anstellen, welche nicht einen gar zu großen Recipienten oder eine sehr rasche und vollständige Evacuirung erfordern. Deshalb sind diese Luftpumpen allen Lehranstalten zu empfehlen, deren Mittel zur Anschaffung einer gut gearbeiteten großen Luftpumpe nicht ausreichen,

namentlich wenn sie vier-, fünf- bis sechsmal so groß ausgeführt sind, als Fig. 172 zeigt.

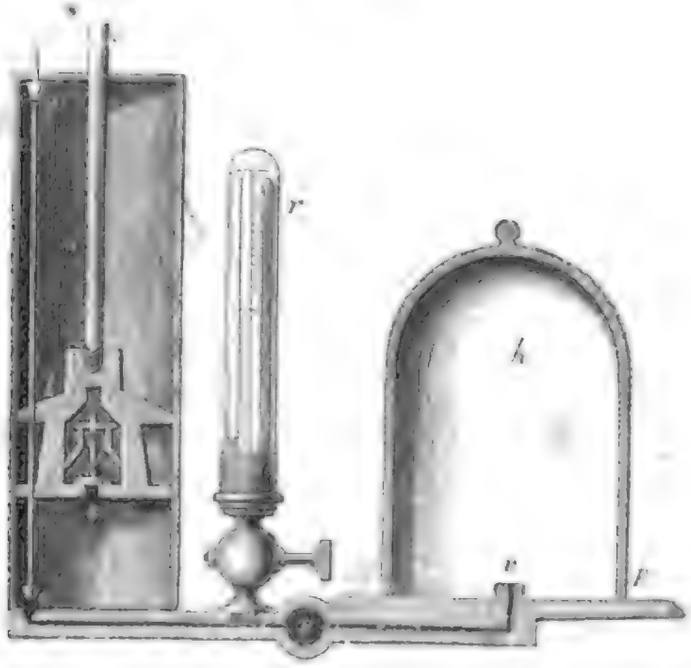
Diese kleinen Luftpumpen werden vorzüglich gut von verschiedenen Mechanikern in Berlin verfertigt.

Größere Luftpumpen hat man in sehr verschiedenen Formen construirt, obgleich bei allen dieselben Principien zu Grunde liegen, wie bei den oben beschriebenen kleinen Luftpumpen. Wir wollen hier eine der vorzüglichsten Einrichtungen näher betrachten.

In einem Cylinder *a*, Fig. 174, welcher sehr vollkommen gearbeitet seyn muß, bewegt sich der Kolben *b* mittelst der Stange *c*. In allen Stellungen muß er vollkommen luftdicht schließen, d. h. zwischen dem Kolben und dem Cylinder darf keine Luft entweichen.

Im Kolben befindet sich ein Ventil *s*, welches sehr leicht gehen muß und

Fig. 174.



sich von unten nach oben öffnet. Es hebt sich, wenn der Druck von unten stärker ist als der von oben, außerdem aber bleibt es hermetisch verschlossen.

Die Stange *ed* ist das Ventil für den Cylinder. Wenn der Kolben gehoben wird, so wird die ganze Stange gehoben, bald aber stößt der Absatz *d* an die obere Platte des Cylinders, und der Kolben bewegt sich nun mit einiger Reibung längs der ganzen Stange hin. Sobald der Kolben niedergeht, wird der abgestumpfte Kegel *e* in die unter ihm befindliche conische Oeffnung gedrückt, so daß die obere Fläche des Kegels *e* mit dem Boden des Cylinders in eine Ebene zusammenfällt und der Kolben sich also vollkommen auf diesen Boden aufsetzen kann.

Von der erwähnten conischen Oeffnung geht ein Kanal bis *v*. Hier befindet sich eine Schraube, an welche man Ballons oder sonstige Recipienten, die man luftleer machen will, anschrauben kann.

Die Schraube *v* befindet sich in der Mitte des Tellers *p*, auf welchen man die Glocke *h* setzen kann.

Nehmen wir an, der Kolben säße auf der untern Platte des Cylinders. Würde er nun gehoben, so entstände ein luftleerer Raum, wenn alle Ventile geschlossen blieben; aber das Ventil bei *e* wird geöffnet, und die Luft aus der Glocke strömt zum Theil in den Cylinder über. Dadurch aber ist auch die Luft in der Glocke und in dem Kanal der Glocke verdünnt, das Ventil *s* im Kolben muß also verschlossen bleiben. Beim Niedergang des Kolbens wird das Ventil bei *e* alsbald geschlossen, also der Luft im Cylinder der Rückweg nach der Glocke abgeschnitten. Die so abgeschlossene Luft muß durch das Ventil *s* vollständig entweichen, bis der Kolben auf dem Boden des Cylinders ankommt. Ein abermaliges Aufziehen des Kolbens bringt eine neue Verdünnung in der Glocke hervor. Man begreift wohl, daß man auf diese Weise niemals einen absolut luftleeren Raum unter der Glocke hervorbringen kann, wie lange man auch die erwähnte Operation fortsetzen mag, weil ja durch jeden neuen Kolbenzug die unter der Glocke vorhandene Luft nur von neuem verdünnt wird; man kann es jedoch leicht dahin bringen, daß die noch übrige Luft nur noch eine Spannkraft von zwei Millimetern hat. Je nachdem das Volumen des Recipienten klein oder groß ist im Vergleich zum Volumen des Cylinders, ist kürzere oder längere Zeit erforderlich, um einen bestimmten Grad von Verdünnung hervorzubringen.

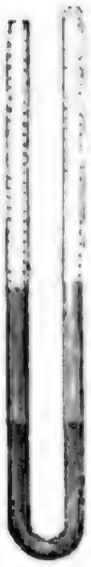
Wenn gehörig ausgepumpt ist, so ist dem atmosphärischen Drucke, welcher auf den Kolben wirkt, durch keinen Gegendruck im Innern das Gleichgewicht gehalten. Um den Kolben zu heben, hat man eine Kraftanstrengung von 1,033^k für jedes Quadratcentimeter seiner Oberfläche anzuwenden, und außerdem hat man noch die Reibung zu überwinden. Bei Luftpumpen mit zwei Cylindern hebt sich der Druck auf den einen Kolben gegen den Druck auf, welcher auf dem andern lastet, und so bleibt also nur noch die Reibung zu überwinden.

In dem Kanale, welcher den Recipienten mit dem Stiefel verbindet, ist ein sogenannter Wechselhahn, *y*, angebracht, d. h. ein Hahn, welcher zwei Oeffnungen hat, eine gewöhnliche gerad durchgehende Oeffnung, welche während des Auspumpens den Recipienten mit dem Stiefel verbindet, und eine Seitenöffnung, welche durch einen metallenen Stöpsel *b* verschlossen und dem Stiefel zugekehrt ist, wenn der Recipient abgesperrt bleiben soll. Will man wieder Luft in den Reci-

Fig 175.

pienten einlassen, so dreht man den Hahn so, daß die Seitenöffnung dem Recipienten zugekehrt ist, und zieht den Metallstöpsel heraus.

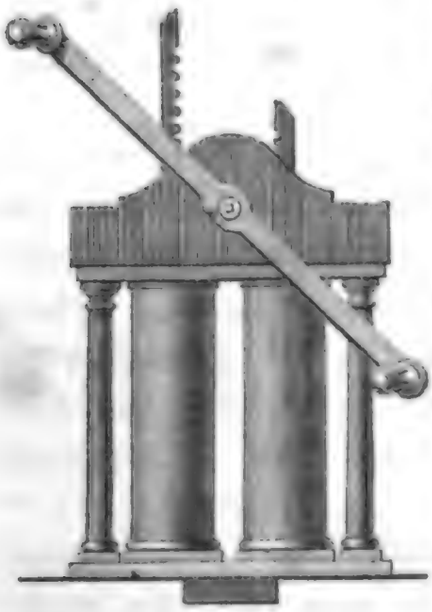
Fig. 176.



Bei diesen Luftpumpen ist die Barometerprobe in der Regel von etwas anderer Einrichtung als die vorher erwähnte. Gewöhnlich ist sie ein abgekürztes Barometer, welches in eine lange, enge Glocke *r*, Fig. 174, eingeschlossen ist, die mit dem Kanal der Maschine in Verbindung steht. Diese Verbindung kann mittelst eines Hahnes willkürlich unterbrochen und wieder hergestellt werden. Fig. 176 stellt eine isolirte Barometerprobe von 7 Zoll Länge dar. Das Quecksilber füllt den zugeschmolzenen Schenkel ganz aus und beginnt erst zu sinken, wenn der auf den offenen Schenkel wirkende Luftdruck bis auf $\frac{1}{4}$ Atmosphärendruck reducirt ist. Ist dieser Grad von Verdünnung erreicht, so giebt die Barometerprobe stets den Druck der Luft im Recipienten an, welcher der Differenz im Stande der beiden Quecksilberkuppen gleich ist. Sobald man wieder Luft zuläßt, treibt der Druck derselben das Quecksilber mit Gewalt in die verschlossene Röhre zurück; man muß deshalb das Einströmen mäßigen, damit der Gipfel der Glasröhre nicht durchgeschlagen wird.

Fig. 177 stellt eine vollständige zweistiefelige Luftpumpe dar. Die beiden Kolbenstangen sind gezahnt und greifen in dasselbe Getriebe ein; wenn die eine steigt, geht die andere nieder, und diese alternirende Bewegung wird durch die Drehung einer Kurbel in alternirender Richtung hervorgebracht.

Fig. 177.

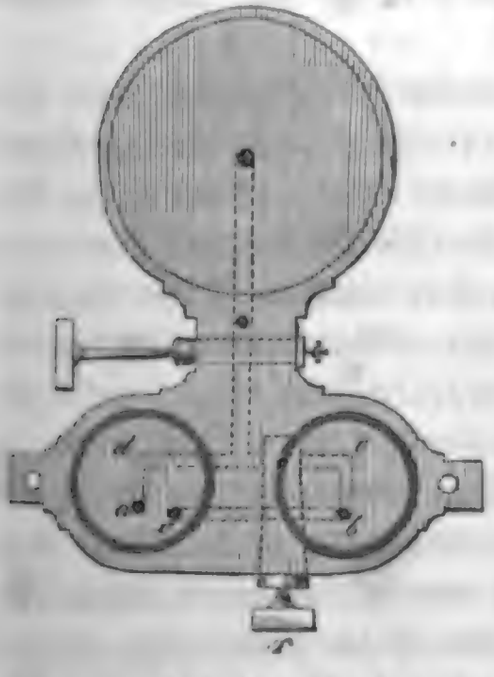


Wie vollkommen man auch alle Theile der Luftpumpe ausarbeiten mag, so ist es doch nicht möglich, den Kolben so zu machen, daß, wenn er auf dem Boden des Stiefels sitzt, sich nun gar kein Raum mehr zwischen dem Kolben und dem Stiefelboden befände. Ja, selbst wenn der Kolben absolut genau auf den Boden paßte, so ist noch ein namhafter Raum unmittelbar unter der untern Fläche des Kolbenventils. Wenn nun beim Niedergang des Kolbens das Kolbenventil sich hebt, um die zusammengepreßte Luft entweichen zu lassen, so bleibt immer noch in dem erwähnten schädlichen Raume etwas Luft von der Dichtigkeit der Atmosphäre zurück. Denken wir uns nun für einen Augenblick während des Aufsteigens den Recipienten abgeschlossen, so wird sich die Luft des

schädlichen Raumes in dem ganzen Stiefelraume verbreiten, und ihre Dichtigkeit wird sich nun zur Dichtigkeit der atmosphärischen Luft gerade so verhalten, wie das Volumen des schädlichen Raumes zum Volumen des ganzen Stiefels. Wenn nun die im Recipienten zurückgebliebene Luft auch schon bis zu diesem Grade verdünnt ist, so ist klar, daß durchaus keine Luft mehr aus dem Recipienten in den Stiefel übergehen kann, wenn auch eine Verbindung zwischen beiden besteht, und somit ist denn die Gränze der Luftverdünnung mittelst einer gewöhnlichen Luftpumpe gegeben. Hat man einmal diesen Punkt erreicht, so ist alles fernere Pumpen nutzlos, die Barometerprobe bleibt stationär.

Babinet hat eine sehr sinnreiche Verbesserung erdacht, vermittelst welcher man im Stande ist, die Luftverdünnung noch weit über diese Gränze hinauszutreiben. Von dem Teller kommt ein Kanal, welcher sich in zwei Arme theilt, von welchem der eine bei *a* in den Stiefel links, der andere bei *b* in den Stiefel rechts mündet. Diese Kanäle gehören zu dem gewöhnlichen Spiele der Maschine; nun ist aber bei der Babinet'schen Einrichtung noch ein zweiter Kanal vorhanden, welcher in den Cylinder rechts ebenfalls bei *b*, in den Cylinder links aber bei *c* mündet; dieser Kanal verbindet also die beiden Cylinder mit einander.

Fig. 178.



Der Hahn *r* geht nun durch den Kanal *bc* und durch *de* hindurch; er ist nach zwei Richtungen durchbohrt, welche rechtwinklig auf einander stehen; die eine der Oeffnungen im Hahn paßt auf den Kanal *de*, die andere auf *bc*; je nachdem nun der Hahn steht, ist der Kanal *de* oder *bc* unterbrochen.

In der Stellung, welche Fig. 179 zeigt, ist der Kanal *de* offen, *bc* aber unterbrochen. Dies ist die Stellung des Hahns beim gewöhnlichen Arbeiten der Maschine.

Fig. 179.

Hat die Verdünnung auf diese Weise ihre Gränze erreicht, so wird der Hahn durch eine Viertelumdrehung in die Stellung Fig. 178 gebracht; nun ist die Communication zwischen dem Stiefel rechts und dem Recipienten ganz abgeschnitten, dagegen stehen nun die beiden Cylinder in Verbindung

[illegible] Cylinder aufsteigt, so verbreitet sich die [illegible] sobald der Kolben nieder-

zugehen beginnt, wird *a* verſchloſſen; wäre nun keine Communication mit dem andern Cylinder, ſo würde die Luft unter dem Kolben nach und nach verdichtet, ſie würde endlich das Kolbenventil heben und ſomit Luft von der Dichtigkeit der Atmoſphäre im ſchädlichen Raume bleiben; ſtatt deſſen aber geht nun die Luft aus dem Cylinder links in den rechts über, denn wenn der Kolben im linken Cylinder niedergeht, ſo ſteigt er im rechten; auf dieſe Weiſe kann der Kolben im linken Cylinder unten ankommen, ohne daß ſein Kolbenventil gehoben wird, es befindet ſich unter dieſem Kolben im ſchädlichen Raume nur ſehr verdünnte Luft.

Sobald der Kolben links wieder zu ſteigen, der rechts niederzugehen beginnt, wird *b* verſchloſſen, die vorher in den Cylinder rechts getriebene Luft muß nun durch ſein Kolbenventil entweichen; da ſich aber nun im ſchädlichen Raume des andern Cylinders, welcher allein mit dem Recipienten in Verbindung kommt, nur verdünnte Luft befindet, ſo übt nun der ſchädliche Raum nicht mehr die nachtheilige Wirkung aus, wie vorher, da er noch Luft von der Dichtigkeit der Atmoſphäre enthält.

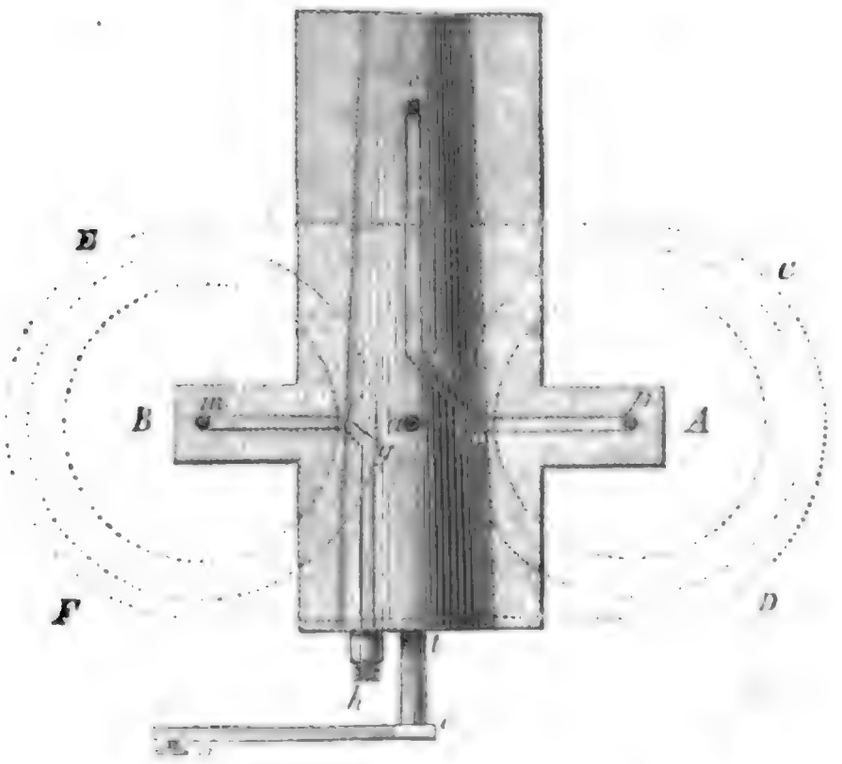
Der Hahn bleibt nun in ſeiner zweiten Stellung ſtehen; durch das Steigen der Kolben im linken Cylinder wird die Luft aus den Recipienten geſaugt, durch ſeinen Niedergang wird ſie in den andern Cylinder getrieben.

Schon im Jahre 1819 hat aber Profeſſor Graßmann einen Hahn erdacht und im 65. Bande von Gilbert's Annalen beſchrieben, welcher denſelben Zweck auf eine ſehr einfache Weiſe erfüllt. Nach dieſem Principe ſind in mehreren der ausgezeichnetſten Werkſtätten von Berlin viele treffliche Luftpumpen conſtruirt worden; trotzdem aber findet man dieſe Einrichtung außer dem erwähnten Bande von Gilbert's Annalen nur noch in der erſten Auflage von Mitſcherlich's Lehrbuche der Chemie beſchrieben.

Die Einrichtung des Hahns iſt aus Fig. 180 zu erſehen. *CDEF* iſt die Bodenplatte, auf welcher die Stiefel aufgeſetzt ſind. Vom Boden des Stiefels *A* geht ein Kanal zuerſt vertikal herunter, dann aber horizontal von *p* nach *c*, wo er an den Hahn ſtößt; eben ſo iſt es auf der andern Seite; vom Boden des Stiefels *B* geht ein Kanal zuerſt vertikal herunter, dann horizontal von *m* nach *f*. Der Hahn ſelbſt iſt dreifach durchbohrt. Ein Kanal im Hahn geht bei der Stellung, welche die Figur darſtellt, von *e* vertikal herunter, dann in der Richtung der Axe horizontal fort bis *d*, und dann von *d* bis *c*; ein zweiter Kanal führt von *f* nach *g* und von *g* nach *h*, ein dritter endlich erſcheint in unſerer Figur bei *a* ganz verkürzt, er geht in der Mitte zwiſchen *c* und *f* rechtwinkelig zu der Ebene der Kanäle *edc* und *fgh* durch den Hahn durch.

Unsere Figur zeigt die Stellung des Hahns, wie sie seyn muß, wenn der Kolben im Stiefel *A* im Aufsteigen ist. Die Luft geht aus dem Re=

Fig. 180.



cipienten über *e*, *d*, *c* und *p* in den Cylinder *A*, auf der andern Seite wird durch den niedergehenden Kolben die Luft aus dem Cylinder *B* durch den Kanal *mfgh* ausgetrieben.

Denken wir uns zuerst den Kanal *a* ganz weg. Wenn man, nachdem der Kolben in *B* unten, der in *A* aber oben angekommen ist, den Hahn dreht, und zwar so, daß der Handgriff bei *v*, welcher jetzt nach der linken Seite steht, nach der rechten zu liegen kommt, so wird der Kanal *hgf* im Hahn so zu liegen kommen, daß er an *pc* stößt, der Kanal *edc* aber wird an *mf* stoßen, so daß, wenn nun der Kolben in *B* auf=, der in *A* aber niedergeht, die Luft aus dem Recipienten nach *B* gelangt, die in *A* enthaltene aber ausgetrieben wird.

Wenn bei der Stellung des Hahns in unserer Figur der Kolben in *B* unten angekommen ist, so befindet sich im Kanal *mf* und in den unvermeidlichen Zwischenräumen unter dem Kolben noch Luft von der Dichtigkeit der Atmosphäre, und wenn man den Hahn dann um 180° dreht, so verbreitet sich diese Luft in der schon verdünnten des Recipienten, so daß durch die im schädlichen Raume zurückbleibende Luft eine sehr bedeutende Verdünnung unmöglich gemacht wird.

Wenn nun aber der Kanal *a* vorhanden ist, so wird, wenn man den Hahn aus der Stellung unserer Figur herausdreht, nach $\frac{1}{4}$ Umdrehung dieser Kanal *a* horizontal stehend von *f* nach *c* gehen, so daß nun die beiden Stiefel mit einander in Verbindung stehen; die in *mf* abgesperrte Luft

wird sich also nun durch *a* in den Cylinder *A* verbreiten, welcher verdünnte Luft enthält, so daß nun im schädlichen Raume *mf* nicht Luft von der Dichtigkeit der Atmosphäre, sondern bedeutend verdünntere Luft zurückbleibt.

Otto von Guericke machte mit seiner Maschine den merkwürdigen Versuch mit den Magdeburger Halbkugeln, welcher darin bestand, eine Hohlkugel von Metall, deren Hälften nur einfach aufeinandergesetzt waren, luftleer zu machen. Ehe sie luftleer gemacht ist, sind die beiden Hälften leicht zu trennen, wenn aber im Innern keine Luft mehr vorhanden ist, um dem äußeren Luftdrucke das Gleichgewicht zu halten, so halten sie außerordentlich stark zusammen. Mag z. B. der Radius der Kugel nur 1 Decimeter seyn, so beträgt der Querschnitt der Kugel 314 Quadratcentimeter, und demnach ist der äußere Druck, welcher die Hälften zusammenpreßt, mehr als 314^k. Um den Contact vollständiger zu machen, werden die Ränder der Halbkugeln, welche auf einander gesetzt werden, mit Fett beschmiert, wie eine Glocke, bevor man sie auf den Teller setzt; ein Hahn, welcher während des Auspumpens geöffnet ist, wird, bevor man die zusammengedrückten Halbkugeln von der Luftpumpe abgeschraubt, geschlossen, um den Wiedereintritt der Luft zu verhindern.

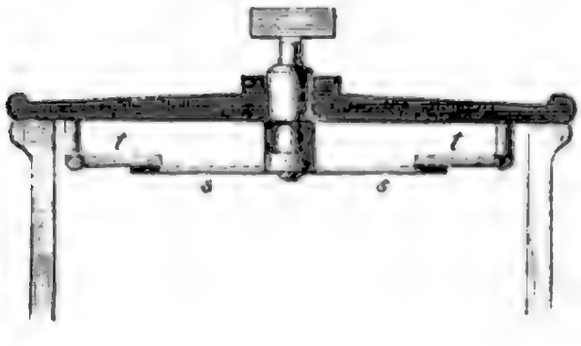
Fig. 181.

Man gebraucht die Luftpumpe zu mancherlei Versuchen. Man zeigt z. B., daß brennende Körper im luftleeren Raume verlöschen; daß der Rauch wie ein schwerer Körper zu Boden fällt; daß Luft im Wasser gleichsam aufgelöst ist; daß sich eine Luftschicht zwischen den Flüssigkeiten und den Wänden der Gefäße befindet, in welchen sie enthalten sind, denn diese Luftschicht zeigt sich durch eine Menge kleiner Bläschen, welche in dem Verhältniß wachsen, als der Luftdruck abnimmt. Mit Hülfe der Luftpumpe kann man kaltes Wasser zum Kochen bringen u. s. w.

Von einigen Versuchen mit der Luftpumpe war schon früher die Rede, von anderen wird noch später die Rede seyn; es bleibt hier nur noch der Fallversuch im leeren Raume zu betrachten übrig, welcher schon oben erwähnt wurde.

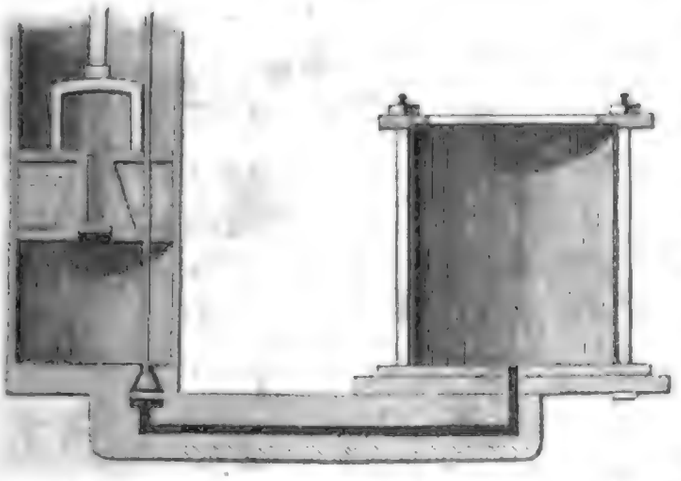
Ein ungefähr ein Meter hoher Glascylinder, welcher etwa 12^{cm} Durchmesser hat und dessen oberer und unterer Rand sorgfältig abgeschliffen ist, wird auf den Teller der Luftpumpe gesetzt; die obere Oeffnung des Cylinders ist aber ebenfalls, wie beistehende Figur zeigt, durch eine Metallplatte verschlossen, welche vermittelst etwas Fett luftdicht auf dem

Fig. 182.



abgeschliffenen Glasrande sitzt. Durch die Mitte dieser Platte geht ein luftdicht schließender Metallconus, ungefähr wie ein Hahn geformt, den man nach Belieben umdrehen kann. Mit diesem Metallconus drehen sich aber zwei an seinem untern Ende befestigte horizontale Stäbchen *s*. Auf jedem dieser Stäbchen ruht ein Metallplättchen *t*, welches mittelst eines horizontalen Stiftes, um den es sehr leicht drehbar seyn muß, am untern Ende eines von der Metallplatte herabragenden Stäbchens befestigt ist. Wenn die Stäbchen *s* so weit aus ihrer hier dargestellten Lage gedreht werden, daß die Plättchen *t* nicht mehr durch sie unterstützt sind, so klappen diese um, und was man etwa daraufgelegt hatte, fällt herab. Es ist gut, wenn die beiden Teller *t* nicht gleichzeitig umklappen. Man legt dann auf jeden Teller ein Metallstück und eine kleine Flaumfeder. Läßt man nun den einen Teller umklappen, ehe man ausgepumpt hat, so fällt das Metallstück weit rascher als die Feder. Nun aber wird ausgepumpt, und wenn man nun das zweite Tellerchen umklappen läßt, so fällt die Feder eben so schnell wie das Metallstück.

Fig. 183.



Compressionspumpe. 66

Die Compressionspumpe dient dazu, die Luft zu verdichten. Sie unterscheidet sich von der Luftpumpe wesentlich dadurch, daß sich die Ventile nach entgegengesetzter Richtung öffnen und schließen, wie man aus Fig. 183 sieht. Wenn der Kolben niedergeht, so comprimirt er die Luft und treibt sie in den Recipienten; wenn er aufsteigt, so öffnet die äußere Luft das Kolbenventil und dringt in den Stiefel, während die comprimirte Luft im Recipienten das Bodenventil des Stiefels geschlossen hält. Ein abermaliges Niederdrücken des Kolbens öffnet wieder das Bodenventil und schließt das Kolbenventil, eine neue Portion Luft wird in den Recipienten gepreßt u. s. w.

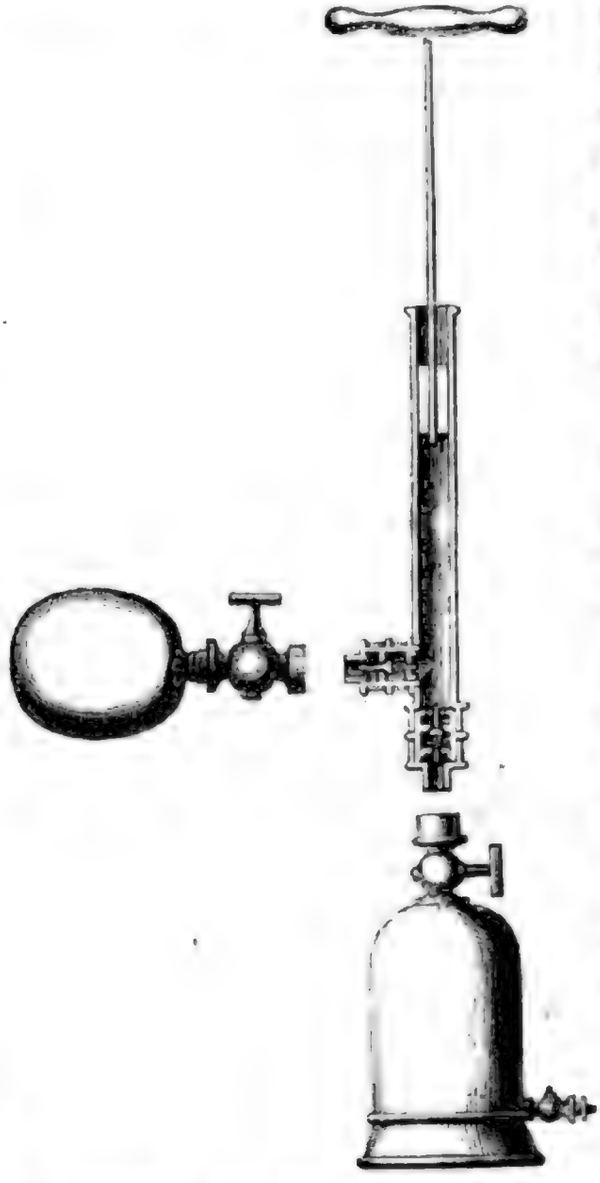
Die Barometerprobe der Compressionsmaschine ist eine gerade, oben geschlossene Röhre, welche mit Luft gefüllt und mit ihrem untern offnen Ende in ein Gefäß mit Quecksilber eingetaucht ist. Beim Beginne des Versuchs steht die Luft in der Röhre unter dem Drucke einer Atmosphäre, wenn das Niveau des Quecksilbers in der Röhre und im Gefäß gleich hoch ist. Je mehr der Druck wächst, desto mehr steigt das Quecksilber in der Röhre. Aus der Höhe dieser Quecksilbersäule und der Compression der Luft in der Röhre kann man leicht den Verdichtungsgrad im Recipienten bestimmen.

Bei dieſer Maſchine muß der Recipient auf den Teller feſtgeſchraubt ſeyn, weil ihn ſonſt die comprimirte Luft heben würde.

Man hat Compreſſionspumpen auch ſo eingerichtet, daß ſie an Apparate geſchraubt werden können, in welchen man die Luft comprimiren will. Sie haben nur einen Stiefel und einen Kolben ohne Ventil. An dem einen Ende des Stiefels wird das Reſervoir angeſchraubt, in welchem man die Luft comprimiren will; an dieſem befindet ſich auch ein Ventil, welches Luft in das Reſervoir ein-, aber nicht austreten läßt. Um neue Luft in den Stiefel einzulaſſen, nachdem eine Portion in das Reſervoir eingepreßt worden iſt, hat der Stiefel entweder eine Seitenöffnung, wie Figur 184, oder ein Seitenventil, wie Figur 185. Letzteres iſt beſonders anzuwenden, wenn man ein beſtimmtes Gas comprimiren will, denn man hat zu dieſem Ende nur den Gasbehälter mit der Röhre des Seitenventils in Verbindung zu ſetzen.

Fig. 184.

Fig. 185.



Die erſtere dieſer beiden Compreſſionspumpen wird hauptſächlich angewandt, um eine Windbüchſe zu laden, deren Einrichtung durch die folgenden Figuren klar wird. Wenn man mit Hülfe der Compreſſionspumpe die Luft im Kolben der Windbüchſe bis auf 8 oder 10 Atmoſphären comprimirt hat, wird ein Lauf angeſchraubt, welcher der Kugel die Richtung geben ſoll. Wenn das Ventil, welches den Kolben verſchließt, durch den Drücker geöffnet wird, ſo entweicht ein Theil der eingeſchloſſenen Luft mit großer Gewalt und treibt die Kugel fort; das Ventil ſchließt ſich aber augenblicklich wieder. Mit einer guten Windbüchſe kann man eine Kugel mit eben ſo

großer Geschwindigkeit fortschießen, wie mit einem Feuergewehre. Man kann, ohne von Neuem zu laden, mehrere Schüsse nach einander thun, und zwar um so mehr, je größer der Kolben ist.

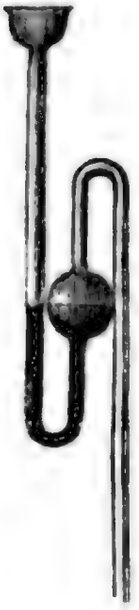
Fig. 186.

Fig. 187.

Fig 188.

Messung des Drucks der Gase, welche in verschiedenen Apparaten eingeschlossen sind. Um den Druck der Gase zu messen, hat man zwei Mittel, nämlich Flüssigkeitssäulen oder Ventile. Apparate, um mit Hülfe von Flüssigkeitssäulen den Druck der Gase zu messen, nennt man Manometer. Die Barometerproben auf der Luftpumpe und der Compressionsmaschine sind Manometer. 67

Fig. 189.



Zu den Manometern gehören in gewisser Beziehung auch die Sicherheitsröhren, denn sie messen den Druck der Gase in den Apparaten, an welchen sie angebracht sind. Wenn ihre Tension dem Atmosphärendrucke gleich ist, so steht die Flüssigkeit in den beiden Schenkeln, Fig. 189, gleich hoch; ist dies nicht der Fall, so kann man aus der Differenz der Flüssigkeitssäulen in den beiden Schenkeln den Druck im Innern des abgesperrten Raumes bestimmen, wenn man die Dichtigkeit der Flüssigkeit in der Sicherheitsröhre kennt. Die Sicherheitsröhren sind von Welter erfunden worden; sie gewähren bei vielen chemischen Operationen außerordentliche Vortheile, indem sie sowohl Explosionen, als auch das Zurücksteigen der Sperrungsflüssigkeit verhindern.

In den Figuren 190 und 191 sind zwei Druckventile dargestellt. Wenn man das Gewicht kennt, welches ein solches Ventil belastet, und die Größe der Fläche des Ventils, welche den vertikalen Druck des Ga-

Fig. 190.

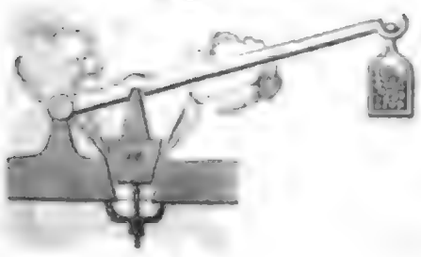


Fig. 191.

ses auszuhalten hat, so kann man die Tension des Gases in dem Augenblick berechnen, in welchem es im Stande ist, das Ventil zu heben. Betrüge z. B. die Belastung des Ventils 100^k und die Ventilfläche 25 Quadratcentimeter, so hat jeder Quadratcentimeter dieser Fläche 4^k zu tragen. Da nun der Druck der Atmosphäre auf jedes Quadratcentimeter 1,0325 ausmacht, so ist die Tension des Gases, welches dieses Ventil zu lüften vermag, gleich $\frac{4}{1{,}0325} = 3{,}87$ Atmosphären, wozu noch eine Atmosphäre wegen des Luftdrucks zu rechnen ist, welchen das Ventil noch außer seiner Belastung zu tragen hat. Dieses Mittel wird bei Flüssigkeiten wie bei Gasen angewendet; mit Hülfe desselben werden auch die Kessel, die Leitungsröhren und die Cylinder der Dampfmaschinen geprüft.

Durch den Druck der Atmosphäre, so wie durch die Wirkung der comprimirten Luft erklärt sich die Wirkung mehrerer Apparate und Instrumente, welche wir jetzt näher betrachten wollen.

68 **Der Heber.** Wenn man ein Trinkglas, dessen Rand recht gleichförmig ist (am besten ein geschliffenes Glas) ganz mit Wasser füllt, ein Papier darauf deckt und dann das Glas umkehrt, so läuft das Wasser nicht aus; der gegen die untere Fläche des Papiers wirkende Luftdruck hindert das Herabfallen der Wassermasse. Das Papier ist nur deshalb nöthig, um das Glas umkehren zu können und um zu verhindern, daß das Wasser an den Seiten ausläuft und statt dessen Luftblasen in das Gefäß eindringen. Wenn die untere Oeffnung klein genug ist, um ein solches Auslaufen nicht befürchten zu müssen, wie dies beim Stechheber der Fall ist, so ist das Papier nicht mehr nöthig. Der Stechheber ist ein gewöhnlich röhrenförmiges Gefäß, Fig. 192, welches oben und unten etwas enger und an beiden Enden offen ist. Taucht man es, wenn beide Oeffnungen offen sind, ganz in eine Flüssigkeit, so füllt es sich mit derselben, und wenn man nun die obere Oeffnung mit dem Daumen verschließt, so kann man den Stechheber in die Höhe ziehen, ohne daß die in demselben enthaltene Flüssigkeit ausläuft.

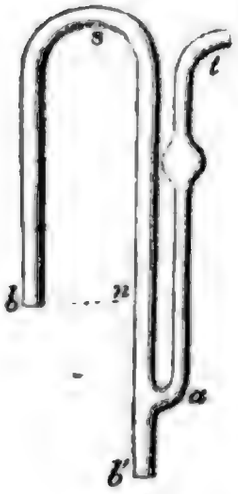
Fig. 192.

Der Heber ist eine gekrümmte Röhre bsb', deren Schenkel ungleiche Länge haben. Wenn der kürzere Schenkel in eine Flüssigkeit eingetaucht und die ganze Röhre mit derselben gefüllt ist, so läuft sie am Ende b' des längern Schenkels, welches tiefer liegt als b, fortwährend aus, man kann also mit Hülfe eines Hebers leicht ein Gefäß entleeren. Die Wirkung des Hebers ist leicht zu erklären. Auf der einen Seite hat die Wassersäule sb', auf der andern die Wassersäule von s bis zum Spiegel der Flüssigkeit im Gefäße ein Bestreben, vermöge ihrer Schwere herabzu-

fallen; der Schwere der in beiden Schenkeln befindlichen Wassersäulen wirkt aber auf beiden Seiten der Luftdruck entgegen, welcher auf der einen Seite gegen die Oeffnung b', auf der andern aber auf den Spiegel des Wassers im Gefäß wirkt und dadurch die Bildung eines leeren Raumes im Innern der Röhre verhindert, welcher sich nothwendiger Weise bei s bilden würde, wenn die Wassersäulen auf beiden Seiten herabliefen. Da der Luftdruck auf der einen Seite so stark wirkt wie auf der andern, so würde vollkommenes Gleichgewicht stattfinden, wenn die Wassersäulen in beiden Schenkeln gleich hoch wären, wenn sich also die Oeffnung b' in der Höhe des Wasserspiegels im Gefäße befände; sobald aber b' tiefer liegt,

Fig. 193.

Fig. 194.



erhält die Wassersäule im Schenkel $s\,b'$ das Uebergewicht, und in dem Maaße, als hier das Wasser ausläuft, wird auf der andern Seite durch den Luftdruck von Neuem Wasser in die Röhre hineingetrieben, so daß das Ausfließen bei b' fortdauert, bis der Spiegel der Flüssigkeit im Gefäße auf die Höhe der Oeffnung b' gefallen oder die Oeffnung bei b frei geworden ist.

Um den Heber bequem zu füllen und in Wirksamkeit setzen zu können, wird eine Saugröhre $a\,t$, Fig. 194, angebracht. Einen gewöhnlichen Heber füllt man nämlich dadurch, daß man bei b saugt; dabei ist aber nicht zu vermeiden, daß man etwas von der Flüssigkeit in den Mund bekommt, was in manchen Fällen unangenehm, oft sogar gefährlich seyn kann, wie z. B., wenn man den Heber anwenden will, um ein Gefäß mit Schwefelsäure zu entleeren; in einem solchen Falle ist das Saugrohr unentbehrlich, denn wenn man die Röhre bei b' verschließt, so kann man durch Saugen bei t die ganzen Schenkel $s\,b'$ füllen, ohne daß die Flüssigkeit an den Mund kommt. Das Auslaufen beginnt alsdann, sobald man das Röhrenende b' wieder öffnet. Eine auf dem Principe des Hebers beruhende Spielerei, welche unter dem Namen: »Becher des Tantalus« bekannt ist, sieht man Fig. 195 und Fig. 196.

Fig. 195.

Fig. 196.

Der Heronsball. Durch den Hals eines Gefäßes, welches nur zum Theil mit Wasser gefüllt ist, geht eine Röhre fast bis auf den Boden. Die 69

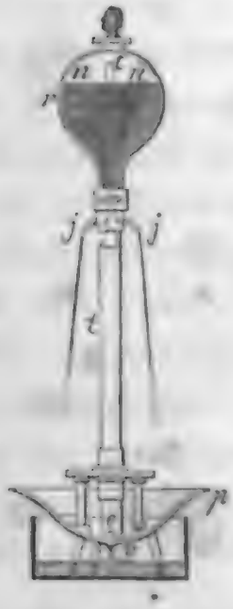
Röhre endigt oben in eine Spitze mit feiner Oeffnung. Wenn die Luft im obern Theile des Gefäßes auf irgend eine Weise comprimirt worden ist, so treibt der Druck, den sie auf die Oberfläche des Wassers ausübt, dasselbe aus der feinen Oeffnung in Gestalt eines aufsteigenden Strahles hervor.

Fig. 197.

Man kann zum Gefäße ein Arzneiglas nehmen, welches durch einen Kork verschlossen ist, durch welchen eine zu einer feinen Spitze ausgezogene Glasröhre hindurchgeht. Wenn die Glasröhre wenig oder gar nicht in das Gefäß hineinragt, so hat man die sogenannten Spritzflaschen, mit welchen die Chemiker ihre Niederschläge auswaschen. Die Compression der Luft geschieht bei dieser Art von Heronsball mit Hülfe des Mundes, indem man die Luft durch die Röhre einbläs't. Wenn die im Apparate eingeschlossene Luft die Dichtigkeit der umgebenden Atmosphäre hat, und man denselben unter die Glocke der Luftpumpe setzt, so beginnt das Springen, sobald man evacuirt. Manchmal führt man diese Apparate in größerem Maaßstabe ganz in Metall aus. In diesem Falle ist im Halse ein Hahn r befestigt, über welchen die Ausflußspitze angeschraubt werden kann. Die Compression der Luft geschieht mittelst einer Compressionspumpe, welche man an der Stelle der Spitze aufschraubt. Wenn das Gefäß geladen ist, schließt man den Hahn, entfernt die Pumpe und schraubt die Spitze auf. Sobald nun der Hahn geöffnet wird, springt das Wasser hervor bis zu einer Höhe von 30, ja von 100 Fuß, wenn die Luft auf 2 oder auf 5 bis 6 Atmosphären comprimirt worden war.

70 **Der intermittirende Brunnen,** Fig. 198. r ist ein Wasserreservoir, jj sind Ausflußröhren, t ist eine Röhre, deren obere Oeffnung sich über das Niveau des Wassers in r erhebt. Das untere Ende der Röhre steht in einem Gefäß p und hat bei e einen Ausschnitt. Wenn diese Oeffnung bei e frei ist, so kann der atmosphärische Druck auf den Spiegel nn' wirken, und Wasser fließt alsdann bei j und j' aus. Dies Wasser, welches in das Becken p fällt, kann nicht eben so schnell durch die Oeffnung v abfließen. Die Oeffnung e wird durch Wasser verschlossen, und in Folge dessen muß das Ausfließen bei j und j' alsbald aufhören. Da nun kein neues Wasser in p zuläuft, wird auch bald alles Wasser durch v ablaufen können, die Oeffnung e wird wieder frei, und das Spiel beginnt von Neuem.

Fig. 198.

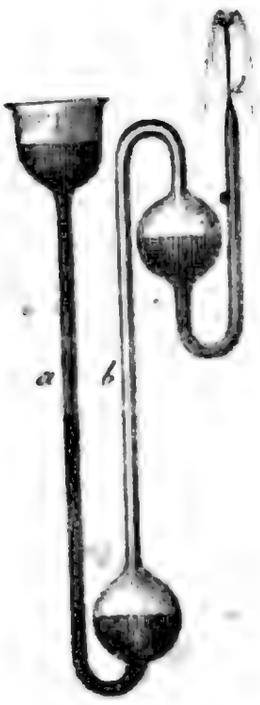


71 **Der Heronsbrunnen.** Der einfachste Heronsbrunnen, wie er sich aus Glasröhren leicht machen läßt, ist Fig. 199 dargestellt; noch leichter läßt er

sich aus Glasgefäßen und Röhren zusammensetzen, wie man Fig. 200 sieht. Die Wassersäule in der Röhre *d* comprimirt die Luft in *b*, diese comprimirte Luft drückt auf den Spiegel des Wassers in *c*, und in Folge dieses Druckes muß das Wasser bei *d* hervorspringen. Ein etwas complicirterer Heronsbrunnen ist Fig. 201 dargestellt. Die Röhre *x* vertritt die Stelle der

Fig. 200.

Fig 199.



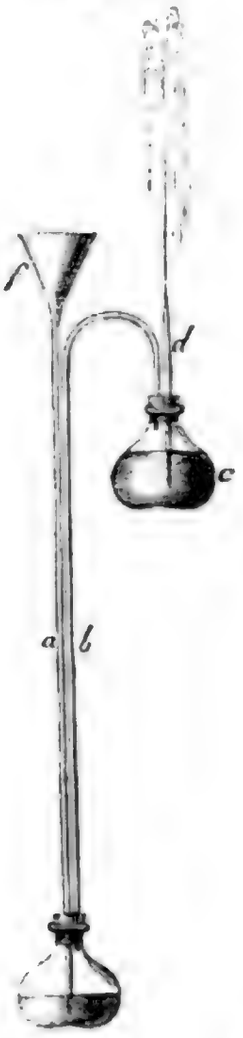
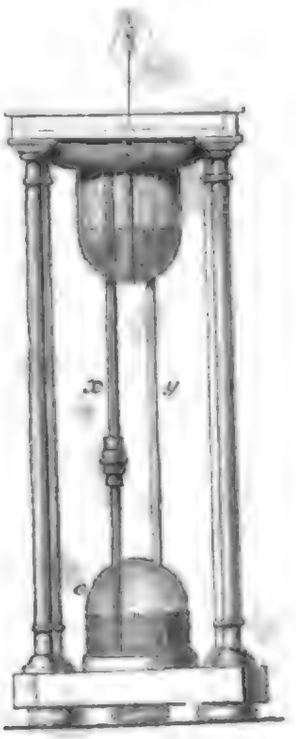


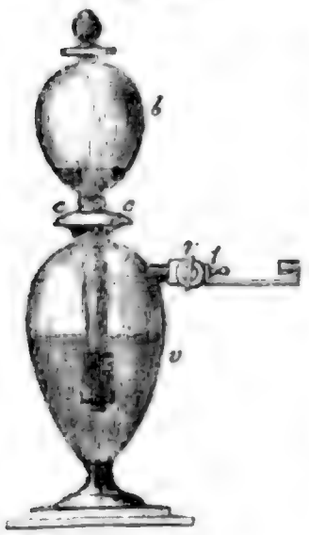
Fig. 201.



Röhre *a*, *y* die von *b*, das Gefäß *z* die Stelle der Kugel *c*. Das Spiel dieses Apparates wird wohl aus der Figur ohne weitere Erklärung verständlich seyn.

Die Wasserstoff-Zündmaschine. Ein Ballon *b* mit langem Halse 72
ist in ein weiteres Gefäß *v* hineingesteckt, berührt aber dessen Boden nicht; die Verbindung beider Gefäße bei *c c* muß hermetisch schließen. Am untern Ende des langen Halses hängt ein hohler Zinkcylinder *z z*. Das mit Schwefelsäure vermischte Wasser im Gefäße *v* wirkt auf das Zink ein, es bildet sich Wasserstoffgas, dessen Druck immer mehr die Flüssigkeit in den Ballon *b* zurücktreibt, bis das Zinkstück gar nicht mehr mit der Flüssigkeit in Berührung ist. Nun hört die Einwirkung der Säure auf das Zink auf. Sobald

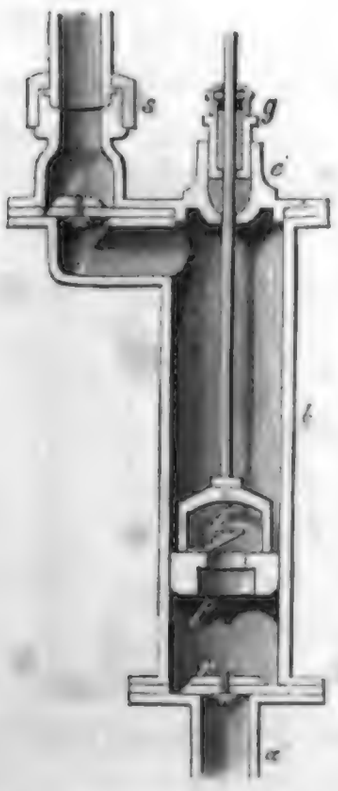
Fig. 202.



man den Hahn bei *r* öffnet, strömt das comprimirte Wasserstoffgas aus der feinen Spitze *t* und entzündet sich, indem es ein Platinschwämmchen trifft. Bei unverändertem Principe ist die Gestalt dieser Platin-Zündmaschinen auf mannigfache Weise verändert worden.

73 **Die Saug- und Hebepumpe.** Diese Saug-Pumpe besteht aus einem Saugrohre *a*, Fig. 203, einem Stiefel *b*, einem Kolben *p*, einem Steigrohre *s* und drei Ventilen, *r*, *t* und *l*, welche sich von unten nach oben öffnen. Das Ventil *r* befindet sich im Boden des Stiefels, das zweite *t* im Kolben und das letzte *l* am untern Ende der Steigröhre. Das Saugrohr taucht in das Wasser, welches man heben will, und die Kolbenstange geht luftdicht durch die Stopfbüchse *e*. Wenn zu Anfang der Bewegung der Kolben gehoben wird, schließt sich *t*; *r* und *l* aber öffnen sich; und zwar öffnet sich *l* durch die Verdichtung der Luft über dem Kolben, *r* durch die Verdünnung unter dem Kolben. Da sich nun der Luftdruck in der Saugröhre gleichzeitig vermindert, so steigt das Wasser in der Saugröhre in Folge des überwiegenden äußern Luftdruckes. Beim Niedergange des Kolbens schließt sich das untere Ventil. Die Luft im Stiefel unterhalb des Kolbens wird comprimirt und öffnet das Ventil *t* und gelangt so durch den Kolben hindurch in den obern Theil des Stiefels. Beim zweiten Hub des Kolbens steigt das Wasser wieder etwas höher im Saugrohre, und durch das Ventil *l* wird abermals eine Quantität Luft fortgeschafft. Endlich nach einer bestimmten Anzahl von Kolbenstößen steigt das Wasser selbst bis über das Ventil *r* und hebt das Ventil *t*. Alsbald ist nun alle Luft aus der Pumpe entfernt, und jedes Ventil wird nur noch durch das Wasser gehoben. Bei jedem Niedergange des Kolbens geht eine Quantität Wasser durch das Ventil *t* hindurch, und bei jedem Hub wird eine neue Quantität Wasser im Steigrohre und im Saugrohre gehoben. Die Kraftanstrengung, welche man machen muß, um den Kolben zu heben, muß eines Theils die Reibung überwinden, dann aber auch noch den Druck einer Wassersäule, deren Basis die Oberfläche des Kolbens und deren Höhe gleich ist der vertikalen Entfernung der Ausflußöffnung im Steigrohre vom Spiegel des Reservoirs, in welches das Saugrohr eintaucht.

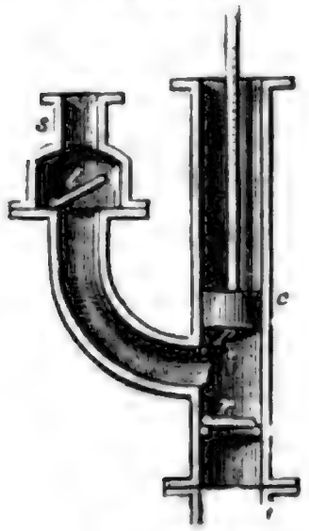
Fig. 203.



Wenn die Pumpe brauchbar seyn soll, so muß das Wasser das erste Ventil *r* erreichen können. Die Stellung dieses Ventils hängt demnach

von dem Grade der Luftverdünnung ab, welche man zwischen den Ventilen *l* und *r* hervorbringen kann. Wenn beim tiefsten Stande des Kolbens gar kein Raum zwischen *r* und *l* wäre, so könnte zwischen diesen beiden Ventilen ein absolut luftleerer Raum erzeugt werden, und das Ventil *r* dürfte 32 Fuß über dem Wasserspiegel des Reservoirs sich befinden. Da es aber unmöglich ist, einen schädlichen Raum unter dem Kolben ganz zu vermeiden, so darf auch das Ventil *r* nicht ganz 32′ über dem Spiegel des Reservoirs liegen. Man muß dafür sorgen, daß der schädliche Raum im Verhältniß zum Inhalte des Stiefels so klein als möglich ist. Wäre z. B. der schädliche Raum die Hälfte vom ganzen Inhalte des Stiefels (ohne den vom Kolben eingenommenen Raum), so könnte man die Luft zwischen *l* und *r* nur bis zur Hälfte des atmosphärischen Druckes verdünnen, und folglich dürfte das Ventil *r* nur 16 Fuß über dem Wasserspiegel des Reservoirs liegen.

Fig. 204.



Die Saug- und Druckpumpe, Fig. 204, besteht aus einem Saugrohre *a*, einem Steigrohre *s*, einem Pumpenstiefel *c* und einem massiven Kolben *p*; sie hat nur zwei Ventile, *r* und *l*. Beim Heben des Kolbens dringt Wasser durch das Ventil *r*, beim Niedergange des Kolbens wird *r* geschlossen und das gesaugte Wasser durch *l* in die Höhe gepreßt.

Fig. 205.

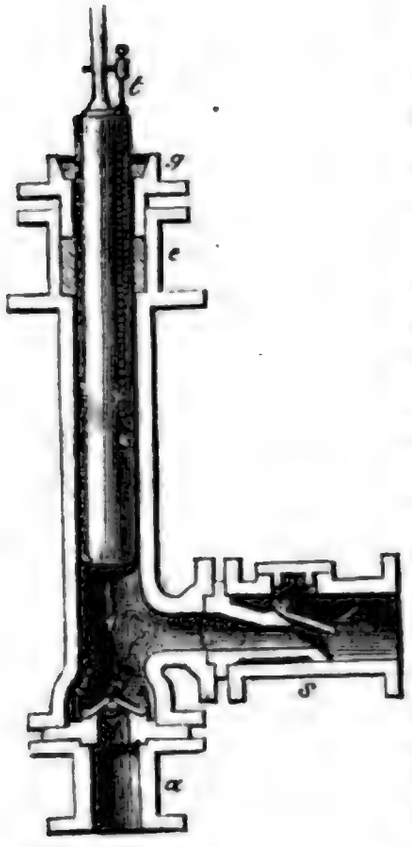


Fig. 205 stellt eine Druckpumpe dar, deren Construction besonders geeignet ist, um das Wasser auf eine bedeutende Höhe zu heben. Das Ventil bei *r* besteht aus zwei geeigneten Klappen, welche, wenn sie gehoben werden, bei *i* anschlagen, beim Niedergange des Kolbens aber auf das Prisma *z* gedrückt werden. Das Ventil bei *l* besteht aus einer Klappe, welche ebenfalls schräg steht. Ueber dieser Klappe ist eine Oeffnung in der Röhre, welche durch einen besondern Deckel verschlossen ist, den man wegnehmen kann, um das Ventil nachzusehen, oder im Nothfalle durch ein neues zu ersetzen.

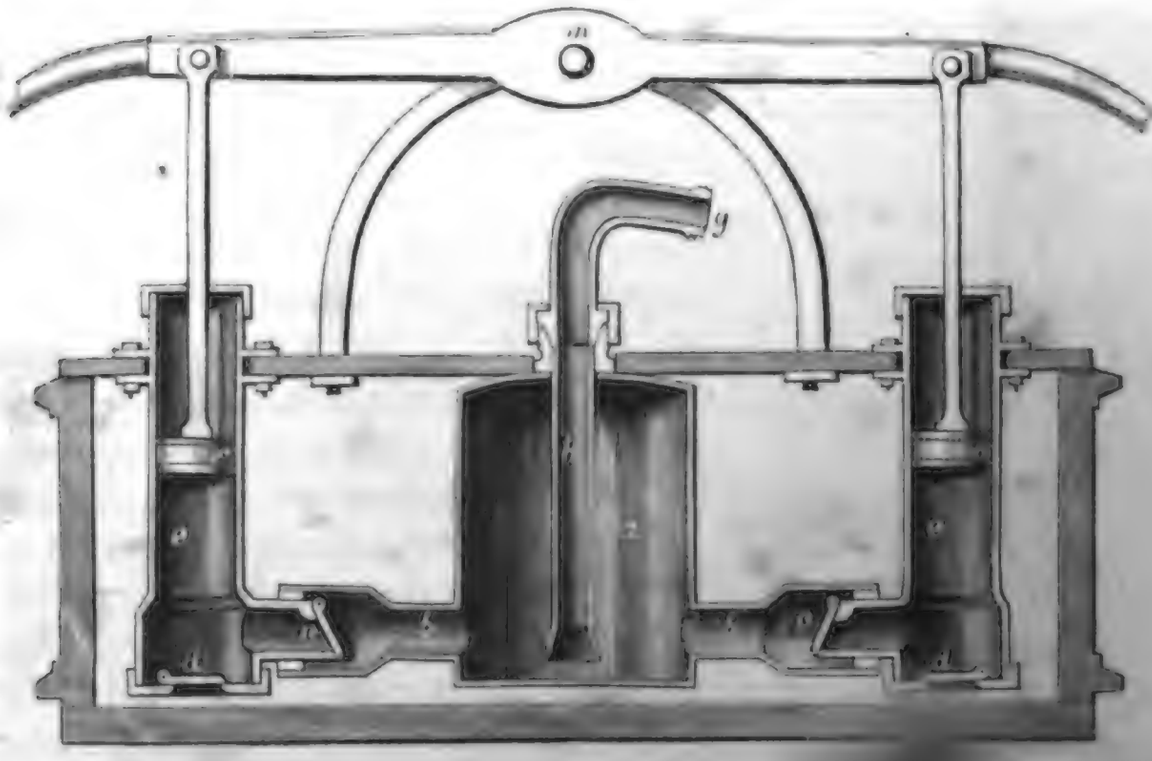
Der Pumpenstiefel ist nicht vollkommen cylindrisch ausgebohrt, weil er vom Kolben nicht berührt wird. Der vollkommen cylindrische Kolben ist aus Metall verfertigt und geht luftdicht durch die Stopfbüchse *e* und die Schmierbüchse *g*.

Das Waſſer enthält ſtets etwas abſorbirte Luft, die während des Pumpens auch theilweiſe wieder frei wird und ſich in dem Raume unter dem Kolben anſammelt. Bei ſolchen Druckpumpen, welche das Waſſer nicht ſehr hoch heben, bringt dies keinen ſehr weſentlichen Nachtheil hervor, denn wenn der Kolben ſeine tiefſte Stellung einnimmt, ſo hat die unter demſelben abgeſperrte Luft einen Druck auszuhalten, welcher nicht viel größer iſt als der Druck einer Atmoſphäre, ſo daß beim Aufziehen des Kolbens eine immer noch hinlänglich ſtarke Luftverdünnung ſtattfindet, um das Waſſer durch das Ventil *r* aufzuſaugen. Wenn ſich aber über dem Ventil bei *l* eine Waſſerſäule von bedeutender Höhe befindet, ſo hat beim Niedergange des Kolbens die abgeſperrte Luft den Druck von mehreren Atmoſphären auszuhalten, ſo daß ſie, wenn ſie ſich beim Aufziehen des Kolbens wieder ausdehnen kann und den ganzen Stiefelraum ausfüllt, doch immer noch eine Dichtigkeit hat, welche der der freien atmoſphäriſchen Luft ſo nahe kommt, daß kein Saugen mehr ſtattfinden kann. Durch dieſen Umſtand werden ſolche Druckpumpen bald ganz außer Wirkſamkeit geſetzt, und man muß, um ſie wieder brauchbar zu machen, dafür ſorgen, daß die im Stiefel angehäufte Luft entfernt werden kann. Man kann dies auf zweierlei Weiſe erreichen, indem man entweder den Stiefel durchbohrt, oder eine Oeffnung, *l y r*, im Kolben anbringt; *l* iſt eine Druckſchraube, welche die Oeffnung verſchließt.

Zu Marly befinden ſich Pumpen dieſer Art, welche mit einer ſeltenen Vollkommenheit conſtruirt ſind; ſie heben das Waſſer 500 F. über den Spiegel der Seine.

74 **Die Feuerſpritze.** Fig. 206 iſt eine Verbindung der Druckpumpe

Fig. 206.



mit dem Heronsball. Die Pumpenstiefel, von denen wir vor der Hand nur den einen rechts betrachten wollen, stehen in einem mit Wasser gefüllten Kasten. Wenn der Kolben *f* aufgezogen wird, so hebt sich die Klappe *d*, und das Wasser dringt in den Stiefel *e*. Beim Niedergange des Kolbens schließt sich das Ventil *d*, die Klappe *c* wird geöffnet und das Wasser wird durch das Gurgelrohr *b* in den Windkessel *a* gepreßt. Dieser Windkessel ist nichts Anderes als ein großer Heronsball; je mehr Wasser in den Windkessel gepumpt wird, desto mehr wird die Luft im obern Theile desselben comprimirt. Das Rohr *h* reicht fast bis auf den Boden des Windkessels; bei *g* wird eine Röhre mit enger Oeffnung, der Schwanenhals, angeschraubt. Durch den Druck, welchen die im Windkessel comprimirte Luft auf das Wasser in demselben fortwährend ausübt, wird ein starker Wasserstrahl aus der Oeffnung des Schwanenhalses hervorgetrieben. An einer Oeffnung, welche sich in der Wand des Windkessels nahe am Boden befindet, kann ein Schlauch mit einer metallenen Spitze angeschraubt werden, welche eine Oeffnung wie der Schwanenhals hat; auch dieser Schlauch liefert einen Wasserstrahl, den man leichter lenken und der Feuerstelle näher bringen kann als den Wasserstrahl des Schwanenhalses.

Der Auf- und Niedergang der Kolben wird durch einen Hebel bewerkstelligt, dessen Unterstützungspunkt *m* ist. An diesem Hebel sind die beiden Kolbenstangen so befestigt, daß der eine Kolben steigt, wenn der andere niedergeht, daß also ohne Unterbrechung dem Windkessel neues Wasser zugeführt wird.

Bei der **Priesterpumpe** ist der Kolben durch eine elastische Membran 75
ersetzt, welche an ihrem Rande befestigt ist und in ihrer Mitte ein metallenes Ventil *s'* hat (Fig. 207). Wenn die Membrane durch die Stange *l* gehoben wird, so wird die Flüssigkeit durch das Ventil *s* hindurch aufgesaugt; wenn aber die Stange *l* niedergeht, so muß sich *s* schließen, *s'* aber muß sich öffnen, um die Flüssigkeit passiren zu lassen.

Fig. 207.

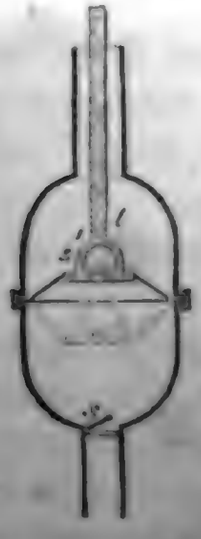
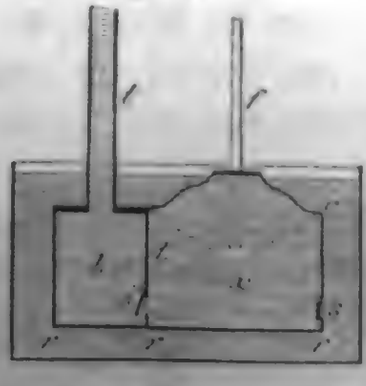


Fig. 208.



Eine nach diesem Princip construirte Pumpe ist es auch, welche das Oel in den Lampen von Gotten hebt (Fig. 208). Sobald die bewegliche Haut über dem Gefäße *x* durch die Stange *f* gehoben wird, dringt Oel durch das Ventil *s* ein; beim Niedergange der S[illegible] wird *s* geschlossen [illegible] Oel [illegible] in das Gefäß *b* und die S[illegible] *l* gepreßt. [illegible]pe in Bewegung.

76 **Die atmoſphäriſche Eiſenbahn.** Eine höchſt ſinnreiche Anwendung des Drucks der atmoſphäriſchen Luft gegen einen luftverdünnten Raum, welche gegenwärtig die allgemeine Aufmerkſamkeit auf ſich zieht, iſt die ſogenannte atmoſphäriſche Eiſenbahn.

In der Mitte zwiſchen den Schienen der Bahn läuft nämlich ihrer ganzen Länge nach eine gußeiſerne Röhre her. In dieſer Röhre befindet ſich ein luftdicht ſchließender Kolben, ſo daß wenn auf der einen Seite deſſelben die Luft aus der Röhre ausgepumpt wird, der auf der andern Seite dieſes Kolbens wirkende Druck der Luft ihn forttreibt.

Das Auspumpen der Luft aus der Röhre geſchieht durch eine ſtehende Dampfmaſchine.

Der Kolben, welcher durch den Druck der atmoſphäriſchen Luft fortgetrieben wird, zieht nun die Wagen nach ſich.

Dies wird dadurch möglich, daß der Kolben mit dem erſten Wagen durch einen Verbindungsarm zuſammenhängt. Um dieſen Verbindungsarm durchzulaſſen, iſt aber die Treibröhre oben aufgeſchlitzt und der Schlitz durch Lederklappen luftdicht verſchloſſen. Dieſe Klappen werden hinter dem Kolben geöffnet, um den Verbindungsarm durchzulaſſen, nachdem dieſer aber paſſirt iſt, werden ſie wieder geſchloſſen.

Die Figuren 209, 210 und 211 werden wohl das Princip dieſer Conſtruction anſchaulich machen. Fig. 209 ſtellt einen Querdurchſchnitt der Bahn mit Treibröhre vor; man ſieht, wie die Röhre in der Mitte zwiſchen den Schienen liegt, man ſieht, wie ſie oben offen iſt. Die Lederklappe, welche den Schlitz bedecken ſoll, iſt in unſerer Zeichnung gerade in dem Momente dargeſtellt, wo ſie gehoben iſt, um den Verbindungsarm *d* durchzulaſſen; ſie iſt oben und unten mit Eiſen beſchlagen, damit ſie von ſelbſt niederfällt, wenn ſie nicht in die Höhe gehalten wird.

Die gußeiſerne Treibröhre hat 1′ 4″ Durchmeſſer, jedes Stück derſelben iſt 7 Fuß lang; ſie iſt innen mit einer ½ Linie dicken Schicht von Wachs und Talg überzogen, um die Unebenheiten des Guſſes auszugleichen und die Bewegung des Kolbens zu erleichtern. Fig. 210 ſtellt den Querdurchſchnitt der Röhre dar, wie der Schlitz derſelben durch die Klappe bedeckt iſt.

Die Einrichtung des Kolbens und wie er mit dem Wagen zuſammenhängt, iſt aus dem Längendurchſchnitte Fig. 211 zu erſehen. An einem gußeiſernen Cylinder *k* ſind zwei Lederſtulpen befeſtigt, welche, wenn auf der vordern Seite des Kolbens ein verdünnter Raum erzeugt wird, durch den auf der andern Seite wirkenden Luftdruck feſt gegen die Cylinderwände angepreßt werden, ſo daß auf dieſe Weiſe der Kolben ſtets luftdicht ſchließt. An dem eigentlichen Kolben befindet ſich nun eine Stange mit zwei eiſernen Schienen *f*, von denen in unſerer Figur natürlich nur die vordere

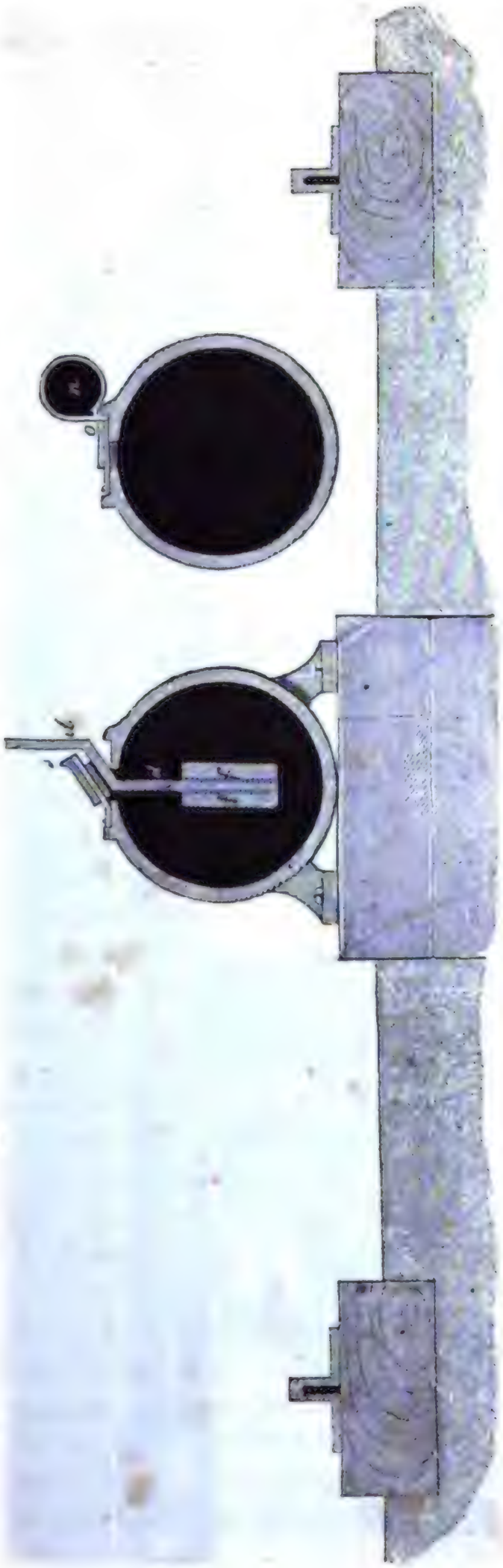


Fig. 210.

Fig. 209.

Fig. 211.

sichtbar ist. Zwischen diesen Schienen sind vier Rollen und der Verbindungsarm *d* befestigt. Der Durchmesser der beiden äußeren Rollen ist kleiner als der Durchmesser der mittleren. Die erste Rolle hebt die Klappe etwas in die Höhe, die zweite hebt sie weiter, so daß nun der Verbindungsarm durchgehen kann. Nachdem er passirt ist, senkt sich die Klappe auf die dritte, dann auf die vierte Rolle, um dann wieder den Schlitz völlig zu verdecken. Eine nachfolgende Rolle *l*, welche am Wagen befestigt ist, drückt dann noch die Klappe von außen fest auf den Schlitz.

Wenn die Klappe aufliegt, so bildet sich bei *o*, Fig. 210, eine Rinne, in welcher sich eine Mischung von Wachs und Talg befindet; eine durch Kohlen erwärmte an dem Wagen hinter der Rolle *l* befestigte Röhre *n*, an welcher sich eine in die Rinne herabreichende Hervorragung befindet, bewirkt eine Schmelzung dieser Masse, wodurch der vollkommne Verschluß wieder hergestellt und die Treibröhre gleich wieder für die nächste Fahrt vorbereitet ist. Diese erwärmte Röhre ist in Fig. 210 im Durchschnitt angedeutet, in Fig. 211 aber weggelassen.

Die erste Idee der atmosphärischen Eisenbahn rührt von Pinkus her, dessen schon im Jahre 1834 gemachte Versuche jedoch die gehofften Resultate nicht gaben. Einige Jahre später griffen Clegg und Samuda die Sache wieder auf. Von ihnen rührt die eben angedeutete Construction her; sie haben schon einige Bahnen nach diesem Systeme ausgeführt und seine praktische Anwendbarkeit dargethan.

Ueber die Luftverdünnung in der Treibröhre wurden auf der Bahn von Kingstown nach Dalbey, welche eine Fortsetzung der gewöhnlichen Eisenbahn von Dublin nach Kingstown ist, Versuche angestellt, welche ergaben, daß in einem Glasrohre, dessen oberes Ende mit der Treibröhre communicirt, das Quecksilber bis zu einer Höhe von 25 Zoll, also nur 3 Zoll weniger gehoben werden kann, als der mittlere Barometerstand beträgt. Es ergab sich aus dieser Höhe der Quecksilbersäule, daß der Kolben auf der einen Seite nur einen Druck von $2\frac{1}{2}$ Pfund auf den Quadratzoll auszuhalten hatte, während auf der andern Seite die atmosphärische Luft mit einem Drucke von 15 Pfund auf den Quadratzoll drückt; die Triebkraft betrug also $12\frac{1}{2}$ Pfund auf den Quadratzoll, und da die Oberfläche des Kolbens 176 Quadratzoll beträgt, so ist die ganze Kraft, mit welcher der Kolben fortgedrückt wird, 2200 Pfund.

Im Allgemeinen hat man aber diese Kraft zum Fahren nicht nöthig, [illegible]n es reicht schon hin, wenn die Luft so weit verdünnt wird, daß die [illegible]arometerrohre aufgesaugte Quecksilbersäule 15 Zoll beträgt, welche [illegible] bewegende Kraft von mehr als 1300 Pfund liefert.

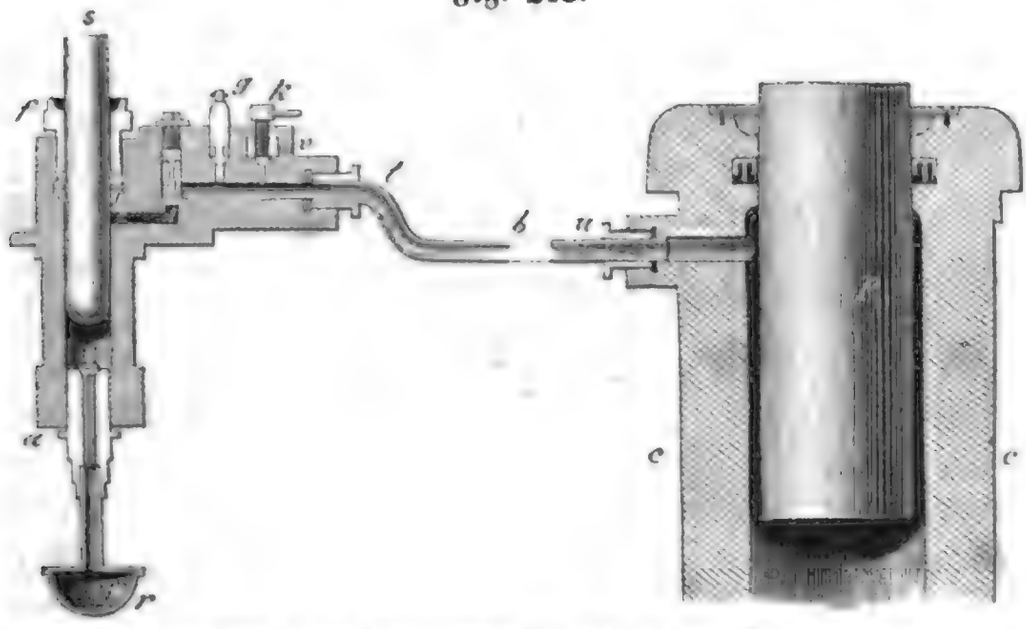
Die wesentlichsten Vortheile der atmosphärischen Eisenbahn bestehen in einer größeren Sicherheit und der Möglichkeit weit bedeutendere Stei-

gungen zu überwinden, als dies bei den gewöhnlichen Eiſenbahnen irgend geſchehen kann.

Bis jetzt ſind atmoſphäriſche Eiſenbahnen nur auf kürzere Strecken ausgeführt, ob ſie ſich auch auf größere Entfernungen mit Vortheil anwenden laſſen, ob ſie in pecuniärer Hinſicht vortheilhafter ſind als gewöhnliche, darüber läßt ſich ſchwer a priori entſcheiden, man muß es der Erfahrung anheimſtellen.

77 **Die hydrauliſche Preſſe** beſteht aus zwei Haupttheilen, einer Saug- und Druckpumpe, welche den Druck ausübt, und einem Kolben mit einer Platte, welche den Druck empfängt, um ihn auf den zu preſſenden Körper zu übertragen. Fig. 212 iſt ein Durchſchnitt, Fig. 213 eine Totalanſicht

Fig. 213.

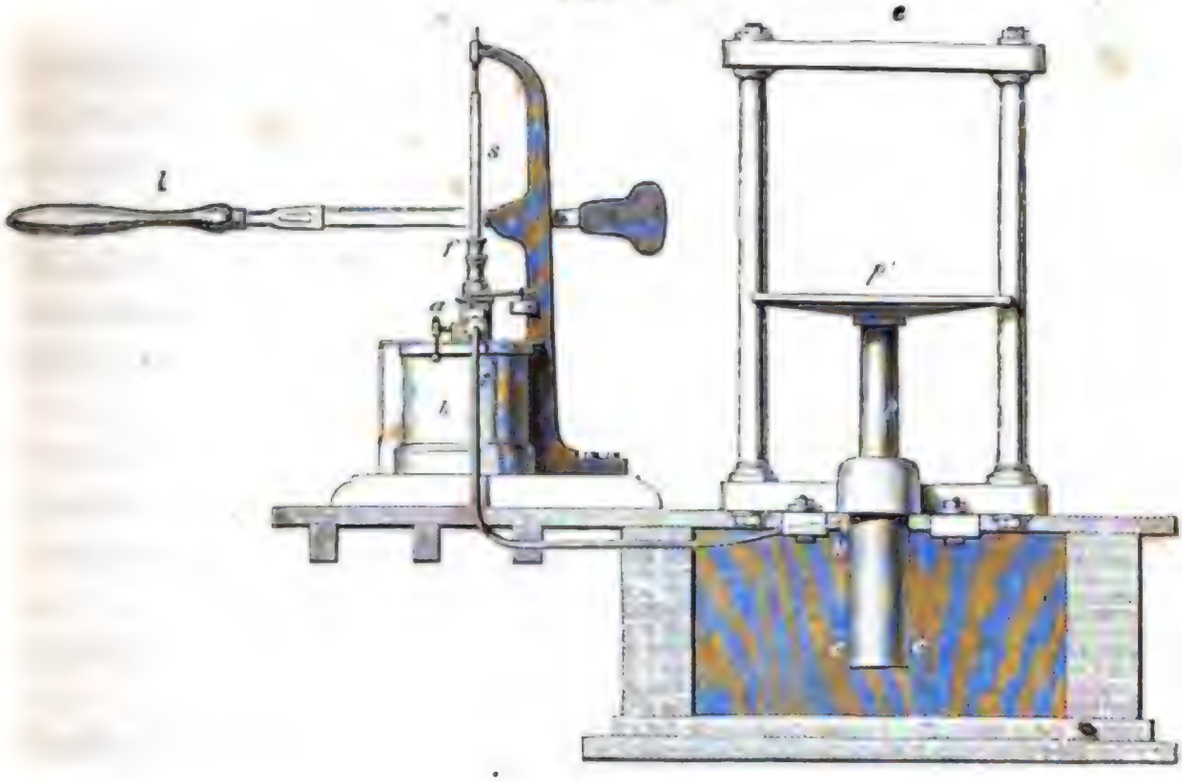


der hydrauliſchen Preſſe in kleinerem Maaßſtabe. Durch den Hebel *l* wird der Kolben *s* gehoben, das Waſſer des Reſervoirs *b* dringt durch das Sieb *r*, hebt das Ventil *i* und gelangt ſo unter den Kolben *s*. Wenn man den Hebel *l* niederdrückt, ſo geht auch der Kolben *s* nieder, das zurückgetriebene Waſſer ſchließt das Ventil *i*, hebt das Ventil *d* und gelangt durch die Röhre *t b u* in den Cylinder *c c'* der Preſſe; hier drückt es nun gegen den Kolben *p*, den es mit der Platte *p'* hebt, und ſo wird der zu preſſende Körper zwiſchen *p* und der feſten Platte *e* zuſammengedrückt.

Wenn der Kolben *s* durch irgend eine Kraft niedergedrückt wird, ſo hat jeder Flächentheil der Gefäßwände, welcher dem Querſchnitte des Kolbens gleich iſt, einen gleichen Druck auszuhalten. Nun kann man aber die Unterfläche des Kolbens *p* als einen Theil der Gefäßwand betrachten; ſo vielmal alſo der Querſchnitt des Kolbens *p* größer iſt als der Querſchnitt des Kolbens *s*, ſo vielmal wird auch die Kraft, mit welcher der Kolben *p* gehoben wird, größer ſeyn als die Kraft, mit welcher der kleine Kolben niedergedrückt wird.

Wenn der Querschnitt des Kolbens s $^1/_{100}$ des Querschnitts von p ist, so wird p mit einer Kraft von 100^{kg} gehoben, wenn s durch eine Kraft

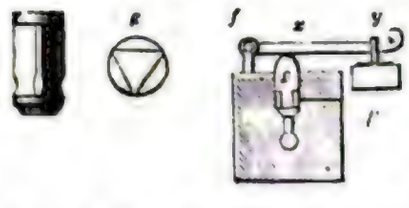
Fig. 213.



von 1^{kg} niedergedrückt wird. Mit Hülfe des Hebels l kann aber ein Mensch leicht einen Druck von 300^{kg} auf den Kolben s ausüben und also auch den Kolben p mit einer Kraft von 30,000^{kg} heben.

Von der Kraft, welche am Hebel l angewendet wird, geht ein Theil durch Reibungswiderstände verloren, bevor sie sich bis zum Kolben p fortpflanzt; deshalb wird der Effect stets geringer seyn, als er nach den eben angeführten Betrachtungen seyn sollte. Die Größe der Kraft, welche sich wirklich bis zum Kolben p fortpflanzt, wird durch das Ventil g, Fig. 214, gemessen. Kennt man das Gewicht p, die Länge der Hebelarme $x\,f$ und $y\,f$ und die Größe der untern Fläche des Ventils g, gegen welche das Wasser drückt, so kann man leicht die Größe des Druckes berechnen, welchen das Ventil in dem Moment erleidet, in welchem es den Hebel, Fig. 214, hebt.

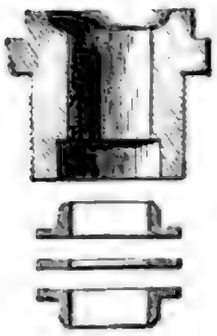
Fig. 214.



Das Ventil g heißt Sicherheitsventil. Man regulirt nämlich das Gewicht am Hebel so, daß das Ventil sich heben muß, wenn die Größe des Druckes eine Gränze erreicht hat, welche nicht überschritten werden darf, ohne daß einzelne Maschinentheile durch den zu großen Druck Noth leiden.

Um das Entweichen der Flüssigkeit zu verhindern, muß der Kolben s

Fig. 215.



mit ganz besonderer Sorgfalt eingepaßt werden. Die dazu dienenden Stücke sind Fig. 215 groß dargestellt. Die Hauptschwierigkeit bietet aber der Kolben *p* dar, diese Schwierigkeit hat Bramah durch eine sehr sinnreiche Einrichtung gehoben.

Fig. 216.

Ein umgebogenes Leder, dessen Gestalt man deutlich aus Fig. 216 erkennt, ist in eine ringförmige Höhlung gelegt. Je mehr nun der Druck wächst, desto stärker wird auch das Leder gegen den Kolben *p* und die Wand der ringförmigen Höhlung gepreßt, und desto fester schließt es also auch.

Es ist klar, daß auch an dieser Liederung noch ein Reibungswiderstand zu überwinden ist, daß also auch die Kraft nicht ganz zum Effect gelangt, welcher wirklich schon bis zur Unterfläche des Kolbens *p* fortgepflanzt worden ist.

Wenn die Schraube *k* aufgeschraubt wird, so tritt das Wasser aus dem Cylinder *c c'* zurück und läuft durch die Oeffnung *v* aus.

78 **Der Luftballon.** Das Gesetz des Archimedes gilt ebenso für Gase wie für Flüssigkeiten. Ein Körper, welcher in ein Gas eingetaucht ist, verliert einen Theil seines Gewichtes, welcher dem Gewichte des verdrängten Gases gleich ist. Es beruht darauf das Steigen des Luftballons.

Die Brüder Montgolfier construirten zuerst einen großen Ballon von gefirnißtem Papier oder Taffet, welcher unten eine Oeffnung von einigen Quadratfußen hatte. In einiger Entfernung unter dieser Oeffnung war ein Korb von Metalldraht angehängt, welcher mit einem brennenden Stoffe gefüllt war. Durch die Verbrennung desselben wird eine Menge warmer, leichter Luft gebildet, welche aufsteigt und bald den ganzen Ballon anfüllt. Sobald die warme Luft im Ballon sammt der Hülle und Allem, was daran hängt, leichter ist als die verdrängte Luftmenge, muß der Ballon steigen; er nimmt den brennenden Körper, der ihm die Steigkraft verleiht, mit in die Höhe. Der Ballon muß so lange steigen, bis er in eine Höhe kommt, in welcher die Luft schon so verdünnt ist, daß das Gewicht des Ballons dem der verdrängten Luftmenge gleich ist. Der erste Luftballon dieser Art, welche man Montgolfieren nennt, stieg zu Anonay den 5. Juni 1783.

Charles, ein bekannter Physiker, Professor zu Paris, hatte den glücklichen Gedanken, statt der warmen Luft Wasserstoffgas anzuwenden, dessen außerordentliche Leichtigkeit Cavendish im Jahre 1766 bekannt gemacht hatte. Wasserstoffgas ist beinahe 14mal leichter als atmosphärische Luft. 1000 Kubikmeter Luft wiegen 1299,075^k, während ein gleiches Volumen Wasserstoffgas nur 89,76^k wiegt. Die Differenz dieser Gewichte

ist 1209,315ᵏ. 500 K. M. Wasserstoffgas können demnach noch eine Last von 604ᵏ heben. Einen Ballon von dieser Größe ließ Charles anfertigen, und um das Vertrauen zu beweisen, welches seine Entdeckung einflößen mußte, unternahm er mit Robert die berühmte Reise, bei welcher er in einigen Minuten die Höhe von 2400 bis 3000 Fuß erreichte und in diesen Regionen der Atmosphäre in zwei Stunden einen Weg von 5 Meilen zurücklegte. Charles stieg in den Tuilerien auf. Die ganze Bevölkerung von Paris war in Bewegung. Alle öffentlichen Plätze, alle hochliegenden Orte waren mit Zuschauern bedeckt. Ein Kanonenschuß gab das Signal der Abfahrt, und bald sah man den Ballon sich wie ein Meteor am Horizont erheben. Hoch in den Lüften sah man noch die flatternden Fähnchen, von der Sonne beleuchtet, und die Schiffer, welche ruhig die Erde grüßten. Nie hat wohl ein physikalisches Experiment solche allgemeine Bewunderung erregt.

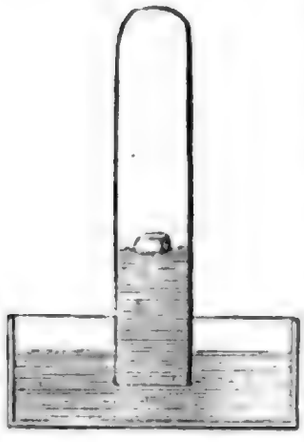
Es konnte nicht fehlen, daß Charles Nachahmer fand. Unter den zu wissenschaftlichen Zwecken unternommenen Luftfahrten zeichnen sich die im Jahre 1804 von Gay-Lussac und Biot unternommenen aus. Bei der ersten Fahrt erreichten die beiden Physiker eine Höhe von 4000 Metern. Die zweite Fahrt unternahm Gay-Lussac allein und erreichte eine Höhe von 7000 Metern, die größte Höhe, zu der je ein Mensch gelangt ist. Humboldt und Bompland sind am Chimborasso bis zu einer Höhe von 6100 Metern aufgestiegen. In einer solchen Höhe fühlte man eine empfindliche Kälte: Gay-Lussac's Thermometer zeigte — 10°, während am Boden eine Hitze von 30° war. Die Luft war so trocken, daß die hygroskopischen Körper rasch ihre Feuchtigkeit verloren; der Himmel erschien sehr dunkelblau. Nach einer Fahrt von 6 Stunden hatte Gay-Lussac in horizontaler Richtung einen Weg von 15 Meilen zurückgelegt und sank in der Nähe von Rouen langsam nieder. Wir werden später die Resultate mittheilen, mit welchen diese merkwürdige Reise die Wissenschaft bereichert hat.

Sechstes Kapitel.

Anziehung zwiſchen gasförmigen und feſten, ſowie zwiſchen gasförmigen und flüſſigen Körpern.

79 Daß zwiſchen den Theilchen feſter und gasförmiger Körper eine bedeutende Anziehung ſtattfindet, geht am augenſcheinlichſten aus folgendem Verſuche hervor. Löſcht man eine glühende Kohle unter Queckſilber ab, läßt man ſie dann in einem Cylinder in die Höhe ſteigen, deſſen oberer Theil mit Kohlenſäure gefüllt iſt, welche durch Queckſilber von der Verbindung mit der äußern Luft abgeſperrt wird, und deren Volumen ungefähr 20mal ſo groß iſt als das der Kohle, ſo wird in wenig Augenblicken die Kohlenſäure von der Kohle dermaßen verdichtet, daß das Queckſilber im Cylinder bis obenhin ſteigt. Die ganze Maſſe der Kohlenſäure, welche vorher den ganzen obern Theil des Cylinders erfüllte, iſt jetzt durch die zwiſchen der Kohle und dem Gaſe ſtattfindende Anziehung in den Poren der Kohle verdichtet, das Gas iſt *abſorbirt* worden. Derſelbe Verſuch gelingt auch mit vielen anderen Gaſen.

Fig. 217.



Wenn die Kohle längere Zeit an der Luft gelegen hat, ſo gelingt der Verſuch nicht mehr ganz, was ſehr begreiflich iſt, wenn man bedenkt, daß die Kohle atmoſphäriſche Luft und den in der Luft verbreiteten Waſſerdampf abſorbirt, und daß dadurch natürlich ihre Abſorptionsfähigkeit für andere Gaſe vermindert wird.

Wenn man eine Kohle, welche Gaſe abſorbirt hat, unter die Luftpumpe bringt oder glüht, ſo läßt ſie die abſorbirten Gaſe wieder frei.

Die Abſorption der Gaſe iſt jederzeit von einer Wärmeentwickelung begleitet, die um ſo bedeutender iſt, je heftiger die Abſorption vor ſich geht. Zur Pulverfabrikation wird die Kohle zu einem ungemein feinen Pulver zerrieben, welches die atmoſphäriſche Luft mit ſolcher Begierde abſorbirt, daß eine bedeutende Erhitzung der Maſſe ſtattfindet, welche oft bis zur Entzündung ſteigt.

Sauerſtoffgas wird vom Platinſchwamm (fein vertheiltes Platin) ſehr ſtark abſorbirt. Wenn Waſſerſtoffgas auf einen mit verdichtetem Sauerſtoffgaſe geſättigten Platinſchwamm ſtrömt, ſo verbinden ſich die Gaſe unter ſolcher Wärmeentwickelung, daß das Platin glühend wird und den

Strom von Waſſerſtoffgas entzündet. Darauf gründet ſich die Döbereiner'ſche Zündmaſchine. (Fig. 202 auf Seite 159.)

Dadurch, daß ſich der feſte Körper in einem fein vertheilten Zuſtande befindet, wie dies beim Kohlenpulver und dem Platinſchwamm der Fall iſt, wird die Abſorption bedeutend befördert, weil alsdann viele Berührungspunkte zwiſchen dem feſten Körper und dem Gaſe vorhanden ſind, doch iſt dieſer fein vertheilte poröſe Zuſtand nicht durchaus nothwendig, um die Verdichtung der Gaſe zu bewirken, ſie findet auch Statt, wenn der feſte Körper eine vollkommen glatte, ja wenn er eine metalliſche Oberfläche hat, nur iſt in dieſem Falle die Verdichtung nicht ſo bedeutend. Wenn man ein Stück Platin mit vollkommen metalliſcher Oberfläche in ein Gemenge von Sauerſtoffgas und Waſſerſtoffgas bringt, ſo werden die beiden Gaſe ſo ſehr verdichtet, daß ſie ſich allmälig zu Waſſer verbinden.

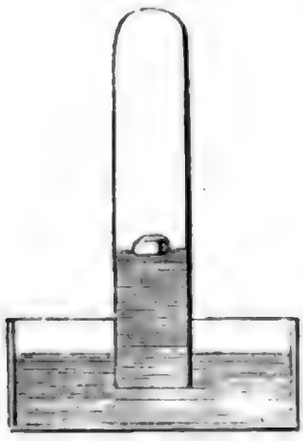
Nicht Platin und Kohle allein zeigen dieſes merkwürdige Verhalten gegen Gaſe, ſondern mehr oder weniger alle feſten Körper. Jeder feſte Körper iſt daher gleichſam mit einer verdichteten Atmoſphäre von irgend einem Gaſe umgeben, welche ſich oft nur ſehr ſchwer von ihm trennen läßt, und mit welcher er ſich, wenn man ſeine Oberfläche davon auch vollkommen befreit, nach einiger Zeit doch wieder umgiebt, wenn er in Berührung mit Gaſen iſt. So iſt z. B. das Glas ſtets mit einer Hülle von verdichteter Luft umgeben, die man bei der Anfertigung von Barometern ja erſt durch das Kochen des Queckſilbers in der Röhre entfernen kann. Gießt man Waſſer in einen Glaskolben und bringt man dann denſelben über Feuer, ſo ſieht man bald, wie ſich an dem Boden eine Menge kleiner Bläschen bilden, noch lange ehe das Kochen des Waſſers beginnt. Es iſt dies die vorher wegen ihrer großen Verdichtung gar nicht wahrgenommene Luftſchicht, die nun, durch die Wärme ausgedehnt, Bläschen bildet. Aehnliche Bläschen ſieht man auch, wenn man das Gefäß mit Waſſer unter den Recipienten der Luftpumpe bringt und dann auspumpt.

Solche gasförmigen Körper, welche leicht in den flüſſigen Zuſtand übergehen (Dämpfe), werden durch die Anziehung, welche feſte Körper auf ſie ausüben, flüſſig gemacht. So zieht z. B. Chlorcalcium den Waſſerdampf mit großer Begierde an, verdichtet ihn zu Waſſer und zerfließt endlich in dem Waſſer. Auch das Kochſalz zieht den Waſſerdampf aus der Luft an und wird feucht; ebenſo verhält ſich die Pottaſche und viele andere Körper.

Solche Körper, welche den Waſſerdampf aus der Luft anziehen, heißen hygroſkopiſche Körper; außer den ſchon angeführten ſind auch Holz, Haare, Fiſchbein u. ſ. w. hygroſkopiſch.

Abſorption der Gaſe durch Flüſſigkeiten. Flüſſigkeiten zeigen 80
gegen Gaſe ein ganz ähnliches Verhalten wie das, welches wir ſo eben bei

Fig. 218.



den festen Körpern betrachtet haben. Man kann dies recht anschaulich machen, wenn man den oben (S. 172) angeführten Versuch in der Weise abändert, daß man die Kohlensäure durch Ammoniakgas ersetzt und statt der Kohle Wasser aufsteigen läßt. Das Ammoniakgas wird von dem Wasser mit solcher Begierde absorbirt, daß alsbald alles Gas verschwunden ist und sich die ganze Röhre mit Flüssigkeit füllt.

Das Wasser absorbirt ein 700faches Volumen Ammoniakgas und ein 500faches Volumen Salzsäuregas.

Das Absorptionsvermögen der Flüssigkeiten hängt von der Temperatur und von dem Drucke ab. Bei niedriger Temperatur und unter einem starken Drucke absorbiren die Flüssigkeiten größere Mengen von Gasen als bei höherer Temperatur und unter geringerem Drucke.

Das Wasser enthält fast immer eine ziemlich bedeutende Menge absorbirter Luft und kann davon nur durch längeres Kochen befreit werden. Unter anderen Gasen wird auch Kohlensäure vom Wasser ziemlich stark absorbirt. (Sauerwasser, Bier, Champagner.)

81 Eine Reihe höchst interessanter, von Moser entdeckter Erscheinungen findet durch die Molekularwirkungen zwischen festen und gasförmigen Körpern ihre Erklärung.

Wenn man auf eine Glastafel mit einem Holzstäbchen oder irgend einem andern Körper schreibt, so werden durch Behauchen die Charaktere deutlich hervortreten. Jeder polirte Körper, Metalle, Harz, Holz u. s. w., zeigt dasselbe wie die Glastafel.

Auf eine jodirte Silberplatte wurde ein gravirter Metallstempel, eine vertieft geschnittene Achatplatte und ein Hornring gelegt. Als nachher die jodirte Platte den Quecksilberdämpfen ausgesetzt wurde, zeigte sich ein deutliches Bild aller Figuren des Steins, der Buchstaben des Metallstempels und des Ringes.

Eine jodirte Silberplatte ist zu diesen Versuchen nicht nöthig; wenn man einen Stempel auf irgend einer Metallplatte einige Zeit stehen läßt, so zeigt sich nachher beim Behauchen der Platte, oder noch besser, wenn man sie den Quecksilberdämpfen aussetzt, ein Bild des Stempels. Die Dämpfe schlagen sich bald vorzugsweise an denjenigen Stellen nieder, an welchen eine Berührung stattfand, bald an den nicht berührten Stellen.

Eine unmittelbare Berührung ist nicht einmal nöthig; wenn der Stempel in ganz geringer Entfernung über die Platte gehalten wird, so tritt

das Bild gleichfalls hervor, ſobald man die Platte behaucht oder den Queckſilberdämpfen ausſetzt.

Dieſe Wirkungen haben allerdings viel Aehnlichkeit mit den Wirkungen des Lichts auf daguerriſche Platten, und Moſer ſucht ſie deshalb durch die Annahme zu erklären, daß jeder Körper gewiſſermaßen ſelbſtleuchtend ſey, daß er alſo Strahlen ausſendet, welche auf andere Körper gerade ſo wirken wie die Lichtſtrahlen, obgleich ſie die Netzhaut im Auge nicht afficiren. Waidele erklärt dagegen dieſe Erſcheinungen folgendermaßen:

Im Allgemeinen iſt jeder Körper von einer verdichteten Gasſchicht eingehüllt; das abſorbirte Gas bildet um ſeine Oberfläche eine Atmoſphäre, wie die Luft um den Erdball. Wenn man einen Körper ausglüht, ſo wird er dadurch von den bereits abſorbirten Gaſen befreit; eine Silberplatte, welche mit friſch ausgeglühtem Trippel geputzt wird, erhält dadurch den höchſten Grad von Reinheit. Ein Körper, welcher friſch gereinigt iſt, wird natürlich Dämpfe weit ſtärker an ſeiner Oberfläche verdichten können als ein ſolcher, welcher ſchon in eine Gasſchicht eingehüllt iſt.

Wenn nun ein Stempel auf eine Platte geſetzt wird, ſo werden ſich im Allgemeinen die Oberflächen beider Körper nicht in einem gleichen Zuſtande der Reinheit befinden; an den Berührungsſtellen geht alſo gewiſſermaßen ein Austauſch der Atmoſphären vor ſich. Die Platte wird an der Stelle, wo der Stempel lag, je nach den Umſtänden mehr oder weniger Gaſe verdichtet haben als an anderen Stellen, hier werden alſo auch die Dämpfe ſchwächer oder ſtärker condenſirt werden.

Dieſe Erklärungsweiſe begründet Waidele durch viele Verſuche, von denen wir nur die wichtigſten anführen wollen.

Auf die eine Hälfte einer mit friſch geglühtem Trippel geputzten Silberplatte wurde friſch ausgeglühtes Kohlenpulver geſtreut, auf die andere Hälfte ſolches Kohlenpulver, über welches ein Strom von Kohlenſäure geleitet worden war. Nach 1 bis 2 Minuten wurde alles Kohlenpulver mit reiner Baumwolle von der Platte abgekehrt. Wenn man ſie nun behauchte, ſo condenſirte ſich der Waſſerdampf auf der Hälfte, auf welcher das kohlenſäurehaltige Kohlenpulver gelegen hatte, mit bräunlicher, auf der andern Hälfte mit bläulicher Färbung. Den Queckſilberdämpfen ausgeſetzt, condenſirten ſich dieſelben nur auf der Hälfte der Platte, auf welcher das friſch ausgeglühte Kohlenpulver gelegen hatte.

Da, wo das friſch ausgeglühte Pulver gelegen hatte, iſt die Oberfläche der Platte faſt noch ganz rein, hier werden alſo die Waſſerdämpfe ſowohl als die Queckſilberdämpfe ſtärker verdichtet als da, wo die Platte durch die Berührung mit dem kohlenſäurehaltigen Kohlenpulver ſchon mit einer dichten Atmoſphäre von Kohlenſäure bedeckt iſt.

Wenn man auf eine friſch präparirte, alſo ganz reine Platte einen

Stahlstempel auflegt, der längere Zeit in Kohlenpulver gelegen hatte, welches mit Kohlensäure gesättigt war, so daß sich auf diesem Stahlstempel eine dichte Atmosphäre von Kohlensäure befindet, und den Stempel nach 10 Minuten wegnimmt, so erscheint sein Bild, wenn man die Platte den Quecksilberdämpfen aussetzt, die sich vorzugsweise da condensiren, wo Platte und Stempel nicht in unmittelbarer Berührung waren, denn hier konnte sich die Platte nicht so schnell mit einer Gasatmosphäre bedecken als da, wo sie mit einer dichten Atmosphäre des Stempels in Berührung war.

Wenn dagegen die Platte mit einer Gasatmosphäre versehen ist, und man einen frisch gereinigten Stempel aufsetzt, so werden nach Wegnahme desselben die Quecksilberdämpfe umgekehrt da condensirt, wo der Stempel und die Platte in Berührung waren.

Wenn Platte und Stempel ganz rein sind, oder wenn Platte und Stempel in Kohlenpulver gelegen haben, welches mit Kohlensäure gesättigt war, so erhält man gar kein Bild des Stempels.

Moser hat ferner gefunden, daß wenn man auf irgend einen polirten Körper einen Papierschirm legt, in welchen beliebige Figuren ausgeschnitten sind, wenn man dann die Platte behaucht und das Wasser verdunsten läßt, so wird, nachdem man den Schirm weggenommen hat, bei einem abermaligen Behauchen die ausgeschnittene Figur wieder sichtbar werden, indem nun hier die Wasserdämpfe anders condensirt werden als an den Stellen, welche vorher nicht behaucht worden waren.

Wenn man mit einem Wassertropfen, welcher an einem Glasstabe hängt, über irgend eine polirte Platte hinfährt, ohne das gerade Wasser auf der Platte hängen bleibt, so werden, wenn man nachher die Platte behaucht, die Züge sichtbar werden, in welchen der Tropfen über die Platte hingeführt wurde.

Moser erklärt diese Erscheinungen durch die Annahme eines latenten Lichtes, er nimmt nämlich an, daß Licht in ähnlicher Weise gebunden und wieder frei werden könne wie die Wärme. Wir können auf diese allerdings geistreich-, aber doch sehr gewagte Theorie hier nicht weiter eingehen. Auch diese Erscheinungen erklärt Waidele mit überraschender Einfachheit.

[illegible] man einen Wassertropfen, welcher an einem Glasstäbchen hängt, [illegible] Platte hinführt, welche mit einer Gasatmosphäre bedeckt ist, so [illegible] einen Theil des Gases, und folglich muß der Weg des Tro[illegible] Platte sichtbar werden, wenn man sie nachher anhaucht.

[illegible] man auf eine nicht sehr sorgfältig gereinigte Platte ein Blatt [illegible] legt, aus welchem irgend eine Figur ausgeschnitten ist; wenn man dann die Platte behaucht, das Blatt wegnimmt und das Wasser verdampfen läßt, so nimmt [illegible] verdampfende Wasser die Gasatmosphäre größtentheils [illegible] den nicht bethaut gewesenen Stellen bleibt; bei

einem abermaligen Behauchen muß also natürlich hier der Wasserdampf stärker condensirt werden als auf der übrigen Platte. Was diese Ansicht unterstützt, ist der Umstand, daß das Bild der ausgeschnittenen Figur auf einer frisch und sorgfältig gereinigten Platte nie recht deutlich wird, während es sich auf solchen Platten, die man vorher absichtlich mit einer Atmosphäre von Kohlensäure oder Ammoniakgas versehen hat, am schönsten darstellt.

Diffusion der Gase. Flüssigkeiten, welche sich nicht chemisch mit ein- 82
ander verbinden, können wohl auf einige Augenblicke gemengt seyn; bald aber trennen sie sich, sie lagern sich nach der Ordnung ihrer Dichtigkeit über einander, wie z. B. das Oel auf dem Wasser schwimmt. Bei Gasen findet eine ganz gleichförmige Mengung Statt.

Diese Fundamentalwahrheit ist durch einen directen Versuch außer Zweifel gesetzt worden. Berthollet verband zwei Ballons, von denen der eine mit Wasserstoffgas, der andere mit Kohlensäuregas gefüllt war, durch eine Röhre, die mittelst eines Hahns gesperrt werden konnte. Nachdem der Apparat so aufgestellt war, daß der mit dem leichteren Wasserstoffgas gefüllte Ballon über dem andern stand, wurde der Hahn geöffnet. Nach einiger Zeit hatte sich die Hälfte des Wasserstoffgases trotz seiner Leichtigkeit in dem untern Ballon verbreitet, während die Hälfte des Kohlensäuregases in den obern Ballon hinaufgestiegen war.

Man kann den Versuch am einfachsten anstellen, wenn man zwei Glasgefäße, von denen das eine, *a*, mit Wasserstoffgas, das andere, *e*, mit Kohlensäure gefüllt ist, auf die Weise verbindet, wie man Fig. 219 sieht. Nach einiger Zeit findet man die Gase auf die angegebene Weise gemischt. Jedes Gas verbreitet sich also gleichförmig in dem ganzen Raume gerade so, als ob das andere gar nicht da wäre.

Was für die Mischung zweier Gase gilt, gilt auch für mehrere.

Fig. 219.

Das allgemeine Princip, nach welchem die Mischung gasförmiger Körper vor sich geht, ist folgendes: Wenn man in einen und denselben Raum verschiedene Gase bringt, welche keine chemische Wirkung auf einander ausüben, so verbreitet sich jedes gleichförmig durch den [illegible] Raum.

[illegible]wei verschiedenartige Gase durch eine poröse Scheide- [illegible], so geht der Austausch der Gase durch diese [illegible]ch vor sich, und zwar bemerkt man hier eine [illegible]g wie diejenige, welche wir bei den Flüssigkei- [illegible]n Namen der Endosmose kennen gelernt haben; [illegible]indet nämlich, daß das Gas, welches sich auf der einen [illegible]eite der Scheidewand [illegible]t, rascher durch die Scheidewand hin- [illegible]ngt, um sich [illegible] als die Gasart auf der andern Seite.

Graham hat dieſe Erſcheinung näher unterſucht und ſie mit dem Namen der Diffuſion bezeichnet; man kann ſie am einfachſten in folgender Weiſe beobachten. Man verſchließt das eine Ende einer ungefähr 1 bis $1\frac{1}{2}$ Zoll weiten Glasröhre mit einem Stopfen von Gyps, welcher die Gaſe ſehr gut durchläßt, ſo lange er nicht feucht iſt; dieſe Röhre wird nun über Queckſilber mit Waſſerſtoffgas gefüllt. Das Waſſerſtoffgas entweicht nun durch den Gypsſtopfen, während umgekehrt atmoſphäriſche Luft eindringt; allein die Menge des entweichenden Waſſerſtoffgaſes iſt größer als die der eindringenden Luft, denn das Gasvolumen in der Röhre wird immer kleiner, das Queckſilber in der Röhre ſteigt immer mehr, und ſchon nach einigen Minuten ſteht es 2 Zoll hoch über dem Queckſilberſpiegel in der Wanne.

Um das Geſetz der Diffuſion zu ermitteln, muß man dadurch, daß man die Röhre allmälig tiefer und tiefer einſenkt, dafür ſorgen, daß das Niveau des Queckſilbers in der Röhre ſtets dem äußeren gleich bleibt, weil ohne dieſe Vorſichtsmaßregel mehr atmoſphäriſche Luft eindringt, als wenn bloß eine Diffuſionswirkung ſtattgefunden hätte.

Nach Graham's Verſuchen verhalten ſich die Geſchwindigkeiten, womit die Gaſe die Scheidewand durchziehen, umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Dichtigkeiten; wenn z. B. 1 Volumen Luft in die Röhre eintritt, ſo entweichen dagegen 3,83 Volumina Waſſerſtoffgas durch den Stopfen; nun iſt aber das Waſſerſtoffgas 14,5mal leichter als die atmoſphäriſche Luft, und 3,83 iſt die Quadratwurzel von 14,5.

Dritter Abschnitt.

Von der Bewegung und den beschleunigenden Kräften.

Erstes Kapitel.

Verschiedene Arten der Bewegung.

Ruhe und Bewegung. Ein Körper, welcher seine Stellung gegen 83
andere ändert, ist in Bewegung; er ist in Ruhe, wenn keine solche Veränderung mit ihm vorgeht. Alle Ruhe, alle Bewegung, welche wir beobachten, ist nur relativ, nicht absolut. Die Bäume sind in Ruhe in Beziehung auf die benachbarten Berge; die Bäume haben eine unveränderliche Stellung auf dem Erdboden; aber Bäume und Berge sind deshalb nicht in absoluter Ruhe; sie durchlaufen mit dem ganzen Erdballe, auf welchem sie fest stehen, die ungeheure Bahn unseres Planeten. Obgleich wir aber wissen, daß wir mit unserer Erde die Himmelsräume durchfliegen, indem sie sich um die Sonne dreht, so können wir doch über unsere absolute Bewegung nichts sagen, denn wir müßten wissen, ob die Sonne wirklich ein unbewegliches Centrum der Welt ist. Alles aber scheint anzudeuten, daß die Sonne selbst nur ein Planet ist, welcher um eine andere Sonne kreis't, die wohl wieder nicht fest ist, ohne daß wir im Stande sind, das Centrum aller Bewegungen zu bestimmen oder auch nur zu ahnen.

Wir haben bei der Bewegung zwei wesentliche Dinge zu betrachten, die Richtung und die Geschwindigkeit.

Wenn ein Körper sich stets nach derselben Richtung bewegt, so ist seine Bahn geradlinig, wenn sich aber die Richtung seiner Bewegung fortwährend ändert, so ist seine Bewegung krummlinig. Wenn man sich in dem Punkte der Curve, welchen der Körper in einem bestimmten Momente einnimmt, eine Tangente an die Curve gezogen denkt, so zeigt uns diese Tangente die Richtung, welche in diesem Augenblicke die Bewegung des Körpers hat.

84 **Gleichförmige Bewegung.** Ein Körper hat eine gleichförmige Bewegung, wenn er in gleichen Zeiten gleiche Räume zurücklegt. Wenn ein Körper, der ſich in gerader Linie bewegt, in jeder Minute gleich viel, etwa 60 Fuß, fortſchreitet, in jeder halben Minute 30, in jeder Sekunde 1 Fuß, ſo bewegt er ſich gleichförmig. Weil die in gleichen Zeiten durchlaufenen Räume gleich ſind, ſo folgt, daß das Verhältniß zwiſchen Zeit und Raum conſtant bleibt. Dieſes Verhältniß nennt man die Geſchwindigkeit der gleichförmigen Bewegung. Nimmt man die doppelte, dreifache Zeit, ſo iſt auch der durchlaufene Raum der doppelte oder dreifache, das Verhältniß bleibt alſo daſſelbe. Die Zahl, welche die Geſchwindigkeit ausdrückt, hängt davon ab, welche Einheiten man für Raum und Zeit wählt. Wollte man die Geſchwindigkeit nur durch eine Zahl ausdrücken, ohne anzugeben, welcher Einheiten man ſich bedient, ſo würde die Geſchwindigkeit noch durchaus unbeſtimmt ſeyn. Am einfachſten drückt man die Geſchwindigkeit dadurch aus, daß man angiebt, wie weit ſich der Körper in der Zeiteinheit, etwa in einer Minute, einer Sekunde, bewegt. So geht z. B. ein erwachſener Menſch in der Regel mit einer Geſchwindigkeit von 2,5 Fuß in der Sekunde. Ein gewöhnlicher Wind hat eine Geſchwindigkeit von 60 Meter in der Minute, der Sturmwind aber 2700 Meter in der Minute. Die beiden letzten Geſchwindigkeiten ſind unter ſich vergleichbar, weil ſie in denſelben Einheiten ausgedrückt ſind; die Geſchwindigkeit des Sturmwindes iſt 45mal ſo groß als die des gewöhnlichen Windes. Wollte man die Geſchwindigkeit des Menſchen mit der des Sturmwindes vergleichen, ſo muß man ſie erſt auf gleiche Einheit reduciren.

Weil die Materie träg iſt, muß ſich ein Körper, welcher einmal eine gleichförmige Bewegung hat, fortwährend nach derſelben Richtung und mit derſelben Geſchwindigkeit bewegen, es müßte denn ferner noch eine zweite Kraft auf ihn wirken, welche entweder ſeine Richtung allein, oder ſeine Geſchwindigkeit allein, oder auch Richtung und Geſchwindigkeit zugleich ändert; denn durch ſich ſelbſt kann ein Körper in dieſer Hinſicht nichts verändern, weder den Zuſtand der Ruhe, noch den der Bewegung. Auf dieſe Weiſe iſt das Geſetz der Trägheit zu verſtehen und nicht wie es ſich die alten Philoſophen dachten, welche behaupteten, daß die Materie eine vorherrſchende Neigung zur Ruhe habe.

Wenn wir ſehen, daß die Bewegung eines Körpers irgendwie verändert wird, daß ſeine Geſchwindigkeit ab- oder zunimmt, daß die Bewegung ganz aufhört oder daß ſie ihre Richtung ändert, ſo iſt dieſe Veränderung jederzeit durch eine äußere Urſache veranlaßt. Ein Stein, den wir nach der Sonne werfen, müßte bis zu der Sonne fortfliegen, wenn er nicht durch den Widerſtand der Luft und durch die Schwere, welche ihn nach der Erde zurückzieht, daran gehindert würde.

Beschleunigte und verzögerte Bewegung. Eine stetige Verän- 85
derung der Geschwindigkeit kann nur durch eine fortwährend wirkende Kraft hervorgebracht werden, eine solche Kraft aber nennt man eine beschleunigende oder eine verzögernde, je nachdem durch sie die Bewegung beschleunigt oder verzögert wird. Wenn in irgend einem Moment der veränderlichen Bewegung alle beschleunigenden oder verzögernden Kräfte zu wirken aufhörten, so würde von dem Augenblicke an die Bewegung eine gleichförmige seyn; die Geschwindigkeit einer veränderlichen Bewegung in einem gegebenen Augenblicke bestimmt man dadurch, daß man ausmittelt, wie weit sich der Körper in der Zeiteinheit bewegen würde, wenn von dem fraglichen Momente an alle Beschleunigung und Verzögerung aufhörte.

Eine Bewegung heißt gleichförmig beschleunigt oder gleichförmig verzögert, wenn die Geschwindigkeit in gleichen Zeiten gleichviel zu- oder abnimmt. Solche Bewegungen werden nun durch Kräfte hervorgebracht, welche fortwährend gleich stark wirken, wie dies bei der Schwere der Fall ist. Ein schwerer Körper fällt mit gleichförmig beschleunigter Geschwindigkeit.

Wenn man von der Voraussetzung ausgeht, daß die Intensität der Schwere an den verschiedenen Stellen, welche der fallende Körper durchläuft, dieselbe sey (und die Erfahrung berechtigt uns in der That zu dieser Annahme, wenigstens innerhalb gewisser Gränzen), so lassen sich alle Gesetze des freien Falls durch einfache Schlüsse entwickeln.

Da die Schwere in jedem Momente des Falles auf dieselbe Weise wirkt, so muß sie die Geschwindigkeit des fallenden Körpers in gleichen Zeiten auch gleichviel vermehren, d. h. die Bewegung muß eine gleichförmig beschleunigte seyn. Wenn der fallende Körper während der ersten Fallsekunde eine Geschwindigkeit g erlangt, so muß er also nach 2, 3, 4 ... t Sekunden eine Geschwindigkeit $2g$, $3g$, $4g$ ... $t.g$ erlangt haben. Es läßt sich dies in Worten allgemein so ausdrücken: die Geschwindigkeit eines frei fallenden Körpers ist stets der verflossenen Fallzeit proportional; oder es ist

$$v = g \cdot t$$

wenn v die Geschwindigkeit bezeichnet, welche der Körper während einer Fallzeit von t Sekunden erlangt hat, g aber seine Geschwindigkeit am Ende der ersten Sekunde darstellt.

Welchen Raum muß aber demnach der Körper in einer, in 2, 3, 4 .... t Sekunden durchfallen? Zu Anfang der ersten Sekunde ist seine Geschwindigkeit gleich o, zu Ende derselben ist sie g. Da nun die Geschwindigkeit gleichförmig zunimmt, so muß der in einer Sekunde durchfallene Raum offenbar gerade eben so groß seyn, als ob sich der Körper während einer Sekunde mit einer Geschwindigkeit bewegt hätte, welche zwischen der An-

fangs- und Endgeschwindigkeit, also zwischen o und g in der Mitte liegt. Diese mittlere Geschwindigkeit aber ist $\frac{1}{2}g$, und ein Körper, der sich eine Sekunde lang mit der Geschwindigkeit $\frac{1}{2}g$ bewegt, durchläuft den Raum $\frac{1}{2}g$.

Eben so können wir durch Schlüsse den Fallraum finden, welchen der Körper in zwei Sekunden durchfällt. Die Anfangsgeschwindigkeit ist o, die Endgeschwindigkeit $2g$, also ist die mittlere Geschwindigkeit $\frac{2g}{2}$, und ein Körper, welcher sich zwei Sekunden lang mit dieser Geschwindigkeit bewegt, durchläuft einen Raum $2 \cdot 2\frac{g}{2}$.

In drei Sekunden durchfällt der Körper einen Raum $3 \cdot 3\frac{g}{2}$, denn die Anfangsgeschwindigkeit ist o, die Endgeschwindigkeit $3g$, also die mittlere Geschwindigkeit $3\frac{g}{2}$, und mit dieser Geschwindigkeit muß ein Körper sich drei Sekunden lang gleichförmig bewegen, wenn er denselben Weg zurücklegen soll, den ein schwerer Körper in drei Sekunden durchfällt.

Wir wollen diese Schlußweise allgemein machen. Wenn ein Körper t Sekunden lang fällt, so muß er einen Weg zurücklegen, welcher demjenigen gleich ist, den er während derselben Zeit bei gleichförmiger Bewegung zurückgelegt hätte, wenn seine Geschwindigkeit das Mittel zwischen der Anfangsgeschwindigkeit o und der Endgeschwindigkeit $g \cdot t$, also $\frac{g}{2} \cdot t$ gewesen wäre. Ein Körper aber, welcher sich t Sekunden lang mit der Geschwindigkeit $\frac{g}{2}t$ bewegt, durchläuft einen Raum

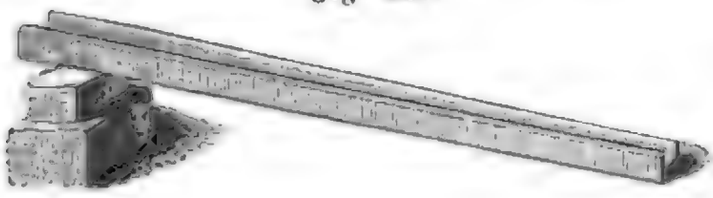
$$s = \frac{g}{2} \cdot t^2$$

das heißt in Worten: die Fallräume verhalten sich wie die Quadrate der Fallzeiten.

Ob aber die Voraussetzungen dieses Raisonnements wahr sind, ob die Schwere wirklich eine gleichförmig beschleunigende Kraft sey, darüber kann einzig und allein der Versuch Auskunft geben. Diese Frage kann aber nicht direct gelöst werden, weil die Geschwindigkeit, mit welcher die Körper fallen, so rasch zunimmt, daß es schon nach wenigen Augenblicken unmöglich ist, die in gegebenen Zeiten durchlaufenen Räume genau zu bestimmen. Was aber nicht durch directe Versuche gefunden werden kann, läßt sich durch indirecte Mittel bestimmen. Das einfachste Mittel ist Galiläi's schiefe Ebene, das genaueste aber die Atwood'sche Fallmaschine.

Galiläi's schiefe Ebene. Galiläi studirte zuerst die Fallgesetze, 86
indem er leicht bewegliche Körper eine schiefe Ebene herunterrollen ließ. Zur Anstellung der Galiläi'schen Fallversuche bedient man sich am besten einer Rinne von Holz, etwa 10 bis 12 Fuß lang, (Fig. 220), welche im Innern möglichst glatt polirt seyn muß und in Fuß und Zoll eingetheilt ist. Die Rinne wird durch Unterlagen schief gestellt, wie es die Figur zeigt. Wäre die Rinne vollkommen wagerecht gelegt worden, so würde eine darauf gelegte Kugel ruhig liegen bleiben, weil ihre Schwere durch den Widerstand der horizontalen Unterlage gänzlich aufgehoben wird. Wäre die Rinne vertikal gestellt, so würde die Kugel ganz frei mit der vollen Kraft ihrer Schwere herabfallen. Wird aber die Rinne geneigt, so wird die Kraft der Schwere in einem bestimmten Verhältnisse vermindert. Aus den Principien der Statik folgt, daß man die beschleunigende Kraft findet, welche die Kugel zur schiefen Ebene heruntertreibt, wenn man die beschleunigende Kraft der Schwere mit dem Sinus des Neigungswinkels der schiefen Ebene multiplicirt. Welches aber auch das Verhältniß seyn mag, in welchem eine Kraft vermindert wird, mag man sie auf die Hälfte, den dritten, den vierten Theil ihrer ursprünglichen Größe reduciren, so ändert sich dadurch nur die absolute Größe der Bewegung, welche sie erzeugt, während das Verhältniß der in bestimmten Zeiten durchlaufenen Räume unverändert bleibt. Das Gesetz, welches wir aus den Versuchen auf der geneigten Ebene ableiten, ist demnach das wahre Gesetz der Schwere. Läßt man die Kugel in einem bestimmten Moment am obern Ende der Rinne los, bemerkt man sich die in einer, in zwei, in drei u. s. w. Sekunden durchlaufenen Räume, so findet man, die Räume verhalten sich wie die Quadrate der Zeiten, welche nöthig waren, um sie zu durchlaufen. Die Schwere ist demnach wirklich eine gleichförmig beschleunigende Kraft.

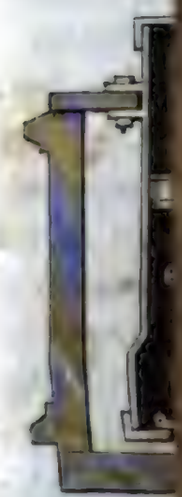
Fig. 220.



Die Atwood'sche Fallmaschine besteht im Wesentlichen in einer um 87
eine horizontale Axe leicht drehbaren Rolle (Fig. 221), welche auf dem Gipfel einer ungefähr 7 pariser Fuß hohen vertikalen Säule befestigt ist. Ueber die Rolle ist eine Schnur geschlungen, an deren Enden gleiche Gewichte *m* hängen. Legt man auf der einen Seite ein Uebergewicht *n* auf, so wird das Gleichgewicht zerstört; die Gewichte *m* und *n* auf der einen Seite fallen, das Gewicht *m* auf der andern Seite wird gehoben. Die Geschwindigkeit, mit welcher diese Bewegung vor sich geht, ist weit geringer als beim freien Falle, weil die bewegende Kraft, die Schwerkraft des Ueber-

Das W
Pumpens
ter dem K
ser nicht s
theil hervor
hat die unt
cher nicht v
Aufziehen
nung stattfi
sich aber ü
befindet, s
Druck von
beim Aufzie
felraum au
freien atmo
finden kann
außer Wirk
machen, da
kann. Man
den Stiefel
t ist eine D
Zu Marly
menheit cons

74 **Die Feu**



gewichtes *n*, nicht allein die Masse *n*, sondern die
Bewegung zu setzen

Fig. 221.

Wäre z. B. jed
Loth, *n* aber 1 Lot
gewicht von 1 Lot
Loth in Bewegung
gung wird nach den
geben, wie beim fre
einzigen Unterschied
der beschleunigenden
ner ist. Wenn als
per in der ersten S
fällt, so wird hier
Sekunde nur 1 F
Man sieht wohl
um so langsamer
das Uebergewicht n
ist, und man kann
Veränderung von *n*
sam machen als ma
Um die Fallräu
können, ist die verti
Der oberste Punkt
Nullpunkt der Sk
von denen der obere
nen an jeder Stelle
werden.

Soweit ist die Kenntniß des Apparates nöthig, u
der Versuche zu verstehen.

Zunächst läßt sich mit der Fallmaschine leicht dartl
räume wie die Quadrate der Fallzeiten verhalten. E
daß der Fallraum der ersten Sekunde 1 Zoll ist. W
des Gewichtes *m*, welches das Uebergewicht trägt,
Nullpunktes der Skala befindet, so wird eine Sekun
der Bewegung das Gewicht bei dem ersten nach dem
Theilstrich eintreffen.

Wenn der Fallraum der ersten Sekunde 1 Zoll ist,
ersten Sekunden ein Weg von 4 Zoll zurückgelegt werd
den untern Schieber 4 Zoll unter den Nullpunkt stellt
wicht, welches beim Punkte Null seine Bewegung begö
der zweiten Sekunde aufschlagen.

Digitized by Google

...g stets in demselben Punkte, d. h. im Null-
...läßt, so hat man den Schieber 9, 16, 25, 36,
...unkte festzustellen, wenn das Gewicht nach 3,
...fschlagen soll. Der Versuch bestätigt vollkom-
...ie Fallräume verhalten, wie die Quadrate der

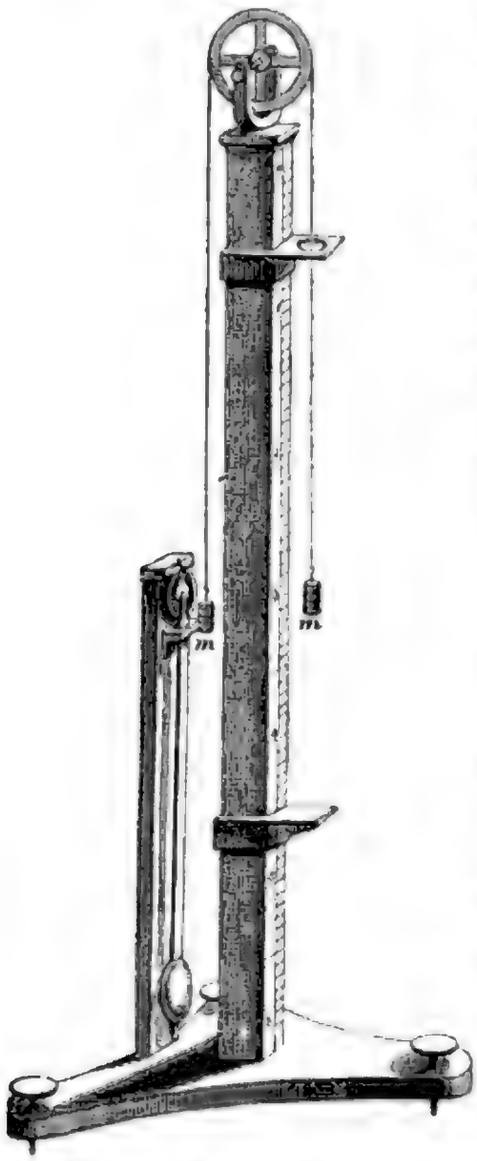
daß dieses Gesetz eine Folge der Annahme ist,
... Fallzeit proportional wächst. Die Wahrheit
...s indirect auch die Richtigkeit der Annahme.
...ltniß zwischen Fallzeit und Geschwindigkeit des
...Moment weder beim freien Falle, noch bei der
denn dazu dürfte die Geschwindigkeit des Kör-
...an nicht mehr wachsen, man müßte also plötz-
...verkraft auf den Körper vernichten können. Mit
...nn man in der That machen, daß die beschleu-
...inem Momente zu wirken aufhört. Die beschleu-
die Schwere des Uebergewichts n; wenn man
...Uebergewichte n die beistehende Gestalt giebt, so
...s an dem durchbrochenen Schieber in einem be-
...mente auffangen, während die Massen m ihren
...un an mit gleichförmiger Geschwindigkeit fort-
...Augenblicke an keine beschleunigende Kraft mehr
...nen also mit Hülfe dieser Vorrichtung direct die
... einem Momente durch den Weg bestimmen, der
...e zurückgelegt wird.

...en, daß, wenn g die Geschwindigkeit des Körpers
...sekunde ist, der Raum, den er in der ersten Se-
...ey. Wenn wir nun Alles so eingerichtet haben,
...de 1 Zoll durchfallen wird, so muß demnach die
...rsten Sekunde 2 Zoll seyn, d. h. wenn am Ende
...beschleunigende Kraft zu wirken aufhört, so wird
...den Sekunde den Weg von zwei Zoll mit gleich-
...t zurücklegen.

...iß zwischen Fallzeit und Geschwindigkeit wirklich
...ht folgendermaßen nachweisen: Man stelle vor dem
...die Gewichte $m + n$ so, daß die untere Fläche von
...lpunkts der Skala steht; der durchbrochene Schieber
...e obere Fläche bei 1 Zoll steht, der untere Schieber
...e Fläche so tief unter 3 Zoll steht, als die Höhe des
...läßt man in einem bestimmten Momente los, so
...de das Uebergewicht, nach zwei Sekunden das Ge-

gewichtes n, nicht allein die Masse n, sondern die Masse $2m + n$ in Bewegung zu setzen hat.

Fig. 221.



Wäre z. B. jedes der Gewichte m 7 Loth, n aber 1 Loth, so hätte das Uebergewicht von 1 Loth eine Masse von 15 Loth in Bewegung zu setzen; die Bewegung wird nach denselben Gesetzen vor sich gehen, wie beim freien Falle, nur mit dem einzigen Unterschiede, daß die Intensität der beschleunigenden Kraft hier 15mal kleiner ist. Wenn also ein freifallender Körper in der ersten Sekunde 15 Fuß durchfällt, so wird hier der Fallraum der ersten Sekunde nur 1 Fuß seyn.

Man sieht wohl ein, daß die Bewegung um so langsamer werden wird, je kleiner das Uebergewicht n im Verhältniß zu m ist, und man kann also durch zweckmäßige Veränderung von n die Bewegung so langsam machen als man will.

Um die Fallräume bequem messen zu können, ist die vertikale Säule eingetheilt. Der oberste Punkt der Theilung ist der Nullpunkt der Skala. Zwei Schieber, von denen der obere durchbrochen ist, können an jeder Stelle der Skala festgestellt werden.

Soweit ist die Kenntniß des Apparates nöthig, um den Zusammenhang der Versuche zu verstehen.

Zunächst läßt sich mit der Fallmaschine leicht darthun, daß sich die Fallräume wie die Quadrate der Fallzeiten verhalten. Es sey n so gewählt, daß der Fallraum der ersten Sekunde 1 Zoll ist. Wenn das untere Ende des Gewichtes m, welches das Uebergewicht trägt, sich in der Höhe des Nullpunktes der Skala befindet, so wird eine Sekunde nach dem Beginn der Bewegung das Gewicht bei dem ersten nach dem Nullpunkt folgenden Theilstrich eintreffen.

Wenn der Fallraum der ersten Sekunde 1 Zoll ist, so muß in den zwei ersten Sekunden ein Weg von 4 Zoll zurückgelegt werden; wenn man also den untern Schieber 4 Zoll unter den Nullpunkt stellt, so wird das Gewicht, welches beim Punkte Null seine Bewegung begonnen hat, am Ende der zweiten Sekunde aufschlagen.

Wenn man die Bewegung stets in demselben Punkte, d. h. im Nullpunkte der Skala beginnen läßt, so hat man den Schieber 9, 16, 25, 36, 49, 64 Zoll unter diesem Punkte festzustellen, wenn das Gewicht nach 3, 4, 5, 6, 7, 8 Sekunden aufschlagen soll. Der Versuch bestätigt vollkommen das Gesetz, daß sich die Fallräume verhalten, wie die Quadrate der Fallzeiten.

Wir haben oben gezeigt, daß dieses Gesetz eine Folge der Annahme ist, daß die Geschwindigkeit der Fallzeit proportional wächst. Die Wahrheit der Folgerung beweis't uns indirect auch die Richtigkeit der Annahme. Direct läßt sich das Verhältniß zwischen Fallzeit und Geschwindigkeit des Körpers in irgend einem Moment weder beim freien Falle, noch bei der schiefen Ebene ausmitteln, denn dazu dürfte die Geschwindigkeit des Körpers von dem Augenblicke an nicht mehr wachsen, man müßte also plötzlich die Wirkung der Schwerkraft auf den Körper vernichten können. Mit Hülfe der Fallmaschine kann man in der That machen, daß die beschleunigende Kraft in irgend einem Momente zu wirken aufhört. Die beschleunigende Kraft ist ja nur die Schwere des Uebergewichts n; wenn man nun diesem Uebergewichte n die beistehende Gestalt giebt, so kann man es an dem durchbrochenen Schieber in einem beliebigen Momente auffangen, während die Massen m ihren Weg von nun an mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortsetzen, da ja von dem Augenblicke an keine beschleunigende Kraft mehr auf sie wirkt. Wir können also mit Hülfe dieser Vorrichtung direct die Geschwindigkeit in irgend einem Momente durch den Weg bestimmen, der in der folgenden Sekunde zurückgelegt wird.

Fig. 222.

Wir haben oben gesehen, daß, wenn g die Geschwindigkeit des Körpers am Ende der ersten Fallsekunde ist, der Raum, den er in der ersten Sekunde zurücklegt, $\frac{1}{2}g$ sey. Wenn wir nun Alles so eingerichtet haben, daß in der ersten Sekunde 1 Zoll durchfallen wird, so muß demnach die Endgeschwindigkeit der ersten Sekunde 2 Zoll seyn, d. h. wenn am Ende der ersten Sekunde die beschleunigende Kraft zu wirken aufhört, so wird der Körper in der folgenden Sekunde den Weg von zwei Zoll mit gleichförmiger Geschwindigkeit zurücklegen.

Daß dieses Verhältniß zwischen Fallzeit und Geschwindigkeit wirklich stattfindet, läßt sich leicht folgendermaßen nachweisen: Man stelle vor dem Beginn der Bewegung die Gewichte $m + n$ so, daß die untere Fläche von n in der Höhe des Nullpunkts der Skala steht; der durchbrochene Schieber wird so gestellt, daß seine obere Fläche bei 1 Zoll steht, der untere Schieber aber so, daß seine obere Fläche so tief unter 3 Zoll steht, als die Höhe des Gewichtes m beträgt. Läßt man in einem bestimmten Momente los, so wird nach einer Sekunde das Uebergewicht, nach zwei Sekunden das Ge-

wicht m ſelbſt aufſchlagen. Der obere Punkt des Gewichtes m hat alſo in der erſten Sekunde den Weg von 0 bis 1 mit beſchleunigter Geſchwindigkeit und in der zweiten Sekunde den Weg von 1 bis 3 mit gleichförmiger Geſchwindigkeit zurückgelegt.

Daß die Geſchwindigkeit nach Abnahme des Uebergewichtes wirklich gleichförmig iſt, ſieht man daraus, daß, wenn man, ohne ſonſt etwas zu ändern, den untern Schieber 2, 4, 6, 8, 10 Zoll tiefer ſtellt, der Aufſchlag 1, 2, 3, 4, 5 Sekunden ſpäter erfolgt, daß alſo wirklich in jeder folgenden Sekunde ein Weg von 2 Zoll zurückgelegt wird.

Hätte man das Uebergewicht n ſo eingerichtet, daß in der erſten Sekunde 2, 3, 4 u. ſ. w. Zoll zurückgelegt worden wären, ſo würde in der zweiten Sekunde ein Weg von 4, 6, 8 Zoll zurückgelegt worden ſeyn, wenn man das Uebergewicht am Ende der erſten Sekunde wegnimmt.

Wir haben oben angenommen, daß, wenn die Geſchwindigkeit am Ende der erſten Sekunde g iſt, die Endgeſchwindigkeit der 2., 3., 4. Sekunde $2g$, $3g$, $4g$ ſey. Der Verſuch beſtätigt dies vollkommen. Nehmen wir wieder an, das Uebergewicht n ſey ſo gewählt, daß in der erſten Sekunde 1 Zoll, in zwei Sekunden alſo 4 Zoll durchlaufen werden, ſo wird, wenn man das Uebergewicht am Ende der zweiten Sekunde auffängt, in jeder der folgenden Sekunden ein Weg von 4 Zoll durchlaufen werden; hätte man das Uebergewicht erſt am Ende der dritten, vierten Sekunde aufgefangen, nachdem alſo ein Weg von 9, 16 Zoll durchfallen war, ſo würde die Bewegung mit einer gleichförmigen Geſchwindigkeit von 6, 8 Zoll fortgedauert haben.

Wir haben bisher die Reibung ganz unberückſichtigt gelaſſen und den Hergang der Sache betrachtet, wie er ſeyn würde, wenn keine Reibung ſtattfände. Um den Einfluß der Reibung ſo gering zu machen, daß er keine merkliche Verzögerung hervorbringt, wendet man ſogenannte Frictionsrollen an, noch einfacher aber erreicht man dieſen Zweck auf folgende Weiſe:

Wir werden ſpäter bei der Betrachtung der Reibungswiderſtände am Haspel ſehen, daß die Reibung gerade ſo wirkt, als ob die zu hebende Laſt um eine beſtimmte Größe vermehrt worden wäre; wir können alſo auch in unſerm Falle der Reibung dadurch das Gleichgewicht halten, daß wir auf derjenigen Seite, auf welcher der Niedergang ſtattfinden ſoll, ein Gewicht r auflegen, deſſen Größe durch Verſuche ausgemittelt werden muß. Iſt das Gewicht r aufgelegt, ſo wird noch keine Bewegung erfolgen, ſetzt man aber das Syſtem etwa durch einen Anſtoß nach der Seite des Uebergewichtes in Bewegung, ſo wird die Bewegung gleichförmig bleiben, weil ja der ſtörende Einfluß der Reibung durch das Uebergewicht r neutraliſirt iſt; alle Bewegungen in der angedeuteten Richtung werden alſo gerade ſo ſtattfinden, als ob keine Reibung vorhanden wäre.

Sollen also alle Versuche vollkommen so ausfallen, wie oben gesagt wurde, so muß erst das der Reibung entsprechende Gewicht r aufgelegt werden, dieses Gewicht r hält alsdann der Reibung das Gleichgewicht, das System mag sich nun in Ruhe oder in Bewegung befinden. Durch ferneres Uebergewicht wird Bewegung hervorgebracht, und zwar eine beschleunigte Bewegung. Nimmt man in irgend einem Momente die beschleunigende Kraft weg, so bleibt von dem Augenblicke an die Geschwindigkeit gleichförmig, und zwar ist sie um so größer, je länger man das Uebergewicht n hat wirken lassen oder je größer dieses Uebergewicht war; jedenfalls wird ein kleineres Uebergewicht n dem Systeme dieselbe Geschwindigkeit ertheilen können wie ein größeres, wenn man es nur verhältnißmäßig länger aufliegen läßt.

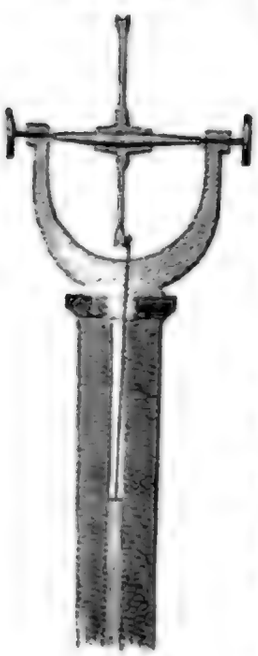
Diese Betrachtungen lassen sich fast auf alle Maschinen anwenden. Die Arbeit aller Maschinen läßt sich mit der Hebung einer Last vergleichen, welche in der Regel mit gleichförmiger Geschwindigkeit vor sich gehen soll. Um eine solche gleichförmige Geschwindigkeit zu erhalten, hat man gerade so viel Kraft nöthig, um der Last und der Reibung das Gleichgewicht zu halten. Nur im Beginne der Bewegung hat man einen Ueberschuß von Kraft so lange anzuwenden, bis man der Maschine die nöthige Geschwindigkeit ertheilt hat. Dieser Ueberschuß an Kraft ist dem Uebergewichte n zu vergleichen, welches durch den obern Schieber weggenommen wird, wenn die Bewegung eine bestimmte Geschwindigkeit erlangt hat.

Betrachten wir jetzt die Einrichtung unserer Fallmaschine etwas näher.

Der getheilte Stab ist auf einer Brettplatte befestigt, durch welche drei Stellschrauben gehen, mit Hülfe deren man den Stab vollkommen vertikal stellen kann.

Mit dem Apparate ist ein Sekunden-Pendel in Verbindung, welches dazu dient, die Fallzeiten zu zählen. Von ganz besonderer Wichtigkeit ist es nun, daß man in demselben Momente zu zählen beginnt, in welchem das Gewicht im Nullpunkte der Skala losgelassen wird. Man erreicht dies auf folgende Weise:

Fig. 223.

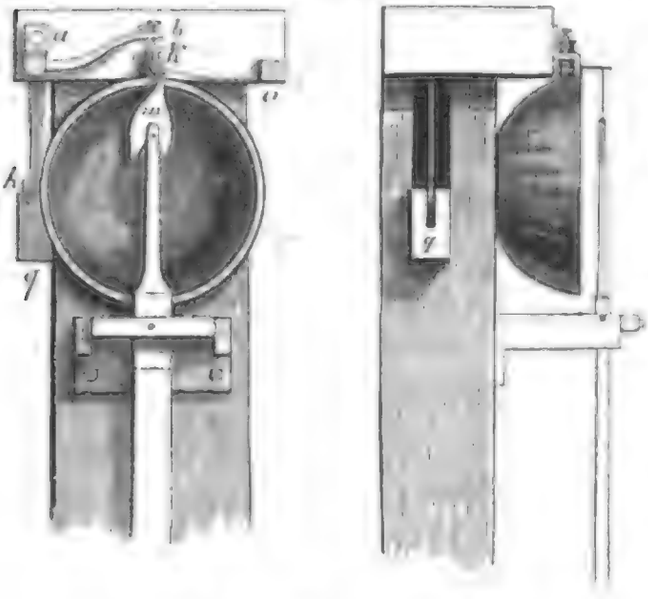


Nahe an dem Umfange der Rolle ist ein kleines Stiftchen befestigt, welches mit der Drehungsaxe der Rolle parallel läuft. Es ist dies Stiftchen in Fig. 223, welche den obern Theil des Apparates im Durchschnitte zeigt, zu sehen. Nun aber ist der getheilte Stab innen hohl, und im Innern ist ein Holzstab angebracht, welcher sich leicht etwas auf- und niederschieben läßt. Auf dem obern Ende dieses Holzstabes ist ein Stahlstäbchen befestigt, welches durch den Bügel hindurchgeht, welcher die Axe trägt, und in derjenigen Stellung, welche die Figur zeigt, die Umdrehung der Rolle nach einer Seite

unmöglich macht, indem das oben erwähnte Stiftchen an das Stahlſtäbchen anſtößt. Wenn das Stahlſtäbchen niedergezogen wird, ſo beginnt in demſelben Moment die Bewegung.

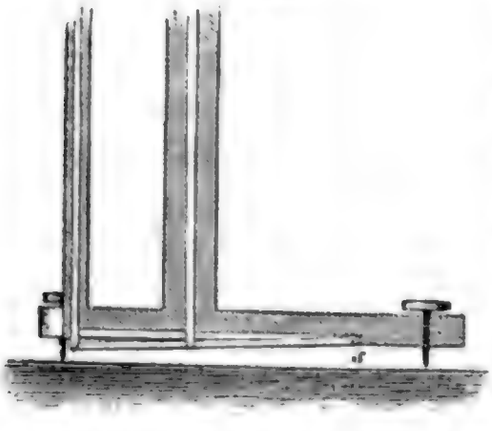
Mit dieſer Vorrichtung ſteht das Pendel in Verbindung, und zwar auf folgende Weiſe. Dicht hinter dem obern Ende des Pendels befindet ſich eine Glocke, auf welche bei jedem Niedergange des Pendels ein Hämmerchen *k* aufſchlägt, wodurch die Pendelſchläge ſehr hörbar markirt werden. Am Hämmerchen befindet ſich nämlich ein horizontaler Stift, an welchem eine am obern Ende der Pendelſtange befeſtigte Metallplatte *m* bei jedem Niedergange des Pendels anſchlägt; dadurch wird der Hammer gehoben, alsbald aber wieder durch eine in *o* befeſtigte Feder, an deren Ende er angebracht iſt, niedergedrückt. Durch dieſe Anordnung iſt nun das Pendel ſehr bequem zum Zählen der Sekunden, allein das reicht nicht hin; der Moment, in welchem der Hammer zum erſten Male auf die Glocke aufſchlägt, gleichſam der Nullpunkt der Zeitzählung, muß auch derſelbe ſeyn, in welchem der fallende Körper den Nullpunkt der Skala verläßt.

Fig. 224.



Unter der Fußplatte des Inſtrumentes befindet ſich ein horizontaler Stab, welcher um einen feſten Punkt *s*, Fig. 225, in vertikaler Ebene drehbar iſt. Auf dieſem horizontalen Stabe ſind zwei vertikale befeſtigt, von denen der eine durch die Hauptſäule hindurchgeht und an deſſen obern Ende ſich das Metallſtäbchen befindet, welches die Umdrehung der Rolle hindert; der andere vertikale Stab geht im Innern der Säule in die Höhe, welche die Pendelvorrichtung trägt. Das obere Ende des letztern Stabes trägt ein Querſtück *q*, Fig. 224, von Meſſing, welches aus der Säule hervorragt. In einem Einſchnitte des Meſſingſtückes *q* iſt ein Stiftchen, mittelſt deſſen man es an dem Haken *h* einhängen kann. Um das Einhängen zu bewerkſtelligen, muß man das Querſtück *q* etwas heben, dadurch wird auch

Fig. 225.



der Stab in der Hauptsäule gehoben und in diejenige Stellung gebracht, welche die Umdrehung der Rolle hindert. Der Haken h und der Hebel $a\,b$ sind an einer und derselben horizontalen Axe befestigt, so daß die Drehung des einen auch den andern Hebelarm bewegt. Wenn man nun das Pendel aus seiner Ruhelage bewegt und losläßt, so wird bei der ersten Hebung des Hammers das Ende b des einen Hebelarms in die Höhe gestoßen, und dadurch wird also auch das am Haken h eingehängte Querstück q ausgelöst. Der Stab sowohl, an welchem q befestigt ist, als auch der Stab in der Hauptsäule fallen gleichzeitig durch ihr eigenes Gewicht nieder, und somit beginnt die Bewegung der Massen m in demselben Momente, in welchem der Hammer zum ersten Male auf die Glocke schlägt.

Beim freien Falle beträgt der Werth von g etwas über 30 Fuß. Weiter unten beim Pendel findet sich eine genauere Angabe jenes Werthes. Beim freien Falle müßte also, den eben bewiesenen Gesetzen zufolge, der Weg, der in der ersten Fallsekunde zurückgelegt wird, circa 15 par. Fuß, und in zwei, drei, vier Sekunden müßte der Fallraum also 60′, 135′, 240′ u. s. w. seyn.

Galiläi selbst machte Versuche über den freien Fall. Später wiederholten Riccioli und Grimaldi dieselben an dem Thurme Degli Asinelli in Bologna. Die genauesten Versuche darüber hat Dechalles angestellt. Die beobachteten Fallräume sind stets kleiner, als man nach der Theorie erwarten sollte. Diese Differenz rührt jedoch nur von dem Widerstande der Luft her, der im quadratischen Verhältnisse der Geschwindigkeit wächst. Bei der Fallmaschine und der Fallrinne ist der Luftwiderstand ohne Einfluß.

Es ist häufig von Wichtigkeit, aus den gegebenen Fallhöhen unmittelbar die entsprechende Geschwindigkeit berechnen zu können. Eine Formel, nach welcher diese Rechnung auszuführen ist, ergiebt sich aus den Formeln $v = g\,.\,t$ und $s = \frac{g}{2}t^2$. Durch Elimination von t findet man

$$v = \sqrt{2gs}.$$

Die Geschwindigkeiten verhalten sich also wie die Quadratwurzeln aus den Fallräumen. Wäre z. B. ein Körper von einer Höhe von 100 Fuß herabgefallen, so ist nach dieser Formel seine Geschwindigkeit $v = \sqrt{2.30.100} = 77{,}4..$ Fuß (natürlich ohne Berücksichtigung des Luftwiderstandes).

Wenn ein Körper durch irgend einen Stoß vertikal in die Höhe geworfen 88
wird, so wird er mit abnehmender Geschwindigkeit steigen, nach einiger Zeit hört seine aufwärts gerichtete Bewegung auf, und er beginnt zu fallen. Die Gesetze dieser Bewegung folgen unmittelbar aus dem Vorhergehenden.

Gesetzt, der Körper sey mit einer Geschwindigkeit von 150′ in die Höhe geworfen worden, so würde er, wenn die Schwere nicht wirkte, in jeder Sekunde 150′ steigen. Da die Schwere einem fallenden Körper in 1, 2,

3, 4, 5 u. ſ. w. Sekunden eine Geſchwindigkeit von 30′, 60′, 90′, 120′, 150′ u. ſ. w. ertheilt, welche der Richtung unſerer Bewegung entgegengeſetzt iſt, ſo iſt klar, daß die Geſchwindigkeit des ſteigenden Körpers am Ende der 1ſten Sekunde $150 - 30 = 120'$ iſt; am Ende der 2ten Sekunde iſt dieſe Geſchwindigkeit $150 - 60 = 90'$; am Ende der 3ten $150 - 90 = 60'$; am Ende der 4ten $150 - 120 = 30'$; am Ende der 5ten endlich $150 - 150 = 0$, und nun beginnt alſo der Körper zu fallen. Wir haben hier das Beiſpiel einer gleichförmig verzögerten Bewegung, denn die Geſchwindigkeit des ſteigenden Körpers nimmt in jeder Sekunde um gleich viel, nämlich um 30′, ab.

Stellen wir dies allgemeiner dar. Es ſey n die Geſchwindigkeit im Beginn des Steigens, ſo iſt die Geſchwindigkeit des Körpers nach t Sekunden

$$v = n - gt.$$

Das Steigen hört auf, wenn $n = gt$, d. h. wenn die in t Sekunden erlangte Fallgeſchwindigkeit der Geſchwindigkeit gleich iſt, mit welcher der Körper zu ſteigen begonnen hat.

Die Zeit, welche der Körper braucht, um den Gipfel ſeiner Bahn zu erreichen, iſt

$$t = \frac{n}{g}.$$

Suchen wir nun die Höhe zu beſtimmen, welche der ſteigende Körper nach einer gegebenen Zeit erreicht hat. Bei dem oben gewählten Beiſpiele würde der Körper nach 1, 2, 3 u. ſ. w. Sekunden die Höhe von 150, 300, 450 u. ſ. w. Fußen erreicht haben, wenn die Schwere ihn nicht herabzöge. Wie wir aber geſehen haben, zieht ihn die Schwere in der 1ſten Sekunde 15 Fuß herab, in 2 Sekunden $4 \cdot 15$ oder 60′, in 3 Sekunden $9 \cdot 15$ oder 135′. Seine Höhe am Ende der 1ſten Sekunde iſt alſo $150 - 15 = 135'$; am Ende der 2ten, 3ten Sekunde iſt ſeine Höhe $300 - 60 = 240'$, $450 - 135 = 315'$ u. ſ. w. Nach 5 Sekunden hätte er die Höhe von 750′ erreicht, iſt aber durch die Wirkung der Schwere $15 \times 5^2 = 375'$ herabgezogen, er befindet ſich alſo wirklich in einer Höhe von $750 - 375 = 375$ Fuß, und nun beginnt er wieder zu fallen.

Betrachten wir die Sache allgemeiner. In t Sekunden würde der Körper vermöge ſeiner urſprünglichen Geſchwindigkeit n zu der Höhe nt ſteigen, er iſt aber durch die Schwere um $\frac{g}{2}t^2$ herabgezogen worden, ſeine wirkliche Höhe iſt demnach

$$h = nt - \frac{g}{2}t^2.$$

Da der Gipfel der Bahn erreicht wird, wenn $t = \frac{n}{g}$, so findet man die Höhe des Körpers in diesem Momente, wenn man in obiger Formel für h statt t diesen Werth setzt, man findet

$$h = \frac{n^2}{g} - \frac{g}{2}\frac{n^2}{g^2} = \frac{n^2}{g} - \frac{n^2}{2g} = \frac{n^2}{2g}.$$

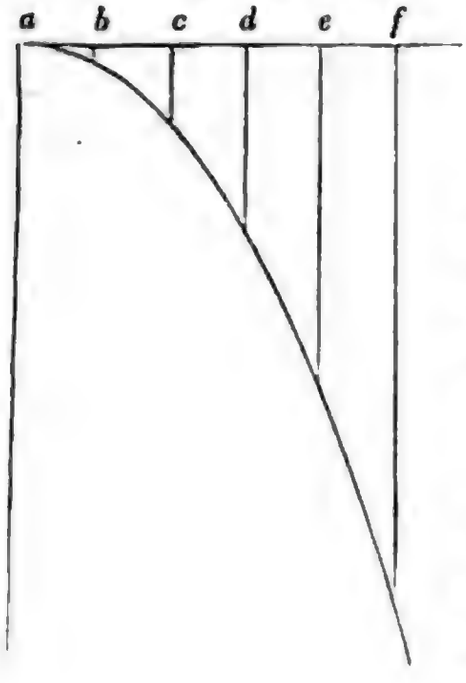
Wenn aber ein Körper $\frac{n}{g}$ Sekunden lang fällt, so durchläuft er einen Raum $s = \frac{g}{2} \cdot \frac{n^2}{g^2} = \frac{n^2}{2g}$, ein Raum, welcher der Steighöhe gleich ist; zum Herabfallen vom Gipfelpunkt bis zum Ausgangspunkt der Bewegung braucht er also auch $\frac{n}{g}$ Sekunden, also eben so viel Zeit zum Herabfallen als zum Steigen.

Suchen wir die Geschwindigkeit, mit welcher der herabfallende Körper wieder in dem Punkte ankommt, in welchem er die steigende Bewegung begann. Wir finden sie nach der Formel $v = gt$; da aber die Fallzeit $t = \frac{n}{g}$, so ergiebt sich $v = n$, d. h. der Körper kommt mit derselben Geschwindigkeit unten wieder an, mit der er zu steigen begann; oder um einen Körper bis zu einer Höhe h vertikal in die Höhe zu treiben, muß man ihm eine Anfangsgeschwindigkeit ertheilen, die gerade so groß ist als diejenige, welche er durch den freien Fall von der Höhe h herab erlangt.

Wurfbewegung. Wenn ein Körper in einer andern als in der vertikalen Richtung geworfen wird, so beschreibt er eine krumme Linie, deren Gestalt sich aus den Gesetzen des Falles leicht ableiten läßt. Nehmen wir den einfachsten Fall, nämlich den, daß der Körper durch irgend eine Kraft in horizontaler Richtung fortgestoßen worden sey. Wenn die Schwere nicht wäre, so würde er sich fortwährend in horizontaler Richtung bewegen, und zwar mit gleichförmiger Geschwindigkeit. Vermöge dieses Stoßes würde er in der ersten Sekunde den Weg ab, in der zweiten den gleich großen Weg bc u. s. w. zurücklegen, er müßte sich also am Ende der ersten, zweiten, dritten u. s. w. Sekunde in den Punkten b, c, d u. s. w. befinden. Durch die Schwere aber ist er gesunken. In der ersten Sekunde ist er um 15 Fuß gefallen, er

89

Fig. 226.



wird sich also am Ende derselben nicht in b, sondern 15 Fuß unter b befinden. Am Ende der zweiten Sekunde ist er 60 Fuß unter c, am Ende der dritten 135 Fuß unter d u. s. w. Die krumme Linie, welche der Körper auf diese Weise beschreibt, ist eine Parabel.

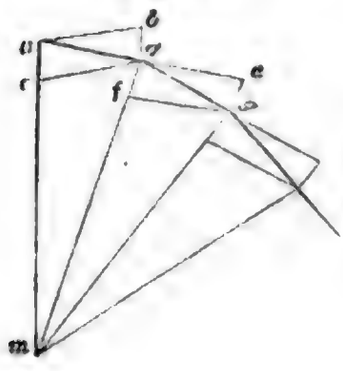
Wenn der Stoß in irgend einer andern Richtung stattfindet, so läßt sich die Bahn auf dieselbe Weise durch Construction ermitteln.

Die Bahn, welche ein geworfener Körper wirklich beschreibt, weicht wegen des Widerstandes der Luft von der rein paraboliſchen Gestalt ab.

90 **Centralbewegung.** Wir haben jetzt noch einen Fall der durch die Schwere hervorgebrachten Bewegungen zu betrachten, nämlich den, daß wir die Richtung der Schwerkraft in verschiedenen Punkten dieser Bahn nicht mehr als einander parallel betrachten können. Solche Bewegungen beobachten wir am Monde, welcher um die Erde, bei den Planeten, welche um die Sonne kreisen.

Denken wir uns, daß der Punkt a (Fig. 227), welcher durch eine stetig wirkende Anziehungskraft nach dem Punkte m hingetrieben wird, beim Beginne seiner Bewegung durch irgend eine momentan wirkende Kraft einen Stoß in der Richtung ab erhalten hätte, so wird er sich weder in der Richtung ab, noch in der Richtung ac bewegen, sondern in einer andern ad, die sich nach dem Gesetze des Parallelogramms der Kräfte ausmitteln läßt. Um die Betrachtung einfacher zu machen, wollen wir annehmen, daß die stets nach m gerichtete anziehende Kraft stoßweise in kleinen Intervallen wirke. Man wird sich bei dieser Betrachtungsweise um so weniger von der Wahrheit entfernen, je kleiner man sich diese Intervalle denkt.

Fig. 227.



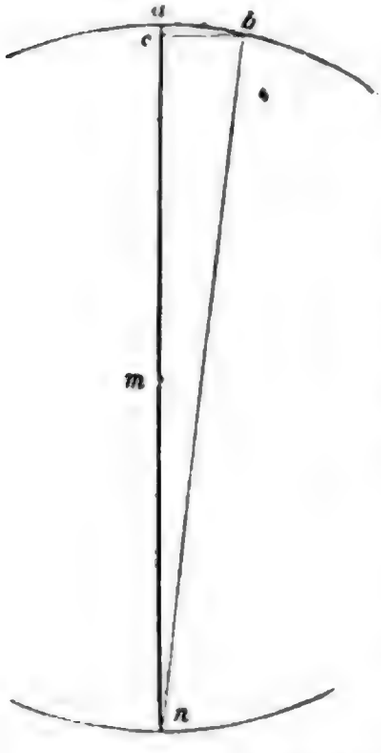
Wenn der seitwärts gerichtete Stoß für sich allein den materiellen Punkt in einem kleinen Zeittheilchen t von a nach b, die anziehende Kraft für sich allein wirkend, ihn in derselben Zeit nach c führen würde, so bewegt er sich unter Einwirkung beider Kräfte in dem Zeittheilchen t von a nach d. In d angekommen, würde er sich in der Richtung de weiter bewegen, und zwar würde in der Zeit t der Weg de gerade so groß seyn wie ad, wenn nicht die anziehende Kraft von neuem wirkte, und zwar so, als ob der Körper in d einen Stoß erhalten hätte, der ihn, für sich allein wirkend, in der Zeit t von d nach f geführt haben würde. Durch diese abermalige Einwirkung der anziehenden Kraft wird also der Körper wieder von der Richtung de abgelenkt und nach g geführt. Man begreift daraus leicht, daß, wenn der Körper in a einmal einen seitwärts gerichteten Stoß empfangen hat, die anziehende Kraft aber stoßweise in kleinen Intervallen

wirkt, daß alsdann der Körper ein Polygon beſchreiben muß, welches ſich einer krummen Linie um ſo mehr nähert, je kleiner jene Intervalle ſind. Wenn die anziehende Kraft ſtetig wirkt, wie dies in der Natur wirklich der Fall iſt, ſo iſt die Bahn wirklich eine krumme Linie, deren Natur von dem Verhältniß der ſie bedingenden Kräfte abhängt.

Die Kraft, welche den Körper ſtets nach dem Anziehungsmittelpunkte hintreibt, wird mit dem Namen Centripetalkraft bezeichnet. Wenn in irgend einem Momente der Centralbewegung die Centripetalkraft zu wirken aufhörte, ſo würde von dem Augenblicke an der Körper ſich in der Richtung der Tangente fortbewegen, und zwar mit einer Kraft, welche den Namen Tangentialkraft führt.

Je nach dem Verhältniß zwiſchen Tangentialkraft und Centripetalkraft kann die Bahn ein Kreis, eine Ellipſe u. ſ. w. ſeyn.

Fig. 228.



Suchen wir nun die Größe der Centripetalkraft zu beſtimmen, welche den Mond bei ſeiner Bewegung um die Erde nach dem Mittelpunkte derſelben hintreibt. — Der Umfang der Erde beträgt 40 Millionen Meter, da aber der Halbmeſſer der Mondsbahn 60 Erdhalbmeſſern gleich iſt, ſo beträgt der Umfang der Mondsbahn 2400 Millionen Meter. Dieſen Weg legt der Mond in 27 Tagen, 7 Stunden und 43 Minuten oder, was daſſelbe iſt, in 39343 Minuten zurück. In jeder Minute durchläuft er alſo einen Weg von $\frac{2400000000}{39343}$ oder 61000 Metern. Es ſey Fig. 228 ab das Bogenſtück von 61000 Metern, welches der Mond in einer Minute durchläuft; ſo iſt ac der Weg, um welchen ſich der Mond in einer Minute vermöge der Centripetalkraft der Erde nähern würde, wenn die Wirkung der Tangentialkraft plötzlich vernichtet werden könnte.

Die Größe dieſes Weges ac können wir berechnen, wenn wir den Bogen ab für eine gerade Linie nehmen, von welcher er in der That nur unmerklich abweicht. abn iſt ein rechtwinkliges Dreieck, bc ein von der Spitze des rechten Winkels auf die Hypotenuſe gefälltes Perpendikel, und unter dieſen Umſtänden iſt, wie ein bekannter Satz der Geometrie lehrt, ab die mittlere Proportionale zwiſchen ac und an, es iſt alſo

$$ab^2 = ac \times an$$

und daraus

$$ac = \frac{ab^2}{an}.$$

Nun aber haben wir gesehen, daß $ab = 61000^m$ ist, an aber, der Durchmesser der Mondsbahn, beträgt 763950000^m. Setzt man diese Werthe für ab und an in die letzte Gleichung, so kommt

$$ac = 4{,}87^m,$$

d. h. der Fallraum des Mondes gegen die Erde beträgt in einer Minute 4,87 Meter.

Welches ist aber die Kraft, welche diese Wirkung hervorbringt? Ist es dieselbe Kraft, welche macht, daß der Stein zur Erde fällt? Wenn wir annehmen, daß die Schwerkraft, welche wir auf der Oberfläche der Erde beobachten, auch noch über unsere Atmosphäre hin thätig sey, daß sie bis zum Monde hinwirke, so sehen wir wohl ein, daß ihre Intensität mit der Entfernung von der Erde abnehmen muß. Durch ein einfaches Raisonnement, welches wir in der Lehre vom Lichte näher betrachten werden, begreifen wir, daß die Intensität aller Wirkungen, welche von einem Punkte ausgehen, im umgekehrten Verhältniß des Quadrats der Entfernung steht. Demnach muß die Intensität der Schwerkraft in doppelter, dreifacher, vierfacher u. s. w. Entfernung vom Erdmittelpunkte, auch 4mal, 9mal, 16mal schwächer seyn. Am Monde ist sie also 60^2 oder 3600mal schwächer als auf der Erdoberfläche, weil ja der Mond 60mal so weit vom Mittelpunkte der Erde entfernt ist. Wenn demnach der Fallraum der ersten Sekunde auf der Erdoberfläche 4,9 Meter beträgt, so muß der Fallraum des Mondes gegen die Erde in einer Sekunde $\frac{4{,}9}{60^2}$ Meter, also in einer Minute, d. h. in 60 Sekunden $\frac{4{,}9}{60^2} \cdot 60^2 = 4{,}9$ Meter betragen. D. h. der Fallraum, welchen der Mond in einer Minute gegen die Erde fällt, muß so groß seyn, wie der Fallraum der ersten Fallsekunde auf der Oberfläche der Erde.

Vergleichen wir den eben berechneten Fallraum des Mondes gegen die Erde, 4,9 Meter in der Minute, mit dem oben aus den astronomischen Beobachtungen abgeleiteten, 4,87 Meter, so finden wir in der That nur eine sehr geringe Differenz, und selbst diese würde weggefallen seyn, wenn wir nicht der einfacheren Rechnung wegen nur angenäherte Werthe in Rechnung gebracht hätten. So haben wir bei der Umlaufszeit des Mondes die Sekunden ganz vernachlässigt und die Entfernung des Mondes von der Erde gleich 60 Erdhalbmessern angenommen, obgleich sie 60,16 Erdhalbmesser beträgt.

Auf dieselbe Weise erklärt sich die Bewegung der Planeten um die Sonne, und so ist es denn eine und dieselbe Kraft, welche den Stein zur Erde treibt und, durch alle Himmelsräume wirkend, die Harmonie unsers Planetensystems erhält. Wir verdanken die Kenntniß dieses großartigen

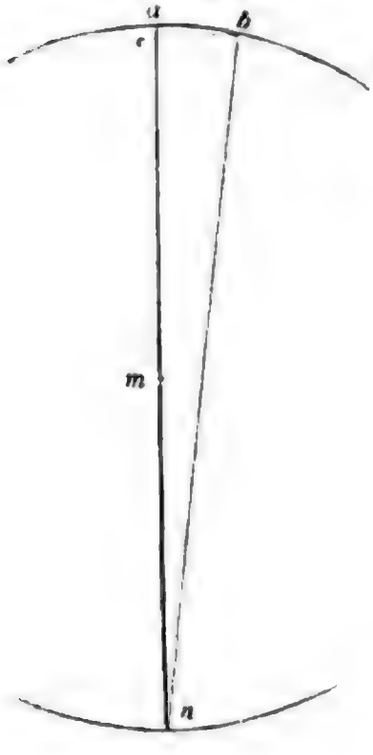
Naturgesetzes der allgemeinen Schwere dem Scharfsinne und dem ausdauernden Fleiße Newton's. Schon diese einzige Entdeckung würde hinreichen, ihm einen unsterblichen Ruhm zu sichern.

Newton hatte für den Erdhalbmesser und folglich auch für die Entfernung des Mondes (60 Erdhalbmesser) einen zu kleinen Werth in Rechnung gebracht und fand deshalb, von der Intensität der Schwerkraft auf der Erde ausgehend, die Intensität der Kraft, welche den Mond nach der Erde zieht, größer als sie wirklich ist. Nach seinen Rechnungen hätte der Fallraum ac größer seyn müssen als der aus den astronomischen Beobachtungen abgeleitete. Der Unterschied war von der Art, daß, wenn man, in umgekehrter Ordnung schließend, aus der Mondsbewegung den Fall auf der Erdoberfläche ableitet und dabei die Dimensionen zu Grunde legt, wie sie Newton bei seinen ersten Rechnungen annahm, der Fallraum der ersten Sekunde nur 13 Fuß betragen müßte, statt daß er in der That 15 Fuß ist.

Diese Differenz war so groß, daß Newton selbst seine Theorie ganz aufgab, d. h. er gab die Idee auf, daß die Centripetalkraft, welche bei der Mondsbewegung thätig ist, mit der Schwerkraft identisch sey, oder daß sie im quadratischen Verhältniß mit der Entfernung abnehme.

Zwölf Jahre lang hatte er diesen Gegenstand völlig liegen gelassen, als er im Junius des Jahres 1682 Kunde von einer neuen in Frankreich durch Picard ausgeführten Gradmessung erhielt, nach welcher der Durchmesser der Erde größer und zwar um $\frac{1}{7}$ größer seyn mußte, als man nach den früheren weniger genauen Messungen angenommen hatte. Alsbald nahm er seine alten Rechnungen wieder vor und hatte nun die Freude, seine schon aufgegebene Theorie vollständig bestätigt zu sehen.

Fig. 229.



Die Resultate seiner mühevollen Forschungen über die Centralbewegungen der Himmelskörper legte Newton in seinem klassischen Werke »Principia philosophiae naturalis mathematica« nieder.

Auf demselben Wege, auf welchem wir die Größe der Centripetalkraft bei der Mondsbewegung entwickelt haben, läßt sich auch ein allgemeiner Ausdruck für diese Kraft entwickeln. Nehmen wir als Maaß der Centripetalkraft den Weg ac, um welchen der Körper bei seiner Centralbewegung in der Zeiteinheit gegen den Anziehungsmittelpunkt hingetrieben wird, und bezeichnen wir denselben mit p, so ist, wie oben entwickelt wurde,

$p = \frac{ab^2}{an}$. Nun ist aber der Bogen ab derjenige, welchen der Körper in der Zeiteinheit wirklich durchläuft, es ist also $ab = \frac{2\pi r}{t}$, wenn r den Radius der kreisförmigen Bahn und t die Umlaufszeit bezeichnet. Ferner ist an der Durchmesser dieser Bahn, also gleich $2r$. Setzen wir diese Werthe von ab und an in den obigen Werth von p, so kommt

$$p = \frac{2\pi^2 r}{t^2}.$$

Das heißt: wenn zwei Körper sich in verschiedenen Kreisen und mit verschiedener Umlaufszeit bewegen, so verhalten sich die Centripetalkräfte wie die Halbmesser der beschriebenen Kreise und umgekehrt wie die Quadrate der Umlaufszeiten.

Wenden wir dies auf die Bewegung zweier Planeten an, welche in ungleichen Entfernungen r und R die Sonne umkreisen. Es sey die Umlaufszeit des einen t, die des andern T, so ist die Centripetalkraft für den einen

$$p = \frac{2\pi^2 r}{t^2},$$

für den andern

$$P = \frac{2\pi^2 R}{T^2}.$$

Nun aber verhalten sich ja, nach dem Gesetze der allgemeinen Schwere, die Schwerkräfte, durch welche die Planeten nach der Sonne angezogen werden, umgekehrt wie die Quadrate ihrer Entfernungen von derselben, also

$$p : P = \frac{1}{r^2} : \frac{1}{R^2}$$

und wenn wir für p und P die obigen Werthe setzen

$$\frac{2\pi^2 r}{t^2} : \frac{2\pi^2 R}{T^2} = \frac{1}{r^2} : \frac{1}{R^2}$$

und daraus ergiebt sich

$$R^3 : r^3 = T^2 : t^2,$$

das heißt, für zwei verschiedene Planeten verhalten sich die dritten Potenzen der Halbmesser ihrer Bahn wie die Quadrate ihrer Umlaufszeiten.

Dies wichtige Gesetz der Planetenbewegung, welches wir hier aus mechanischen Gesetzen entwickelt haben, hatte Keppler schon früher aus astronomischen Beobachtungen abgeleitet; es ist unter dem Namen des dritten Keppler'schen Gesetzes bekannt.

Wenn eine kleine Kugel, die wir uns als eine gewichtslose Masse denken wollen, am Ende einer Schnur in m befestigt um den Punkt c umgedreht

wird, so daß die Kugel einen Kreis um den Mittelpunkt *c* beschreibt, so wird die Schnur fortwährend eine Spannung auszuhalten haben, welche mit der Schnelligkeit der Umdrehung wächst. Wenn in irgend einem Momente die Schnur durchschnitten würde, so würde die Kugel nicht mehr im Kreise sich fortbewegen, sondern sich vermöge ihrer Trägheit in tangentialer Richtung von ihrer früheren Bahn entfernen.

Fig. 230.

Die Ursache der Spannung, welche die Schnur erleidet, nennt man Centrifugalkraft, Fliehkraft, Schwungkraft. Da aber hier der Widerstand der Schnur denselben Effect hervorbringt, wie die oben bei der freien Centralbewegung betrachtete Centripetalkraft, so ist klar, daß die Centrifugalkraft der Centripetalkraft gleich und entgegengesetzt ist, und daß von der Centrifugalkraft Alles gilt, was von der Centripetalkraft gesagt wurde, d. h. die Schwungkraft wächst im Verhältniß der Halbmesser der Bahnen und im umgekehrten der Quadrate der Umlaufszeiten. Daß die Spannung des Fadens, daß also die Schwungkraft auch der rotirenden Masse proportional sey, versteht sich von selbst.

Schwungkraft tritt überall da auf, wo eine Rotation um eine feste Axe stattfindet und die einzelnen Theilchen auf irgend eine Weise verhindert sind, sich von jener Axe zu entfernen. Eine solche Schwungkraft muß also auch bei der Rotation der Erde um ihre Axe erzeugt werden. Da die Umlaufszeit für alle Punkte auf der Erde gleich groß ist, aber die verschiedenen Punkte nicht gleich weit von der Umdrehungsaxe entfernt sind, so ist klar, daß nicht überall auf der Erdoberfläche jene Schwungkraft gleich sey, sondern sich verhalte wie die Entfernungen von der Erdaxe; sie ist also gleich Null an den Polen und erreicht ihr Maximum an dem Aequator.

Diese Schwungkraft, welche am Aequator am größten ist und nach den Polen hin abnimmt, wirkt der Schwere entgegen, sie vermindert gleichsam die Intensität der Schwere. Es läßt sich leicht berechnen, wie groß die Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde um ihre Axe seyn müßte, wenn die dadurch erzeugte Schwungkraft am Aequator die Wirkung der Schwere daselbst vollständig aufheben sollte.

Um Versuche über die Schwungkraft anzustellen, wird die sogenannte Schwung- oder Centrifugalmaschine angewendet; Fig. 231 (a. f. S.) stellt eine solche Schwungmaschine, wie sie Mechanikus Oechsle in Pforzheim konstruirt, im Aufriß, Fig. 232 (a. f. S.) stellt sie im Grundriß in $^1/_{12}$ der natürlichen Größe dar.

An dem einen Ende des Brettes *A* ist ein Schieber *B* angebracht, auf

welchem ein Stehzapfen ſenkrecht befeſtigt iſt, um welchen das gußeiſerne Schwungrad *C* ſich leicht in horizontaler Ebene umdrehen läßt. Am an-

Fig. 231.

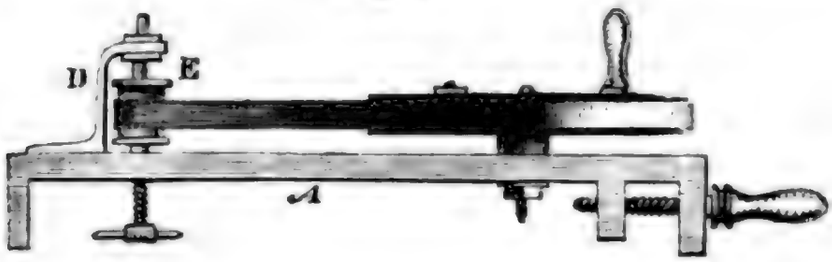
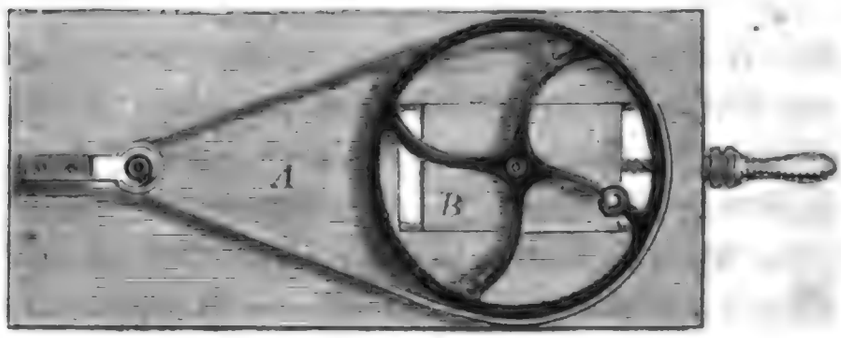


Fig. 232.



dern Ende des Brettes *A* iſt ein eiſerner Kloben *D* aufgeſchraubt, der das obere Ende der vertikalen Axe *E* feſthält. Die Axe *E* ſteht durch einen Riemen mit dem Schwungrad *C* in Verbindung, und um dieſen Riemen ſpannen zu können, iſt an dem Ende des Brettes *A* eine Schraube angebracht, mittelſt welcher der Schieber *B* ſammt dem Schwungrade *C* von der Axe *E* entfernt werden kann.

Die vertikale Axe *E* hat an ihrem oberen Ende einen nur wenig koniſchen platten Zapfen, auf welchen die zu verſchiedenen Verſuchen dienenden Apparate aufgeſetzt werden; es iſt nicht nöthig, daß dieſe Vorrichtungen durch einen Querſtift befeſtigt werden.

Der Riemen geht nicht direkt um die eiſerne Axe *E*, ſondern um eine an ihr befeſtigte hölzerne Rolle, da jedoch der Umfang dieſer Rolle viel kleiner iſt als der Umfang des Schwungrades, ſo macht auch die Rolle mit der Axe *E* in gleichen Zeiten ſo viel mal mehr Umdrehungen als das Schwungrad, als der Durchmeſſer der Rolle kleiner iſt als der Durchmeſſer des Rades. Wäre z. B. der Durchmeſſer des Rades 10mal ſo groß als der der Rolle, ſo würde die Axe *E* 10 Umdrehungen machen, während das Schwungrad nur eine macht, es iſt alſo leicht, die Axe *E* in eine ſehr raſche Rotation zu verſetzen.

Mit einer ſolchen Maſchine laſſen ſich viele Verſuche anſtellen, welche zur Erläuterung der Geſetze von der Schwungkraft dienen. Wir wollen die wichtigſten dieſer Verſuche näher betrachten.

In Fig. 233 sey *a* die Hülse, welche auf das obere konische Ende der Axe *E* Fig. 232 aufgesetzt wird; auf *a* ist ein horizontales schmales Brett befestigt, an dessen Enden sich zwei kurze vertikale Arme befinden, zwischen denen ein dünnes Metallstäbchen oder ein Metalldraht ausgespannt ist. Dieser Metalldraht geht durch zwei Kugeln von Holz oder Elfenbein hindurch, welche durch zwei Schnüre mit einander verbunden sind, so daß die Entfernung beider Kugeln von einander stets dieselbe ist, sobald die Schnüre angespannt sind. Das Loch in den Kugeln muß so groß seyn, daß sich die Kugeln mit der größten Leichtigkeit auf dem Drahte verschieben lassen. Nehmen wir an, die Kugeln seyen ungefähr so gestellt, wie es die Figur zeigt, so würden sie, wenn der Apparat in Rotation versetzt wird, sich von der Mitte des Drahtes entfernend nach beiden Seiten auseinanderfahren und an den Endbrettchen anschlagen, wenn es die Schnur nicht verhinderte. Da nun die Kugeln aus einander fahren können, so wird diejenige, für welche die Schwungkraft stärker ist, die andere nach sich ziehen. Wenn nun aber die Kugeln gerade so gestellt sind, daß die Schwungkraft für beide gleich ist, so werden sie sich nicht von der Umdrehungsaxe entfernen können und sich also im Kreis bewegen müssen, ohne an den Endplatten hinzufahren.

Fig. 233.

Dieses Gleichgewicht findet dann Statt, wenn sich die Entfernungen beider Kugeln von der Mitte des Drahtes umgekehrt verhalten wie ihre Massen. Wäre die größere Kugel 2, 3, 4mal so schwer als die andere, so müßte die kleinere Kugel 2, 3, 4mal so weit von der Umdrehungsaxe, also von der Mitte des Draht entfernt seyn.

Dieser Versuch beweis't, daß die Schwungkraft im Verhältniß des Halbmessers der Bahn wächst, und daß sie der Masse proportional ist.

Daß sich die Schwungkraft unter übrigens gleichen Umständen umgekehrt verhält, wie das Quadrat der Umlaufszeit, daß sie also bei 2, 3, 4mal so großer Umlaufszeit 4, 9, 16mal größer wird, läßt sich folgendermaßen zeigen. Auf einem Brette, welches man Fig. 234 im Umriß, Fig. 235 im Grundriß sieht, und welches wie der vorige Apparat vermittelst der Hülse *a* auf die Schwungmaschine aufgesetzt wird, sind ebenfalls auf beiden Seiten Endplatten befestigt, zwischen denen ein Metallstab *ef* befestigt ist, auf welchem sich eine Kugel von schwerem Holz, von Elfenbein oder Metall sich leicht verschieben läßt. An

Fig. 234.

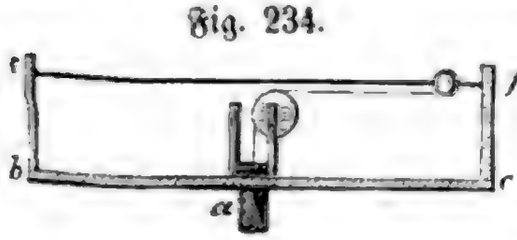
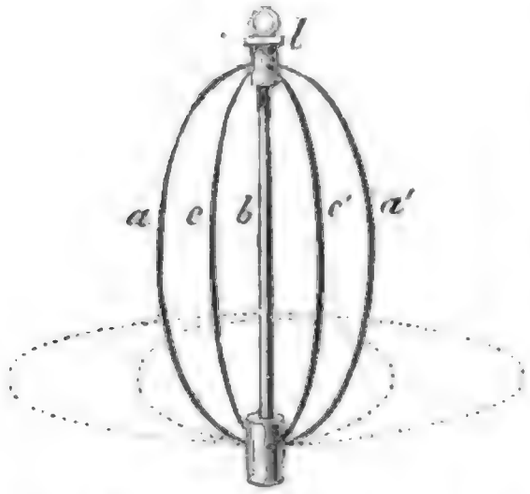


Fig. 235.

dieser Kugel ist eine Schnur befestigt, die über eine Rolle geht und an der gerade in der Mitte des Apparates ein Gewicht zwischen 4 Säulchen hängt, welche seine vertikale Bewegung sichern. Dieses Gewicht besteht aus einer Metallplatte, in deren Mitte ein Stäbchen sich befindet, an welchem oben die Schnur angeknüpft ist. Auf diese Platte können mehrere eingeschlitzte Metallplatten gelegt werden, deren jede so viel wiegt als die untere Platte sammt dem Stäbchen. Sobald der Apparat in Rotation versetzt wird, erhält die Kugel ein Bestreben, von der Mitte nach *f* hinzufahren; bei hinlänglich rascher Drehung findet diese Bewegung wirklich Statt, und das Gewicht bei *m* wird durch die Schwungkraft der Kugel gehoben; bei gehöriger Umdrehungsgeschwindigkeit hält die Schwungkraft der Kugel dem Gewichte genau das Gleichgewicht, letzteres wird alsdann gerade schwebend erhalten; ist die Schwungkraft zu groß, so schlägt die Kugel bei *f* an, wird sie zu klein, so fällt das Gewicht wieder herab. Nehmen wir an, daß bei einer bestimmten Umdrehungsgeschwindigkeit die Schwungkraft der Kugel gerade die Platte mit ihren Stäbchen schwebend erhalten kann, ohne daß die Kugel immer bei *f* anschlägt, so wird bei doppelter Umdrehungsgeschwindigkeit ein 4faches Gewicht schwebend erhalten, man hat also für diesen Fall auf die untere Platte noch 3 Gewichtsplatten aufzulegen.

Der in Fig. 236 abgebildete Apparat dient, um zu erläutern, wie die Abplattung der Erde eine Folge ihrer Axendrehung ist.

Fig. 236.



An dem unteren Ende der eisernen Axe *b*, welche auf die Schwungmaschine aufgesetzt wird, sind mehrere elastische Streifen *a a'* und *c c'* von Messingblech befestigt, die oben wieder an einer Hülse *l* zusammenlaufen, welche leicht an der Axe *b* hin und hergeschoben werden kann. Wenn der Apparat in Ruhe ist, nehmen die Metallstreifen vermöge ihrer Elasticität die in unserer Figur dargestellte Form an, sobald er aber in Rotation um die Axe *b* versetzt wird, nehmen sie eine abgeplattete Gestalt an, indem die Hülse *l* niedergezogen wird.

Befestigt man ein Glasgefäß, wie das Fig. 237 (a. f. S.) dargestellte auf der Axe *E* der Schwungmaschine, gießt man dann etwas gefärbtes Wasser hinein, so sieht man bei der Umdrehung des Gefäßes um seine Axe, wie das Wasser bei langsamer Drehung am Rande etwas aufsteigt, sich in die Mitte also aushöhlt, bei rascherer Drehung aber ganz von dem

Boden wegfliegt, um in dem Bauch des Gefäßes einen Ring zu bilden.

Fig. 237.

Befindet sich außer dem farbigen Wasser auch noch Quecksilber in dem Gefäße, so wird auch dieses in Folge der Schwungkraft in die Höhe steigen und einen metallglänzenden Ring an die äußerste Stelle des Bauches des Gefäßes bilden, welcher zu beiden Seiten von dem dunkelfarbigen Ring des gefärbten Wassers eingefaßt erscheint. Dieser Versuch zeigt, daß das schwerere Quecksilber doch noch mit größerer Gewalt durch die Schwungkraft von der Umdrehungsaxe fortgeschleudert wird, daß also die Schwungkraft mit der Masse wächst.

Fig. 238.

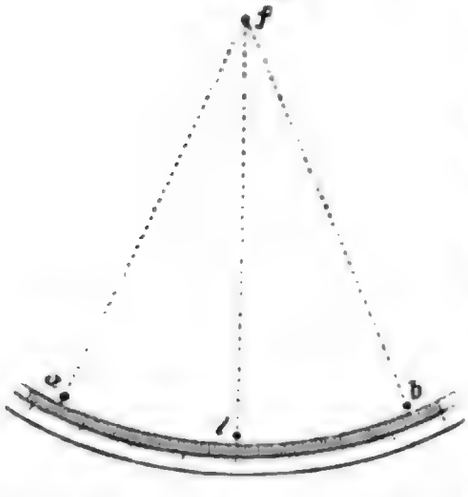
Wir sehen in diesem Versuch, wie die Schwungkraft stark genug werden kann, um die Wirkungen der Schwere aufzuheben; es läßt sich dies auch noch so zeigen.

Wenn man ein gewöhnliches Trinkglas mit einem Geflecht von Kordel umgiebt, welches in 4 oben zusammengebundenen Schnüren endet, wie man Fig. 238 sieht, so kann man, den Knoten in der Hand haltend, das mit Wasser gefüllte Glas in vertikaler Ebene umschwenken, ohne daß das Wasser ausfließt, selbst wenn das Glas an der obersten Stelle seiner Kreisbahn sich befindet, wo der Boden nach oben und die Oeffnung nach unten gerichtet ist.

Aus der Schwungkraft erklärt sich das Spritzen nasser Räder, die Wirkung der Schleuder u. s. w.

Vom Pendel. Das gewöhnliche Pendel (Fig. 239) besteht aus einer 91
schweren Kugel, welche am Ende eines biegsamen Fadens aufgehängt ist.

Fig. 239.



Bringt man die Kugel aus ihrer Gleichgewichtslage, d. h. bringt man das Pendel aus seiner vertikalen Stellung, so macht es, wenn man es losläßt, ohne ihm irgend einen Anstoß zu geben, Schwingungen, welche fortwährend in derselben Vertikalebene bleiben. Bringt man z. B. das Pendel in die Lage fa, so beschreibt die Kugel den Bogen al, in l kommt sie mit solcher Geschwindigkeit an, daß sie auf der andern Seite bis b steigt, d. h. zu der Höhe des Punktes a; vom Punkte b geht die Kugel abermals zurück, durchläuft in umgekehrter Richtung wieder den Bogen

b l a und setzt auf dieselbe Weise seine Schwingungen fort. **Beim Niedergange** des Pendels nimmt seine Geschwindigkeit fortwährend zu, **beim Aufsteigen** nimmt sie ab, in dem Momente also, in welchem das **Pendel** die Gleichgewichtslage passirt, hat es seine größte Geschwindigkeit.

Der Winkel *a f l* heißt **Ausschlagswinkel** oder auch nur **Ausschlag**.

Die Bewegung von *a* bis *b* oder von *b* bis *a* heißt eine **Oscillation**; von *a* bis *l* ist eine halbe niedergehende, von *l* bis *b* eine halbe aufsteigende Oscillation.

Die **Amplitude** einer Oscillation ist die in Graden, Minuten und Sekunden ausgedrückte Größe des Bogens *a b*.

Die **Dauer** einer Oscillation ist die Zeit, welche das Pendel nöthig hat, um diesen Bogen zu durchlaufen.

Nach dem ersten Anblicke sollte man aus den Versuchen schließen, daß die Bewegung eines Pendels immer fortdauern müßte, denn wenn es von *a* ausgehend auf der andern Seite zu einer gleichen Höhe *b* ansteigt, so muß es von *b* ausgehend auch wieder bis *a* steigen, und es wird so denselben Weg zum zweiten, zum dritten Male u. s. w. bis ins Unendliche machen müssen.

Dieser Schluß würde ganz richtig seyn, wenn *b* wirklich absolut gleiche Höhe mit *a* hätte; aber die Reibung am Aufhängepunkte *f*, der Widerstand der Luft, welche die Kugel vor sich wegtreiben muß, machen es unmöglich, daß die Kugel genau wieder bis zu der Höhe steigt, von welcher sie herabfiel. Die Differenz wird freilich erst nach einer Reihe von Schwingungen merklich, und statt sich zu verwundern, daß die Bewegung nicht ewig fortdauert, muß man sich vielmehr wundern, daß sie so lange dauert, denn ein Pendel kann, ohne still zu stehen, stundenlang fortschwingen.

Das Pendel ist eins der einfachsten, aber auch eins der wichtigsten Instrumente der Physik, wie es sich noch im Laufe dieses Kapitels zeigen wird.

92 **Gesetze der Pendelschwingungen.** Die Gesetze der Pendelschwingungen sind folgende:

1) Die Dauer **kleiner** Oscillationen eines und desselben Pendels ist von ihrer Amplitude unabhängig, d. h. sie sind isochron. Wenn z. B. ein Pendel mit einer Amplitude von $4^0 - 5^0$ schwingt, so ist die Schwingungsdauer gerade so groß, als ob die Amplitude nur 1^0, oder nur eine Minute betrüge.

2) Die Dauer der Oscillationen ist vom Gewichte der Kugel und von der Natur ihrer Substanz unabhängig.

3) Die Schwingungsdauer zweier ungleich langen Pendel verhält sich wie die Quadratwurzel aus den Pendellängen.

Diese Gesetze ergeben sich aus dem, was oben über den Fall auf der

schiefen Ebene gesagt wurde, denn der Bogen, welchen die Pendelkugel durchläuft, ist nichts als eine schiefe Ebene, deren Neigung gegen die Horizontale sich continuirlich ändert.

Das erste dieser Gesetze läßt sich folgendermaßen entwickeln: Der halbe Ausschlagswinkel $a\,b\,c$ eines Pendels sey mit v bezeichnet, so ist klar, daß die beschleunigende Kraft, welche in dem Moment auf die Kugel wirkt, in welchem sie von c herabzufallen beginnt, g sin. v ist, denn im ersten Augenblicke wird die Bewegung ganz dieselbe seyn, als ob die Kugel von einer schiefen Ebene herabfiele, welche mit der horizontalen einen Winkel v macht. Wäre der Ausschlagswinkel nur halb so groß, wäre also c' der höchste Punkt des Pendelbogens gewesen, so würde die beschleunigende Kraft beim Beginne des Niederganges offenbar nur g . sin. $\frac{1}{2}v$ gewesen seyn.

Fig. 240.

Wenn der Winkel v nicht groß ist, so ist sin. v bis auf eine verschwindende Größe gleich dem doppelten von sin. $\frac{1}{2}v$; wenn die Pendelkugel also von dem Punkte c herabfällt, so ist die beschleunigende Kraft, welche im ersten Moment die Bewegung bewirkt, doppelt so groß, als wenn die Pendelkugel in c' ihren Niedergang begonnen hätte, der Bogen $c\,d$, den wir so klein annehmen wollen, daß wir ihn als geradlinig betrachten können, und der Boden $c'\,d'$, welcher nur halb so groß ist, werden also in gleichen Zeiten durchlaufen, wenn die Bewegung einmal in c, ein andermal in c' beginnt.

Denken wir uns an einer Axe zwei gleiche Pendel aufgehängt, das eine bis c, das andere bis c' gehoben und gleichzeitig losgelassen, so werden sie gleichzeitig in den Punkten d und d' ankommen. Die beschleunigende Kraft in d ist aber doppelt so groß als in d', außerdem aber langt das eine Pendel in d mit einer Geschwindigkeit an, welche doppelt so groß als diejenige ist, mit welcher das andere den Punkt d' passirt, und daraus folgt denn, daß auch in dem nächsten kleinen Zeittheilchen das eine Pendel einen doppelt so großen Weg zurücklegt als das andere. Auf diese Weise fortschließend, findet man endlich, daß beide Pendel gleichzeitig in a ankommen müssen.

Diese Schlußweise läßt sich auch noch anwenden, wenn das Verhältniß der Ausschlagswinkel nicht gerade das von 1 zu 2, sondern ein anderes ist, weil für kleine Ausschlagswinkel die beschleunigende Kraft stets der Entfernung von der Gleichgewichtslage proportional ist; und so läßt sich allgemein zeigen, daß bis zu einer gewissen Gränze hin die Schwingungsdauer von der Größe der Ausschlagswinkel nicht abhängt.

Um dies Gesetz durch den Versuch zu bestätigen, muß man die Zeit genau bestimmen, welche nöthig ist, damit ein Pendel mehrere hundert Schwingungen macht. Macht man diese Beobachtung zu Anfang der Bewegung, wenn die Amplitude $4-5^0$ ist, später, wenn sie nur noch $2-3^0$ beträgt, und zuletzt, wenn die Oscillationen so klein geworden sind, daß man sie mit der Lupe beobachten muß, so findet man, daß die Oscillationen in diesen drei Stadien wirklich isochron sind.

Das Gesetz des Isochronismus gehört zu den ersten Entdeckungen Galiläi's. Man erzählt, daß er, noch sehr jung, in dem Dome zu Pisa zufällig die Schwingungen einer am Gewölbe aufgehängten Lampe wahrnahm und daß ihm die periodische Wiederkehr dieser Bewegungen und die Gleichheit ihrer Dauer auffiel. Mehr bedurfte es nicht, um sein Genie zu wecken, und so wurde die Beobachtung eines Kindes die Quelle großer Entdeckungen.

Das zweite Gesetz ist sehr leicht durch den Versuch nachzuweisen.

Man macht mehrere Pendel von gleicher Länge, die Kugel des einen von Metall, die des andern von Wachs, die des dritten von Holz u. s. w., und man wird finden, daß sie alle gleiche Schwingungsdauer haben.

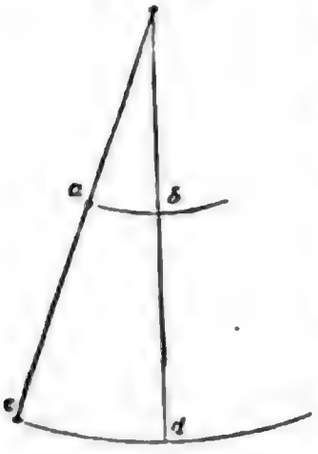
Wenn die Schwere ein Pendel oscilliren macht, so wirkt sie auf jedes Atom der Materie, aus welcher die Kugel besteht; jedes Atom der Kugel wird durch seine eigene Schwere getrieben, und folglich kann auch eine Vermehrung der Atome keinen Einfluß auf die Geschwindigkeit der Oscillationen haben. Könnte man ein einziges Atom Eisen an einem gewichtlosen Faden aufhängen, so muß es gerade so schnell oscilliren, als ob man ihrer zwei, drei, vier oder eine Kugel von Eisen anhängt. Die Schwere könnte aber auf ein Wachsmolekül anders wirken als auf ein Eisenmolekül. Daß dies nicht der Fall ist, daß die Schwere auf ein Molekül von Eisen nicht anders wirkt als auf ein Molekül von Gold, Platin, Wachs u. s. w., beweis't uns dieser Versuch mit dem Pendel. Der oben erwähnte Fallversuch im luftleeren Raume ist nur ein roher Versuch, weil wir hier nur die Wirkung der Schwere während einer außerordentlich kurzen Zeit beobachten können. Das Pendel aber macht es möglich, die Wirkung der Schwere auf verschiedene Körper ganze Stunden lang zu beobachten.

Von den Gesetzen des Falles auf der schiefen Ebene ausgehend, gelangt man durch folgende Schlußweise zu dem oben angeführten dritten Gesetze der Pendelschwingungen.

Man denke sich den Schwingungsbogen $a\,b$ eines Pendels in so viel gleiche Theile getheilt, daß man jedes dieser Bogentheilchen als geradlinig betrachten kann. Wenn nun der Ausschlagswinkel eines längeren Pendels eben so groß ist, so muß sich der Schwingungsbogen $c\,d$ zum Schwingungsbogen $a\,b$ verhalten wie die Pendellängen. Denken wir uns den

Bogen $d\,c$ in eben so viel gleiche Theile getheilt wie den Bogen $a\,b$, so werden auch die einzelnen Theile im Verhältniß der Pendellängen stehen. Wenn also das eine Pendel 4mal so lang ist als das andere, so werden auch jene Unterabtheilungen des Bogens $d\,c$ 4mal so groß seyn als die entsprechenden Theile des Bogens $a\,b$. Der Winkel, welchen das oberste, das 2te, 3te u. s. w. Bogentheilchen von $a\,b$ mit der Horizontalen macht, ist gleich dem Winkel, welchen das 1ste, 2te, 3te u. s. w. Bogentheilchen von $c\,d$ mit derselben macht, auf den entsprechenden Theilen von $a\,b$ und $c\,d$ ist demach auch die beschleunigende Kraft dieselbe.

Fig. 241.



Wenn aber verschiedene Wege mit gleicher beschleunigender Kraft durchlaufen werden, so lehrt uns die Formel $s = \frac{g}{2} t^2$, daß sich die Fallzeiten verhalten wie die Quadratwurzeln der Fallräume; wenn also jedes der Theilchen von $c\,d$ 2, 3, 4, $n$mal so groß ist als das entsprechende Theilchen von $a\,b$, so wird die Zeit, in welcher ein Theilchen von $c\,d$ durchfallen wird, auch $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{n}$mal so groß seyn als die, in welcher das entsprechende Theilchen von $a\,b$ durchlaufen wird. Da dies aber für alle Theilchen gilt, so gilt es auch für ihre Summe, was denn mit anderen Worten heißt, die Schwingungsdauer ist der Quadratwurzel aus der Pendellänge proportional.

Um die Richtigkeit des dritten Gesetzes durch den Versuch nachzuweisen, nehme man drei Pendel von verschiedener Länge. Wenn sich z. B. die Pendellängen wie die Zahlen 1, 4, 9 verhalten, so verhalten sich die entsprechenden Schwingungszeiten wie die Zahlen 1, 2, 3. Am bequemsten hängt man zu diesem Versuche die Kugeln an einem doppelten Faden auf, wie beistehende Figur zeigt. Während ein Pendel, dessen Länge 4 Fuß ist, eine Oscillation macht, macht das viermal kürzere Pendel zwei Oscillationen; und während ein Pendel von 1 Fuß Länge dreimal hin und her geht, macht ein 9 Fuß langes nur einen Hin- und Hergang.

Fig. 242.

Die eben besprochenen Gesetze sind von der Intensität der 93
Schwere ganz unabhängig. Wenn die Schwerkraft auch hundertmal stärker oder schwächer wirkte, so würden kleine Schwingungen eines und desselben Pendels doch isochron bleiben, und die Schwingungszeiten verschieden langer Pendel würden sich noch immer wie die Quadratwurzeln ihrer Länge verhalten. Die absolute

Dauer der Oscillationen ändert sich aber mit der Intensität der Schwerkraft. Dasselbe Pendel wird schneller oscilliren müssen, wenn die Intensität der Schwerkraft wächst, und langsamer, wenn sie abnimmt.

Die Relation zwischen der Schwingungsdauer, der Pendellänge und der Intensität der Schwere kann nur mit Hülfe der höheren Mathematik entwickelt werden, weil es sich darum handelt, die Summe der Zeittheilchen auszumitteln, in welchen die unendlich kleinen Bogentheilchen der Reihe nach durchfallen werden. Wir wollen hier nur die Formel hinsetzen, welche diese Relation ausdrückt.

Es sey l die Länge des Pendels,

Π das Peripherieverhältniß 3,1415926,

g die Intensität der Schwere, d. h. die Geschwindigkeit, welche der Körper am Ende der ersten Sekunde des freien Falles erlangt hat,

t endlich die Fallzeit in Sekunden ausgedrückt, so ist

$$t = \Pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

und daraus

$$g = \frac{\Pi^2 l}{t^2}.$$

Die Größen l und g müssen in einem und demselben Längenmaaße ausgedrückt seyn.

Um die Intensität der Schwere zu bestimmen, läßt man also nur ein Pendel schwingen, man mißt seine Länge und beobachtet seine Schwingungsdauer, und aus diesen Angaben läßt sich dann der verlangte Werth von g berechnen.

94 **Schwingungspunkt.** Diese Formel gilt aber nur für ein einfaches Pendel, welches man auch ein ideales Pendel nennt. Ein solches Pendel kann man sich wohl vorstellen, aber nicht construiren, denn es müßte aus einem einfachen Faden ohne alles Gewicht bestehen, und an seinem Ende dürfte sich nur ein schwerer Punkt befinden.

Fig. 243.

Jedes Pendel, welches diesen beiden Forderungen nicht entspricht, ist ein zusammengesetztes Pendel. Ein gewichtloser und unbiegsamer Faden also, an welchem sich nur zwei schwere Molekûle m und n befinden, würde demnach schon ein zusammengesetztes Pendel seyn. Das Molekûl m, welches dem Aufhängepunkte näher ist als n, hat ein Bestreben schneller zu schwingen; weil aber die beiden Molekûle verbunden sind, so wird m die Bewegung von n beschleunigen, und umgekehrt wird n die Bewegung von m verzögern, die Schwingungen werden

deshalb mit einer Geschwindigkeit vor sich gehen, welche zwischen den Geschwindigkeiten liegt, mit welchen jedes der Molekûle *m* und *n* für sich allein schwingen würde. Sie sind gleich den Schwingungen eines einfachen Pendels, welches länger als *fm* und kürzer als *fn* ist. Eben so verhält es sich mit jedem materiellen Pendel. Diejenigen Theile des Pendels nämlich, welche dem Schwingungsmittelpunkte am nächsten liegen, sind in ihrer Bewegung durch die entfernteren verzögert, die entfernteren aber durch die näheren beschleunigt. Es muß demnach auch in jedem zusammengesetzten Pendel einen Punkt geben, welcher durch die übrige Masse des Pendels weder beschleunigt noch verzögert ist, welcher gerade so schnell schwingt wie ein einfaches Pendel, dessen Länge seiner Entfernung vom Aufhängepunkte gleich ist. Dieser Punkt heißt Schwingungspunkt, centrum oscillationis. Wenn man von der Länge eines zusammengesetzten Pendels spricht, so versteht man darunter die Entfernung dieses Punktes vom Aufhängepunkte oder, was dasselbe ist, die Länge eines einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer.

Da man zu Versuchen nur zusammengesetzte Pendel anwenden kann, so stellen sich der Bestimmung der Intensität der Schwere zwei große Schwierigkeiten in den Weg, erstens nämlich die Schwierigkeit, die Schwingungsdauer mit hinlänglicher Genauigkeit zu bestimmen, und zweitens, die Bestimmung der Länge eines einfachen Pendels, welches eben so schnell schwingen würde als das zur Beobachtung angewandte zusammengesetzte.

Am meisten nähert sich dem einfachen Pendel ein solches, welches aus 95
einem möglichst dünnen Faden besteht, an dessen unterm Ende eine Kugel oder ein Doppelkegel hängt. Für den Faden hat man feine Metalldrähte oder Aloefaden genommen; der letzteren namentlich bedienten sich die französischen Akademiker bei ihren Versuchen unter dem Aequator und Zach in Gotha. Die angehängte Masse muß aus einer Substanz von möglichst großem specifischen Gewichte gefertigt seyn. Man hat dazu Blei, Messing, Silber oder Platin angewandt.

Der Leser wird etwas weiter unten eine Betrachtung finden, aus welcher hervorgeht, daß der Schwingungspunkt eines solchen Pendels nur um eine kaum meßbare Größe unter dem Schwerpunkte der angehängten Masse liegt und daß die Entfernung dieser beiden Punkte um so kleiner wird, je länger man das Pendel macht. Bei sehr langen Pendeln dieser Art darf man deshalb ohne merklichen Fehler den Schwerpunkt der Kugel für den Schwingungspunkt und also die Entfernung dieses Schwerpunktes vom Aufhängepunkte als die wahre Länge des Pendels annehmen.

Borda wandte zu seinen Versuchen ein solches Pendel von 12 pariser Fuß, also 144 pariser Zoll, an. Gesetzt, dieses Pendel habe in einer Stunde 1876 Schwingungen gemacht, so kann man daraus leicht die Länge des

Sekundenpendels berechnen, denn dieses muß in der Stunde 3600 Schwingungen machen. Die Schwingungsdauer des Borda'schen Pendels verhält sich also zu der des Sekundenpendels wie 3600 zu 1876. Da sich nun aber die Pendellängen wie die Quadrate der Schwingungszeiten verhalten, so findet man die Länge des Sekundenpendels aus der Proportion

$$3600^2 : 1876^2 = 144 : x,$$

woraus sich 39,14 Zoll für die Länge des Sekundenpendels ergiebt.

Borda stellte seine Versuche, welche in der That die ersten wahrhaft genauen Pendelbeobachtungen waren, im Jahre 1790 auf der Sternwarte von Paris an. Biot, Bouvard und Mathieu haben diese Versuche im Jahre 1808 wiederholt. Sie wandten Borda's Verfahren und einen ähnlichen Apparat an. Humboldt und Arago haben im Jahre 1818 Borda's Resultate durch ein anderes Verfahren bestätigt. Nach allen diesen Beobachtungen ist die Länge des Sekundenpendels für Paris

$$993{,}8666^{mm}.$$

Das Sekundenpendel ist also nur um 6,1334 Millimeter kürzer als ein Meter. Setzt man in der Formel $t = \Pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ für t den Werth 1 und $l = 993{,}8666$, so findet man die beschleunigende Kraft der Schwere

$$g = 9{,}8088^{m}.$$

96 **Quantität der Bewegung.** Die meisten Kräfte, welche die Körper in Bewegung setzen, wirken direct nur auf einen kleinen Theil der Molekule, aus welchen die Körper bestehen. Wenn man eine Billardkugel anstößt, so berührt man nur wenige Punkte der Oberfläche. Wenn der Wind ein Schiff treibt, so drückt er nur gegen die Segel, und wenn das Pulver eine Kugel fortschleudert, so berühren und drücken die Gase, welche durch ihr Freiwerden den Impuls geben, nur gegen die halbe Oberfläche der Kugel. Dessenungeachtet bewegen sich alle Theile des Körpers, sowohl die direct getroffenen wie die anderen. Die Bewegung muß sich demnach auf alle Molekule gleichmäßig vertheilen, damit keins voraneilt und keins zurückbleibt. Diejenigen, welche direct gestoßen sind, treiben die benachbarten fort, diese die folgenden u. s. w., bis endlich die ganze Masse in Bewegung kommt. Damit die Bewegung von einem Molekül zum andern übergehe und sich über die ganze Masse verbreite, ist eine bestimmte kurze Zeit erforderlich, die jedoch nicht unendlich klein ist.

Wenn eine Kraft auf einen Körper wirkt, wenn sich die Bewegung über alle Theile seiner Masse verbreitet hat, und sich alle mit einer gemeinschaftlichen Geschwindigkeit bewegen, so hat die Kraft ihre Wirkung gethan, sie ist gleichsam in den Körper übergegangen und hat sich in demselben verbreitet.

Wenn also ein Körper durch die Hand, durch eine losgeschnellte Feder, durch einen raschen Stoß oder eine plötzliche Explosion fortgeschleudert worden ist, so bewegt er sich fort, ohne daß die Kraft noch weiter auf ihn wirkt. Wenn ihm auf seiner Bahn nichts entgegenwirkte, weder Luft, noch Wasser, noch ein anderer Körper, und wenn durchaus keine andere Kraft mehr auf ihn einwirkte, so würde er sich nach der Richtung des ersten Impulses mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegen; nach einem Jahrhundert noch so, wie nach der ersten Sekunde. Man kann sagen, die Thätigkeit einer solchen Kraft ist momentan, aber ihre Wirkung dauert ewig.

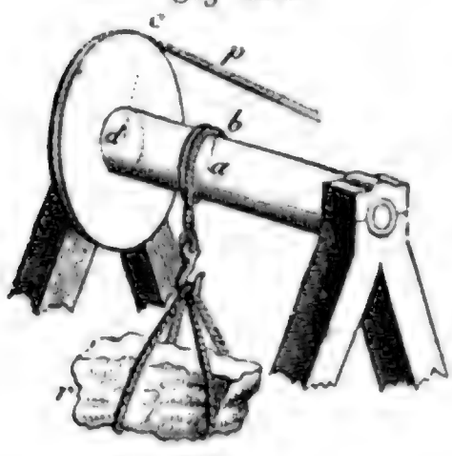
So nimmt also der Körper gewissermaßen die Kraft in sich auf, welche auf ihn gewirkt hat, und man begreift demnach sehr wohl, daß dieselbe Kraft, auf verschiedene Körper wirkend, sehr verschiedene Bewegungen hervorbringen muß. Eine Pulverladung, welche eine Flintenkugel forttreibt, würde eine Bombe kaum heben, und ein Bogen, welcher einen leichten Pfeil weithin schnellt, würde nicht im Stande seyn, einen schwereren ebenso schnell fortzutreiben. Man sagt gewöhnlich, daß dieser Unterschied von der Schwere der Körper herrühre; es ist dies aber eine unrichtige Aussage, denn man könnte daraus folgern, daß, wenn die Körper aufhörten, schwer zu seyn, dieselbe Kraft alle Körper mit gleicher Geschwindigkeit bewegen würde, was durchaus nicht der Fall ist. Denken wir uns für einen Moment die Körper ohne Schwere, nehmen wir an, daß weder Luft, noch ein anderes Bewegungshinderniß vorhanden sey, so würde die Flintenkugel doch schneller fortgetrieben als die Bombe, weil dieselbe Kraft eine um so geringere Schnelligkeit hervorbringen kann, je mehr Materie bewegt werden soll. Es ist eines der Grundprincipien der Mechanik, daß dieselbe Kraft, auf verschiedene Körper wirkend, ihnen Geschwindigkeit mittheilt, welche sich umgekehrt wie ihre Massen, d. h. umgekehrt wie die Quantitäten der Materie, verhalten, aus welchen sie bestehen. Wenn also dieselbe Kraft nach einander Bleikugeln fortschleuderte, deren Volumina und mithin auch deren Massen sich verhalten wie die Zahlen 1, 2, 3, 4 u. s. w., so würde sie ihnen die Geschwindigkeiten 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ u. s. w. mittheilen, so daß eine 10mal größere Masse auch nur $\frac{1}{10}$ der Geschwindigkeit erhielte u. s. w. Multiplicirt man eine jede dieser Massen mit ihrer Geschwindigkeit, so erhält man stets dasselbe Produkt; für die erste $1 \times 1 = 1$, für die zweite $2 \times \frac{1}{2} = 1$ u. s. w. Dieses Produkt, welches man erhält, wenn man die Masse eines Körpers mit seiner Geschwindigkeit multiplicirt, heißt Quantität der Bewegung. Dieselbe Kraft bringt auch stets dieselbe Quantität der Bewegung hervor, auf welchen Körper sie auch wirken mag.

Wenn man sich von der Wirkungsweise der verschiedenen Maschinen

eine klare Vorstellung machen will, so muß man die Bewegungsquantität, welche die angewandte Kraft unmittelbar hervorzubringen im Stande ist, mit dem Effect vergleichen, welchen man durch Vermittelung der Maschine erhält. Es wäre ein grober Irrthum, wenn man eine Maschine als eine Quelle von Kraft betrachten, wenn man glauben wollte, daß durch Maschinen die Quantität der Bewegung vermehrt werden könnte. Durch Maschinen wird nur die Art der Bewegung verwandelt, ohne daß die Quantität der Bewegung auch nur im mindesten vermehrt wird.

An einem Seile z. B., welches um eine einfache Rolle geschlungen ist, läßt sich bequem eine Last von 25 Pfunden um $2\frac{1}{2}$ Fuß in der Sekunde heben. Wäre aber das Seil, an welchem der Arbeiter zieht, um ein Rad, Fig. 244, die Last aber um eine Welle von 4mal kleinerm Durchmesser geschlungen, so würde man zwar mit derselben Kraftanstrengung eine vierfache Last, jedoch auch mit viermal geringerer Geschwindigkeit heben können. Untersuchen wir die Wirkungsweise anderer Maschinen, der Schraube, des Flaschenzugs der verschiedenen Räderwerke, so werden wir stets zu demselben Resultate gelangen, daß, was man auf der einen Seite an Kraft gewinnt, auf der andern Seite an Geschwindigkeit verloren geht, daß also die Quantität der Bewegung durch Maschinen durchaus nicht vermehrt wird.

Fig 244.



97 Wenn ein bewegter Körper gegen einen ruhenden, aber frei beweglichen anstößt, so wird er diesem einen Theil seiner Bewegung mittheilen, und zwar wird durch diesen Stoß die Quantität der Bewegung nicht geändert; wenn nicht der stoßende Körper in Folge der Elasticität zurückspringt und wenn der Stoß ein centraler war, werden sich nach dem Stoße beide Körper mit gleicher Geschwindigkeit nach derselben Richtung fortbewegen. Wenn die Masse des ruhenden Körpers der des stoßenden gleich ist, so wird die Geschwindigkeit nach dem Stoße offenbar die Hälfte werden, weil die bewegte Masse verdoppelt ist. Man sieht leicht, daß, um das Verhältniß der Geschwindigkeit vor dem Stoße zur Geschwindigkeit nach dem Stoße zu finden, man nur die Masse des bewegten Körpers durch die Summe der Massen des bewegten und des ruhenden zu dividiren braucht. Wenn z. B. eine Flintenkugel von $\frac{1}{20}$ Pfd. mit einer Geschwindigkeit von 1300 Fuß in der Sekunde eine ruhende freibewegliche, etwa an einer langen Schnur aufgehängte Kugel von 48 Pfd. trifft, so verhält sich die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße zu 1300 wie $\frac{1}{20}$ zu $48 + \frac{1}{20}$ oder wie

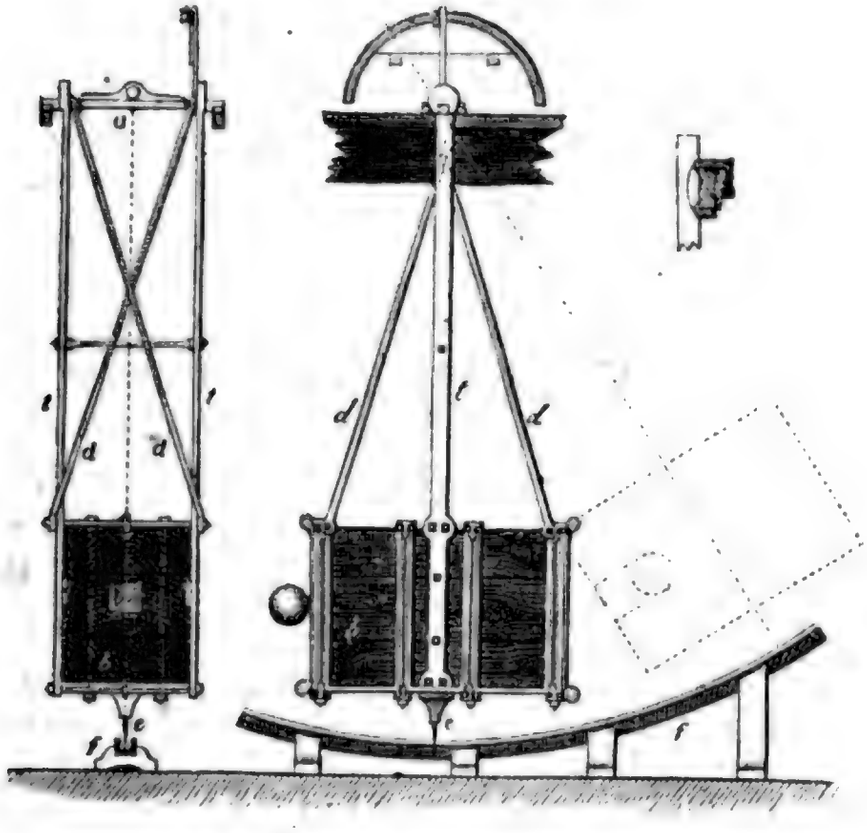
1 zu 961, d. h. sie ist nur noch $\frac{1300}{961}$, d. h. ungefähr $1\frac{1}{3}$ Fuß in der Sekunde.

Wenn jene Flintenkugel gegen einen großen Steinblock oder gegen einen Felsen anschlägt, so muß sie ihm auch eine Bewegung mittheilen, nur wird die Geschwindigkeit sehr klein ausfallen, denn wenn z. B. der Steinblock 500 Pfund schwer wäre, so würde die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße, wie man leicht berechnen kann, nur 1 Zoll in der Sekunde seyn. Die Reibung wird aber bald diese Bewegung aufheben, welche sich nach und nach allen benachbarten Körpern und endlich der ganzen Erdmasse mittheilt und dadurch völlig verschwinden wird.

Die Bewegung theilt sich also anderen Körpern mit, aber sie verliert sich nicht. Wenn sie gleichsam zu verlöschen scheint, so liegt der Grund davon nur darin, daß sie sich nach und nach anderen Körpern mittheilt und endlich durch große Vertheilung unmerklich wird. Es ist Bewegung nöthig, um Bewegung zu zerstören; Widerstände vertheilen sie nur, ohne sie aufzuheben.

Auf diesen Principien beruht die Messung von großen Geschwindigkeiten mittelst des ballistischen Pendels, welches Fig. 245 dargestellt ist.

Fig. 245.



Ein mit Eisen beschlagener Holzblock von bedeutendem Gewichte ist an einer Axe *a* durch die beiden geraden Stangen *t* und die vier schrägen *d*

aufgehängt. Eine Spitze *e* durchläuft die kreisförmige Rinne *f* und zeichnet ihre Spur in weiches Wachs. Aus der Länge dieſer Spur beurtheilt man die Größe der Ausweichung des Pendels, wenn eine Kugel es von vorn in der Richtung des Schwerpunktes trifft. Das Pendel iſt 3 bis 4 Meter lang und ſein Totalgewicht beträgt 4000 Klgr. Dieſer bedeutenden Maſſe theilt die Kugel ihre Bewegung mit, und wenn man mit Hülfe des Ausſchlags, welchen das Pendel macht, die Geſchwindigkeit berechnen kann, die ihm mitgetheilt wurde, ſo iſt es leicht, daraus die Geſchwindigkeit der Kugel in dem Momente abzuleiten, in welchem ſie das Pendel getroffen hat.

Man beobachtet häufig bei der Mittheilung der Bewegung eigenthümliche Erſcheinungen, welche von dem Aggregatzuſtande der Körper und der Geſchwindigkeit abhängen, mit welcher ſich die Bewegung im Innern einer Maſſe von Molekül zu Molekül fortpflanzen kann. So iſt es bekannt, daß eine Flintenkugel ein rundes Loch in eine Fenſterſcheibe ſchlägt, ohne daß ſie zerbricht. Das Pulver theilt nämlich der Kugel eine ſolche Geſchwindigkeit mit, daß die Glasmoleküle, welche ſie trifft, raſch fortgeriſſen werden, ehe ſie noch dieſe Bewegung auf die zur Seite liegenden Moleküle fortpflanzen konnten.

Die Bewegung, welche durch eine Exploſion hervorgebracht wird, ſey es nun eine Exploſion des Pulvers, des Dampfes oder der comprimirten Luft, pflanzt ſich gleichmäßig nach allen Richtungen fort. Die Wände der Kanone verhindern eine Expanſion nach der Seite, die ganze Wirkung findet deshalb in der Längenachſe des Geſchützes Statt, in dieſer Richtung bringt jedoch die Exploſion zwei Bewegungen in entgegengeſetzter Richtung hervor, d. h. einerſeits wird die Kugel fortgeſchleudert, andererſeits wird das ganze Geſchütz zurückgeſtoßen. Dieſe beiden Bewegungen ſind auch der Quantität nach völlig gleich, die Kugel bewegt ſich ſchneller, weil ſie ungleich weniger Maſſe hat als das Geſchütz, deſſen Bewegung auch bald durch Widerſtände aufgehoben wird.

98 **Von den Trägheitsmomenten.** In Fig. 246 ſtelle *a* eine träge Maſſe vor, welche an einer um den Punkt *c* drehbaren Stange befeſtigt iſt, deren Maſſe wir vor der Hand unberückſichtigt laſſen wollen. Nehmen wir des leichteren Ueberblicks wegen an, die Maſſe *a* ſey 1 Pfund, der Stab ſey horizontal und um eine vertikale, in unſerer Figur zum Punkt verkürzten Axe drehbar. Wenn nun in der Richtung des Pfeils *n* ein Stoß gegen die Maſſe *a* ausgeübt wird, ſo wird die Maſſe *a* offenbar in eine rotirende Bewegung gerathen, deren Geſchwindigkeit von der Maſſe *a* und von der Stärke des Stoßes abhängt. Neh-

Fig. 246.

men wir an, der Stoß sey von der Art gewesen, daß die 1 Pfund schwere Masse *a* in einer Sekunde von *a* nach *b* getrieben würde.

Denken wir uns nun die träge Masse von *a* weggebracht und in der halben Entfernung vom Drehpunkte, also in *d* befestigt, so wird derselbe Stoß, in der Richtung des Pfeils *m* gegen die träge Masse von 1 Pfund wirkend, ihr nun eine solche Bewegung mittheilen, daß sie in einer Sekunde den Bogen *df* durchläuft, dessen Länge dem Bogen *ab* völlig gleich ist. Der Winkel, um welchen im letzteren Falle die Stange gedreht worden ist, ist aber offenbar doppelt so groß als der Winkel, um welchen sie im ersten Falle gedreht worden war, oder mit anderen Worten, die Winkelgeschwindigkeit ist im letzteren Falle doppelt so groß als im ersten. Um im zweiten Falle gleiche Winkelgeschwindigkeit, wie im ersten, hervorzubringen, hätte man entweder den in der Richtung des Pfeils *m* wirkenden Stoß halb so stark oder die in *d* angebrachte träge Masse doppelt so groß, also gleich 2 Pfund, machen müssen.

Es sey nun in *d* wirklich eine Masse von 2 Pfund befestigt, der Stoß aber soll bei unveränderter Stärke nicht direct gegen *d* wirken, sondern in *a* gegen die feste Stange treffen, so wird der in *a* angebrachte Stoß offenbar ebenso wirken, als ob man in *d* einen Stoß von doppelter Stärke angebracht hätte, d. h. er wird die zweipfündige Masse in 1 Sekunde von *d* nach *f* treiben; sollte aber die Winkelgeschwindigkeit unverändert bleiben, so müßte man bei unveränderter Stärke des in *a* wirkenden Stoßes die Masse in *d* abermals verdoppeln, also die Masse gleich 4 Pfund machen.

Wenn also bei *a* ein Stoß gegen die Stange ausgeübt wird, so muß die Umdrehung mit gleicher Winkelgeschwindigkeit erfolgen, es mag nun bei *a* eine träge Masse von 1 Pfund oder bei *d* eine träge Masse von 4 Pfund angebracht seyn, die Winkelgeschwindigkeit würde auch bei übrigens gleichen Umständen unverändert bleiben, wenn man eine Masse von 9 Pfund dem Umdrehungspunkte 3mal näher brächte.

Was hier von einem Stoße gesagt wurde, bleibt auch noch wahr, wenn statt desselben eine continuirlich wirkende beschleunigende Kraft an einem Hebelarm angreift und eine an demselben befindliche träge Masse umdreht. Wenn bei unveränderter Stärke und bei unverändertem Angriffspunkte der beschleunigenden Kraft die träge Masse in verschiedenen Entfernungen vom Drehpunkte angebracht wird, so müssen sich die trägen Massen umgekehrt verhalten wie die Quadrate der Entfernungen, wenn die Winkelgeschwindigkeit stets dieselbe bleiben soll.

Das Produkt, welches man erhält, wenn man die träge Masse mit dem Quadrate ihrer Entfernung vom Drehpunkte multiplicirt, wird das Trägheitsmoment derselben genannt; es ist die träge Masse, welche

man statt der gegebenen in der Entfernung 1 vom Drehpunkte anbringen müßte, wenn bei ungeänderter Größe und bei ungeändertem Angriffspunkte der beschleunigenden Kraft durch diese Vertauschung die Winkelgeschwindigkeit nicht verändert werden soll.

Das eben entwickelte Gesetz gilt, es mag nun die beschleunigende Kraft eine ganze Umdrehung oder eine hin- und hergehende Bewegung hervorbringen, wie wir sie bei einem Pendel beobachten; eine Pendelvorrichtung ist aber besonders bequem, um die Richtigkeit unseres Gesetzes durch den Versuch zu prüfen.

Die Fig. 247 stellt einen geraden, eingetheilten Stab vor, welcher in der Mitte mit einer Schneide versehen ist, wie die, welche den Drehpunkt eines Wagbalkens bildet. Wenn man nun 1 Decimeter weit unter und über dieser Schneide eine Bleilinse, z. B. jede 2 Pfund schwer, befestigt und die Schneide auf ihre Unterlage aufsetzt, so ist die Stange mit ihren Linsen im Zustande des indifferenten Gleichgewichts, denn der Schwerpunkt des Systems fällt mit dem Drehpunkte zusammen; sobald man aber am unteren Ende des Stabes ein kleines Uebergewicht anbringt, so ist nun das Ganze ein Pendel. Die Schwingungen dieses Pendels sind aber ungleich langsamer, als die Schwingungen eines einfachen Pendels von der Länge $a\,b$, denn die einzige Kraft, welche das ganze System in Bewegung setzt, ist die Schwere des unteren Bleigewichtes, diese hat aber nicht allein ihre eigene Masse in Bewegung zu setzen, wie es bei einem einfachen Pendel der Fall gewesen wäre, sondern sie hat auch noch die Massen der Linsen bei c und d zu bewegen.

Fig. 247.

Nimmt man nun, nachdem man die Schwingungszeit dieses Pendels beobachtet hat, die 2 Linsen bei c und d weg und bringt man 2 Decimeter weit von der Schneide Linsen von $\frac{1}{2}$ Pfund, also 4mal leichtere, an, so wird durch diese Vertauschung die Schwingungszeit durchaus nicht geändert; sie bleibt auch unverändert, wenn man 3 Decimeter über und unter dem Drehpunkte $\frac{2}{9}$ Pfund schwere Linsen anbringt, während natürlich die Linse n, welche hier allein als beschleunigende Kraft wirkt, stets an derselben Stelle angebracht ist.

Um das Trägheitsmoment eines Körpers zu bestimmen, welcher um eine Axe gedreht werden soll, muß man sich denselben in lauter kleine Theilchen zerlegt denken und für jedes Theilchen das Trägheitsmoment berechnen, indem man die Masse eines solchen mit dem Quadrate seiner Entfernung vom Drehpunkte multiplicirt; die Summe aller einzelnen so berechneten Trägheitsmomente ist das Trägheitsmoment des Körpers. Soll das Träg-

heitsmoment eines Körpers auf diese Weise genau gefunden werden, so muß man sich den Körper in unendlich kleine Theilchen zerlegt denken, deren Summation ohne höhere Rechnung nicht ausführbar ist.

Bestimmung des Schwingungspunktes an einem zusammengesetzten Pendel. Wenn an einer gewichtlosen Stange in einer Entfernung r vom Aufhängepunkte eine träge Masse m angebracht ist, so bringt sie dieselbe Schwingungsgeschwindigkeit hervor, als ob man statt derselben bei unverändertem Angriffspunkte und unveränderter Größe der beschleunigenden Kraft in der Entfernung 1 vom Drehpunkte eine träge Masse mr^2 angebracht hätte. Statt der in der Entfernung r vom Drehpunkte angreifenden Schwerkraft der Masse m könnte man aber, ohne die Schwingungsgeschwindigkeit zu ändern, in der Entfernung 1 die beschleunigende Kraft mr wirken lassen. 99

Die Schwingungsgeschwindigkeit eines Pendels, welches aus einer gewichtlosen Stange besteht, an welcher in der Entfernung r vom Drehpunkte eine Masse m hängt, würde also derselbe bleiben, wenn man statt derselben in der Entfernung 1 die träge Masse mr^2 anbrächte und auf dieselbe die beschleunigende Kraft mr wirken ließe.

Hinge also 5 Decimeter unter der Schneide des gewichtlosen Stabes eine Linse von 100 Gramm, so würden die Schwingungen ebenso schnell seyn, als ob 1 Decimeter vom Schwerpunkte eine träge Masse von $5^2 \times 100$, also 2500 Gramm, angebracht wäre und auf diese die beschleunigende Kraft der Schwere von $5 . 100$, also 500 Gramm, wirkte.

Dies läßt sich nun durch den Versuch wirklich nachweisen, nur kann man keine gewichtlose Stange anwenden und muß sich mit einer Stange begnügen, deren Gewicht gegen das der angehängten Linsen vernachlässigt werden darf.

Wenn man in gleichen Entfernungen über und unter dem Drehpunkte eines Stabes Gewichte anbringt, von denen das untere das schwerere ist, so ist die träge zu bewegende Masse gleich der Summe, die beschleunigende Kraft aber gleich den Differenzen der beiden Gewichte.

Hätte man also 1 Decimeter unter dem Drehpunkte eine Linse von 1500, ebenso weit über dem Drehpunkte eine Linse von 1000 Gramm angebracht, so würde die in der Entfernung 1 vom Drehpunkte befindliche zu bewegende träge Masse 2500 Gramm, die auf dieselbe wirkende beschleunigende Kraft aber $1500 - 1000$, also 500 Gramm seyn.

Wenn man an der Stange, Fig. 247, 1 Decimeter unter der Schneide eine Linse von 1500 Gramm, 1 Decimeter über der Schneide eine ähnliche von 1000 Gramm anbringt, so schwingt der Apparat ebenso schnell, als ob nur eine Linse von 100 Gramm in einer Entfernung

von 5 Decimeter unter der Schneide angebracht wäre, oder wie ein einfaches Pendel von 5 Decimeter Länge.

Wenn über und unter dem Drehpunkte, um die Längeneinheit von demselben entfernt, zwei Massen angebracht sind, deren Summe S und deren Differenz D ist, so ist die Schwingungsgeschwindigkeit dieselbe, als ob man eine einzige Masse m in der Entfernung r so angehängt hätte, daß $mr^2 = S$ und $mr = D$; da nun aber $\frac{mr^2}{mr} = r$, so ist auch $\frac{S}{D} = r$, d. h. mit Worten, man findet die Länge des einfachen, gleich schnell schwingenden Pendels, wenn man die Summen der beiden Massen durch ihre Differenz dividirt.

Hätte man 1 Decimeter über der Schneide eine Linse von 300, 1 Decimeter unter derselben eine Linse von 700 Gramm angebracht, so schwingt der Apparat so schnell, wie ein einfaches Pendel, dessen Länge $\frac{1000}{400} = 2{,}5$ Decimeter beträgt.

Nach diesen Betrachtungen können wir die Lage des Schwingungspunktes für ein aus zwei schweren Punkten zusammengesetztes Pendel berechnen. An einer unbeugsamen schweren Linie seyen bei a und b die Massen m und m' angebracht, so ist das Trägheitsmoment der ersteren $m'r'^2$, das der anderen mr^2, wenn wir mit r' und r die Entfernungen der Punkte a und b vom Drehpunkte bezeichnen, die statischen Momente der in den Punkten a und b hängenden Massen aber sind $m'r'$ und mr. Die Summe der Trägheitsmomente ist also $mr^2 + m'r'^2$, die Summe der statischen Momente ist $mr + m'r'$.

Fig. 248.

Brächte man nun in der Entfernung 1 über und unter dem Drehpunkte eines unbeugsamen, gewichtlosen Stabes zwei Massen, deren Summe $S = mr^2 + m'r'^2$, deren Differenz D aber gleich $mr + m'r'$ ist, so würde ein solcher Apparat ebenso schnell schwingen wie das Pendel Fig. 248; nach den obigen Entwickelungen aber ist die Länge eines einfachen, gleich schnell schwingenden Pendels

$$\frac{S}{D} = \frac{mr^2 + m'r'^2}{mr + m'r'}.$$

Diese Betrachtung läßt sich auf ein aus 3, 4, 5 . . . . . unendlich vielen materiellen Punkten zusammengesetztes Pendel ausdehnen, und man kommt so zu dem wichtigen Satze: »Man findet in einem zusammengesetzten Pendel die Entfernung des Schwingungspunktes vom Aufhängepunkte, wenn man die Summe der Trägheitsmomente aller

materiellen Punkte durch die Summe ihrer statischen Momente dividirt. Diese Entfernung ist also stets durch einen Ausdruck von der Form

$$x = \frac{mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 +}{mr + m'r' + m''r'' +}$$

gegeben. Was die Ausführung dieser Rechnung betrifft, so ist sie für einen wirklichen Körper ohne Integralrechnung nicht wohl mit voller Genauigkeit möglich, weil es sich um die Summation unendlich vieler kleiner Theilchen handelt.

Mit Hülfe dieser Betrachtung können wir nachweisen, daß der Schwingungspunkt einer Kugel, welche an einem langen Faden aufgehängt ist, nicht weit von ihrem Mittelpunkte liegen kann. Wäre die eine Hälfte der Kugelmasse in ihrem obersten, die andere Hälfte in ihrem untersten Punkte vereinigt, so könnten wir leicht die Lage des Schwingungspunktes berechnen. Es sey z. B. der Durchmesser der Kugel 1^{cm}, ihr oberster Punkt 100, ihr unterster also 101^{cm} vom Aufhängepunkte entfernt, so wäre die Entfernung des Schwingungspunktes vom Aufhängepunkte

Fig. 249.

$x = \frac{100^2 + 101^2}{100 + 101} = 100{,}50248^{cm}$. Die Entfernung des Kugelmittelpunktes vom Aufhängepunkte ist aber 100,5, der berechnete Schwingungspunkt liegt also $0{,}00248^{cm}$ oder $0{,}0248^{mm}$ tiefer als der Mittelpunkt.

Wir haben aber diese Berechnung auf die Annahme gestützt, daß die eine Hälfte der Kugelmasse in dem obersten, die andere Hälfte in dem tiefsten Punkte vereinigt wäre. Der wirkliche Schwingungspunkt liegt aber offenbar noch nicht so tief, als der nach dieser Annahme berechnete: er liegt also bei weitem noch nicht $0{,}0248^{mm}$ unter dem Mittelpunkte der Kugel.

Das Reversionspendel. Um die wahre Länge des Sekun- 100
denpendels zu ermitteln, hat man außer dem schon oben (S. 207) angegebenen Verfahren noch ein anderes äußerst sinnreiches in Anwendung gebracht. Es wurde zuerst von Bohnenberger angegeben und später von Kater in England in Anwendung gebracht, der jedoch Bohnenberger's Vorschlag nicht kannte.

Die beistehende Figur stellt ein Pendel dar, wie es Kater zu seinen Versuchen anwandte. Es ist aus einem möglichst genau gearbeiteten Metallstabe gemacht, in welchem zwei Schneiden *a* und *b* so angebracht sind, daß es, in *a* aufgehängt, gerade so schnell schwingt, als wenn man es umkehrt und um die Schneide *b* schwingen läßt. Es ist dies der Fall, wenn die zweite

Schneide ſich genau im Schwingungspunkte b des um a ſchwingenden Pendels befindet.

Wenn die Schneiden ſchon gleich zu Anfange in dem Stabe befeſtigt ſind, ſo kann man es durch Verſchieben der Laufgewichte v und w leicht dahin bringen, daß die eine Schneide wirklich der Schwingungspunkt des Pendels wird, wenn es um die andere ſchwingt; daß alſo die Schwingungsdauer gleich bleibt, man mag das Pendel um die eine oder die andere Schneide ſchwingen laſſen.

Die Schärfe der Schneide ruht während der Schwingungen auf Platten von Stahl oder Agat.

Ein ſolches Pendel heißt Reverſionspendel. Die Entfernung der beiden Schneiden eines Reverſionspendels iſt genau die Länge des einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer.

Suchen wir die Wahrheit dieſes Satzes wenigſtens für einen ſpeciellen Fall darzuthun.

Denken wir uns ein Pendel, welches aus zwei gleichen, in den Entfernungen 80^{cm} und 120^{cm} vom Drehpunkte befeſtigten Maſſen m beſteht, ſo iſt die Länge eines einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer

$$\frac{m.120^2 + m.80^2}{m.120 + m.80} = \frac{12^2 + 8^2}{12 + 8} = 104^{cm}.$$

Es läßt ſich dies leicht durch den Verſuch beſtätigen, wenn man an einem Faden zwei gleiche Kugeln in der erwähnten Weiſe aufhängt und die Schwingungen dieſes Pendels mit denen eines 104^{cm} langen einfachen Pendels vergleicht.

Der Schwingungspunkt unſeres aus zwei Kugeln zuſammengeſetzten Pendels iſt demnach 16^{cm} weit von der unteren, 24^{cm} weit von der oberen Kugel entfernt.

Denken wir uns nun dieſes Pendel ſo umgekehrt, daß dieſer Schwingungspunkt zum Aufhängepunkte wird, ſo haben wir ein aus zwei gleichen Maſſen beſtehendes Pendel, von denen die eine 24^{cm} unter, die andere 16^{cm} über dem Aufhängepunkte ſich befindet. Nach den obigen Betrachtungen iſt es leicht, die Länge eines einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer zu berechnen, ſie iſt

$$\frac{24^2 + 16^2}{24 + 16} = \frac{832}{8} = 104^{cm}.$$

Der vorige Aufhängepunkt iſt alſo bei dieſer Umkehrung wirklich zum Schwingungspunkte geworden.

Will man dies durch den Verſuch beſtätigen, ſo darf man natürlich nicht ein Pendel anwenden, welches aus zwei an einem Faden aufgehäng-

ten Kugeln, sondern ein solches, welches aus einem festen Stabe besteht, der jedoch im Vergleich zu den daran befestigten Massen sehr leicht seyn muß.

Ein zu diesen Versuchen construirtes Pendel ist Fig. 250 abgebildet und kann recht wohl nach folgenden Dimensionen gemacht werden. Der im Centimeter getheilte Holzstab ist etwa 1^{cm} dick und 2^{cm} breit. Es sind auf demselben zwei Schneiden bei *a* und *b* eingelassen, die gerade 104^{cm} von einander entfernt sind. Zwei Linsen von Blei, deren jede ungefähr 4 Pfund wiegt (eine muß natürlich genau so schwer seyn wie die andere), sind auf Hülsen von Holz befestigt, die man auf dem Stabe verschieben und durch Schrauben an jeder Stelle des Stabes feststellen kann. Die eine Linse stellt man so, daß ihre Schärfe gerade 80, die andere so, daß ihre Schärfe 120 Centimeter von der Schneide *a* entfernt ist. Wäre der Stab gewichtlos und die Linsen schwere Punkte, so wäre der Schwingungspunkt genau bei *b*, d. h. 104^{cm} von *a*. Obgleich nun diese Bedingungen nicht ganz erfüllt sind, so liegt doch der Schwingungspunkt unseres Pendels so nahe bei *b*, daß die Differenz kaum merklich ist, denn das Gewicht des Stabes ist klein im Vergleich zur Masse der Linsen, und der Fehler, der daraus entsteht, daß man die Masse jeder Linse in ihrem Schwerpunkte vereinigt denkt, ist auch unbedeutend, wenn die Höhe derselben nicht zu groß ist.

Fig. 250.

In *a* aufgehängt, macht dieses Pendel 59 Schwingungen in 1 Minute; ebenso viel Schwingungen macht es aber in 1 Minute, wenn man es umkehrt und um *b* schwingen läßt.

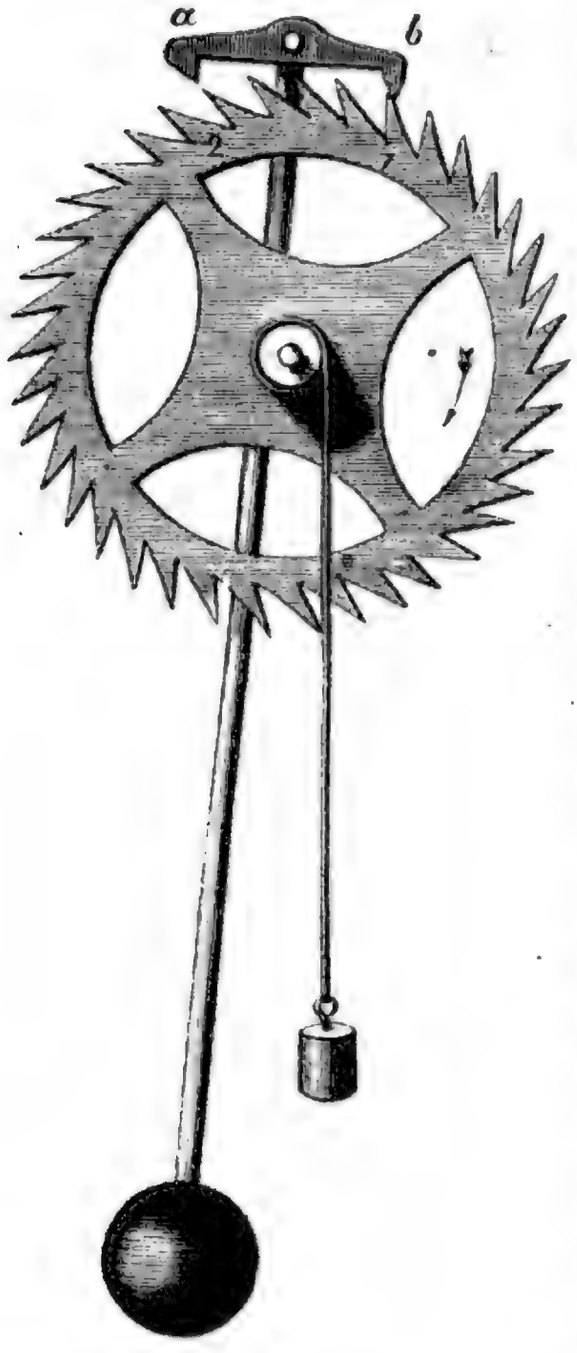
Mit Hülfe höherer Rechnung läßt sich nachweisen, daß der Schwingungspunkt eines jeden physischen Pendels diese Eigenschaft haben muß, die wir für ein aus zwei materiellen Punkten bestehendes dargethan haben.

Die Pendeluhr. Die wichtigste Anwendung, die man vom Pendel 101
gemacht hat, ist die Regulirung der Uhren. In jeder Uhr muß eine beschleunigende Kraft wirken, um die Bewegung hervorzubringen und zu erhalten. Nun aber ist aus dem, was über beschleunigende Kräfte gesagt wurde, klar, daß, wenn der beschleunigenden Kraft nicht eine andere gleiche Kraft oder ein Bewegungshinderniß entgegenwirkt, die Bewegung nicht gleichförmig bleiben kann, sondern daß sie, wie bei einem fallenden Körper, schneller und schneller wird. Bei unseren Wanduhren wird die beschleunigende Kraft durch Gewichte hervorgebracht, welche an einer Schnur hängen, die um eine horizontale Axe geschlungen ist. Wenn das Gewicht durch seine Schwere herabgezogen wird, wird durch die Schnur die Axe

umgedreht und dadurch das ganze Uhrwerk in Bewegung gesetzt. Die Bewegung eines fallenden Gewichtes ist aber eine beschleunigte, folglich würde auch die Uhr anfangs langsam, dann schneller und schneller gehen müssen, wenn ihr Gang nicht regulirt würde, und diese Regulirung wird nun durch das Pendel bewerkstelligt.

Wie das Pendel den Gang einer Uhr reguliren könne, ist aus Fig. 251 ersichtlich. An der Axe, um welche die Schnur mit dem Gewichte angebracht ist, ist ein gezahntes Rad befestigt. Die Axe, um welche das Pendel schwingt, befindet sich über diesem Rade, und an dieser Pendelaxe ist ein Anker *a b* befestigt, welcher, je nach der Stellung des Pendels, auf der einen oder andern Seite in die Zähne des Rades eingreift. Die Figur stellt das Pendel gerade in der Lage vor, wo es seine äußerste Stellung links hat. Das Rad, welches durch das Gewicht in der Richtung des Pfeils gedreht wird, kann aber nicht vorangehen, weil der Zahn 1 durch den Zahn *b* des Ankers aufgehalten wird; sobald aber das Pendel zurückgeht, geht *b* in die Höhe, der Zahn 1 wird nun vorbeigelassen, die Bewegung des Rades wird aber doch alsbald wieder gehemmt, weil nun auf der andern Seite der Zahn *a* des Ankers niedergeht und an diesen dann der Zahn 2 des Rades anstößt, so kann also das Rad bei jedem Hingange um einen, und bei jedem Hergange abermals um einen Zahn weiter gehen, die Bewegung des Rades wird also durch die Schwingungen des Pendels regulirt.

Fig. 251.



Eine solche Vorrichtung nennt man eine Hemmung oder ein Echappement.

Bei Taschenuhren ist das Gewicht durch eine gespannte Stahlfeder,

das Pendel aber durch die Unruhe, d. h. durch eine feine, vermöge ihrer Elasticität um ihre Gleichgewichtslage schwingende Feder ersetzt.

Einheit des Längenmaaßes. Kater stellte seine Versuche mit dem 102
Reversionspendel besonders deshalb mit so großer Genauigkeit an, weil man beabsichtigte, in England ein neues Maaßsystem einzuführen, dessen Einheit die Länge des Londoner Sekundenpendels seyn sollte.

Fast sämmtliche Längeneinheiten sind den Dimensionen des menschlichen Körpers entnommen, und ihre ursprüngliche Bestimmung hing darum auch von manchen Zufälligkeiten ab. Man kam deshalb auf die Idee, eine unveränderliche Größe der Natur zur Einheit zu nehmen. Schon Huyghens schlug dazu die Länge des Sekundenpendels vor.

Zur Zeit der französischen Revolution, als man ein neues Maaßsystem in Frankreich einführen wollte, nahm man die Idee wieder auf, allein die zur Bestimmung des neuen Systems niedergesetzte Commission, bestehend aus Borda, Lagrange, Laplace, Monge und Condorcet, wandte gegen diese Einheit ein, daß sie ein fremdes Element, nämlich die Zeit, enthielte, und entschied sich dahin, die Längeneinheit von der unveränderlichen Länge eines Erdmeridians abzuleiten.

Zu diesem Zwecke wurde durch genaue Gradmessungen die Länge des Erdmeridians ermittelt, und der 40millionste Theil desselben, also der 10millionste Theil eines Erdmeridian-Quadranten zur Längeneinheit gewählt. Diese Einheit wurde Meter genannt. Das Meter wurde in 10 Decimeter, 100 Centimeter und 1000 Millimeter getheilt.

Nach dem Längenmaaße wurde nun das Flächenmaaß, das Körpermaaß und das Gleichgewichtsmaaß bestimmt.

Das Metermaaß ist unter allen Maaßsystemen das einzige, welches wissenschaftlich begründet ist. Die einfachen Beziehungen zwischen dem Längenmaaße, dem Körpermaaße und dem Gewichte machen es in mancher Hinsicht empfehlenswerth. Bei wissenschaftlichen Untersuchungen bedient man sich auch jetzt fast überall dieses Maaßes.

Durch Vergleichung mit dem Meter sind nun aber auch alle anderen Maaße fest bestimmt. So ist z. B.

1 pariser Fuß . . . . . = 324,839^{mm},
1 preußischer oder rheinl. Fuß . . = 313,853^{mm};

demnach ist

1 pariser Zoll . . . = 27,070^{mm},
1 rheinl. Zoll . . . = 26,154^{mm}.

Variationen der Schwingungen eines Pendels. Kurz nachdem 103
Galiläi die Grundgesetze des Pendels entdeckt hatte, machte sich Huyghens durch seine trefflichen Arbeiten über das Pendel um die Wissenschaft

sehr verdient. Er bestimmte zuerst genau den Schwingungspunkt des physischen Pendels, wandte das Pendel an, um den Gang der Uhren zu reguliren, und machte somit zuerst eine genaue Zeitmessung möglich. Dieser ausgezeichnete Gelehrte war jedoch der Meinung, daß ein Pendel an allen Orten der Erde gleich schnell oscilliren müsse, was Newton bestritt. Im Jahre 1672 machte der französische Astronom Richer eine Reise nach Cayenne, welches nur 5 Grad nördlich vom Aequator liegt. Als er hier seine Pendeluhr aufstellte, fand er, daß sie täglich $2\frac{1}{2}$ Minuten nachging; er mußte das Pendel nahe um $\frac{5}{4}$ Linien verkürzen, um den Gang gehörig zu reguliren. Er konnte dies um so weniger einer Störung der Uhr während der Reise zuschreiben, da die Uhr, nach Paris zurückgebracht, 148 Sekunden täglich vorging, und das Pendel deshalb wieder verlängert werden mußte.

Es war somit erwiesen, daß ein und dasselbe Pendel an verschiedenen Orten der Erde nicht gleich schnelle Schwingungen macht. Man stellte später die genauesten Beobachtungen an verschiedenen Orten an und bestimmte für jeden derselben die Länge des Sekundenpendels. Die folgende Tabelle enthält eine Reihe solcher von Sabine gemachten Bestimmungen.

Orte.	Breite.	Länge des Sekundenpendels in pariser Zollen.
St. Thomas	0° 24′ 41″	39,021
Maranham	2° 31′ 43″ S.	39,012
Ascension	7° 55′ 48″ S.	39,024
Sierra Leona	8° 29′ 28″ N.	39,019
Trinidad	10° 38′ 56″ N.	39,019
Bahia	12° 59′ 21″ S.	39,024
Jamaika	17° 56′ 7″ N.	39,035
New York	40° 42′ 43″ N.	39,101
London	51° 31′ 8″ N.	39,139
Drontheim	63° 25′ 54″ N.	39,174
Hammerfest	70° 40′ 5″ N.	39,195
Grönland	74° 32′ 19″ N.	39,203
Spitzbergen	79° 49′ 58″ N.	39,215

Das pariser Sekundenpendel würde, an jene Orte gebracht, entweder voraneilen oder zurückbleiben, und zwar täglich um so viel Schwingungen, als in der folgenden Tabelle angegeben ist.

St. Thomas	— 120
Maranham	— 129
Ascension	— 116
Sierra Leona	— 121
Trinidad	— 122
Bahia	— 116
Jamaika	— 104
New York	— 30
London	+ 11
Drontheim	+ 50
Hammerfest	+ 73
Grönland	+ 82
Spitzbergen	+ 94

Es bedeutet hier + ein Voraneilen, — ein Zurückbleiben.

Gestalt der Erde. Es ist bekannt, daß die höchsten Gebirge im Ver- 104
gleich zur ganzen Erde doch nur sehr geringe Erhebungen bilden, ungefähr so wie Sandkörner, welche man auf eine Kugel von 1^m Radius streut. Ebenso scheint es sich mit den tiefsten Stellen des Meeres zu verhalten. Diese verhältnißmäßig unbedeutenden Abweichungen abgerechnet, ist die Gestalt der Erde regelmäßig, wenigstens können wir sie in unseren Rechnungen als regelmäßig annehmen. Früher hielt man die Erde für eine Kugel, jetzt aber wissen wir, daß sie an den Polen abgeplattet ist. Wir wollen versuchen, die Mittel, wie man diese Abplattung messen konnte, und die Ursachen derselben im Allgemeinen anzugeben.

Wenn die ganze Erde eine feste Masse wäre, so könnte sie jede beliebige Gestalt haben; wenn sie aber ganz mit Flüssigkeit überdeckt wäre, so müßte sie nothwendig sphäroidisch seyn; weil die durch die Axendrehung erzeugte Schwungkraft an dem Aequator stärker auf die flüssigen Theilchen wirkt als an den Polen, müssen sie sich an dem Aequator also weiter vom Mittelpunkte der Erde entfernen, und daher die Abplattung an den Polen.

Nach allen Beobachtungen ist nun die Normaloberfläche der Continente unseres Erdballs auf dieselbe Weise abgeplattet wie die Oberfläche der Meere, und daraus kann man den Schluß ziehen, daß die ganze Erde früher in flüssigem Zustande war und daß sie schon dieselbe Axendrehung hatte wie jetzt, bevor sie erstarrte.

Um sich eine Idee zu machen, wie es möglich ist, die Abplattung der Erde durch geodätische Messungen nachzuweisen, wollen wir uns irgend zwei entfernte Orte denken. Nehmen wir z. B. Dünkirchen und Formentera, welche beide auf dem Meridian von Paris liegen. Aus der Beobachtung des Himmels ergiebt sich, daß Dünkirchen $12^0\ 22'\ 14''$ nördlich

von Formentera liegt, und nach der trigonometrischen Messung ist die Entfernung beider Orte 1374438,72 Meter. Man kann danach leicht die Länge eines Meridiangrades berechnen. Wenn nun die Erde genau kugelförmig wäre, so müßte die Länge eines Meridiangrades überall gleich seyn.

Man hat mit der größten Sorgfalt Gradmessungen in verschiedenen Breiten angestellt. Die wichtigsten dieser Gradmessungen sind in Peru von Bouguer und Condamine, in Indien von Lambton, auf dem Cap der guten Hoffnung von Lacaille, in Pensylvanien von Mason und Dixen, in Italien von Lemaire und Boscovich, in Frankreich von Delambre und Mechain, an den Küsten des mittelländischen Meeres von Arago und Biot, in England nahe bei Greenwich von Roy, Delambre und Mechain, in Schweden von Melanderhielm ausgeführt. Aus allen diesen Messungen läßt sich das Resultat ziehen, daß die Länge eines Erdgrades um so kleiner wird, je mehr man sich von den Polen dem Aequator nähert; daß also die Krümmung der Erde in der Richtung des Meridians am Aequator bedeutender ist als an den Polen, oder mit anderen Worten, daß die Erde an den Polen abgeplattet ist. Berechnet man nach jenen Messungen die Länge eines Erdhalbmessers für verschiedene Breiten, so findet man

den Radius des Aequators . . . = 6376984^m
den Radius eines Pols . . . . . = 6356324^m
Differenz . . . . . = 20660^m

Der mittlere Erdhalbmesser entspricht einer Breite von 45°, er beträgt 6366745^m.

105 Betrachten wir nun die oben angeführten Pendelversuche, welche an verschiedenen Orten angestellt worden, so finden wir, daß die Gestalt der Erde in einer sehr wesentlichen Relation zur Dauer der Oscillationen des Pendels steht. Das Sekundenpendel wird um so kürzer, je näher der Beobachtungsort dem Aequator liegt; das Sekundenpendel von Paris schwingt unter dem Aequator langsamer, es macht in einem Tage 126 Schwingungen weniger. Die Intensität der Schwere nimmt also mit der geographischen Breite zu, und da der Erdhalbmesser in höheren Breiten kleiner wird, so folgt aus allen diesen Beobachtungen, daß die Intensität der Schwere abnimmt, wenn man sich von dem Mittelpunkte der Erde entfernt. Dies bestätigen auch die Pendelversuche, welche man in gleichen Breiten, aber in verschiedenen Höhen über dem Niveau des Meeres anstellt.

Dies bestätigt im Allgemeinen die Richtung der Gesetze der allgemeinen Schwere, wie sie Newton aufstellte. Nach der Newton'schen Theorie zieht jedes Massentheilchen das andere an; die Kraft, welche den Stein zur Erde zieht, ist die Resultirende aller Anziehungen, welche die ein-

zelnen Molekule des Erdballs auf den Stein ausüben. Die Intensität dieser anziehenden Kraft nimmt aber ab, wenn man sich von dem Mittelpunkte der Anziehung entfernt, und zwar nimmt die Anziehung in dem Verhältnisse ab, in welchem das Quadrat der Entfernung vom Anziehungsmittelpunkte zunimmt. Nach diesem Gesetze abnehmend wirkt aber die Schwere fort bis in die unendlichen Räume des Himmels, der Mond wird durch diese Anziehung in seiner Bahn um die Erde erhalten, und ebenso bestimmt die Anziehung, welche zwischen der Masse der Sonne und derjenigen der Planeten stattfindet, die Bahnen derselben.

Aus zwei Gründen muß die Intensität der Schwere am Aequator geringer seyn als an den Polen. Erstens ist der Aequator weiter vom Mittelpunkte der Erde und dann wirkt auch die durch die Axenumdrehung der Erde erzeugte Schwungkraft der Schwere um so stärker entgegen, je mehr man sich dem Aequator nähert.

Wenn man berücksichtigt, wie die Schwungkraft nach dem Aequator hin zunimmt, und wie man sich gleichzeitig mehr vom Mittelpunkte der Erde entfernt, so kann man vom pariser Sekundenpendel ausgehend die Länge des Sekundenpendels für alle Orte der Erde berechnen. In der That ist das auf diese Weise berechnete Sekundenpendel dem an jedem Orte durch Versuche bestimmten fast gleich; jedoch finden nach den genauesten Beobachtungen noch kleine Differenzen Statt, wie man aus der folgenden Tabelle sieht. Diese Tabelle giebt an, um wie viel Schwingungen das berechnete Pendel dem durch Beobachtungen bestimmten täglich voraneilt oder gegen dasselbe zurückbleibt.

St. Thomas	+ 3,64
Maranham	— 6,18
Ascension	+ 3,16
Sierra Leona	— 1,73
Trinidad	— 5,98
Bahia	— 3,28
Jamaika	— 1,42
New York	— 0,63
London	— 0,43
Drontheim	— 2,72
Hammerfest	— 0,03
Grönland	+ 0,5
Spitzbergen	+ 4,19.

Diese Abweichungen zeigen an, daß der Boden einen wesentlichen Einfluß auf die Pendelschwingungen ausübt. Es geht daraus hervor, daß, obgleich die verschieden dichten Massen, welche die feste Erdkruste im All-

gemeinen bilden, gleichförmig vertheilt ſind, doch an einigen Stellen mehr dichte, an anderen hingegen weniger dichte Stoffe angehäuft ſind, welche die Intenſität der Schwere an dieſen Stellen vermehren oder vermindern. Dieſe lokale Heterogenität übt auch einen weſentlichen Einfluß auf das Niveau der Meere aus.

106 Die Kraft, welche einen Stein zur Erde zieht, iſt die Reſultirende aller Anziehungen, welche ſämmtliche Molekûle des Erdballs auf den Stein ausüben; kurz jedes Molekûl der ponderabeln Materie wird von allen anderen angezogen. Man ſollte demnach wohl vermuthen, daß Gebirge einen weſentlichen Einfluß auf die in ihrer Nähe befindlichen Körper ausüben müßten; warum z. B. fällt ein Stein, den man an dem Abhange eines Berges herabfallen läßt, nicht nach der Mitte des Gebirges hin? ja man könnte ſich wundern, daß nicht die Mauern eines Gebäudes ſchon eine ſolche Wirkung ausüben. Wenn man aber bedenkt, daß das größte Gebirge doch nur ein Sandkorn im Vergleich gegen die Erde iſt, ſo findet man dies ſehr begreiflich. Gebirge können im günſtigſten Falle einen Körper nur äußerſt wenig von der Normalrichtung des freien Falles ablenken, wenn aber eine ſolche Ablenkung ſtattfindet, ſo liegt darin ein neuer Beweis dafür, daß die Schwere eine allgemeine Kraft iſt, welche auf alle Materie wirkt.

Bouguer war der Erſte, welcher die Idee hatte, in der Anziehung der Gebirge einen Beweis für die allgemeine Anziehung der Materie zu ſuchen. Wenn ſie wirken, ſo müſſen ſie auch das Bleiloth ablenken. Aber wie erkennt man eine Ablenkung des Bleilothes? Dieſelbe Urſache, welche ſeine Richtung ändert, verändert auch die Richtung der freien Oberfläche der Gewäſſer, kurz auf der Erde werden wir keinen Anhaltspunkt für eine ſolche Vergleichung finden. Wir müſſen alſo zu den Geſtirnen unſere Zuflucht nehmen, und am Himmel müſſen wir eine feſte Richtung ſuchen. An den Abhängen des Chimboraſſo ſtellte Bouguer ſeine Beobachtungen an, bei welchen er mit außerordentlichen Schwierigkeiten zu kämpfen hatte. Er fand in der That eine Ablenkung des Bleilothes von 7″ bis 8″. Jene vulkaniſchen Gebirge haben in ihrem Inneren unſtreitig große Höhlungen, welche die Anziehung bedeutend vermindern.

Seit Bouguer wurden dieſe Verſuche an verſchiedenen Orten wiederholt. Maskelyne wiederholte ſie im Jahre 1772 mit großer Sorgfalt am Fuße der Shehallien in Schottland und fand eine Ablenkung von 54″. Es iſt dadurch unwiderleglich dargethan, daß die Gebirge wirklich das Bleiloth ablenken und daß die Größe der Ablenkung von ihrem Volumen und der Natur der Subſtanzen abhängt, aus welchen ſie beſtehen. Maskelyne hatte dieſe Verſuche angeſtellt, um daraus ein Verhältniß der Maſſe der ganzen Erde zur Maſſe des Gebirges abzuleiten. Er berechnete auf dieſe Weiſe, daß die mittlere Dichtigkeit der Erde 4,56 ſey.

Im Jahre 1824 machte Carlini ähnliche Versuche am Mont Cenis und gelangte fast zu demselben Resultate.

Endlich verdanken wir Cavendish noch eine andere Bestimmungsmethode der mittleren Dichtigkeit der Erde. Sein Apparat scheint der genaueste zu seyn, den man zu dieser Untersuchung nur anwenden kann. Die erste Idee seiner Construction verdanken wir Michell, einem Mitgliede der königlichen Societät zu London. Michell, welcher die Zeit nicht hatte, die Versuche anzustellen, und sein nahes Ende erwartete, vermachte ihn Wollaston, Professor in Cambridge, und dieser schenkte ihn Cavendish, welcher schon zu den ersten Physikern Englands gezählt wurde.

Die Idee, welche diesem Apparate zu Grunde liegt, ist folgende: Eine große Kugel von Metall, welche etwa 20 Fuß Durchmesser hat, würde nicht im Stande seyn, das Bleiloth abzulenken, da ja ganze Gebirge dies kaum bewirken. Wenn man aber anstatt des vertikalen Fadens einen horizontalen Hebel, welcher genau ins Gleichgewicht gebracht und sehr leicht beweglich ist, der Kugel in der Horizontalebene ihres Mittelpunktes nähert, so würde die Anziehung der Kugel den Hebel drehen, da ja ihre Wirkung der Wirkung der Schwere durchaus nicht entgegengesetzt ist. Dieser horizontale Hebel würde also eine Art Pendel bilden, welches durch die Anziehung der Kugel in Schwingungen versetzt wird, gerade so wie ein gewöhnliches Pendel in Folge der Wirkung der Erde oscillirt. Brächte man nun an beiden Enden des Hebels solche Kugeln an, so würde der Effect verdoppelt. Wenn also nur der Hebel hinlänglich leicht beweglich ist und die Kugeln groß genug sind, so kann man auf diese Weise jedenfalls die gegenseitige Anziehung der Materie nachweisen und im Kleinen an den Metallkugeln dasselbe darstellen, was auf der Erdkugel im Großen vor sich geht.

Fig 252.

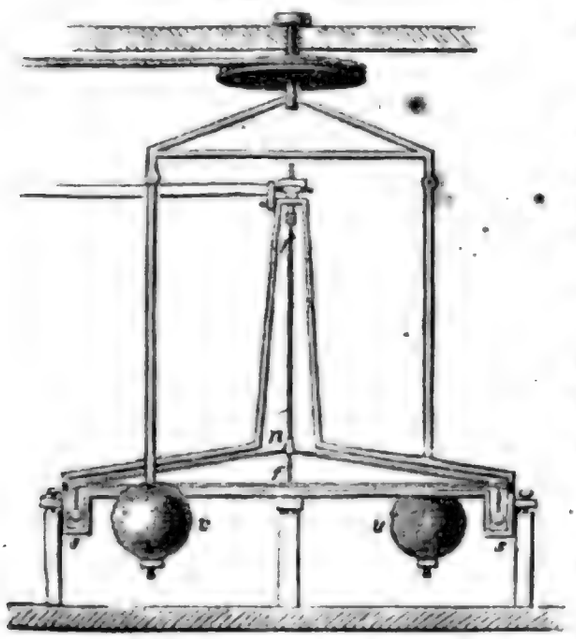
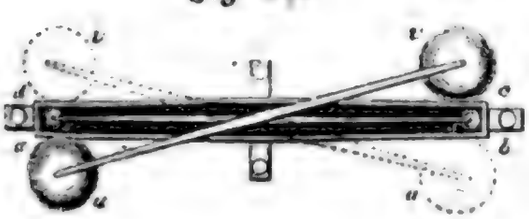


Fig. 253.



Der Apparat von Cavendish ist in Fig. 252 und Fig. 253 dargestellt. Fig. 253 ist der Grundriß. *u* und *v* sind die beiden Metallkugeln. Jede derselben wog 157,925^{kg}. *abcd* stellt den Durchschnitt eines Kastens dar, in welchem der bewegliche Hebel eingeschlossen ist, um ihn

vollständig gegen die Einwirkung von Luftströmungen zu schützen. s und s' sind zwei kleine Kugeln, welche an den Enden des Hebels aufgehängt sind.

Fig. 252 stellt den Aufriß dar; dieselben Buchstaben bezeichnen dieselben Dinge. Hier sieht man, wie die kleinen Kugeln an einem Silberfaden aufgehängt sind, welcher durch die Enden des Hebels hindurchgehend in n an dem vertikalen Silberdrahte ff' befestigt ist, welcher stark genug ist, um den Hebel sammt den kleinen Kugeln zu tragen.

Der Widerstand dieses Drahtes gegen eine Drehung ist die einzige Kraft, welche der Drehung des Hebels entgegenwirkt. Die beiden Massen u und v selbst sind an Eisenstangen aufgehängt, sie sind um eine feste vertikale Axe drehbar, welche mit der Richtung von ff' zusammenfällt, und können nach und nach aus der Stellung uv in die Lage $u'v'$ gebracht werden. Diese Drehung wird von außen her bewerkstelligt. Der ganze Apparat ist in eine Kammer ohne Fenster und Thüren eingeschlossen, welche durch eine kleine Oeffnung mittelst einer Lampe erleuchtet wird, die sich außerhalb der Wände befindet, damit die innere Luft nicht erwärmt wird. Die Bewegungen werden durch ein Fernrohr beobachtet.

Wenn Alles in Ruhe ist und wenn die Massen sich in derjenigen Stellung befinden, in welcher sie gar nicht wirken, d. h. wenn die Verbindungslinie der beiden Kugeln rechtwinklig zu dem beweglichen Hebel ist, werden sie in die Lage der Figur 253 gebracht. Alsbald beginnt der Hebel sich zu drehen, weil jede der beiden Kugeln s und s' angezogen wird; weil die Drehung des Silberdrahtes ff' dieser Bewegung entgegenwirkt, so oscillirt der Hebel um eine bestimmte Gleichgewichtslage, deren Dauer man beobachten muß. Man weiß also nun, nachdem man die Resultate in Beziehung auf die Torsion des Drahtes corrigirt hat, was für Oscillationen eine Bleimasse von 157,925^{kg} an einem Pendel von bekannter Länge in einer bekannten Entfernung hervorbringen kann. Aus der Vergleichung dieser Oscillationen mit den Schwingungen eines gewöhnlichen Pendels läßt sich nun auch ein Schluß auf die Kräfte machen, welche diese Oscillationen hervorbringen und danach auch die mittlere Dichtigkeit der Erde bestimmen.

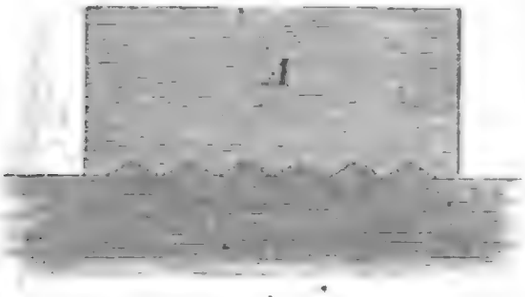
107 **Hindernisse der Bewegung.** Ein schon mehrfach besprochener Widerstand, welcher fast auf alle Bewegungen einen bedeutenden Einfluß ausübt, ist die Reibung. Um eine nur etwas große Last auf einer horizontalen Ebene fortzuschleifen, ist ein bedeutender Kraftaufwand nöthig, welcher lediglich von den Reibungswiderständen herrührt. Wäre die Ebene sowohl, auf welcher die Last fortgeschleift werden soll, als auch die Unterflächen der Last selbst absolut hart und glatt (was in der Natur nie der Fall ist), so könnte die kleinste Kraft die größte Last in Bewegung setzen,

und einmal angestoßen müßte sich die Last mit gleichförmiger Geschwindigkeit auf der horizontalen Ebene fortbewegen.

Die Reibung rührt unstreitig daher, daß die Erhabenheiten einer jeden der über einander hingleitenden Flächen in die Vertiefungen der anderen eingreifen. Wenn nun Bewegung stattfinden soll, so müssen entweder die hervorragenden Theilchen von der Masse ihres Körpers abgerissen, oder der eine Körper muß fortwährend über die Unebenheiten hinweggehoben werden. Ersteres findet Statt, wenn reibende Flächen sehr rauh sind, oder wenn es auch nur eine derselben ist. Wenn jedoch die reibenden Flächen möglichst geglättet sind, so findet fast ausschließlich die zuletzt erwähnte Wirkungsweise Statt.

Die beistehende Figur 254 soll dazu dienen, die Art und Weise zu versinnlichen, wie Widerstand der Bewegung entsteht, wenn ein Körper über kleine Unebenheiten hinweggehoben werden muß. Das Heben des Körpers *A* geschieht dadurch, daß die tiefsten Punkte der Hervorragungen von *A* auf den Gipfel der Unebenheiten der Unterlage hinaufgezogen werden müssen, von wo sie alsbald wieder heruntergleiten, worauf dann dieselbe Hebung und Senkung wieder stattfindet. Der Widerstand, welcher sich hier der Bewegung *A* entgegensetzt, ist also kein anderer als der, welcher überwunden werden müßte, um ihn auf einer absolut glatten, schiefen Ebene hinaufzuziehen.

Fig. 254.



Wenn diese Ansicht von der Reibung richtig ist, so müssen sich die daraus abgeleiteten Gesetze durch den Versuch bestätigen lassen.

Um die Reibung zu überwinden, muß man, gerade wie wenn man den Körper eine schiefe Ebene hinaufziehen will, eine Kraft anwenden, welche einem aliquoten Theile der Last gleich ist. Die Zahl, welche das Verhältniß dieser Kraft zur Last angiebt, heißt Reibungscoëfficient. Er hängt natürlich von der Eigenthümlichkeit der reibenden Flächen ab und kann nur durch den Versuch bestimmt werden. Wollte man z. B. auf einer horizontalen Unterlage von Eisen, etwa auf einer Eisenbahn, eine Last von 1 Centner fortschleifen, so würde, wenn die Unterfläche der Schleife ebenfalls aus Eisen besteht, eine Kraft von 27,7 Pfunden nöthig seyn, d. h. derselbe Kraftaufwand, als ob man 27,7 Pfund vertikal heben wollte. Wenn sich Eisen auf Eisen reibt, so beträgt also der Reibungswiderstand 27,7 Procent, der Reibungscoëfficient ist also für diesen Fall 0,277. Um die Reibungscoëfficienten für verschiedene Körper zu ermitteln, kann man eine Vorrichtung, wie Fig. 12, anwenden. Das Brett *RS* bringt man in die horizontale Lage. Gesetzt, dieses Brett sey von

Eichenholz; man lege einen Klotz von Eichenholz darauf, dessen untere Fläche ebenfalls wohl geglättet seyn muß, welcher 1000 Gramm wiegt: an diesem Klotze ist eine Schnur befestigt, welche, wie bei den Versuchen über die schiefe Ebene, um eine Rolle geschlungen ist und eine leichte Schale trägt. Das Gewicht der Schale wird nicht im Stande seyn, Bewegung hervorzubringen; man muß Gewichte auflegen, und erst, wenn das Gewicht der Schale und der Gewichte zusammen 418 Gramm beträgt, wird die Bewegung eben beginnen. Es ergiebt sich aus diesem Versuche der Reibungscoëfficient für Eichen auf Eichen 0,418.

Aendert man die Substanz des in Bewegung zu setzenden Körpers sowohl als die Unterlage, so kann man die Reibungscoëfficienten für verschiedene Körper ausmitteln. Die folgende Tabelle enthält einige der in der Praxis wichtigsten Reibungscoëfficienten.

Eisen auf Eisen	0,277
Eisen auf Messing	0,263
Eisen auf Kupfer	0,170
Eichen auf Eichen	0,418 = 0,273 +
Eichen auf Kiefern	0,667
Kiefern auf Kiefern	0,562.

Durch eine zweckmäßige Schmiere kann der Reibungswiderstand noch verringert werden. Für Metalle ist Oel, für Holz hingegen Talg das beste Schmiermittel.

Bei Hölzern ist es nicht gleichgültig, wie die Fasern laufen; die Reibung ist nämlich bei gekreuzten Fasern (+) viel geringer als bei parallelen (=).

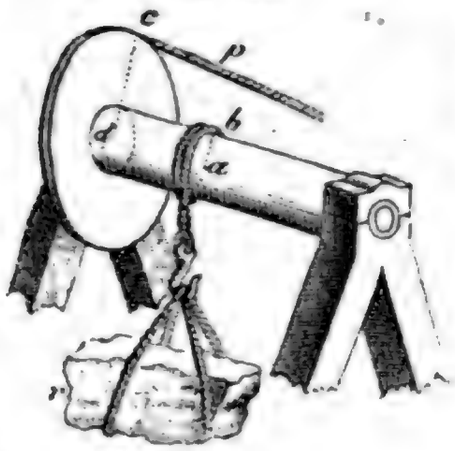
Aus dem bisher Gesagten ergiebt sich unmittelbar, daß die Reibung stets der Last proportional ist. Hätte man bei dem oben beschriebenen Versuche einen Eichenklotz von 2000 Grammen angewendet, so hätte man 836 Gramm an die Schnur hängen müssen, um die Reibung zu überwinden.

Die Größe der reibenden Flächen kann nach den entwickelten Ansichten keinen Einfluß auf die Größe der Reibung haben. Auch dies läßt sich durch den Versuch bestätigen. Gesetzt, der Eichenklotz habe Seitenflächen von verschiedener Größe, so wird man keinen Unterschied im Resultate finden, man mag den Klotz mit der einen oder mit der andern Fläche auflegen.

Die eben besprochene Art der Reibung wird mit dem Namen der gleitenden Reibung bezeichnet, um sie von der wälzenden Reibung zu unterscheiden, die wir gleich näher betrachten werden. Gleitende Reibung findet unter anderen auch überall da Statt, wo Zapfen in ihren Pfannen gedreht werden; um in diesem Falle den Effect der Reibung bequemer in

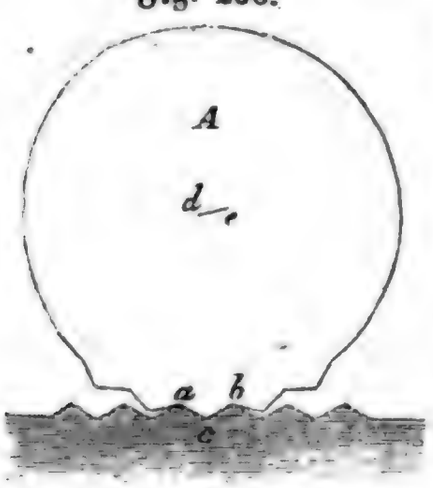
Rechnung bringen zu können, braucht man nur zu bedenken, daß sie gerade so wirkt wie ein entsprechendes Gewicht, welches an einer um dieselbe Axe geschlungenen Schnur hängt. Untersuchen wir z. B. den Effect der Reibung an dem schon öfter betrachteten Haspel. Das Gewicht des Wellbaumes selbst mit Allem, was daran befestigt ist, betrage 75 Pfd., der zu hebende Stein wiege 100 Pfd., also die am Umfange des Rades wirkende Kraft 25 Pfd., so ist der Gesammtdruck, welchen die Zapfenlagen auszuhalten haben, $75 + 100 + 25 = 200$ Pfund. Wenn die Zapfenlager von Messing, die Zapfen aber von Eisen sind, so beträgt der Reibungswiderstand, welcher am Umfange der Zapfen wirkt, 26,3 Procent, der Effect der Reibung ist also derselbe, als ob man statt ihrer um den Zapfen eine Schnur in derselben Richtung geschlungen hätte, wie das Seil, welches die Last trägt, und an dieser Schnur ein Gewicht $200 \times 0{,}263$ oder 52,6 Pfd. angehängt hätte, oder als wenn die am Umfange des Wellbaumes wirkende Last um $\frac{52{,}6}{5}$ oder 10,5 Pfd. größer gewesen wäre, vorausgesetzt nämlich, daß der Durchmesser der Zapfen $\frac{1}{5}$ vom Durchmesser des Wellbaumes ist. Es werden also bei diesem Haspel circa 10 Procent der angewendeten Kraft für die Ueberwindung der Reibungswiderstände verzehrt.

Fig. 255.



Es bleibt jetzt noch die wälzende Reibung zu betrachten. Wälzende Reibung findet da Statt, wo ein runder Körper, etwa eine Kugel, ein Cylinder, über die Unterlage hinwegrollt. Es kommt dabei die Unterlage stets mit neuen Punkten des rollenden Körpers in Berührung. Der hierbei entstehende Widerstand ist bei weitem geringer, als der Widerstand der gleitenden Reibung, wie sich aus folgender Betrachtung ergiebt. Sollte der runde Körper A über seine Unterlage fortgeschleift werden, so müßte man zunächst damit beginnen, ihn zur kleinen schiefen Ebene cb hinaufzuziehen, sein Schwerpunkt würde dabei um ebenso viel gehoben werden, als c unter b liegt. Bei einem Fortrollen des Körpers A aber wird er sich um den Punkt b drehen, wobei sein Schwerpunkt nur von d bis e gehoben wird. Der Höhenunterschied zwischen d und e ist aber bei

Fig. 256.



weitem kleiner als die Höhendifferenz von c und b. Denken wir uns um den Mittelpunkt d einen Kreisbogen durch die Punkte a und b gezogen, so wird der tiefste Punkt dieses Bogens ebenso tief unter b liegen als d unter e. Da aber der tiefste Punkt des Bogens $a\ b$ noch immer hoch über c liegt, so übersieht man leicht, daß bei der wälzenden Reibung die alternirende Hebung und Senkung des Schwerpunktes weit geringer ist als bei der gleitenden. Man übersieht aber auch, daß hier der Reibungswiderstand wesentlich vom Halbmesser des sich wälzenden Körpers abhängt. Je größer dieser Halbmesser ist, um so geringer ist der Widerstand. Im Uebrigen ist auch hier der Widerstand der Last proportional.

Bei einem Wagenrade findet wälzende Reibung am Umfange des Rades, gleitende Reibung aber an den Axen Statt. Beide Widerstände werden um so geringer, je größer der Durchmesser der Räder ist.

Bei der gleitenden Reibung sowohl als bei der wälzenden ist übrigens auch noch die Adhäsion von bedeutendem Einflusse.

Zweites Kapitel.

Principien der Hydrodynamik.

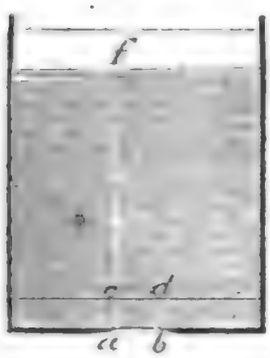
108 Die Hydrodynamik betrachtet in möglichster Allgemeinheit die Bewegungsgesetze der Flüssigkeiten und bildet also eine der wichtigsten Branchen der rationellen Mechanik. Wir müssen uns hier beschränken, die Grundsätze der Hydrodynamik zu entwickeln, so weit sie sich experimentell beweisen und durch einfache Betrachtungen ableiten lassen.

Toricelli's Theorem. Wenn man in die Seitenwand oder in den Boden eines mit einer Flüssigkeit gefüllten, oben offenen Gefäßes eine Oeffnung macht, welche im Vergleich mit den Dimensionen des Gefäßes klein ist, so strömt die Flüssigkeit mit einer Geschwindigkeit aus, welche um so größer ist, je tiefer sich die Oeffnung unter dem Spiegel der Flüssigkeit befindet. Der Zusammenhang zwischen Ausflußgeschwindigkeit und Druckhöhe läßt sich am einfachsten auf folgende Weise ausdrücken: Die Ausflußgeschwindigkeit ist gerade so groß wie die Geschwindigkeit, welche ein freifallender Körper erlangen würde, wenn er von dem Spiegel der Flüssigkeit bis zur Ausflußöffnung herabfiele.

Dieser Satz ist unter dem Namen des Toricelli'schen Theorems bekannt. Er läßt sich durch folgende Schlußweise ableiten.

Wenn die Flüssigkeitsschicht $a\,b\,c\,d$, Fig. 257, welche sich unmittelbar über der Oeffnung $a\,b$ befindet, frei herabfiele, ohne durch die über ihr lastende Flüssigkeit beschleunigt zu seyn, so würde sie die Oeffnung mit derjenigen Geschwindigkeit verlassen, welche der Höhe $a\,c$ entspricht, die wir mit h bezeichnen wollen. Diese Geschwindigkeit ist $c = \sqrt{2\,g\,h}$ (S. 189). Nun aber ist die ausströmende Schicht nicht bloß durch ihre eigene Schwere beschleunigt, sondern durch die Schwere der ganzen auf ihr lastenden Flüssigkeit. Die beschleunigende Kraft der Schwere g verhält sich demnach zur beschleunigenden Kraft g', welche die flüssigen Theilchen wirklich austreibt, wie $a\,c$ zu $a\,f$ oder wie h zu s, wenn die Druckhöhe mit s bezeichnet wird, d. h.

Fig. 257.



$$h : s = g : g',$$

und also ist die auf die ausfließende flüssige Schicht wirkende beschleunigende Kraft $g' = \frac{g}{h}\,s$. Wenn aber die beschleunigende Kraft, welche auf die ausfließende Schicht wirkt, nicht g, sondern g' ist, so ist auch die Ausflußgeschwindigkeit $c' = \sqrt{2\,g'\,h}$, und wenn wir in diesen Werth von c' den eben abgeleiteten Werth von g' setzen, so erhalten wir für die Ausflußgeschwindigkeit den Werth

$$c' = \sqrt{2\,g\,s}.$$

Dies ist aber dieselbe Geschwindigkeit, welche ein Körper erlangt, wenn er eine Höhe s frei durchfällt.

Aus diesem Satze folgt unmittelbar:

1) Die Ausflußgeschwindigkeit hängt nur von der Tiefe der Oeffnung unter dem Niveau, aber nicht von der Natur der Flüssigkeit ab. Bei gleichen Druckhöhen muß also Wasser und Quecksilber gleich schnell ausfließen. Jede Quecksilberschicht wird zwar durch einen Druck ausgetrieben, welcher 13,6mal so groß ist als beim Wasser, dagegen ist aber auch die Masse eines Quecksilbertheilchens, welches ausfließt, 13,6mal größer als die eines gleich großen Wassertheilchens.

2) Die Ausflußgeschwindigkeiten verhalten sich wie die Quadratwurzeln der Druckhöhen. Aus einer Oeffnung, welche 100 Zoll unter dem Wasserspiegel liegt, muß also das Wasser mit 10mal größerer Schnelligkeit ausfließen als aus einer andern, welche nur 1 Zoll unter dem Niveau liegt.

Um das Toricelli'sche Gesetz durch das Experiment zu prüfen, wen- 109
det man Gefäße an, deren Rauminhalt bedeutend ist im Vergleiche zu der Größe der Oeffnung. Die Oeffnungen selbst müssen in ganz dünne

Metallblättchen gemacht seyn, welche man in die Seitenwand oder in den Boden des Gefäßes einsetzen kann; denn wenn die Oeffnungen sich in einer dicken Wand befänden, so würde die Ausflußgeschwindigkeit zu sehr durch die Reibung an den Wänden der Oeffnung vermindert werden. Besonders zweckmäßig zu Versuchen über den Ausfluß von Flüssigkeiten ist der Fig. 258 abgebildete Apparat.

Das Reservoir besteht aus einem cylindrischen Blechgefäße, welches ungefähr $2\frac{1}{2}'$ hoch ist und $1'$ Durchmesser hat; mit dem Gefäße communicirt eine Glasröhre, in welcher die Flüssigkeit so hoch steht als im Gefäße selbst. Die Höhe des Wasserstandes kann man an einem getheilten Stabe ablesen, welcher sich dicht neben der Glasröhre befindet. Die Abtheilungen des Stabes in der Figur stellen Zolle dar. In der Seitenwand des Gefäßes befinden sich zwei Oeffnungen, *m* und *n*, die oberste derselben liegt 4 Zoll, die untere 16 Zoll unter dem Nullpunkte der Scala. Eine dritte Oeffnung befindet sich im Boden des Gefäßes. Damit durch diese Oeffnung das Wasser abfließen kann, muß sich in der Mitte des Tischchens, auf welchem der Apparat steht, ein Loch befinden. Eine vierte

Fig. 258.

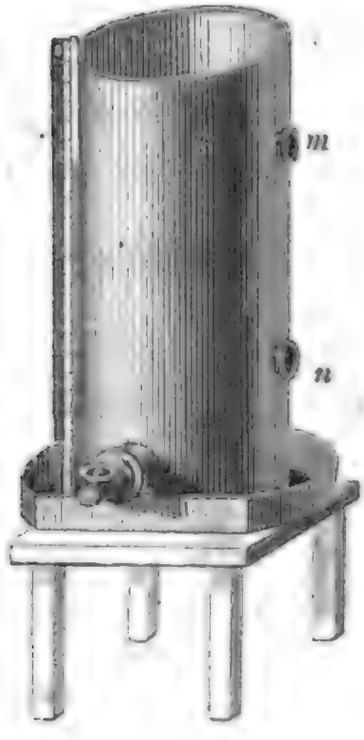
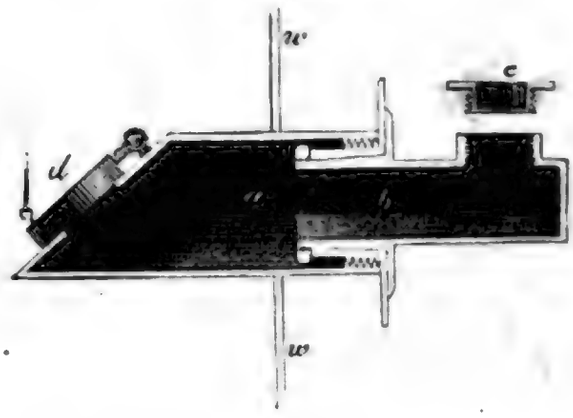


Fig. 259.



Oeffnung ist bei *c* angebracht. Diese Oeffnung befindet sich in einer kurzen horizontalen Röhre, welche um ihre Axe drehbar ist, so daß man dem ausfließenden Strahle jede beliebige Neigung gegen die Horizontale geben kann.

Die Einrichtung dieses zuletzt besprochenen Theiles an unserm Apparate ist aus Fig. 259 deutlicher zu ersehen. Durch die Gefäßwand *w* geht eine $1\frac{1}{2}$ bis 2 Zoll weite Röhre *a* hindurch, welche mit einer am Rande ge-

theilten Scheibe endigt. In der Röhre *a* steckt eine zweite, etwas engere, *b*, welche um ihre Axe drehbar ist. In der Seitenwand dieser Röhre *b* wird die dünne Metallplatte mit der Ausflußöffnung *c* eingeschraubt. Je nachdem man nun die Röhre *b* dreht, kann man machen, daß die Oeffnung vertikal nach oben oder nach unten, daß sie horizontal gerichtet ist, oder daß sie jede beliebige Zwischenlage hat; die am Ende der Röhre *a* angebrachte getheilte Scheibe dient dazu, um die Stellung der Ausflußöffnung stets genau angeben zu können.

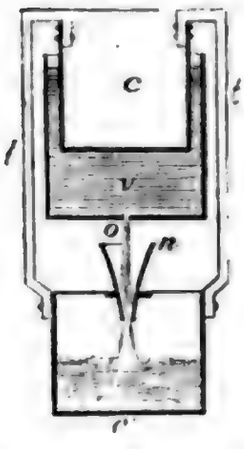
Der Ausfluß bei *m* und *n*, Fig. 258, geschieht ebenfalls durch Oeffnungen in dünnen Metallplatten, welche ebenso angeschraubt werden wie die Oeffnung bei *c*.

Durch die Klappe *d* kann der Zufluß des Wassers zur Oeffnung *c* nach Belieben unterbrochen und wieder hergestellt werden. Auf ähnliche Weise ist auch durch Klappen das Wasser von den Oeffnungen bei *m* und *n*, Fig. 258, so wie von der Oeffnung im Boden abgehalten. Jede dieser Klappen kann durch eine Schnur gehoben werden, wenn das Wasser durch die ihr entsprechende Oeffnung ausfließen soll.

Wenn man Ausflußversuche bei unveränderter Druckhöhe anstellen will, so muß man dafür sorgen, daß oben stets so viel Wasser in das Reservoir zufließen kann, als durch die Ausflußöffnung abfließt. Man erreicht dies am einfachsten dadurch, daß man aus einem zweiten Gefäße Wasser in das Reservoir zufließen läßt und den Zufluß durch einen Hahn regulirt.

Es sind hier noch einige Einrichtungen zu erwähnen, welche dazu dienen, eine constante Druckhöhe zu erhalten.

Fig. 260.

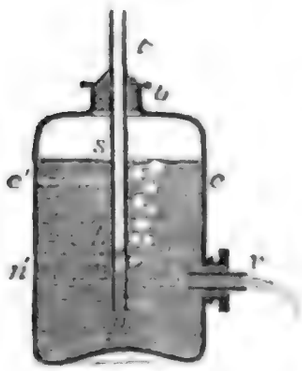


Der Schwimmer von Prony ist in Fig. 260 dargestellt. Im Ausflußgefäße *v* schwimmt ein Kasten *c*, an welchem vermittelst der Stäbe *l* ein zweiter Kasten *c'* hängt, der sich unter der Oeffnung von *v* befindet. Alles Wasser, welches aus *v* fließt, gelangt durch den Trichter *n* in das untere Gefäß *c'*. Bei diesem Arrangement bleibt das Niveau in *v* unverändert, denn wenn aus dem Gefäße *v* eine bestimmte Wassermasse ausfließt, so wird der Kasten *c'* um das Gewicht derselben schwerer, und der Kasten *c* muß demnach gerade um so viel tiefer einsinken, daß er genau den Raum des ausgeflossenen Wassers wieder einnimmt.

Das Mariotte'sche Gefäß. Eine Röhre *l*, Fig. 261 (a. f. S.), welche durch den den Hals eines Gefäßes verschließenden Kork hindurchgeht, kann nach Belieben in die Höhe gezogen und niedergedrückt werden. Wenn das untere Ende dieser Röhre tiefer ist als die Ausflußöffnung *v*, wenn es sich etwa in *p* befindet, und wenn die Röhre bis zu derselben

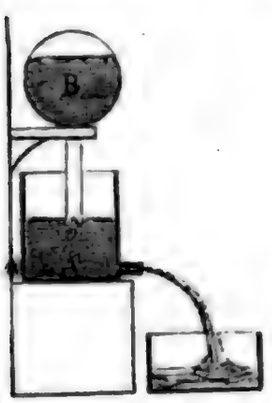
Höhe mit Wasser gefüllt ist wie das Gefäß, so fließt das Wasser bei v aus, dabei aber sinkt das Wasser in der Röhre sehr rasch bis zu dem Punkte n, welcher mit v in gleicher Höhe liegt. Von diesem Augenblicke an hört der Ausfluß auf, vorausgesetzt, daß die Oeffnung v nicht so groß ist, daß hier Luftblasen eindringen können. Der Grund ist leicht einzusehen; der Druck der atmosphärischen Luft, welche bei n auf das Wasser im Gefäße drückt, hält der über n befindlichen Wassermasse und der Spannkraft der im oberen Theile des Gefäßes sich befindenden, etwas verdünnten Luft das Gleichgewicht. Zieht man nun die Röhre in die Höhe, so daß sich ihr unteres Ende bei h befindet, so beginnt augenblicklich der Ausfluß wieder, und zwar mit einer constanten Geschwindigkeit, welche der Druckhöhe $n\,h$ entspricht, denn dem Drucke der ganzen Wassermasse, welche sich über h befindet, wird durch den Druck der Luft das Gleichgewicht gehalten. Während das Wasser bei v ausfließt, steigen von h beständig Luftblasen durch das Wasser in den oberen Theil des Gefäßes. Sobald das Niveau des Wassers im Gefäße bis h gesunken ist, hört die Beständigkeit der Ausflußgeschwindigkeit auf, sie nimmt von diesem Augenblicke an fortwährend ab.

Fig. 261.



Auf demselben Principe beruht die Einrichtung des Fig. 262 dargestellten Apparates. Aus dem Gefäße B kann nur dann Wasser ausfließen, wenn bei o Luftblasen eindringen können. Die Oeffnung o aber ist gerade im Niveau des im Gefäße A befindlichen Wassers. Sobald nur etwas Wasser aus A fließt, wird die Oeffnung o von Wasser frei, es können Luftblasen in das Gefäß B eindringen, und also wird der Verlust an Wasser augenblicklich wieder ersetzt. Zuviel Wasser kann aber aus B nicht zufließen, weil aller Zufluß sogleich wieder aufhört, wenn die Oeffnung o wieder durch Wasser verschlossen ist.

Fig. 262.



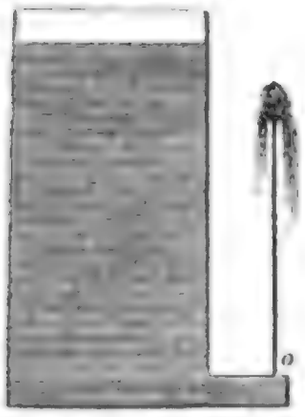
Eine dieser ähnliche Vorrichtung wird häufig angewandt, um das Oel in Lampen auf constantem Niveau zu erhalten.

Gehen wir nun zur experimentellen Prüfung des Toricelli'schen Ausflußgesetzes über.

110 Um die Ausflußgeschwindigkeit durch den Versuch zu bestimmen, ist es am einfachsten, einen vertikal aufsteigenden oder einen in horizontaler Richtung aus dem Gefäße hervorspringenden Strahl zu beobachten. Wir wollen zuerst den aufwärts steigenden Strahl betrachten.

Wenn das Wasser aus der Oeffnung *o*, Fig. 263, mit derselben Geschwindigkeit hervorspringt, als ob es vom Wasserspiegel im Gefäße bis zur Höhe der Oeffnung *o* herabgefallen wäre, so muß der Wasserstrahl auch wieder bis zur Höhe des Spiegels steigen. Man kann den Versuch sehr leicht mit Hülfe des Apparates Fig. 265. anstellen, wenn man das Wasser aus der Oeffnung *c* fließen läßt; man wird aber dabei finden, daß der aufsteigende Wasserstrahl bei weitem nicht die Höhe erreicht, welche man hätte erwarten sollen.

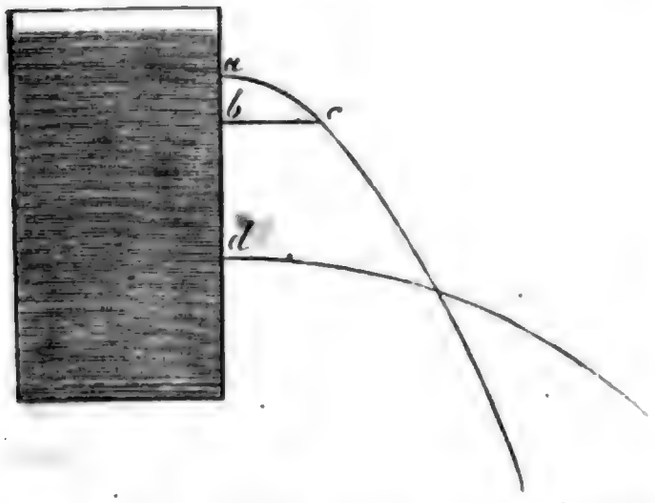
Fig. 263.



Daß der Wasserstrahl die theoretische Höhe nicht erreicht, daran sind jedoch nur die Bewegungshindernisse Schuld; den wesentlichsten Einfluß übt das vom Gipfel wieder herabfallende Wasser aus, indem es das freie Aufsteigen des nachfolgenden Wassers hindert; deshalb steigt auch der Strahl augenblicklich höher, sobald man die Ausflußöffnung so wendet, daß der ausfließende Strahl einen ganz kleinen Winkel mit der Vertikalen macht, daß also das Wasser neben dem aufsteigenden Strahle herabfällt. In diesem Falle kann unter günstigen Umständen, d. h. wenn möglichst wenig Reibung stattfindet, der Strahl eine Höhe erreichen, welche 0,9 der Druckhöhe ist. Daß die theoretische Höhe nicht ganz erreicht wird, daran ist die unvermeidliche Reibung an den Wänden und der Luftwiderstand Schuld.

Ein in horizontaler Richtung ausfließender Wasserstrahl beschreibt eine Parabel, deren Gestalt von der Ausflußgeschwindigkeit abhängt. Gesetzt, die Oeffnung *a*, Fig. 264, befände sich 4″ oder $\frac{1}{3}$ Fuß unter dem Wasserspiegel, so ist nach dem Toricelli'schen Gesetze die Ausflußgeschwindigkeit $\sqrt{2.30.\frac{1}{3}} = 4{,}47'$. Wenn also ein Wassertheilchen in irgend einem Momente die Oeffnung verläßt, so wird es nach einer Sekunde 4,47′ weit von der vertikalen Gefäßwand, in $\frac{2}{10}$ Sekunden also schon $0{,}894' = 10{,}7''$ weit von derselben entfernt seyn. In 0,2 Sekunden fällt das Wasser aber 7,2″ herab (man findet dies, wenn man für *t* den Werth 0,2 in die Gleichung $s = \frac{g}{2} t^2$ und $g = 30'$ setzt); wenn

Fig. 264.



man demnach von der Oeffnung a vertikal herunter die Länge $ab = 7{,}2''$ abmißt, so muß eine von b aus horizontal nach dem Wasserstrahle gezogene Linie $b\ c$ denselben in einer Entfernung von 10,7″ treffen. Beim Versuche wird man freilich wegen der Reibung $b\ c$ etwas kleiner finden als 10,7″.

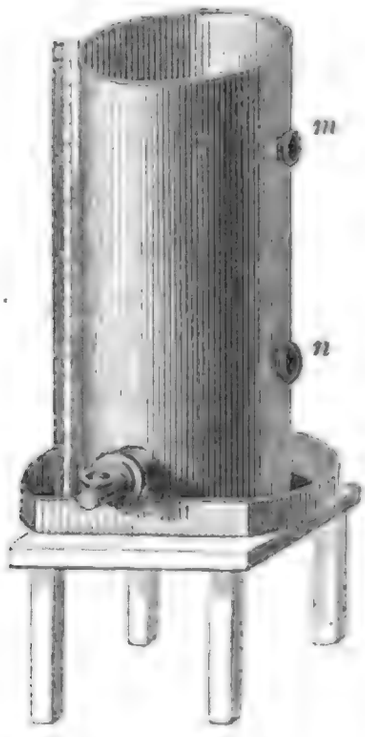
Wenn man auf einem etwas großen Papiere die parabolische Bahn des Strahles nach der theoretischen Ausflußgeschwindigkeit construirt, so kann man die construirte Bahn mit der wirklichen sehr gut vergleichen, wenn man das Papier dicht hinter den ausfließenden Strahl hält.

Aus einer zweiten Oeffnung d, Fig. 264, welche 16″ unter dem Wasserspiegel liegt, muß nach der Theorie der Strahl mit einer Geschwindigkeit ausfließen, welche doppelt so groß ist als die Ausflußgeschwindigkeit bei a; wenn man also von d aus 7,2″ herunter mißt und dann eine horizontale Linie nach dem Strahle gezogen denkt, so muß sie denselben in einer Entfernung von 21,4″ treffen.

Wäre die Oeffnung a 1 Decimeter unter dem Wasserspiegel, so wäre die Ausflußgeschwindigkeit in franz. Maaß $\sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}1} = 1{,}4^m$ und für die Fallhöhe $a\ b = 0{,}196^m$, welche einer Fallzeit von 0,2″ entspricht, ergiebt sich $b\ c = 0{,}28$.

Die hier angedeuteten Versuche lassen sich sehr gut mit dem Apparate Fig. 265 anstellen. Man hat das Behälter nur so weit mit Wasser zu füllen, daß das Niveau mit dem Nullpunkte des getheilten Stabes zusammenfällt; alsdann ist die eine Seitenöffnung 10, die andere 40 Centimeter unter dem Wasserspiegel, wie wir bei der Berechnung der obigen speciellen Fälle angenommen hatten.

Fig. 265.



111

Die Wassermenge, welche aus einer Oeffnung in einer gegebenen Zeit hervorspringt, hängt offenbar von der Größe der Oeffnung und der Ausflußgeschwindigkeit ab. Wenn alle Wassertheilchen die Oeffnung mit der Geschwindigkeit passirten, welche, nach dem Toricelli'schen Theorem, der Druckhöhe entspricht, so würde die in einer Sekunde ausfließende Wassermenge einen Cylinder bilden, dessen Basis gleich der Oeffnung und dessen Höhe gleich dem Wege ist, den ein Wassertheilchen vermöge seiner Geschwindigkeit in einer Sekunde zurücklegt. Dieser Weg ist aber die Ausflußgeschwindigkeit selbst, also

$\sqrt{2gs}$, und wenn wir also den Flächeninhalt der Oeffnung mit f bezeichnen, so ist die Ausflußmenge in einer Sekunde

$$m = f \cdot \sqrt{2gs}.$$

Nehmen wir an, die Oeffnungen, welche bei m und n, Fig. 265, angeschraubt worden sind, seyen kreisförmig; der Durchmesser des Kreises sey 2‴, so ist der Flächeninhalt der Oeffnung $f = 3{,}14$ Quadr.‴ $= 0{,}0216$ Quadr.″; wenn die Druckhöhe 4″ ist, so ist, wie wir schon berechnet haben, die Ausflußgeschwindigkeit 4,47′ = 53,64″, also

$$m = 53{,}64 \cdot 0{,}0216 = 1{,}1586 \text{ Kub.-Zoll.}$$

In einer Minute müßten also 69,52 Kub.-Zoll oder $5\frac{1}{2}$ Kub.-Zoll mehr als 1 preuß. Quart ausfließen.

Eine gleich große Oeffnung, welche 16 Zoll unter dem Wasserspiegel liegt, müßte in einer Minute doppelt so viel, also 2 Quart und 11 Kub.-Zoll Wasser geben.

Stellt man den Versuch an, so findet man, daß die obere Oeffnung nur ungefähr 44,5 Kub.-Zoll, die untere aber nur 89 Kub.-Zoll oder 1 Quart 25 Kub.-Zoll giebt.

Für eine Druckhöhe von 01^{m}, welche einer Ausflußgeschwindigkeit von 140^{cm} entspricht, und eine Oeffnung von 5^{mm} Durchmesser also 0,19625 Quadrat-Centimeter Querschnitt hat, giebt die Rechnung eine Ausflußmenge von 27,475 Kub.-Cent. per Sekunde, also $1\frac{1}{2}$ Liter per Minute, der Versuch aber nur 1 Liter 55 Kub.-Cent.

Diese Differenz zwischen der sogenannten theoretischen und der beobachteten Ausflußmenge beweis't unwiderleglich, daß nicht alle Wassertheilchen die Oeffnung mit der Geschwindigkeit passiren, welche der Druckhöhe entspricht. In der That haben im Querschnitte der Oeffnung nur die in der Mitte sich befindenden Wasserfäden diese Geschwindigkeit, während sie für die mehr nach dem Rande der Oeffnung hin ausfließenden geringer ist, wie dies auch nothwendig nach der folgenden Betrachtung seyn muß.

In einem weiten Gefäße mit enger Oeffnung kann die ganze flüssige Masse, mit Ausnahme der in der Nähe der Oeffnung befindlichen Theile, als ruhend betrachtet werden. Die nach einander ausströmenden Schichten beginnen also ihre Bewegung nicht zu gleicher Zeit, die vordersten haben bereits das Maximum der Geschwindigkeit erreicht, während die hintersten erst ihre Bewegung beginnen. Es würde dies ein Zerreißen der auf einander folgenden Schichten zur Folge haben, wenn sich leere Räume bilden könnten. Weil dies aber nicht möglich ist, so ziehen sich die einzelnen Schichten mehr in die Länge, während ihr Durchmesser abnimmt; in dem Maße aber der Querschnitt dieser Schichten sich vermindert, müssen andere Wassertheilchen von den Seiten zufließen; da diese aber ihre Bewegung rechtwinklig gegen die Oeffnung erst später beginnen, so ist klar,

daß sie mit einer geringeren Geschwindigkeit in der Oeffnung selbst ankommen als die centralen Wasserfäden.

Während also der Kern des ausfließenden Strahls in dem Momente, in welchem er die Oeffnung verläßt, die der Druckhöhe entsprechende Geschwindigkeit hat, ist er von Wasserfäden umgeben, deren Geschwindigkeit um so geringer ist, je näher sie dem Rande der Oeffnung sind; und daraus folgt denn, daß die Ausflußmenge geringer seyn muß, als wenn alle Theilchen die Oeffnung mit der Geschwindigkeit des Kernstrahls verließen.

Die wahre Ausflußmenge beträgt ungefähr 64 Procent der sogenannten theoretischen. Die Differenz nimmt etwas zu, wenn die Druckhöhe wächst.

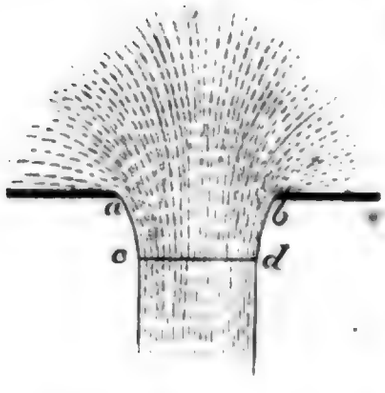
112 **Constitution des ausfließenden Strahls.** Gleich nachdem der flüssige Strahl die Oeffnung verlassen hat, beobachtet man eine auffallende Veränderung desselben; er zieht sich nämlich rasch zusammen; in einer Entfernung von der Oeffnung, welche dem Durchmesser der Oeffnung gleich ist, beträgt der Flächeninhalt des Querschnitts des Strahls nur noch $^2/_3$ vom Flächeninhalte der Oeffnung selbst, so daß also an dieser Stelle der Durchmesser des Strahles ungefähr 0,8 vom Durchmesser der Oeffnung ist.

Dieses Zusammenziehen des Strahles wird mit dem Namen der contractio venae bezeichnet.

Man glaubte früher, daß von der bezeichneten Stelle an der Strahl sich wieder ausbreite; Savart hat aber gezeigt, daß ein solches Contractionsmaximum nur bei aufwärts gerichteten Strahlen stattfinde; bei anderen Strahlen nimmt die Zusammenziehung fortwährend, wenn auch kaum merklich, zu.

Die Fig. 266 stellt diese Contraction des Strahles dar; die Entfernung der Stelle *c d*, von welcher an die fernere Zusammenziehung fast unmerklich ist, von der Oeffnung *a b* ist etwas größer als der Halbmesser der Oeffnung selbst. *c d* ist ungefähr $^8/_{10}$ der Länge *a b*.

Fig. 266.



Die Ursache der contractio venae ist wohl keine andere als die, welche schon im Innern des Gefäßes den Seitenzufluß der Wassertheilchen veranlaßt.

Verfolgen wir den flüssigen Strahl auf seinem Laufe weiter, so finden wir, daß er aus zwei wohl zu unterscheidenden Theilen besteht; der eine Theil, welcher der Oeffnung zunächst liegt, ist ruhig und durchsichtig wie ein massiver Glasstab, der andere entferntere Theil erscheint zerrissen und aus einer Reihe getrennter Tropfen bestehend.

Fig. 267. F. 268.

Figur 267 stellt einen flüssigen, von oben nach unten gerichteten Strahl dar, wie er dem Auge erscheint; an ist der klare Theil; in n beginnt der gestörte Theil des Strahles, welcher abwechselnd aus Bäuchen und Knoten besteht. Fig. 268 stellt den Strahl dar, wie er nach Savart's Untersuchungen wirklich ist. Der ganze gestörte Theil ist aus einer Reihe von Tropfen zusammengesetzt. Die Bäuche bestehen aus breiten, in horizontaler Richtung ausgedehnten Tropfen, die Knoten aber aus solchen, welche in vertikaler Richtung verlängert sind. Da aber die Knoten und Bäuche eine fixe Stellung haben, so muß ein und derselbe Tropfen abwechselnd breit und lang werden, je nachdem er sich an der Stelle eines Bauches oder Knotens befindet: jeder Tropfen muß also in regelmäßigen Perioden aus einer Gestalt in die andere übergehen. Alle Tropfen scheinen gleiche Größe zu haben und denselben Veränderungen unterworfen zu seyn. Zwischen je zwei dieser Tropfen scheint noch ein weit kleinerer sich zu befinden, wodurch die Bäuche ein röhrenartiges Ansehen erhalten.

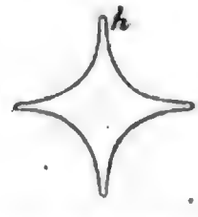
Die Gegenwart der Luft hat auf die Form und die Dimensionen des Strahles keinen Einfluß.

Wenn die Oeffnungen nicht kreisförmig sind, so erleidet der Strahl sehr merkwürdige Formveränderungen. Ein Strahl z. B., welcher aus einer quadratischen Oeffnung in horizontaler Richtung hervorspringt, hat in verschiedenen Entfernungen von der Oeffnung die Querschnitte, Fig. 269, 270 und 271. Es rührt dies gewiß größtentheils daher, daß die Stelle, bis zu welcher hin die starke Contraction stattfindet, nicht für alle Theilchen in gleicher Entfernung von der Oeffnung liegt, weil ja der Durchmesser der Oeffnung nicht nach allen Richtungen gleich ist.

Fig. 269.

Fig. 270.

Fig. 271.



Einfluß der Ansatzröhren auf die Ausflußmenge. 113

Wenn der Ausfluß nicht durch Oeffnungen geschieht, welche in eine dünne Wand gemacht sind, sondern durch kurze Röhren, so finden merkwürdige Modificationen Statt, die wir jetzt näher betrachten wollen.

Wenn eine Ansatzröhre genau die Gestalt des freien Strahles von der Oeffnung bis zu der Stelle, wo die Contraction aufhört und auch gerade

die Länge von der Oeffnung bis zu dieser Stelle hat, so übt sie gar keinen Einfluß auf die Ausflußmenge aus.

Durch cylindrische Ansatzröhren fließt der Strahl entweder frei durch, wie durch eine Oeffnung von gleichem Durchmesser, und in diesem Falle übt die Röhre keinen Einfluß aus, oder das Wasser hängt sich an die Wände der Röhre, so daß die Flüssigkeit die ganze Röhre ausfüllt und ein Strahl vom Durchmesser der Röhre ausfließt; in diesem Falle veranlaßt die Ansatzröhre eine Vermehrung der Ausflußmenge. Während eine Oeffnung in dünner Wand 0,64 der theoretischen Ausflußmenge giebt, erhält man durch eine solche cylindrische Ansatzröhre von gleichem Durchmesser 84 Procent, vorausgesetzt, daß die Länge der Röhre ihrem vierfachen Durchmesser gleich ist. Bei geringer Druckhöhe ist der Strahl stets anhängend, bei großer Druckhöhe hingegen ist er frei. Bei mittlerem Drucke kann man ihn nach Belieben bald frei, bald anhängend machen; ein geringes Hinderniß stellt das Anhängen her, und oft reicht ein ganz schwacher Stoß hin, um den Strahl wieder frei zu machen.

Ein conisches Ansatzrohr wirkt, im Falle es voll ausfließt, wie ein cylindrisches, nur bewirkt es eine noch größere Vermehrung der Ausflußmenge.

Die Ausflußgeschwindigkeit wird durch cylindrische oder conische Ansatzröhren in demselben Verhältnisse vermindert, in welchem die Ausflußmenge vermehrt wird.

Der Grund davon ist leicht einzusehen. Die Adhäsion des Wassers an die Röhrenwände ist keine beschleunigende Kraft, sie kann die Quantität der Bewegung nicht vermehren. Bezeichnen wir mit M die Ausflußmenge durch eine Oeffnung in dünner Wand, durch v die entsprechende Geschwindigkeit, so stellt das Produkt Mv die Bewegungsquantität dar. Wenn nun die Ausflußmenge M vermehrt, wenn sie M' wird, so muß die entsprechende Ausflußgeschwindigkeit v' so viel kleiner seyn, daß

$$Mv = M'v',$$

denn wenn dies nicht der Fall wäre, so müßte eine Veränderung in der Bewegungsquantität vorgegangen seyn.

Es ist jetzt noch zu untersuchen, wie es kommt, daß Ansatzröhren die Ausflußmenge auf die erwähnte Weise vermehren und die Ausflußgeschwindigkeit dagegen vermindern.

Indem das Wasser in das Ansatzrohr einströmt, erleidet es eine Contraction, wie wenn es aus einer Oeffnung in dünner Wand ausflösse; weiterhin aber, sobald einmal die Röhrenwände benetzt sind, bewirkt die Adhäsion an die Röhrenwände, daß sich die Ansatzröhre vollständig ausfüllt, und somit ist der Querschnitt des Strahles durch das Ansatzrohr vergrößert, er ist beim Austritte aus dem Rohre größer als an der Stelle

der Contraction, wie man dies in Fig. 272 sieht. Daß eine solche Contraction in der Röhre wirklich stattfinden muß, geht daraus hervor, daß, wenn man dem Ansatzrohre die Gestalt des contrahirten Strahles giebt, wie Fig. 273, der Ausfluß vollkommen so stattfindet, als ob das Ansatzrohr ganz cylindrisch wäre.

Fig. 272.

Fig. 273

Wenn nun die Wassertheilchen, den ganzen Querschnitt der Röhre ausfüllend, dieselbe mit der Geschwindigkeit verließen, mit welcher sie die Stelle der größten Contraction passiren, so müßte nothwendig ein Zerreißen der auf einander folgenden Wasserschichten eintreten. Die Trennung der Wassertheilchen, also die Bildung von leeren Räumen, wird aber durch den Druck der Luft verhindert, welche den Einfluß der Wassertheilchen in das Rohr beschleunigt, dagegen aber auch den Ausfluß aus demselben verzögert. Durch den Druck der Luft werden die ausfließenden Wassertheilchen so viel zurückgehalten, daß dadurch ein voller Ausfluß möglich wird.

Daß der Luftdruck hier wirklich diese Rolle spielt, geht ganz vorzüglich daraus hervor, daß, wenn das Wasser in einen luftleeren Raum ausfließt, die Ausflußmenge durch Ansatzröhren nicht vermehrt wird.

Macht man in die Seitenwand der Ansatzröhre ein Loch, so wird durch diese Oeffnung Luft eingesaugt, und der Strahl hört auf continuirlich zu seyn.

Wenn in diese Seitenöffnung eine gebogene Röhre xy, Fig. 272, eingesetzt wird, deren unteres Ende in ein Gefäß mit Wasser mündet, so wird durch das Bestreben des Wassers, in der Ansatzröhre einen luftleeren Raum zu bilden, das Wasser in der Röhre xy in die Höhe gesaugt. Dieses Phänomen des Saugens beweis't ebenfalls den Einfluß des Luftdrucks auf die so eben betrachteten Erscheinungen. Da eine conische Ansatzröhre eine noch größere Ausflußmenge giebt als eine cylindrische, so muß sie auch ein stärkeres Saugen erzeugen, d. h. es wird in der Röhre xy unter übrigens gleichen Umständen durch ein conisches Ansatzrohr die aufgesaugte Wassersäule zu einer größeren Höhe gehoben als durch ein cylindrisches.

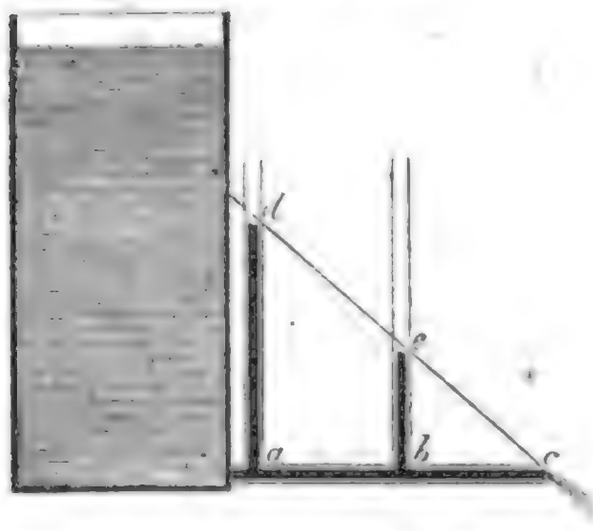
Seitendruck bewegter Flüssigkeiten. Wenn aus irgend einem 114
Reservoir das Wasser durch Röhren abfließt, würden die Seitenwände der Röhren gar keinen Druck auszuhalten haben, wenn keine Reibungswiderstände zu überwinden wären, die unter Umständen sehr bedeutend wirken können, so daß der größte Theil des hydrostatischen Druckes zur Ueberwindung dieser Widerstände verloren geht und der Bewegung nicht zu Gute kommt.

Man schraube statt der Platte mit der Oeffnung *c*, Fig. 265, einen Kork an den Apparat, in welchem eine etwa drei Fuß lange Glasröhre steckt, und gebe dieser Röhre eine horizontale Stellung, so wird das Wasser am Ende der Röhre weit langsamer ausfließen, als wenn der Ausfluß durch die Oeffnung *c* stattgefunden hätte.

Wendet man mehrere gleich lange Röhren von verschiedenem Durchmesser zu diesem Versuche an, so sieht man, wie die Ausflußgeschwindigkeit abnimmt, wenn die Röhren enger werden.

Gesetzt, man habe gefunden, daß die Ausflußgeschwindigkeit für eine dieser Röhren nur halb so groß sey, als man nach der Größe der Druckhöhe hätte erwarten sollen, so ist die Hälfte des ganzen Druckes zur Ueberwindung der Reibung nöthig, und nur die andere Hälfte kommt der Bewegung zu gut.

Fig. 274.



Wenn in der Röhre *a c*, Fig. 274, das Wasser sich mit der Geschwindigkeit bewegte, welche der Druckhöhe im Reservoir entspricht, so hätten die Röhrenwände, wie schon bemerkt, gar keinen Druck auszuhalten; wenn aber das Wasser im Behälter in der Röhre eine Bewegung hervorbringt, welche nur einem Theile der Druckhöhe entspricht, so muß der Rest als hydrostatischer Druck auf die Röhrenwände wirken. Der Druck, den die Wände auszuhalten haben, ist jedoch nicht an allen Stellen der Röhre gleich, er ist um so geringer, je mehr man sich der Ausflußöffnung *c* nähert.

Wenn die Geschwindigkeit, mit welcher die Flüssigkeit bei *c* aus der Röhre hervortritt, $\frac{m}{n}$ von derjenigen ist, welche der Druckhöhe entspricht, so haben die Röhrenwände da, wo die Röhre in das Reservoir mündet, einen Druck von $1 - \frac{m}{n}$ auszuhalten. Gesetzt z. B., die Ausflußgeschwindigkeit bei *c* wäre $^2/_5$ der theoretischen, so ist der Druck, den die Seitenwände bei *a* auszuhalten haben, $^3/_5$ des Drucks, welcher der Druckhöhe im Reservoir zukommt.

Wenn man bei *a* eine Oeffnung machte und eine vertikal nach oben gerichtete Röhre einsetzte, so würde in derselben das Wasser bis zu einer Höhe steigen, welche dem Drucke der Röhrenwände an dieser Stelle ent-

spricht; für unser Beispiel würde die Höhe der Wassersäule $ad\,{}^3/_5$ der Druckhöhe im Reservoir seyn.

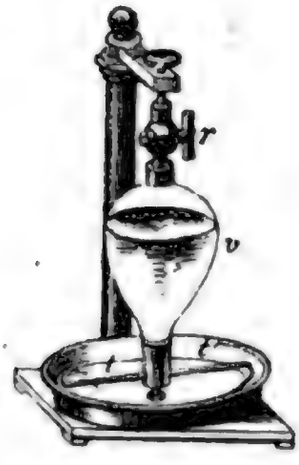
Dieser Druck nun, welchen die Röhrenwände bei a auszuhalten haben, welcher den Verlust an Bewegung repräsentirt, ist gerade nöthig, um die Reibungswiderstände in dem ganzen Röhrenstücke von a bis c zu überwinden. Wenn b in der Mitte zwischen a und c liegt, so ist auf dem Wege von b bis c nur noch halb so viel Reibung zu überwinden, als von a bis c, in b wird deshalb auch der hydrostatische Druck, den die Wände auszuhalten haben, nur noch halb so groß seyn, als bei a; in einer bei b angebrachten Röhre wird deshalb auch das Wasser bis zu einer Höhe be steigen, welche nur $^1/_2 ad$ ist.

Wenn man überhaupt an irgend einer Stelle von ac eine solche vertikale Röhre einsetzte, so würde das Wasser in derselben so hoch steigen, daß der Gipfel der Wassersäule auf die gerade Linie dc fällt.

In manchen Fällen kann der Druck, den die Röhrenwände von innen auszuhalten haben, kleiner seyn, als der von außen auf sie wirkende Luftdruck; es ist dies überall da der Fall, wo die Bedingungen erfüllt sind, unter welchen das Phänomen des Saugens stattfinden kann.

Reaction, welche durch das Ausströmen der Flüssigkeiten erzeugt wird. 115 Denken wir uns ein Gefäß, welches mit Wasser gefüllt ist, so bleibt Alles in Ruhe, weil jeder Seitendruck durch einen vollkommen gleichen, aber entgegengesetzten aufgehoben wird. Wenn man aber die Wand an irgend einer Stelle durchbohrt, so daß das Wasser hervorspringt, so ist der Druck an dieser Stelle offenbar weggenommen, während das der Oeffnung diametral gegenüberliegende Wandstück noch gerade so stark gedrückt wird als vorher. Der Druck auf diejenige Gefäßwand, in welcher sich die Oeffnung befindet, ist also geringer als der Druck, welchen die gegenüberstehende Wand aushält, mithin wird das ganze Gefäß sich in einer Richtung bewegen müssen, welche der Richtung des ausfließenden Wasserstrahls entgegengesetzt ist, wenn diese Bewegung nicht durch Reibung oder auf irgend eine andere Weise verhindert wird. Es ist dies dem Rückstoße der Geschütze zu vergleichen. Man kann die beim Ausfließen des Wassers wirkende Reaction durch einen Apparat anschaulich machen, welcher unter dem Namen des Segner'schen Wasserrades bekannt ist. Es besteht aus einem um eine vertikale Axe drehbaren Gefäße v, an dessen oberem Ende sich ein Hahn r befindet, den man nur zu öffnen braucht, um den Apparat in Bewegung zu setzen. In der That

Fig. 275.



wird durch die Reaction der Wasserstrahlen, welche am Ende der horizontalen, am Ende gebogenen Röhren t und t' tangential zu dem durch das Ende der Röhren beschriebenen Kreise ausströmen, dem Apparate eine schnelle Rotationsbewegung mitgetheilt.

116 **Vom Stoße des Wassers.** Eine höchst interessante Reihe von Erscheinungen beobachtet man, wenn man einen flüssigen Strahl gegen einen festen Körper stoßen läßt. Sie wurden zuerst von Savart näher untersucht, hier können wir sie nur ganz kurz anführen.

Eine Röhre von 6′ Höhe und 4 Zoll Durchmesser ist vertikal aufgestellt und an ihrem untern Ende eine dünne Wand befestigt, in welcher sich eine kreisrunde Oeffnung von 4 bis 5‴ Durchmesser befindet, durch welche das Wasser, welches sich in der Röhre befindet, ausfließt. Anstatt aber den Strahl frei fallen zu lassen, wird er von einer Metallscheibe aufgefangen, welche 10 Zoll Durchmesser hat, wohl polirt ist, und deren Mittelpunkt genau unter der Mitte der Oeffnung steht.

Nachdem der flüssige Strahl die Scheibe getroffen hat, breitet er sich aus und nimmt eine Gestalt an, wie sie Fig. 276 im Aufrisse und Fig. 277

Fig. 276.

Fig. 278.

Fig. 277.

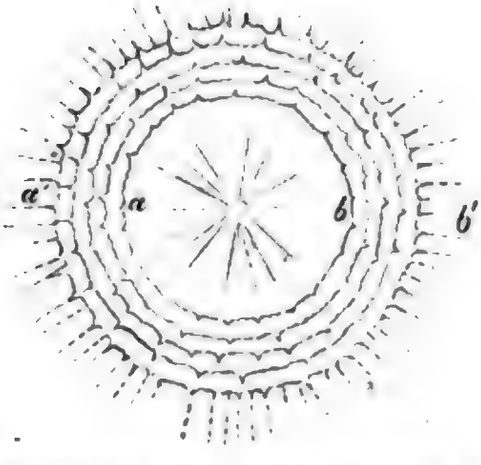
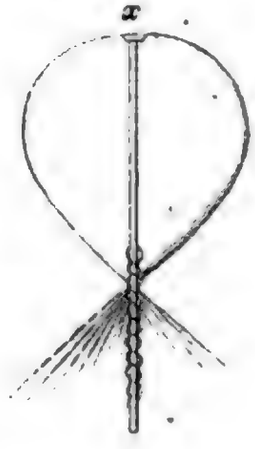


Fig. 279.



im Grundrisse dargestellt ist. Bei abnehmender Druckhöhe geht diese Gestalt des Phänomens allmälig in die Fig. 278 und Fig. 279 abgebildete über.

Aehnliche Erscheinungen beobachtet man, wenn aufwärts gerichtete oder horizontale Strahlen eine solche Scheibe treffen; ebenso, wenn zwei horizontale Strahlen, in entgegengesetzter Richtung sich bewegend, mit gleicher oder ungleicher Geschwindigkeit gegen einander stoßen.

Vertikale Wasserräder. Wenn Wasser fortwährend von einem 117
höher gelegenen zu einem tiefer gelegenen Orte herabfließt, so kann man ein solches Wassergefälle als eine bewegende Kraft anwenden.

Wenn während der Zeiteinheit, also während einer Sekunde, eine Wassermasse, deren Gewicht M ist, von einer Höhe h herabfließt oder fällt, so ist Mh die Bewegungsquantität oder das mechanische Moment dieser Wassermasse. Auf welche Weise man nun auch die Bewegung des Wassers auf einen andern Körper übertragen mag, so kann doch der Effect das mechanische Moment des Gefälles niemals übertreffen, d. h. man kann durch die Gefälle höchstens eine der in der Zeiteinheit herabfließenden Wassermasse gleiche Last auf gleiche Höhe heben, oder irgend eine andere dieser gleiche Wirkung hervorbringen.

Wenn z. B. von einer Höhe von 24 Fuß in jeder Sekunde eine Wassermasse von 800 Pfd. herabfällt, so ist das absolute Maximum des Effectes dieses Gefälles 19200, d. h. es könnte durch dieses Gefälle, wenn alle Kraft vollständig zur Wirkung käme, wenn nichts durch Reibung und andere Widerstände verloren ginge, eine Wirkung hervorgebracht werden, welche der Hebung einer Last von 19200 Pfd. in einer Sekunde 1 Fuß hoch gleichzusetzen ist.

Nimmt man nun an, daß ein Pferd, mit mittlerer Kraft und mittlerer Geschwindigkeit arbeitend, in einer Sekunde eine Last von 100 Pfund 4 Fuß hoch heben kann, so wäre das absolute Maximum des Effectes jenes Gefälles 48 Pferdekräften gleichzusetzen.

Wir wollen im Folgenden das absolute Maximum des Effectes eines Gefälles mit E bezeichnen.

Um das mechanische Moment eines Wassergefälles zu benutzen, wendet man meistens Wasserräder, d. h. Räder an, an deren Umfange das Wasser durch Druck oder Stoß wirkt.

Die gewöhnlichen Wasserräder drehen sich in vertikaler Ebene um eine horizontale Axe. Man unterscheidet drei Hauptarten vertikaler Wasserräder, unterschlächtige, oberschlächtige und mittelschlächtige.

Bei den unterschlächtigen Rädern stehen die Schaufeln rechtwinklig auf dem Umfange des Rades. Die untersten Schaufeln sind in das Wasser eingetaucht, welches mit einer Geschwindigkeit fortfließt, welche von der Höhe des Gefälles abhängt.

Das fließende Wasser setzt nun auch das Rad in Bewegung und theilt ihm eine Geschwindigkeit mit, welche nach Umständen bald größer, bald kleiner seyn wird.

Wenn der Stoß des Wassers dem Rade eine Geschwindigkeit mittheilen soll, welche derjenigen gleich ist, mit welcher das Wasser fließen würde, wenn das Rad gar nicht da wäre, so darf das Rad dieser Bewegung

gar keinen Widerstand entgegensetzen, es darf also gar nicht belastet seyn, mithin kann es in diesem Falle gar keine mechanische Wirkung hervorbringen, der Effect ist gleich Null.

Andererseits könnte man das Rad so stark durch ein Gegengewicht belasten, daß der Stoß des Wassers es gar nicht in Bewegung setzt, daß das Wasser des Gefälles nur einen statischen Druck ausübt, welcher jenem das Gleichgewicht hält. In diesem Falle ist der Effect abermals Null. Aus dieser Betrachtung geht hervor, daß, wenn das Rad eine Arbeit vollbringen soll, es mit einer Geschwindigkeit sich bewegen muß, welche geringer ist, als die des frei fließenden Wassers; Theorie und Erfahrung zeigen, daß man die vortheilhafteste Wirkung erhält, wenn die Geschwindigkeit des Rades halb so groß ist als die Geschwindigkeit, welche der Höhe des Gefälles entspricht.

Daraus geht hervor, daß bei einem gewöhnlichen unterschlächtigen Rade nur die Hälfte des mechanischen Momentes des Gefälles zur Wirkung kommt, indem das Wasser noch mit der Hälfte der Geschwindigkeit abfließt, mit welcher es vor dem Rade ankam; der Effect eines solchen Rades kann also den Werth $\frac{1}{2}E$ nie übersteigen.

Allein selbst diese Wirkung kann in der Praxis nicht erreicht werden, weil immer ein Theil der Kraft durch Adhäsion des Wassers an den Wänden des Gerinnes, durch Reibungswiderstände u. s. w. verloren geht. Sorgfältig angestellte Versuche ergaben für unterschlächtige Räder, welche sich in einem Gerinne bewegen, so daß kein seitliches Abfließen des Wassers stattfinden kann, den Werth

$$e = 0{,}3\ E.$$

Bei freihängenden Rädern aber, wie man sie an Schiffsmühlen anbringt, wo das Wasser seitlich abfließen kann, ist der Effect noch weit mehr vom absoluten Maximum entfernt.

Die unterschlächtigen Räder werden da angewendet, wo man über ein Gefälle von ziemlich bedeutender Wassermenge, aber geringer Fallhöhe zu disponiren hat.

Weil durch die eben betrachteten unterschlächtigen Räder bei dem rechtwinkligen Stoße des Wassers gegen die Schaufeln das mechanische Moment des Gefälles so sehr schlecht benutzt wird, hat Poncelet ein unterschlächtiges Rad mit krummen Schaufeln construirt, dessen Effect dem absoluten Maximum weit näher kommt.

Wenn das Wasser ganz ohne Stoß auf das Rad kommen soll, so müßten die Schaufeln am Radumfange mit der Richtung der Tangente zusammenfallen; wollte man aber die Schaufeln wirklich so construiren, daß dieser Bedingung Genüge geleistet wird, so wäre der Austritt des Wassers aus dem Rade gehemmt; auch darf das Wasser seine Geschwin-

digkeit doch nicht vollständig an das Rad abtreten, weil ihm sonst keine Geschwindigkeit zum Abflusse mehr bliebe. Somit ist auch beim Poncelet'schen Rade ein gewisser Verlust, die Widerstände ungerechnet, unvermeidlich.

Solche Räder mit krummen Schaufeln sollen einen Effect geben, welcher $^2/_3$ bis $^3/_4$ des absoluten Maximums ist. Der größere Effect der Poncelet'schen Räder erklärt sich dadurch, daß das Wasser, indem es auf der krummen Schaufel hinaufsteigt, seine Geschwindigkeit verliert und größtentheils an das Rad abgiebt.

Die oberschlächtigen Räder werden bei höheren Gefällen von geringerer Wassermasse, bei kleineren Gebirgsbächen angewendet. Das Wasser füllt, von oben auf das Rad laufend, die Zellen auf der einen Seite des Rades, welches eben durch dieses Uebergewicht umgedreht wird. Nahe am unteren Ende des Rades läuft das Wasser aus den Zellen wieder aus. Bei oberschlächtigen Rädern geht ebenfalls ein Theil des mechanischen Momentes des Gefälles verloren, weil die Zellen das Wasser nicht bis zum tiefsten Punkte des Rades behalten können, sondern schon früher auszugießen beginnen. Ein gut gebautes oberschlächtiges Rad soll einen Effect hervorbringen, welcher 75 Procent des absoluten Maximums beträgt, vorausgesetzt, daß es sich langsam umdreht, denn bei rascher Umdrehung bleibt das Wasser in den Zellen in Folge der Centrifugalkraft nicht horizontal, sondern es steigt nach außen, so daß es noch früher aus den Zellen herausfällt.

Das mittelschlächtige Rad bildet eine Art Mittelgattung zwischen dem unterschlächtigen und oberschlächtigen.

Horizontale Wasserräder. Schon früher hatte man versucht, hori- 118
zontale Wasserräder zu construiren, allein durch Fourneyron sind sie erst in neuerer Zeit in die Praxis eingeführt worden. Die Fourneyron'schen horizontalen Wasserräder sind unter dem Namen der Turbinen bekannt.

Fig. 280 (s. folgo. Seite) stellt eine für ein hohes Gefälle construirte Turbine dar.

Die ganze Wassermasse des Gefälles ist in einem weiten gußeisernen Rohre angesammelt, aus welchem es in ein gußeisernes Behälter durch die Oeffnung *o* eintritt. Durch die Mitte des Reservoirs geht eine hohle Röhre, welche den oberen Deckel mit dem Boden verbindet. Dieser horizontale Boden stößt aber nicht an die vertikalen Wände des Gefäßes an, sondern es befindet sich zwischen ihm und den Seitenwänden ein ringförmiger Zwischenraum, aus welchem das Wasser in horizontaler Richtung herausströmt.

Dieses hier ausströmende Wasser setzt nun das horizontale Rad, dessen

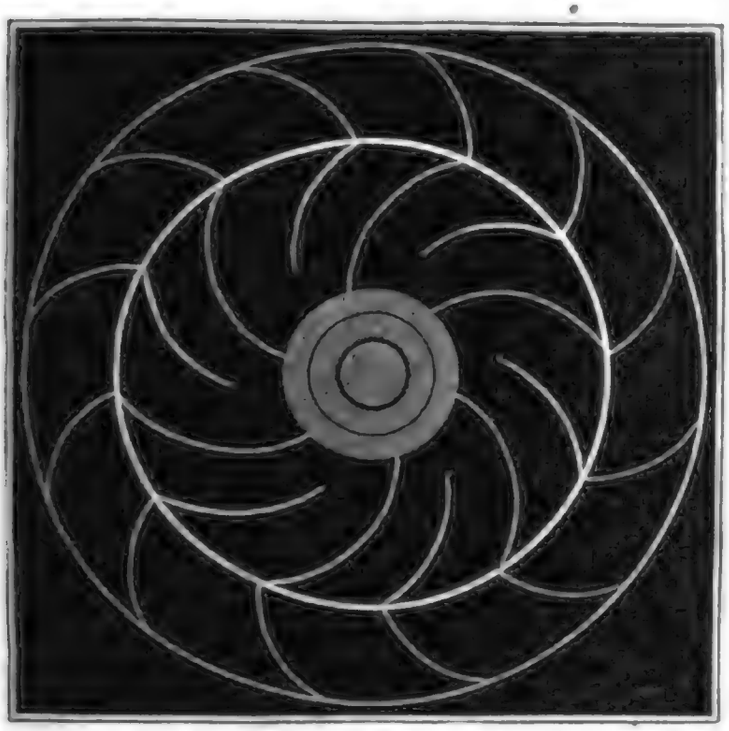
Schaufeln vertikal stehen, in Bewegung; *a a* ist die vertikale Axe, um welche sich das Rad dreht; sie geht durch die Hülse hindurch, welche Boden und Deckel des Reservoirs verbindet. An dieser Axe ist der Teller *b b* befestigt, welcher, der Oeffnung des Reservoirs gegenüber, den Radkranz mit den Schaufeln trägt.

Fig. 280.

Die Schaufeln sind gekrümmt, wie man im Grundrisse, Fig. 281, sieht; um aber zu bewirken, daß das Wasser in möglichst vortheilhafter Richtung gegen die Schaufeln des Rades stößt, sind auf dem Teller des Reservoirs Leitkurven von Blech aufgesetzt, welche dem ausströmenden Wasser eine bestimmte Richtung geben.

Die vortheilhafteſte Krümmung der Schaufeln und Leitkurven näher zu betrachten, würde uns zu weit führen.

Fig. 281.

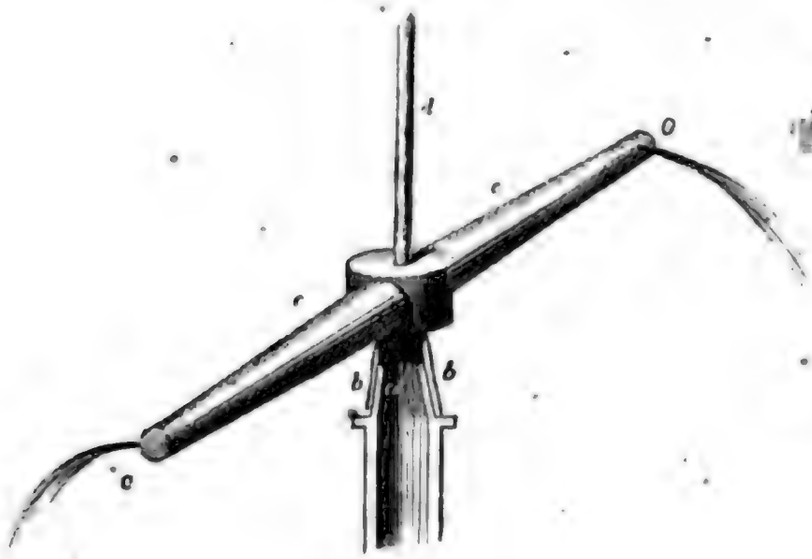


Gut conſtruirte Fourneyron'ſche Turbinen ſollen einen Effect geben, welcher 75 Procent des abſoluten Maximums beträgt. Gadiat hat die Turbinen durch Weglaſſung der Leitkurven vereinfacht und dadurch nur noch 5 Procent des abſoluten Maximums verloren, ſo daß ſeine Turbinen noch 70 Procent Effect geben ſollen.

Die Turbinen erweiſen ſich bei ſehr hohen Gefällen, welche keine vertikalen Räder mehr zulaſſen, beſonders zweckmäßig.

Schon früher hatte man verſucht, das Segner'ſche Waſſerrad auch im Großen auszuführen, um Maſchinen durch daſſelbe zu treiben, doch ohne Erfolg; man erhielt immer nur einen ſehr geringen Effect. Der Grund davon, daß dieſe Verſuche ſo ungünſtig ausfielen, lag keineswegs darin, daß die hier thätige, bewegende Kraft zu gering war, ſondern daß der untere der beiden Zapfen, um welche ſich der Apparat dreht, das ganze Gewicht einer großen Waſſermaſſe zu tragen hat, in Folge deſſen ein unverhältnißmäßig großer Reibungswiderſtand zu überwinden iſt.

Fig. 282.



Dieſen Uebelſtand hat der Bauinſpector Althans in Sayn auf eine äußerſt ſinnreiche Weiſe gehoben, indem er nämlich das Waſſer nicht von oben, ſondern von unten in die horizontalen Arme einſtrömen läßt. Das Weſentliche dieſer Anordnung iſt aus Fig. 282 zu erſehen. Das Reſer-

voir wird durch eine gußeiserne Röhrenleitung gebildet, welche unten horizontal umgebogen ist und mit einem vertikal in die Höhe gehenden Röhrenstücke *a* endet. Aus der Oeffnung bei *a* strömt das Wasser in die Hülse *b*, welche auf dem Röhrenende *a* so sitzt, daß sie um dasselbe, wie um einen Zapfen, sich drehen kann. Durch die Hülse *b* gelangt das Wasser in die horizontalen Arme *c* und strömt durch die Oeffnungen bei *o* aus. Die Bewegung des Rades wird durch die Axe *d* fortgepflanzt.

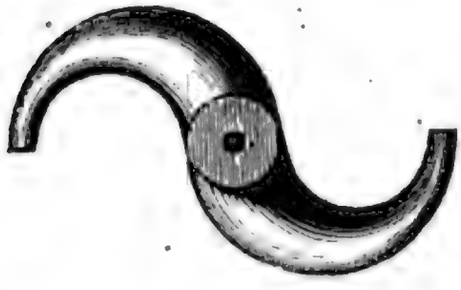
Jedenfalls ist die Reibung, welche ein solches Rad bei seiner Umdrehung um den Zapfen *a* zu überwinden hat, äußerst gering, denn das Gewicht des Rades mit Allem, was daran befestigt ist, wird fast vollständig durch den Druck der Wassersäule getragen, so daß der Zapfen *a* fast gar keinen Druck auszuhalten hat.

In der Praxis hat sich diese Einrichtung trefflich bewährt. Ein Wasserrad dieser Art befindet sich zu Vallendar, $\frac{1}{2}$ Meile unterhalb Coblenz, wo es eine Lohmühle treibt. Der Durchmesser dieses Rades beträgt 24 rheinl. Fuß; die Höhe der Wassersäule in der Röhrenleitung, welche $1\frac{1}{2}$ bis 2 Fuß Durchmesser hat, ist 96′. Die Ausflußöffnungen können nach Bedürfniß größer oder kleiner gemacht werden, je nachdem die Quelle reichlicher oder weniger reichlich Wasser giebt. Das Rad macht ohne Last 90 bis 120 Umdrehungen in einer Minute, mit Last aber nur 30 bis 40. Die Menge des ausfließenden Wassers beträgt 18 bis 20 Kubikfuß in der Minute. Es wäre wohl kaum auf eine andere Weise möglich gewesen, mit der geringen Wassermenge dieses Gefälles eine Maschine zu treiben.

Ganz in der Nähe von Vallendar befindet sich ein zweites Reactionsrad, welches nur 6′ Durchmesser, aber vier Arme hat, welche so geformt sind, daß je zwei einander gegenüberstehende ein S bilden und das Wasser an der Spitze der gekrümmten Arme ausfließt. Die Wassersäule, welche dieses Rad treibt, ist 120′ hoch.

Bei der Einrichtung Fig. 282 muß aus ähnlichen Gründen, wie bei dem unterschlächtigen Rade, mit flachen Schaufeln ein großer Theil des mechanischen Momentes des Gefälles verloren gehen, denn wenn das Wasser seine Geschwindigkeit vollständig an das Rad abtreten und aus den Oeffnungen ohne Geschwindigkeit abfallen, wenn also das Rad mit einer der Fallhöhe entsprechenden Geschwindigkeit rotiren soll, so ist der Druck gegen die Rückwand, also auch der mechanische Effect, Null; das Wasser muß also noch einen Theil seiner Geschwindigkeit behalten.

Fig. 283.



Auch hier läßt sich durch Krümmung der Arme, deren Gestalt ungefähr die in Fig 283 verzeichnete ist, viel gewinnen. Das Wasser tritt, durch das Rohr strömend und gegen die gekrümmten Wände drückend, seine Geschwindigkeit nach und nach an das Rad ab, so daß es an der Oeffnung fast ohne Geschwindigkeit abfällt.

In Schottland sind solche Reactionsturbinen sehr verbreitet, weshalb sie auch schottische Turbinen genannt werden.

Die Wassersäulenmaschine. Bei der Wassersäulenmaschine theilt 119
die wirkende Wassersäule, das Aufschlagwasser, gegen einen in einem Cylinder beweglichen Kolben drückend, demselben eine hin- und hergehende Bewegung mit, die dann von dem Kolben aus weiter fortgepflanzt wird.

In der Regel werden die Wassersäulenmaschinen angewendet, um Wasser auf eine bedeutende Höhe zu heben. So wird z. B. die Salzsoole von Reichenhall in Oberbaiern auf Umwegen 30 Stunden weit nach Rosenheim geleitet, um hier, sowie auch an einigen Zwischenorten, z. B. in Trauenstein, versotten zu werden. Auf diesem Wege befinden sich 9, sämmtlich von Reichenbach construirte Wassersäulenmaschinen, welche die Soole über Berge heben. Obgleich alle Wassersäulenmaschinen auf demselben Principe beruhen, so ist ihre Ausführung doch in mannigfacher Hinsicht verschieden; wir wollen hier eine der einfachsten Einrichtungen, nämlich die der Wassersäulenmaschine am Nesselgraben (eine jener 9 Maschinen) etwas näher betrachten.

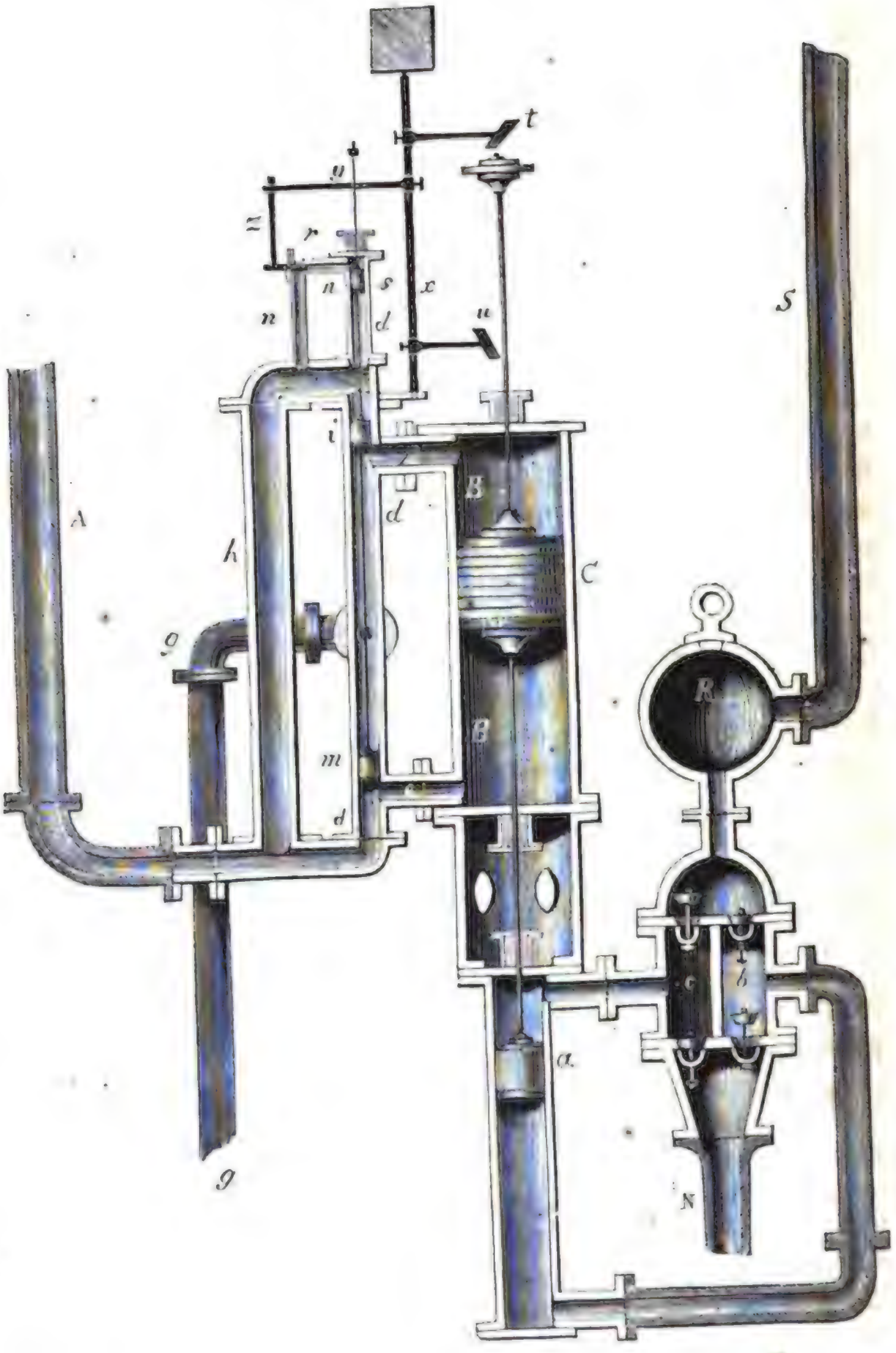
Die Röhre *A* führt das Aufschlagwasser der Maschine zu; es tritt abwechselnd unten und dann wieder oben in den Cylinder *B* ein und treibt dadurch den Kolben *C* abwechselnd auf und nieder.

Um diese Abwechselung im Eintreten des Wassers hervorzubringen, ist eine Vorrichtung angebracht, welche der Steuerung bei Dampfmaschinen ganz ähnlich ist. In dem Cylinder *d* bewegen sich drei mit einander verbundene Kolben; die beiden unteren sind gleich; der obere hat einen kleineren Querschnitt.

Bei der in der Zeichnung dargestellten Stellung der Kolben tritt das Aufschlagwasser durch die Röhre *e* in den großen Cylinder und treibt den Kolben *C* in die Höhe. Das Wasser, welches sich über *C* befindet, fließt durch die Röhre *f* in die Röhre *d* und von da durch die Röhre *g* ab.

Wenn der Kolben *C* oben angekommen ist, müssen die Kolben in die Röhre *d* verstellt werden, so daß nun das Aufschlagwasser von oben in den großen Cylinder eintreten kann; dies geschieht dadurch, daß das Kolbensystem in der Röhre *d* so weit niedergeht, daß der Kolben *i* unter die Röhre *f*, der Kolben *m* unter *e* zu stehen kommt; alsdann tritt das Aufschlagwasser aus der Röhre *A* durch *h* und *f* in den oberen Theil des Cylinders *B*, treibt den Kolben *C* nieder, während das unter *C* befindliche Wasser durch *e* in die Röhre *d* tritt und aus dieser durch die Röhre *g* abfließt.

Fig. 284.



Digitized by Google

Das Auf- und Niedergehen des Kolbensystems in der Röhre *d* wird folgendermaßen bewerkstelligt. Die Röhre *h* ist durch die Röhre *n* mit dem oberen Ende der Röhre *d* in Verbindung; an dem Knie der Röhre *n* ist aber ein Hahn *r* angebracht, der je nach seiner Stellung bald den oberen Theil der Röhre *d* mit *h* in Verbindung setzt, bald aber diese Verbindung abschneidet und den oberen Theil der Röhre *d* mit der äußeren Luft in Verbindung bringt. Nehmen wir nun an, der Hahn stehe so, daß das Aufschlagwasser von *h* durch den Hahn in den oberen Theil von *d* dringen kann, so ist der Kolben *s* oben und unten durch gleiche Wasserkraft gedrückt; außerdem drückt das Wasser oben auf den Kolben *i*, unten gegen den Kolben *m*, das Kolbensystem ist von unten und oben gleichem Wasserdrucke ausgesetzt und geht durch sein eigenes Gewicht nieder.

Wenn das Kolbensystem in die Höhe gehen soll, so wird der Hahn *r* so verstellt, daß die Verbindung zwischen *h* und dem oberen Theile von *d* unterbrochen wird. Nun wirkt von oben kein Wasserdruck auf *s*; das über *s* befindliche Wasser entweicht durch den Hahn aus der Maschine. Der Wasserdruck von oben gegen *i* wird durch den Wasserdruck von unten gegen *m* aufgehoben, der Druck des Wassers von unten gegen *s*, welchem kein Wasserdruck entgegenwirkt, hebt das ganze Kolbensystem in die Höhe.

Die Verstellung des Hahns wird durch die Maschine selbst bewerkstelligt. Am oberen Ende der am Kolben *C* befestigten Kolbenstange ist eine runde Scheibe angebracht, welche beim Aufgange des Kolbens gegen die schiefe Fläche *t*, beim Niedergange gegen die schiefe Fläche *u* stößt, diese seitwärts schiebt und dadurch eine Drehung um die Axe *x* bewerkstelligt. An der Axe *x* ist aber der Hebelarm *y* befestigt, der Hebelarm *y* bewirkt eine Drehung des Hebelarms *z* und durch diesen eine Drehung des Hahns.

Betrachten wir nun weiter, wie die Bewegung des Kolbens *c* fortgepflanzt und verwendet wird.

Mit dem Kolben *C* ist vermittelst einer durch eine Stopfbüchse gehenden Stange der Kolben *a* in Verbindung, welcher einen weit kleineren Durchmesser hat als *C*; der Auf- und Niedergang des Kolbens *C* bewirkt also einen Auf- und Niedergang des Kolbens *a*; wenn aber *a* in die Höhe geht, so entsteht in der Kammer *b* eine Verdünnung, das untere Ventil öffnet sich, und es wird durch die Saugröhre *N* Wasser in die Kammer *b* gehoben. Durch den Aufgang des Kolbens *a* wird aber das Wasser in die Kammer *c* hineingepreßt, das untere Ventil schließt, das obere öffnet sich, das Wasser wird also durch den Kolben in das Reservoir *R* und aus diesem in die Steigröhre *S* gehoben.

Beim Niedergange des Kolbens schließen sich die Ventile, die jetzt offen waren, und umgekehrt; es wird Wasser in die Kammer *c* gesaugt, aus *b* aber in das Reservoir und die Steigröhre gehoben.

Wenn der Querschnitt des Kolbens *C* 2, 3, 4mal größer ist als der des Kolbens *a*, so kann man (die Reibungs- und sonstige Widerstände unberücksichtigt) eine Wassersäule heben, welche 2, 3, 4mal so hoch ist als die Höhe des Aufschlagwassers.

Bei der eben betrachteten Wassersäulenmaschine beträgt die Höhe des Aufschlagwassers 140′; sie hebt die Salzsoole auf eine Höhe von 346′; diese Salzwassersäule aber entspricht einer Süßwassersäule von 397′; der Durchmesser des Kolbens *C* ist $20\frac{1}{2}$, der des Kolbens *a* 10 Zoll, der größere Kolben hat also einen fast 4mal größeren Querschnitt. Daß die gehobene Wassersäule nicht 4mal so hoch ist als die Höhe des Aufschlagwassers, also nicht 560′ beträgt, rührt daher, daß eine bedeutende Kraft zur Ueberwindung der Reibungs- und sonstigen Widerstände nöthig ist. Diese Maschine giebt also ungefähr 70 Procent des absoluten Maximums, denn 397 verhält sich zu 560 nahe, wie 70 zu 100.

Die Wassersäulenmaschine zu Ilsang, ebenfalls zwischen Reichenhall und Rosenheim, die aber etwas anders construirt ist, hebt die Soole auf eine Höhe von 1218′, was der Hebung einer Säule von süßem Wasser auf die Höhe von 1460 Fuß gleich ist. Der Durchmesser des größeren Kolbens ist 25″ 8‴, der des kleineren 11″ $3\frac{1}{4}$‴.

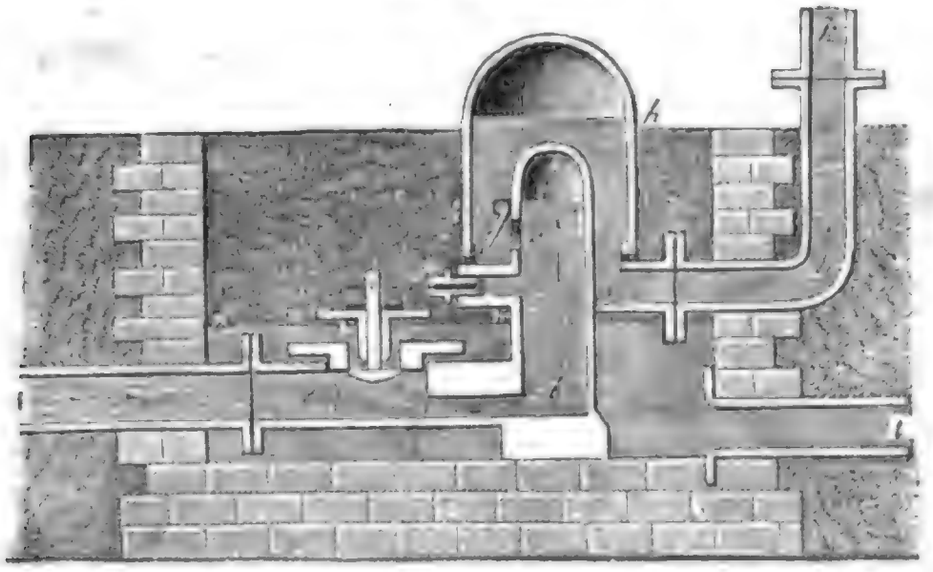
Bei der Umwandlung der auf- und niedergehenden Bewegung des Kolbens in eine gleichförmig rotirende, wie dies bei der Dampfmaschine der Fall ist, stößt man bei der Wassersäulenmaschine auf große Schwierigkeiten, weil das Wasser nicht elastisch ist wie der Dampf. Doch hat Reichenbach bei einer kleinen zu Toskana aufgestellten Maschine auch diese Schwierigkeit durch eine sinnreiche Einrichtung der Steuerungskolben überwunden; wir können aber hier nicht weiter auf diesen Gegenstand eingehen.

120 **Der hydraulische Widder** wurde 1797 von Montgolfier, dem Erfinder des Luftballons, erfunden, und ist eben so wichtig wegen des Princips, auf welchem er beruht, als auch wegen seiner Anwendung. Versuchen wir zuerst das Princip dieser Maschine deutlich zu machen. Denken wir uns, daß einige Theilchen eines Körpers (mag er nun fest oder flüssig seyn), der sich mit einer gewissen Geschwindigkeit bewegt, plötzlich angehalten werden, so werden die übrigen nicht direct angehaltenen Theilchen des Körpers auf die ersteren verschiedene Wirkungen ausüben. Die vorderen Theilchen streben die angehaltenen entweder nachzuziehen, oder sie trennen sich von ihnen; die hinteren, welche ihre Bewegung gleichfalls fortsetzen wollen, werden gegen die angehaltenen drücken. Wenn z. B. ein Pfeil, welcher sich schnell bewegt, in der Mitte seiner Bewegung angehalten würde, so würde der vordere Theil durch sein Bestreben, den übrigen Theil nachzuziehen, in seiner ganzen Länge eine Spannung aushalten

müssen, welche unter Umständen stark genug seyn kann, um ein Abreißen zu veranlassen. Der hintere Theil des Pfeils hingegen würde ein Bestreben haben, den angehaltenen Theil weiter zu treiben und würde deshalb in seiner ganzen Länge einen durch die nachfolgenden Theilchen veranlaßten Druck auszuhalten haben. Eben so, wenn eine Wassersäule sich in einer Röhre bewegt und plötzlich durch irgend ein Hinderniß aufgehalten wird, so wird dieses Hinderniß wegen der erlangten Geschwindigkeit des Wassers einen Druck aushalten müssen, und dieser Druck pflanzt sich durch die ganze Wassersäule fort. Während dieser Zeit, welche sehr kurz ist, haben auch die Röhrenwände einen Druck auszuhalten, welcher von der Geschwindigkeit der aufgehaltenen Wassersäule abhängt.

Es sey $t\,t'$ eine Röhre, in welcher sich das Wasser einer Quelle mit einer Geschwindigkeit bewegt, welche von der Druckhöhe abhängt. Das Wasser würde zur Oeffnung v ausfließen, wenn kein Hinderniß da wäre, und würde bis zum Niveau $n\,n'$ steigen, welches das Niveau der Quelle ist. Am Ende der Röhre aber sind mehrere Stücke angebracht, welche den Kopf des Widders bilden. s ist ein Ventil, dessen Dichtigkeit doppelt so groß ist als die des Wassers; das Wasser kann es durch seine Geschwindigkeit heben und so die Oeffnung v verschließen. Wenn das Ventil s geschlossen ist, so dringt das Wasser durch die Röhre z in den gußeisernen Behälter $b\,b'$, aus dem es durch Aufheben der Klappe c in

Fig. 285.



die große gußeiserne Glocke $h\,h'$ tritt, um endlich in die Steigröhre $d\,e\,k$ zu gelangen. Hier würde es jedoch nur bis zur Höhe der Quelle steigen, wenn es nicht eine bewegende Kraft hätte, die es höher treibt. Diese bewegende Kraft entwickelt sich auf folgende Weise. Das Wasser der Quelle, welches mit seiner natürlichen Geschwindigkeit bei v ausströmt, hebt das Ventil s und verschließt die Oeffnung v. Dadurch wird plötzlich

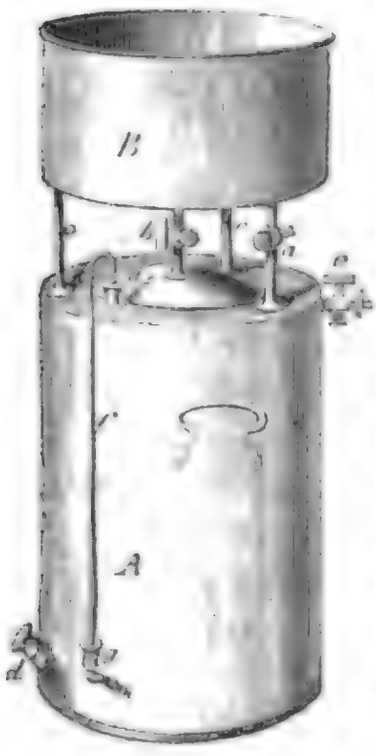
die Bewegung des Wassers gehemmt, in Folge dessen entsteht ein Druck auf alle Röhrenwände, wodurch das Wasser in den Windkessel *h h'* mit einer Kraft gepreßt wird, welche größer ist als die, welche der Druckhöhe allein zukommt. Die Dauer dieses Ansteigens wird etwas durch die elastische Reaction aller Theile des Apparates verlängert; alsbald aber schließt sich die Klappe *c*, und das Ventil *s* fällt durch sein Gewicht nieder. Diese Reihe von Wirkungen, welche rasch auf einander folgen, nennt man einen Stoß des Widders. Sobald der natürliche Ausfluß des Wassers wieder begonnen hat, nimmt seine Geschwindigkeit rasch wieder zu, das Ventil *s* wird von Neuem geschlossen und so weiter.

Drittes Kapitel.

Bewegung der Gase.

121 Wenn ein Gas in einem Gefäße eingeschlossen ist, in welchem sich irgend eine Oeffnung befindet, so wird es durch diese Oeffnung ausströmen, sobald das Gas im Gefäße stärker comprimirt ist als die Luft in dem Raume, in welchem die Oeffnung führt. Die Gesetze des Ausflusses der Gase durch Oeffnungen in dünnen Wänden, durch kurze Ansatzröhren, durch Leitungsröhren, sind denjenigen ganz analog, welche wir schon bei tropfbar flüssigen Körpern kennen gelernt haben. Apparate, welche dazu dienen, ein constantes Ausströmen von Gasen zu unterhalten, nennt man Gasometer.

Fig. 286.



In chemischen Laboratorien werden gewöhnlich Gasometer angewandt, wie sie Fig. 286 zeigt. *A* ist ein Cylinder von lackirtem Blech, welcher ungefähr 16—18 Zoll hoch ist und 10—12 Zoll Durchmesser hat, und dessen oberer Deckel etwas nach oben gewölbt ist. Auf diesem Deckel ruht auf drei Stützen ein zweiter, oben offener Cylinder *B*, der aber nur $\frac{1}{3}$ so hoch ist. Der obere Cylinder ist mit dem unteren durch zwei Röhren verbunden, von denen die eine, *h*, gerade in der Mitte des Deckels sich befindet. Sie darf durchaus nicht in den unteren Cylinder hineinragen. Eine zweite Verbindungsröhre *a* geht fast auf den Boden des unteren Cylinders. In jeder dieser Röhren befindet sich ein

Hahn, vermittelst dessen man nach Belieben die Verbindung der beiden Cylinder herstellen und unterbrechen kann. Bei *e* befindet sich eine kurze horizontale Röhre, welche ebenfalls durch einen Hahn verschlossen werden kann, und an welcher vorn ein Schraubengewinde eingeschnitten ist, um andere Röhren und Ausströmungsöffnungen anschrauben zu können. Nahe am Boden des unteren Cylinders befindet sich bei *d* eine aufwärts stehende Oeffnung, welche mittelst einer Schraube oder eines Korkes verschlossen werden kann.

Wenn man den unteren Cylinder mit einem Gase füllen will, füllt man ihn erst mit Wasser, und zwar auf folgende Weise. Die Oeffnung bei *d* wird verschlossen, die drei Hähne geöffnet und dann in das obere Gefäß Wasser gegossen. Das Wasser fließt in den unteren Cylinder, und wenn dieser so weit gefüllt ist, daß Wasser bei *e* auszufließen beginnt, schließt man den Hahn daselbst. Der Rest von Luft, welcher nun noch im Cylinder sich befindet, entweicht durch das Rohr *b*. Ist der untere Cylinder auf diese Weise mit Wasser gefüllt, so werden die Hähne der Verbindungsröhren geschlossen und die Schraube oder der Kork bei *d* weggenommen. Wasser kann hier nicht ausfließen, weil keine Luftblasen eindringen können. Wenn man aber bei *d* ein Gasleitungsrohr einsteckt, so wird neben diesem Rohre das Wasser ausfließen, während aus demselben fortwährend Gasblasen in den oberen Theil des Behälters aufsteigen. Auf diese Weise füllt sich der untere Cylinder mehr und mehr mit Gas. Wie weit der Cylinder mit Gas gefüllt ist, sieht man an dem Glasrohre *f*, welches mit dem Gefäße oben und unten in Verbindung steht, so daß das Wasser in diesem Glasrohre so hoch steht wie im Cylinder.

Nachdem das ganze Reservoir mit Gas gefüllt ist, wird die Oeffnung bei *d* verschlossen und der Hahn der Verbindungsröhre *a* geöffnet. Sobald nun der Hahn *e* geöffnet wird, strömt das Gas hier mit einer dem Drucke der Wassersäule in der Röhre *a* entsprechenden Geschwindigkeit aus.

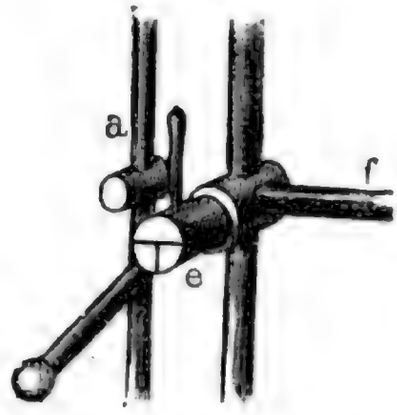
Eckling in Wien verfertigt jetzt solche Gasometer von Glas, welche höchst elegant sind und bei welchen man die ganze Einrichtung, der Durchsichtigkeit des Materials wegen, leicht übersieht. Es versteht sich von selbst, daß hier das Wasserstandsrohr *f*, Fig. 286, wegfällt. Fig. 287 (a. f. S.) stellt einen solchen Apparat in $^1/_{10}$ der natürlichen Größe dar. Das untere Glasgefäß *A* hat oben einen engeren Hals, der in eine Kupferbüchse eingekittet ist. In der Mitte des etwas gewölbten Deckels derselben erhebt sich eine Röhre, die bei *e* einen Hahn hat, der geöffnet das Glas durch das horizontale Rohr *f* ausströmen läßt. Das Gefäß *B* ist unten eben so gefaßt wie *A* oben. Ein Rohr *a* führt von *B* bis fast zum Boden von *A*, *c* ist nur eine Stütze. Um *A* mit Wasser zu fül-

len, wird die Oeffnung bei *d* geſchloſſen; der Hahn *e* und der Hahn der Röhre *a* geöffnet und in *B* Waſſer eingegoſſen. Sobald das untere Gefäß mit Waſſer gefüllt iſt, werden beide Hähne geſchloſſen, *d* geöffnet und nun hier das Gas eingeleitet. Sobald das Gaſometer mit Gas gefüllt iſt, wird *d* geſchloſſen und der Hahn *a* geöffnet, ſo daß das Gas in *A* durch eine Waſſerſäule gepreßt iſt. Das Gas ſtrömt nun durch *f* aus, ſobald der Hahn *e* geöffnet wird.

Fig. 287.

Bei der in Fig. 288 deutlicher gezeichne-

Fig. 288.



ten doppelten Durchbohrung des Hahnes *e* kann man das Gas ſtatt in die Luft durch die Röhre *f* auch durch die ſenkrechte Fortſetzung der Röhre *e* in das obere Waſſergefäß *B* austreten laſſen, dieſes als Waſſerwanne benutzen und das Gas leicht in Glocken, Flaſchen u. ſ. w. umfüllen.

Die großen Gaſometer, welche man zur Gasbeleuchtung anwendet, ſind nach einem andern Principe conſtruirt; ein oben verſchloſſener Cylinder, Fig. 289, taucht in ein großes mit Waſſer gefülltes Reſervoir. Dieſer Cylinder beſteht aus Blech und hat z. B. 30 Fuß im Durchmeſſer, enthält 2700 Kubikfuß Gas und wiegt, wie wir annehmen wollen, 20000 Pfund. Er ſinkt nicht in Waſſer unter, weil er mit Gas gefüllt iſt, ſein ganzes Gewicht aber drückt auf dieſes Gas und erhält es unter einem Drucke, welcher größer iſt als der Druck der Atmoſphäre. Nach unſerer Annahme beträgt dieſer Ueberſchuß des Druckes 20000 Pfund auf eine Kreisfläche von 30 Fuß Durchmeſſer, was ungefähr dem Drucke einer Waſſerſäule von 5 Zoll gleichkommt; außerhalb muß alſo das Waſſer 13″ höher ſtehen als im Cylinder.

Von unten aufſteigend ragt nun eine Röhre in den Cylinder hinein, ſo daß ihr oberes offenes Ende über dem Waſſerſpiegel ſich befindet; dieſe

Röhre vertheilt sich in einer Menge engerer Röhren, die zu den einzelnen Gasschnäbeln führen, aus denen dann das Gas mit einer Geschwindigkeit ausströmt, welche dem Drucke im Gasometer entspricht. Diese Geschwindigkeit ist constant, weil das Gasometer, wenn es auch tiefer ins Wasser einsinkt, doch nur wenig von seinem Gewichte verliert, indem hier nur die Wand des Gasometers in Betracht kommt. Der Druck auf das Gas wird durch ein Gegengewicht gemäßigt und regelmäßiger gemacht. Um das Gasometer zu füllen, wird ein im Vertheilungsrohre befindlicher Hahn geschlossen, dagegen aber der Hahn eines andern Rohres geöffnet, welches das Innere des Gasometers mit dem Apparate verbindet, in welchem das Gas bereitet wird.

Fig. 289.

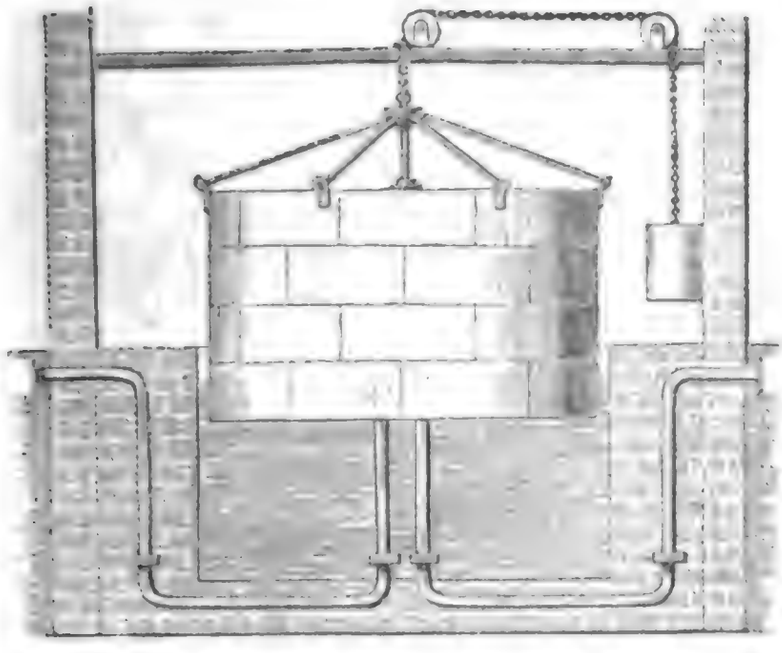
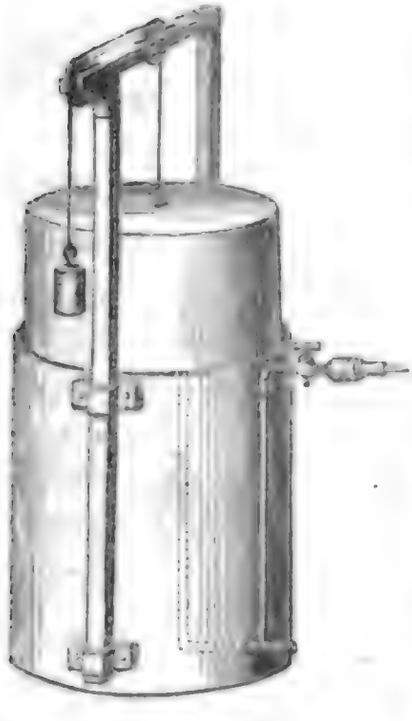


Fig. 290.

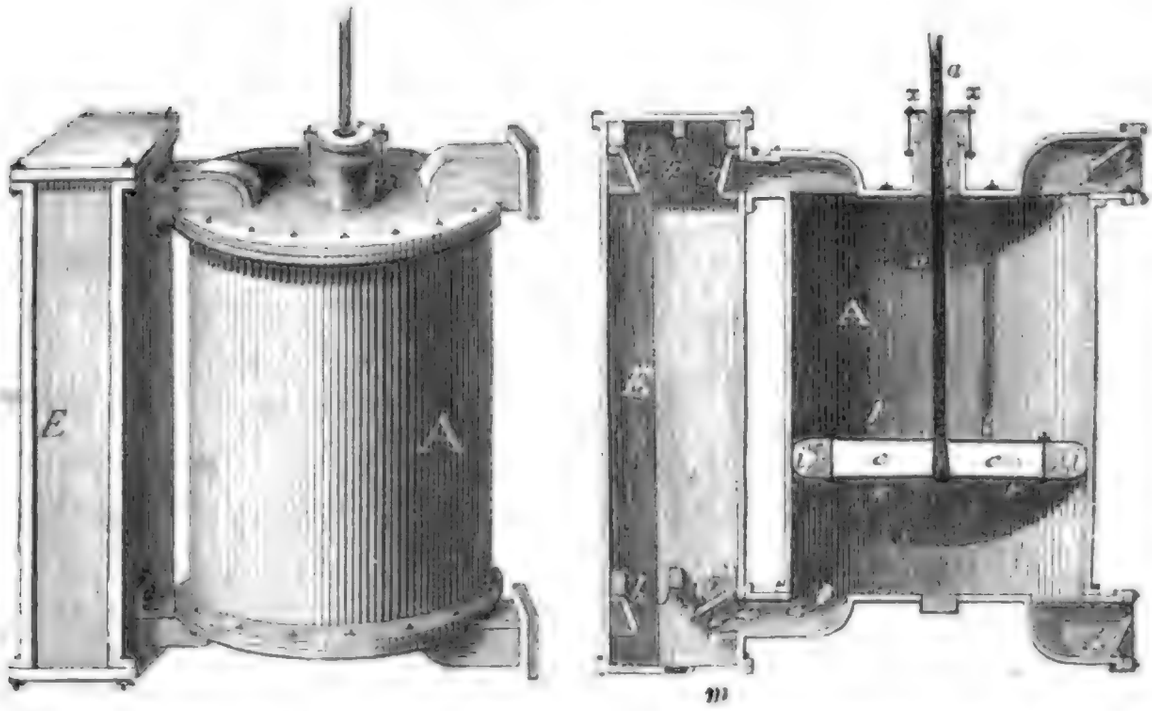


Nach demselben Princip werden auch kleinere Gasometer für Laboratorien construirt. In Fig. 290 ist ein solcher abgebildet und wohl ohne weitere Erklärung verständlich. Es ist hier nur eine Zuleitungsröhre, aus welcher man dann das Gas auch wieder ausströmen läßt. In derselben Weise könnten 2 solcher Röhren angebracht seyn.

Gebläse. Bei Hohöfen und Schmiedefeuern wendet man Gebläse von 122
verschiedener Einrichtung an. Die zweckmäßigste, jetzt fast allgemein eingeführte Art ist das Cylindergebläse, welches Fig. 291 abgebildet ist. In einem wohl ausgebohrten gußeisernen Cylinder *A*, in welchem ein Kolben *C*, an den Wänden luftdicht schließend, auf und nieder bewegt werden kann, geht die Kolbenstange *a* luftdicht durch die in der Mitte des oberen

Deckels befindliche Stopfbüchſe. Durch die Oeffnung bei *b* communicirt der obere, durch die Oeffnung bei *d* der untere Theil des Cylinders mit

Fig. 291.



der freien Luft; die Oeffnungen bei *g* und *f* aber verbinden den Cylinder mit einem viereckigen Kaſten *E*. Bei *b* und *d* befinden ſich Klappen, die ſich nach innen, bei *g* und *f* aber ſolche, die ſich nach außen öffnen. Wenn nun der Kolben niedergeht, ſchließt ſich die Klappe bei *d*, die bei *f* aber öffnet ſich, und alle Luft aus dem unteren Theile des Cylinders wird in den Raum *E* getrieben. Unterdeſſen aber iſt die Klappe bei *g* geſchloſſen, durch die Klappe bei *b* dringt Luft von außen her in den oberen Theil des Cylinders. Wenn der Kolben wieder in die Höhe geht, ſchließt ſich *b*, und alle Luft, die beim Niedergange des Kolbens hier eingedrungen war, wird durch die Oeffnung bei *g* in den Kaſten *E* geſchafft, während *f* geſchloſſen iſt und ſich der untere Theil des Cylinders wieder durch die geöffnete Klappe *d* mit Luft füllt. Die in *E* comprimirte Luft ſtrömt durch ein bei *m* angebrachtes Rohr nach dem Feuerraume.

Die Geſchwindigkeit des Kolbens iſt am größten, wenn er die Mitte des Cylinders paſſirt, ſie nimmt um ſo mehr ab, je mehr er ſich der oberen oder unteren Gränze ſeines Weges nähert. Daraus geht hervor, daß der Wind, welchen ein ſolcher Cylinder liefert, nicht gleichmäßig bei *m* ausſtrömt. Da aber für die meiſten Schmelzproceſſe ein gleichmäßiger Windſtrom nöthig iſt, ſo muß man dafür ſorgen, ihn zu reguliren. Man erreicht dies entweder dadurch, daß man an demſelben Windkaſten *E* drei Cylinder anbringt, deren Kolben nicht gleichzeitig die Mitte ihres Weges paſſiren; oder auch dadurch, daß man die Luft aus *E* erſt in einen Be-

hälter treten läßt, dessen Rauminhalt sehr groß ist im Vergleich zum Volumen des Cylinders. Je größer dieser Luftbehälter ist, welcher den Namen Regulator führt, desto weniger Einfluß hat die Unregelmäßigkeit der Kolbenbewegung auf die Gleichmäßigkeit des aus dem Regulator austretenden Luftstromes.

Als Regulator bei Gebläsen wendet man entweder einen aus Eisenblech luftdicht zusammengenieteten Ballon, dessen Inhalt 40 bis 50mal so groß ist als der des Cylinders, oder den Fig. 292 abgebildeten Wasserregulator an, der seinem Wesen nach ganz mit dem Gasometer übereinkommt, wie er zur Gasbeleuchtung angewendet wird. In den Kasten *B*, welcher aus luftdicht zusammengeschraubten eisernen Platten besteht und dessen Inhalt den des Cylinders weit übertrifft, strömt durch das Rohr *D* vom Cylinder her die Luft ein, durch das Rohr *C* aber wieder aus. Die Luft im Kasten *B* ist unten durch Wasser gesperrt, dessen Niveau *rr* im Kasten nothwendig tiefer steht als der Spiegel *vv* außerhalb. Von der Differenz der Höhen der Wasserspiegel hängt der Grad der Compression der Luft in *B* und also auch die Geschwindigkeit des Ausflusses durch das Rohr *C* ab.

Fig. 292.

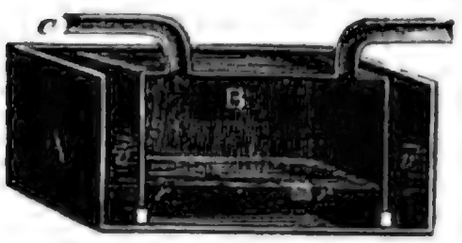
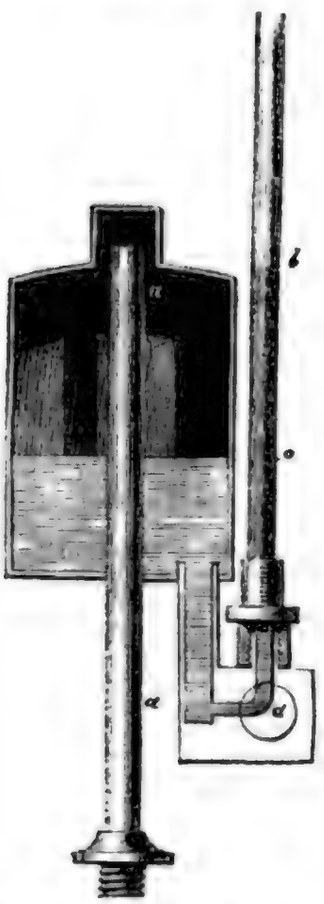


Fig. 293.

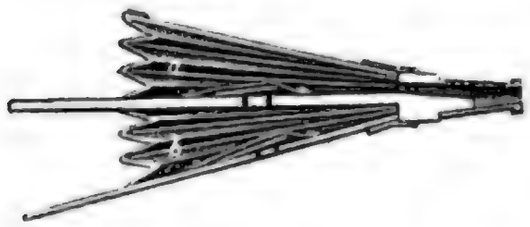


Um den Druck der Luft in den verschiedenen Theilen des Gebläseapparates zu bestimmen, bedient man sich eines Manometers, welches für diesen besonderen Fall den Namen eines Windmessers führt. Ein sehr practisch construirter Windmesser ist Fig. 293 im Durchschnitte dargestellt. Ein von allen Seiten luftdicht verschlossener Blechkasten ist zum Theil mit Wasser gefüllt. Durch den Boden des Kastens geht eine Röhre *a*, welche unten ein Schraubengewinde hat, damit man sie auf den Gebläseapparat schrauben kann. Durch diese Röhre communicirt der Apparat mit dem oberen Theile des Blechkastens, und in diesem oberen Theile des Blechkastens wird also die Luft gerade so stark comprimirt seyn, wie in dem Theile des Gebläseapparates, auf welchen der Windmesser aufgeschraubt ist. Mit dem unteren Theile des Blechkastens communicirt aber eine getheilte Glasröhre *b*. Das Was-

ser wird durch eine Oeffnung im Deckel des Blechkastens eingegossen, und zwar gerade soviel, daß das Wasser in der Röhre genau am Nullpunkte der Theilung steht; alsdann wird diese Oeffnung durch einen Korkstopfen luftdicht verschlossen. Sobald nun die Luft im oberen Theile des Blechkastens comprimirt wird, steigt das Wasser in der Röhre, ohne daß im Kasten ein merkliches Sinken des Wasserspiegels stattfindet; die Erhebung der Wassersäule über den Nullpunkt des Glasrohrs giebt demnach den Druck an, welchen die Luft im Innern des Apparates auszuhalten hat. Vermittelst des Hahnes kann man die Verbindung des Blechkastens mit dem Glasrohre nach Belieben unterbrechen.

Der Blasbalg in seiner einfachsten Gestalt ist wohl hinlänglich bekannt. Mit einem einfachen Blasbalge kann man aber keinen continuirlichen Luftstrom erzeugen, wie dies in Schmieden, in chemischen Laboratorien u. s. f. nöthig ist; man wendet in diesem Falle zusammengesetzte Blasbälge an, welche construirt sind, wie Fig. 294 zeigt. Wenn die obere Abtheilung *a* eines solchen Blasbalges mit Luft gefüllt ist, die durch Gewichte, welche auf dem oberen Deckel liegen, comprimirt wird, so kann sie nur durch die Oeffnung bei *c* entweichen, denn das Ventil zwischen *a* und *b* schließt sich, sobald die Luft in *a* stärker comprimirt ist als in *b*. Wenn die untere Platte des Raumes *b* hebt, so wird die Luft in *b* comprimirt, sie hebt das nach *a* führende Ventil und dringt in den oberen Raum. Beim Niedergange der untersten Platte schließt sich das Ventil zwischen *a* und *b* wieder, das Ventil, welches aus *b* in die freie Luft führt, öffnet sich, und *b* füllt sich von Neuem mit Luft, welche abermals in den oberen Raum geschafft wird. Man begreift leicht, daß das Ausströmen der Luft aus *a* durch die Oeffnung *c* nicht unterbrochen wird, während *b* von Neuem sich mit Luft füllt.

Fig 294.



123 Gesetze des Ausströmens der Gase. Für die Ausflußgeschwindigkeit der Gase gelten dieselben Gesetze, wie bei Flüssigkeiten, d. h. die Ausflußgeschwindigkeit ist (Seite 233)

$$c = \sqrt{2gs},$$

wenn s die Druckhöhe bezeichnet. Hier aber ist s eine Größe, die nicht direct durch die Beobachtung gegeben ist, wie bei tropfbar-flüssigen Körpern. Für diese bezeichnet s die Höhe der Flüssigkeitssäule, deren Druck den Ausfluß bewirkt, und welche von derselben Natur und Dichtigkeit ist wie die ausströmende Flüssigkeit. Gase, welche in einem Gefäße enthalten sind, sind aber nie durch eine Luftsäule von gleichmäßiger Dichtigkeit und

wohlbegränzter Höhe comprimirt, denn selbst wenn das Gas nur durch den Druck der Atmosphäre comprimirt wäre, ist die Luftsäule, welche diesen Druck hervorbringt, weder von gleichförmiger Dichtigkeit, noch von meßbarer Höhe, also selbst in diesem Falle kann s nicht direct aus der Beobachtung entnommen werden. Gewöhnlich aber mißt man den Druck, welcher die Luft aus einem Reservoir austreibt, durch die Höhe einer Wasser- oder Quecksilbersäule, welche man an einem Manometer beobachtet. Der Werth von s, welcher in den oben angegebenen Werth der Ausflußgeschwindigkeit gesetzt werden muß, ist also jederzeit aus den beobachteten Umständen zu berechnen.

Der einfachste Fall, der hier in Betrachtung kommen kann, ist der, daß Luft von atmosphärischer Pressung in einen luftleeren Raum einströmt. Der mittlere atmosphärische Druck hält einer Wassersäule von 32 Fuß oder 10,4 Metern das Gleichgewicht. Die Dichtigkeit der Luft aber, welche diesen mittleren Druck auszuhalten hat, ist 770mal weniger dicht als Wasser; eine Luftsäule also, welche durchweg diese Dichtigkeit hat, müßte eine Höhe von $770 \times 32 = 24640$ Fuß haben, wenn sie dem Drucke der Atmosphäre das Gleichgewicht halten soll; für diesen Fall also wäre $s = 24640'$, und also $c = \sqrt{2.30.2464} = 1215'$.

Wenn die Luft aus einem Reservoir, in welchem sie nur durch den Druck einer halben Atmosphäre comprimirt ist, in einen leeren Raum ausströmt, so wird die Ausflußgeschwindigkeit gerade so groß seyn wie im vorigen Falle, nämlich 1215'. Der Grund davon ist leicht einzusehen, denn obgleich hier der Ausfluß nur durch einen halb so großen Druck hervorgebracht wird wie vorher, so ist auch die ausfließende Luft nur halb so dicht. Ueberhaupt ist die Geschwindigkeit, mit welcher die Luft in einen leeren Raum einströmt, stets dieselbe, der Druck, welcher das Einströmen bedingt, mag seyn, welcher er will.

Wenn die Ausströmung in einen Raum stattfindet, der bereits Luft, wiewohl von geringerer Spannung, enthält, so ist das Bestreben, zu entweichen, begreiflicherweise nur von der Differenz beider Spannungen abhängig. Bezeichnen wir den Unterschied beider Spannungen als eine Luftsäule von der Höhe H und der Dichtigkeit der stärker comprimirten Luft, so ist die Ausflußgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{2gH}.$$

Wir wollen versuchen, den Werth von H für den Fall zu bestimmen, daß aus einem Reservoir stärker comprimirte Luft in die atmosphärische Luft ausströmt. Die Compression der Luft im Reservoir sey durch eine Wassersäule gemessen, deren Höhe wir mit h bezeichnen wollen. Diese Höhe h giebt den Unterschied der Spannung der inneren und äußeren Luft an, und es ist nur auszumitteln, wie hoch eine Luftsäule von der Dichtig-

keit der Luft im Reservoir seyn müßte, um einer Wassersäule von der Höhe h das Gleichgewicht zu halten. Hätten wir mit Luft von mittlerer atmosphärischer Pressung zu thun, so könnte man für die Wassersäule von der Höhe h eine Luftsäule von der Höhe $770h$ substituiren. Um derselben Wassersäule das Gleichgewicht zu halten, haben wir aber eine Luftsäule von geringerer Höhe nöthig, wenn die Luft dichter ist, und zwar steht die erforderliche Höhe in umgekehrtem Verhältnisse zur Dichtigkeit der Luft.

Die atmosphärische Luft von mittlerer Pressung, welche 770mal leichter ist als Wasser, ist gleichsam durch eine Wassersäule von 32 Fuß oder 10,4 Metern, welche Höhe mit b bezeichnet seyn mag, comprimirt, während die Luft in unserm Reservoir den Druck einer Wassersäule von der Höhe $b' + h$ auszuhalten hat, wenn b' die Höhe einer Wassersäule bezeichnet, welche dem gerade stattfindenden Barometerstande entspricht. Die Dichtigkeit der Luft von mittlerer Pressung verhält sich demnach zur Dichtigkeit der Luft in unserm Reservoir, wie $b : b' + h$; die Luft im Reservoir ist also $\frac{b' + h}{b}$ mal dichter als die Luft von mittlerer atmosphärischer Pressung; statt einer Luftsäule von der Höhe $770h$ dieser dünneren Luft haben wir also auch eine Säule von der Höhe $\frac{770 \,.\, h \,.\, b}{b' + h}$ jener dichteren Luft zu setzen, und dieser Werth $\frac{770 \,.\, h \,.\, b}{b' + h}$ ist es, den wir für H in die obige Gleichung setzen müssen; denn eine Luftsäule von der Höhe $\frac{770 b \,.\, h}{b' + h}$ und der Dichtigkeit der Luft im Reservoir würde der Wassersäule von der Höhe h vollkommen das Gleichgewicht halten. Die Ausflußgeschwindigkeit für unsern Fall ist also

$$c = \sqrt{2g \frac{770 b \,.\, h}{b' + h}}.$$

Die Ausflußmenge in einer Sekunde würde man erhalten, wenn man den Querschnitt der Oeffnung f mit diesem Werthe von c multiplicirt, vorausgesetzt, daß in jedem Punkte des Querschnittes die ausströmenden Lufttheilchen mit dieser Geschwindigkeit passiren. Die Ausflußmenge in t Sekunden würde demnach seyn

$$M = f \,.\, t \sqrt{2g \frac{770 b \,.\, h}{b' + h}}.$$

Die Erfahrung aber zeigt, wie wir dies ja auch schon bei tropfbar-flüssigen Körpern gesehen haben, daß die wirkliche Ausflußmenge geringer ist als die theoretische; und zwar hat man die theoretische Ausflußmenge mit einem bestimmten Factor μ zu multipliciren, um die wirkliche zu erhalten.

Für Wasser ist bekanntlich dieser Factor 0,64 und ist fast ganz unab-

hängig von der Druckhöhe, indem er nur sehr unbedeutend wächst, wenn die Druckhöhe abnimmt. Für Gase aber ist der Werth von μ sehr veränderlich. Nach Schmidt, welcher diesen Gegenstand zuerst einer genaueren Untersuchung unterworfen hat, ist μ bei einer Druckhöhe von 3 Fuß (Wasser) gleich 0,52. Nach d'Aubuisson's Versuchen ist, innerhalb der Druckhöhen von 0,1 bis 0,5 Fuß, der Werth von $\mu = 0{,}65$ zu setzen. Solche Verschiedenheiten können nicht wohl von Beobachtungsfehlern herrühren und beweisen unzweifelhaft eine Veränderlichkeit von μ.

Eine sehr genaue Reihe von Versuchen hat Koch über diesen Gegenstand angestellt. Er hat gefunden, daß, wenn die Druckhöhe von 6 Fuß bis 0,15 Fuß abnimmt, der Werth von μ von 0,5 bis auf 0,6 wächst. Buff hat gezeigt, daß, wenn man

$$\mu = 0{,}626\ (1 - 0{,}789\ \sqrt{h})$$

setzt, wo h, wie bisher, die Druckhöhe bezeichnet, die nach dieser Formel berechneten Werthe sehr gut mit den Koch'schen Beobachtungen übereinstimmen, daß also diese Formel das empirische Gesetz für die Veränderlichkeit des Ausflußcoëfficienten μ ist. Später hat Buff hierüber selbst genaue Versuche bei geringem Drucke, wie er besonders in der Praxis vorkommt, angestellt, welche gleichfalls die Veränderlichkeit des Coëfficienten μ in der erwähnten Weise bestätigen.

Die Differenz zwischen der theoretischen und wirklichen Ausflußmenge hat hier einen ganz analogen Grund, wie bei den tropfbar-flüssigen Körpern, und es läßt sich daraus schließen, daß auch hier eine contractio venae stattfinden muß, obgleich wir sie nicht unmittelbar beobachten können.

Cylindrische Ansatzröhren eben so wie conische, mag nun die weite Oeffnung nach innen oder nach außen gekehrt seyn, vermehren die Ausflußmenge der Gase.

Seitendruck der Gase beim Ausströmen. Wenn sich Luft durch 124
Röhrenleitungen bewegt, so ist ein Reibungswiderstand zu überwinden, und dazu wird ein Theil der Spannung des comprimirten Gases verwendet werden, also für die Bewegung verloren gehen. Der Druck, den die Röhrenwände von der Tension der durchströmenden Luft auszuhalten haben, nimmt um so mehr ab, je mehr man sich der Mündung des Rohres nähert, wie man sich durch Manometer überzeugt, welche an verschiedenen Stellen des Rohres angebracht werden. Es ist dies ganz den Erscheinungen analog, welche man bei der Bewegung von Flüssigkeiten durch Röhrenleitungen beobachtet. Ueber den Reibungswiderstand, welcher bei der Bewegung der Luft durch Röhren überwunden werden muß, sind besonders von d'Aubuisson und Buff Versuche angestellt worden.

Das Phänomen des Saugens findet bei der Bewegung der Gase auf

eine ganz analoge Weiſe, wie bei dem Ausſtrömen von Flüſſigkeiten, Statt. Clement und Deſormes haben eine äußerſt intereſſante, hierher gehörige Erſcheinung beſchrieben (Fig. 295).

Fig. 295.

Wenn man in die obere Wand eines Reſervoirs, welches comprimirte Luft enthält, eine Oeffnung von 1 bis 2 Zoll Durchmeſſer macht, ſo entweicht die Luft mit großer Gewalt. Wenn man der Oeffnung eine Scheibe von Holz oder Metall nähert, welche 7 bis 8 Zoll Durchmeſſer hat, ſo wird ſie, nachdem der erſte Widerſtand überwunden iſt, nicht mehr abgeſtoßen; ſie oscillirt lebhaft, indem ſie in ſehr kurzen Zwiſchenräumen ſich der Oeffnung bald nähert, bald von ihr entfernt. Die Luft entweicht dabei mit großem Geräuſch zwiſchen der Scheibe und der Wand. Wenn man verſucht, die Scheibe wegzunehmen, ſo muß man große Kraft anwenden, wie wenn ſie auf die Wand feſtgeleimt wäre. Clement und Deſormes erklärten dies Phänomen ganz richtig. Der Luftſtrahl, welcher die Oeffnung verläßt, muß ſich in eine dünne Schicht zwiſchen der Scheibe und der Wand ausbreiten (Fig. 295). Bei unveränderter Dicke muß ſie ſich nun um ſo mehr ausbreiten, je mehr ſie ſich dem Rande der Scheibe nähert; ſie befindet ſich alſo in demſelben Falle wie ein flüſſiger Strahl, welcher die immer wachſenden Querſchnitte eines coniſchen Anſatzrohres ausfüllen ſoll. Zwiſchen der Scheibe und der Wand bildet ſich ein luftverdünnter Raum, in Folge deſſen die atmoſphäriſche Luft, von unten gegen die Scheibe drückend, ſie an die Wand anpreßt.

Man kann dieſen Verſuch auch im Kleinen anſtellen, wenn man Luft mit dem Munde durch eine Röhre bläſ't, welche mit einer ebenen Scheibe endigt, wie dies Fig. 296 dargeſtellt iſt. *a b* iſt eine Glasröhre, welche in einem durchbohrten Korkſtopfen ſteckt, an deſſen unterer Fläche eine Scheibe von dünnem glatten Pappendeckel angeleimt iſt. Dieſe Scheibe hat natürlich in der Mitte ein Loch. Nahe am Rande ſind drei Stäbchen, etwa von Draht, oder auch Glasſtäbchen befeſtigt (etwa durch ein aufgeleimtes Korkſtückchen *d* Fig. 297). An ihrem unteren Ende iſt an jedem dieſer Stäbchen ein Knopf *f*. Fig. 297, von Holz oder Kork befeſtigt, und auf dieſen drei Knöpfchen liegt endlich frei nach Oben beweglich eine Scheibe von dünnem Kartenpapier; ſie hat drei Löcher, durch welche die drei Stäbchen hindurchgehen. Sobald man bei *a* in die Röhre *a b* hineinbläſ't, wird die bewegliche Scheibe gehoben und bleibt an der oberen Scheibe hängen, bis man mit Blaſen aufhört.

Fig. 296.

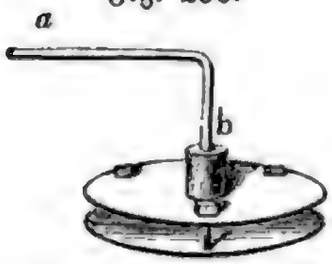


Fig. 297.

Den Durchmesser der Scheiben kann man ungefähr 1 Decimeter, die vertikale Entfernung der beiden Scheiben 1 Centimeter machen.

Die einfachste Art, diesen Versuch anzustellen, hat Faraday angegeben. Man schließe die Finger der offenen Hand fest an einander, so wird doch noch von Gelenk zu Gelenk ein spaltartiger Zwischenraum bleiben. Während man nun die Hand auf diese Weise horizontal hält, so daß die Fläche abwärts gekehrt ist, applicire man die Lippen dem Intervall zwischen dem Zeige- und Mittelfinger, nahe an ihren Wurzeln, und blase möglichst stark. Bringt man nun ein Stück Papier von 3 bis 4 Quadratzoll an die Oeffnung, durch welche der Luftstrom hindurchgeht, so wird es weder durch diesen Luftstrom fortgeblasen, noch fällt es durch sein Gewicht herab, was aber sogleich geschieht, sobald man mit Blasen aufhört.

Vierter Abschnitt.

Akustik.

Erstes Kapitel.

Gesetze der Wellenbewegung im Allgemeinen und der Schallwellen insbesondere.

125 Wenn ein Pendel aus seiner Gleichgewichtslage herausgebracht wird und dann sich selbst überlassen bleibt, so wird es zunächst durch die Schwere seiner Gleichgewichtslage wieder zugeführt, in derselben angelangt, kann es aber nicht in Ruhe bleiben, weil es mit einer Geschwindigkeit ankommt, die es über die Gleichgewichtslage hinaustreibt, und so macht denn das Pendel eine Reihe von Schwingungen, deren Gesetze wir schon oben betrachtet haben.

Bei der Bewegung des Pendels bleibt die gegenseitige Lage der Theilchen desselben unverändert. Wenn aber die gegenseitige Lage der einzelnen Theilchen eines Körpers durch irgend eine äußere Ursache gestört wird, so werden dieselben, wenn irgend Kräfte vorhanden sind, welche die ursprüngliche Gleichgewichtslage wieder herzustellen streben, ebenfalls in eine oscillatorische Bewegung gerathen, welche sich von der Pendelbewegung wesentlich dadurch unterscheidet, daß sich die gegenseitige Lage der Partikelchen mit jedem Momente ändert; man hat also hier nicht allein die Oscillationsbewegung eines einzelnen Theilchens, sondern auch die Veränderungen in der gegenseitigen Lage der Theilchen zu betrachten.

Die Oscillationsbewegung der einzelnen Theilchen eines Körpers kann von der Art seyn, daß alle Theilchen gleichzeitig in Bewegung gerathen, gleichzeitig ihre Gleichgewichtslage passiren, gleichzeitig die Gränzen ihrer Oscillationsamplituden erreichen und dann gleichzeitig ihren Rückweg wieder beginnen. Von dieser Art sind die Vibrationen eines an einem Ende eingeklemmten Stahlstreifens, Fig. 298, einer zwischen zwei

Fig. 298.

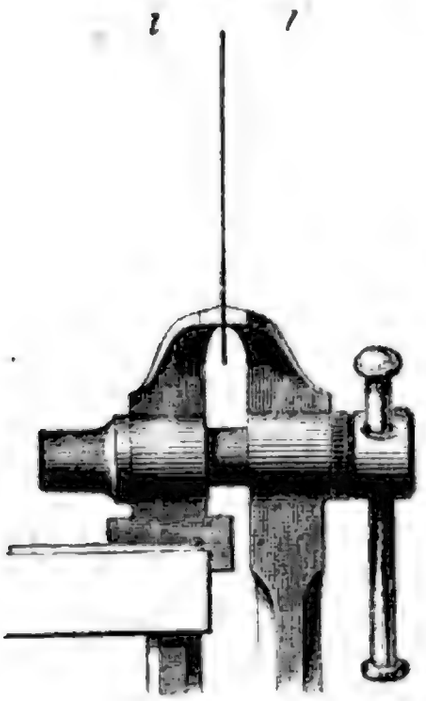
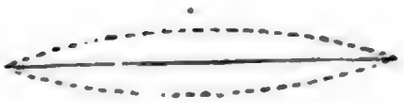


Fig. 299.



festen Punkten ausgespannten Saite, Fig. 299. Solche Schwingungen nennt man nach Weber »stehende Schwingungen«.

Wenn die Bewegungen der einzelnen Theilchen von der Art sind, daß die Vibrationsbewegung von Theilchen zu Theilchen fortschreitet, daß jedes folgende Theilchen dieselben Oscillationen macht wie das vorhergehende, nur mit dem Unterschiede, daß es seine Bewegung später beginnt, so sind dies fortschreitende Schwingungen. Durch die fortschreitenden Schwingungen werden Wellen erzeugt. Die Bewegung, das Fortschreiten der Welle ist hier wesentlich von der Oscillation der einzelnen Theilchen zu unterscheiden.

Beispiele von Wellenbewegung liefert uns eine ruhige Wasserfläche, auf welche man einen Stein fallen läßt, ein langes gespanntes Seil, gegen welches man nahe am einen Ende einen kräftigen Schlag führt, die Schallwellen in der Luft u. s. w. Wir werden diese verschiedenen Wellenbewegungen alsbald näher betrachten.

Die Vibrationsbewegungen können nun je nach der Ursache der Störung des Gleichgewichtes, je nach der Natur der Kraft, welche die Theilchen wieder in die Gleichgewichtslage zurückzuführen strebt, bald größer, bald kleiner seyn, so daß dadurch die äußere Gestalt der Körper merkliche oder unmerkliche Formveränderungen erleidet; die Vibrationen können langsamer oder schneller seyn; sie sind oft langsam genug, daß man die einzelnen Schwingungen mit dem Auge verfolgen und zählen, oft sind sie aber auch so schnell, daß man die einzelnen Oscillationen nicht mehr für sich unterscheiden kann.

Wenn die Vibrationsbewegung eines Körpers einen gewissen Grad von Geschwindigkeit überschreitet, so kann ihre Gesammtwirkung noch einen gewissen Eindruck hervorbringen, indem sie in den umgebenden Medien Wellenbewegungen erzeugt, durch welche sie, bis zu besonders eingerichteten Sinnes-Organen fortgeleitet wird und hier eine eigenthümliche Empfindung veranlaßt.

So veranlassen Vibrationen, deren Geschwindigkeit innerhalb gewisser bald näher zu besprechender Gränzen liegt, in der Luft oder anderen ela-

stischen Medien Wellen, welche, in abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen bestehend, bis zum Ohre fortgepflanzt als Ton wahrgenommen werden.

Noch ungleich schnellere Vibrationen der Körpertheilchen bringen durch die Wellenbewegung eines eigenthümlichen elastischen Fluidums, welches wir Aether nennen, bis in unser Auge fortgepflanzt, hier den Eindruck des Lichtes hervor.

Da nun sowohl Schall- als Lichtvibrationen durch Wellenbewegungen fortgepflanzt werden, so wollen wir zunächst die wichtigsten Gesetze der Wellenbewegung überhaupt etwas näher betrachten und diese Betrachtung mit den Wasserwellen beginnen, weil von ihnen doch der Begriff der Welle entnommen ist und weil durch das Verständniß der Wasserwellen das Verständniß anderer Wellenbewegungen, namentlich der Schallwellen, welche uns hier vorzugsweise interessiren, sehr erleichtert wird.

126 Wenn man einen Stein ins Wasser wirft, so bilden sich kreisförmige Wellen, welche von einem Mittelpunkte (der Stelle, wo der Stein ins Wasser fiel) aus nach allen Richtungen sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit verbreiten, wenn nicht irgend eine störende Ursache wirkt. Die Wellen bestehen in abwechselnden Bergen und Thälern, welche sich ziemlich rasch einander folgen und welche in der Richtung von dem Mittelpunkte nach außen hin fortschreiten.

Während nun ein Wellenberg nach außen hin fortschreitet, nehmen nicht etwa auch die einzelnen Wassertheilchen an dieser fortschreitenden Bewegung Antheil, denn wenn ein Stückchen Holz auf dem Wasser schwimmt, so sieht man, wie es abwechselnd gehoben wird und sich dann wieder senkt, wenn Wellenberge und Wellenthäler gleichsam unter ihm wegziehen.

Die Kraft, durch welche die Wasserwellen hier fortgepflanzt werden, ist die Schwere, denn wenn durch irgend eine Ursache in der horizontalen Wasserfläche eine Erhöhung oder Vertiefung hervorgebracht wird, so wirkt alsbald die Schwere der einzelnen Wassertheilchen, um die gestörte horizontale Ebene wieder herzustellen, dadurch wird eine Oscillationsbewegung hervorgebracht, welche nach und nach von Theilchen zu Theilchen fortgepflanzt wird.

Sobald sich einmal regelmäßige Wellen gebildet haben, beschreiben die einzelnen Wassertheilchen an der Oberfläche während des Fortschreitens der Welle in sich zurückkehrende Kurven, welche im Falle der größten Regelmäßigkeit Kreise sind, nur in solchen Fällen, in welchen der dem Gipfel vorangehende Theil des Wellenberges dem folgenden nicht gleich ist, beschreiben die einzelnen Wasser-

Fig. 300. Fig. 301.

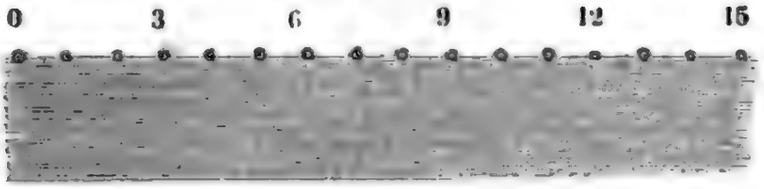
theilchen Kurven, die nicht in sich geschlossen sind, von der Art, wie sie Fig. 300 und Fig. 301 dargestellt sind.

Die Bewegung der einzelnen Wassertheilchen während des Fortschreitens der Welle ist von den Gebrüdern Weber durch eine Reihe genauer Versuche ermittelt worden. Sie bedienten sich hier zu diesen Versuchen einer größeren und kleineren Wellenrinne. Die kleinere war ungefähr $5\frac{1}{2}$ Fuß lang und über 8 Zoll tief; die beiden Seitenwände wurden durch Glastafeln gebildet, welche 6,7 Linien weit von einander abstanden; bei der größeren, welche einen 6 Fuß langen, 2,5′ tiefen und 1 Zoll 1,4 Linien breiten Raum einschloß, waren die Seitenwände durch Bretter gebildet, in denen nur an einzelnen Stellen Glasstreifen wasserdicht eingesetzt waren.

Betrachten wir nun den Zusammenhang zwischen der Bewegung der einzelnen Wassertheilchen und dem Fortschreiten der Welle etwas genauer.

Nehmen wir an, eine ganz regelmäßige Wellenbewegung habe sich, von der Linken zur Rechten fortschreitend, bis zu dem Wassertheilchen 0, Fig. 302, fortgepflanzt und veranlasse dieses Theilchen, nun eine kreisför-

Fig. 302.



mige Bahn zurückzulegen. Während nun das Theilchen *o* zum ersten Male seine Kreisbahn vollendet, wird die Bewegung eine bestimmte Strecke sich fortpflanzen. Das mit 12 bezeichnete Wassertheilchen sey nun dasjenige, bis zu welchem sich die Oscillationsbewegung von 0 aus fortpflanzt, während 0 eine Umdrehung vollendet, so wird 12 seine erste Umdrehung in demselben Momente beginnen, in welchem 0 seine zweite Umdrehung beginnt.

Denken wir uns nun den Umfang des Kreises, welchen das Theilchen 0 beschreibt, und ebenso den Raum zwischen 0 und 12 in 12 gleiche Theile getheilt, so wird die Wellenbewegung in der Richtung von 0 nach 12 immer um eine Abtheilung weiter schreiten, während das Theilchen 0 $\frac{1}{12}$ seiner kreisförmigen Bahn zurücklegt.

Während das Theilchen 0 das erste Zwölftel seiner Bahn zurücklegt, pflanzt sich die Wellenbewegung bis 1, während 0 das erste Viertel seiner Bahn zurücklegt, pflanzt sie sich bis 3 fort.

Fig. 303 stellt den Moment dar, in welchem das Theilchen 0 den vierten Theil oder $\frac{3}{12}$ des Kreises zurückgelegt hat, den es durchlaufen

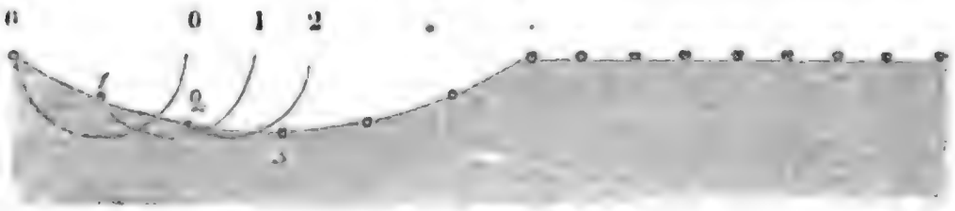
soll; das Theilchen 1 hat in diesem Augenblicke $^2/_{12}$, das Theilchen 2 hat

Fig. 303.

$^1/_{12}$ seiner Kreisbahn zurückgelegt, das Theilchen 3 ist noch nicht aus seiner Gleichgewichtslage verrückt.

Die Fig. 304 bezieht sich auf den Augenblick, in welchem das Theilchen

Fig. 304.



0 die Hälfte seiner Bahn zurückgelegt hat; das Theilchen 1 hat $^5/_{12}$, das Theilchen 2 hat $^4/_{12}$, das Theilchen 3 hat $^3/_{12}$ seiner Bahn zurückgelegt, die Theilchen 4 und 5 befinden sich in derselben Lage wie die Theilchen 1 und 2 der vorigen Figur. Das Theilchen 6 ist noch nicht aus seiner Gleichgewichtslage entfernt, beginnt aber eben seine Bewegung.

Hier hat das Theilchen 3 seine tiefste Stellung erreicht, hier ist die Mitte eines Wellenthals.

Wenn nun abermals $^1/_{12}$ der Zeit vergangen ist, welche ein Theilchen braucht, um seinen Kreislauf ganz zu vollenden, so wird das Theilchen 3 in eine solche Lage gegen seine ursprüngliche Stellung gekommen seyn, wie es jetzt für das Theilchen 2 der Fall ist, das Theilchen 4 hat seine tiefste Stellung erreicht, es ist um $^1/_4$ Kreis von seiner Gleichgewichtslage entfernt; das Wellenthal ist also in diesem Zeittheilchen von 3 bis 4 fortgerückt.

Fig. 305 stellt den Moment dar, wo das Theilchen 0 $^3/_4$ seines Weges

Fig. 305.

zurückgelegt, wo es den höchsten Punkt seiner Bahn erreicht hat, hier ist also der Gipfel eines Wellenberges. Das Theilchen 1 hat bereits $^8/_{12}$, 2 hat $^7/_{12}$, 3 hat $^6/_{12}$ seiner Bahn zurückgelegt; die Theilchen 4, 5, 6, 7, 8

befinden ſich in derſelben Lage, wie 1, 2, 3, 4 und 5 der vorigen Figur. Von dem Momente an, auf welchen ſich Fig. 304 bezieht, bis zu dem Momente, welchen Fig. 305 darſtellt, iſt das Wellenthal von 3 bis 6 fortgerückt.

Während das Theilchen 0 das letzte Viertel ſeiner Bahn zurücklegt, ſchreitet der Wellenberg von 0 bis 3, das Wellenthal von 6 bis 9 fort, und in demſelben Moment, wo 0 ſeine Bahn zum erſten Male zurückgelegt hat und ſie zum zweiten Male zurückzulegen beginnt, wird das Theilchen 12 zum erſten Male ſeine Bahn beginnen.

Dieſer Moment iſt in Fig. 306 dargeſtellt, welche wohl keiner Erläuterung mehr bedarf.

Fig. 306.

Fig 307.

Die Fig. 307 ſtellt den Augenblick dar, in welchem 0 zum zweiten Male ſeine Bahn zurückgelegt hat; in dieſem Moment wird 12 ſeinen Weg zum erſten Male gemacht und die Bewegung überhaupt ſich bis 24 fortgepflanzt haben; ein Wellenberg iſt in 3, ein zweiter in 15, ein Wellenthal in 9, ein zweites in 21.

Wenn nun die Wellenbewegung ungeſtört fortdauert, ſo werden dadurch, daß die einzelnen Waſſertheilchen fortfahren, ihre Kreisbahnen zu durchlaufen, die Wellenberge ſowohl als die Wellenthäler gleichmäßig in der Richtung von der Linken zur Rechten fortſchreiten, indem ein Theilchen nach dem andern den höchſten oder tiefſten Punkt ſeiner Bahn erreicht.

So ſchreitet denn Wellenberg und Wellenthal dadurch voran, daß allen Waſſertheilchen dieſelbe Kreisbewegung mitgetheilt wird, daß aber jedes folgende Theilchen dieſelbe ſpäter beginnt als das vorangehende.

Die Entfernung von einem Theilchen bis zum nächſten, welches ſich in

gleichen Schwingungszuständen befindet, heißt eine Wellenlänge, also die Entfernung von 0 bis 12, von 12 bis 24, denn diese Theilchen beginnen gleichzeitig ihre Oscillation, sie erreichen gleichzeitig ihren tiefsten und ihren höchsten Stand. Demnach ist auch die Entfernung von dem Gipfel eines Wellenberges bis zum nächsten, also in unserer Figur von 3 bis 15, von der Mitte eines Wellenthales bis zur Mitte des nächsten Wellenthales, also hier von 9 bis 21, eine Wellenlänge.

Solche Theilchen, welche um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge von einander entfernt sind, wie 0 und 6, 3 und 9, 9 und 15, befinden sich stets in entgegengesetzten Schwingungszuständen. Das Theilchen 9 z. B. bildet eben den tiefsten Punkt eines Wellenthales, 3 und 15 dagegen den Gipfel eines Wellenberges. Die Theilchen 0 und 6 befinden sich zwar beide in der Höhe ihrer Gleichgewichtslage, allein die Bewegung von 0 ist nach unten, die von 6 ist nach oben gerichtet.

Die Zeit, welche ein Theilchen braucht, um eine Oscillation zu vollenden, heißt die Dauer einer Oscillation.

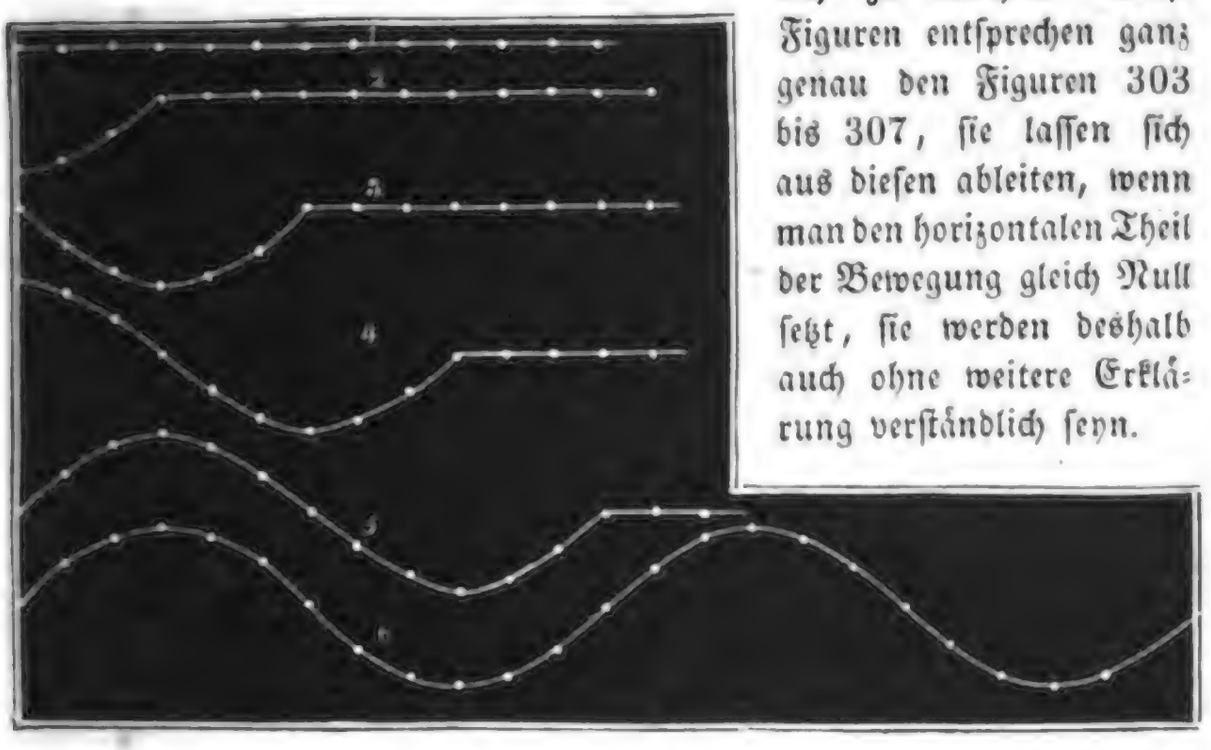
Während ein Theilchen eine Oscillation vollendet, schreitet die Welle um eine Wellenlänge voran.

Die nähere Betrachtung des Verhältnisses zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, der Größe und Dauer der Oscillationen und der Gestalt der Wellen, der Oscillationsbewegung der Theilchen im Innern der Flüssigkeit, der Abnahme der Höhe der Wellenberge und Thäler mit der Entfernung von dem Ursprunge der Welle, die Bildung der Wellen auf großen Gewässern unter dem Einflusse des Windes würde uns hier zu weit führen; wir müssen in dieser Beziehung auf das classische Werk der Gebrüder Weber: »Wellenlehre, auf Experimente gegründet, Leipzig 1825«, verweisen. Ebenso lassen wir hier die Erscheinungen der Reflexion und Interferenz der Wasserwellen unberücksichtigt, da wir die entsprechenden Erscheinungen bei den Schall- und Lichtwellen doch näher untersuchen müssen.

127 Es ist schon bemerkt worden, daß die Bahnen der Wassertheilchen nicht immer, wie wir in unseren Zeichnungen annahmen, genau kreisförmig, ja nicht einmal immer in sich selbst zurückkehrende Kurven sind. Häufig geht die kreisförmige Bahn in eine elliptische über, indem bald der horizontale, bald der vertikale Durchmesser der größere ist. Wäre der horizontale Durchmesser gleich Null, so würden die einzelnen Theilchen nur rechtwinklig auf der Richtung, nach welcher sich die Wellen fortpflanzen, auf und nieder oscilliren. Eine Bewegung der Art ist es, welche die Wellen am gespannten Seile fortpflanzt. Später werden wir auch eine solche Wellenbewegung bei der Lehre vom Lichte näher kennen lernen.

Die Figuren 1 bis 6 (Fig. 308) sollen dazu dienen, die Fortpflanzung solcher Wellen, also etwa der Seilwellen, anschaulich zu machen. Diese Figuren entsprechen ganz genau den Figuren 303 bis 307, sie lassen sich aus diesen ableiten, wenn man den horizontalen Theil der Bewegung gleich Null setzt, sie werden deshalb auch ohne weitere Erklärung verständlich seyn.

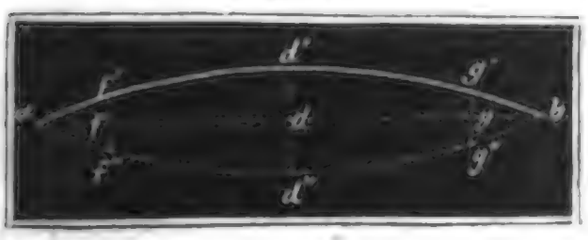
Fig. 308.



Wenn eine Seilwelle, gegen den einen Befestigungspunkt fortschreitend, an demselben angekommen ist, so wird sie reflectirt, sie kehrt wieder nach dem andern Ende zurück und läuft so mehrmals hin und her. Wenn aber nun fortwährend neue Wellen erzeugt werden, so wird es kommen, daß die reflectirten Wellen den neu ankommenden begegnen, durch das Zusammenwirken der beiden Wellensysteme aber bilden sich stehende Wellen.

Die Bildung stehender Seilwellen durch das Zusammenwirken 128
(Interferenz) des directen und des reflectirten Wellensystems wollen wir hier nicht näher untersuchen, weil wir später doch die auf ganz ähnlichen Principien beruhende Bildung stehender Luftwellen durch die Interferenz eines directen und eines reflectirten Wellensystems einer genaueren Betrachtung unterwerfen müssen, wir wollen hier nur noch die Art der Bewegung eines Seiles oder einer Saite während solcher stehenden Schwingungen näher betrachten.

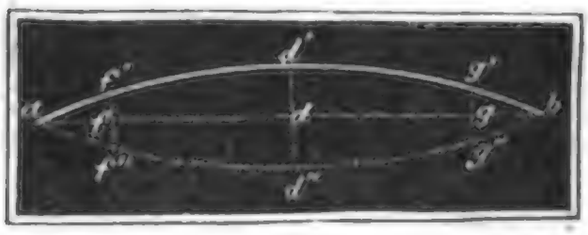
Fig. 309.



Der einfachste Fall ist der, daß das Seil seiner ganzen Länge nach schwingt, wie es Fig. 309 dargestellt ist. Man kann diese Bewegung dadurch hervorbringen, daß man die Mitte eines nicht gar fest gespann-

ten Seiles von 10 bis 20 Fuß Länge etwas aus ihrer Gleichgewichtslage (am beſten etwas nach der Rechten oder Linken) entfernt und dann das Seil ſich ſelbſt überläßt. Alle Theilchen befinden ſich gleichzeitig auf der einen und dann wieder auf der andern Seite der Gleichgewichtslage; ſie erreichen gleichzeitig das Maximum ihrer Entfernung von der Gleichgewichtslage auf der rechten Seite und kommen gleichzeitig auf den Endpunkten ihrer Bahnen auf der andern Seite an. Die Theilchen alſo, deren Gleichgewichtslage f, d und g iſt, kommen gleichzeitig in f', d' und g' an, ſie paſſiren gleichzeitig ihre Gleichgewichtslage, nach derſelben Richtung ſich bewegend, ſie kommen gleichzeitig in f'', d'', g'' an.

Fig 310.



Während alſo alle Theilchen ſich gleichzeitig ſtets auch in gleichen Schwingungszuſtänden befinden, iſt nur die Amplitude ihrer Oscillationen ungleich, ſie iſt für das Theilchen d größer als für f und g.

Die Schwingungen einer geſpannten Saite, welche man aus ihrer Gleichgewichtslage bringt, oder die man in der Mitte ihrer Länge mit einem Fiedelbogen anſtreicht, ſind ganz von derſelben Art. Die Schwingungen der Saite ſind aber ſo ſchnell, daß man die einzelnen Oscillationen als ſolche nicht mehr unterſcheiden kann, dahingegen bringen ſie nun einen Ton hervor. In Beziehung auf dieſen Ton werden wir ſpäter die Schwingungen der Saite noch einmal zu betrachten haben.

Die Schwingungen eines nicht gar ſtark geſpannten Seiles ſind langſam genug, um ſie zählen zu können; es hält aber ſchwer, auf die angegebene Weiſe eine ganz regelmäßige Oscillationsbewegung hervorzubringen, wenn man die Mitte des Seiles in der Richtung von unten nach oben aus ihrer Gleichgewichtslage bringt, weil alsdann nicht allein die Elaſticität des Seiles die Theilchen in ihre Gleichgewichtslage zurückführt, ſondern auch die Schwere; wenn man aber die Mitte des Seiles nach der Rechten oder Linken aus der Gleichgewichtslage bringt, ſo iſt die Bewegung theilweiſe eine förmliche Pendelbewegung, weil, wenn das Seil nicht ſehr ſtark geſpannt iſt, die Mitte immer etwas herabhängt, ſpannt man es aber ſtärker, ſo werden die Schwingungen zu ſchnell, um ſie einzeln unterſcheiden zu können.

Am beſten laſſen ſich die ſtehenden Schwingungen an einem Seile zeigen, wenn man das eine Ende deſſelben befeſtigt, das andere aber in der Hand hält und mit demſelben mit gleichförmiger Geſchwindigkeit kleine Kreiſe beſchreibt. Wenn man die richtige Geſchwindigkeit für die Bewegung der Hand gefunden hat, was während des Verſuchs ganz leicht iſt, ſo wird das Seil in eine ſolche Bewegung gerathen, daß die Mitte deſſelben

einen großen Kreis um ihre Gleichgewichtslage beschreibt. Alle anderen Punkte des Seiles drehen sich dann gleichfalls in Kreisen um ihre Gleichgewichtslage, nur sind die Kreise um so kleiner, je näher die Punkte den Enden des Seiles liegen.

Wenn man nun die Bewegung der Hand beschleunigt, so wird die Regelmäßigkeit der Bewegung des Seiles gestört, es ist aber leicht, die Geschwindigkeit der Hand so zu beschleunigen, daß sich in der Mitte des Seiles ein Ruhepunkt bildet. Jede Hälfte des Seiles schwingt dann ganz in der Weise, wie in dem vorigen Falle, das ganze Seil; die Mitte einer jeden Hälfte beschreibt größere Kreise als alle übrigen Punkte; hier bildet sich also ein Bauch. In unserer Figur haben wir zwei Bäuche und einen Knoten; so nennt man nämlich den ruhenden Punkt *k*, welcher die beiden schwingenden Theile scheidet.

Fig. 311.

Fig 312.

Wenn *l* seine höchste Stellung erreicht, so erreicht *m* gleichzeitig seine tiefste, und umgekehrt.

Bei noch größerer Geschwindigkeit der Hand gelangt man leicht dahin, im Seile zwei Knoten und drei Bäuche zu erzeugen, wie dies Fig. 312 dargestellt ist.

Ebenso ist es möglich, daß sich das Seil in noch mehr Abtheilungen theilt, die immer durch einen Knotenpunkt getrennt sind.

Auch an gespannten Saiten lassen sich die Knotenpunkte beobachten. Fig. 313 stelle eine gespannte Saite dar, an welcher durch einen Steg ein Stück abgeschnitten wird, dessen Länge $1/3$ von der Länge der ganzen Saite beträgt, so also, daß durch den Steg die Saite in zwei Theile getheilt wird, von denen der eine halb so groß ist als der andere. Wenn man nun das kleinere Stück mit dem Fiedelbogen anstreicht, so geräth auch das andere Stück in Vibrationen, und zwar so, daß sich ein Knoten in *n* und zwei Bäuche in *v* und *v'* bilden. Der Knoten läßt sich dadurch nachweisen, daß man an verschiedenen Stellen der Saite leichte Papierreiterchen aufsetzt, welche überall sonst abgeworfen werden, während sie auf den Knotenpunkten sitzen bleiben.

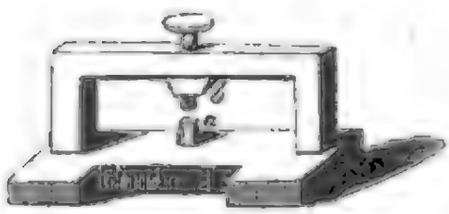
Fig. 313.

Wenn man den Steg so setzt, daß durch ihn die Saite in zwei Theile getheilt wird, von denen der kleinere $1/4$ von der ganzen Länge der Saite ist, so bilden sich, wenn man diesen kleineren Theil mit dem Fiedelbogen anstreicht, zwei Knoten und drei Bäuche u. s. w.

In Platten, Glocken u. s. w. lassen sich ebenfalls stehende Schwin- 129

gungen hervorbringen. Um Platten vibriren zu machen, kann man die Zange, Fig. 314, anwenden, welche aber selbst sehr gut befestigt seyn muß.

Fig. 314.



Die Platte wird zwischen den Cylinder *a* und die Schraube *b* gebracht, welche beide mit einem Stückchen Kork oder Leder endigen. Wenn die Platte gehörig festgeschraubt ist, kann man die Vibrationen durch Anstreichen mit dem Fiedelbogen hervorbringen.

Man kann auf diese Weise Platten von Holz, Glas Metall u. s. w. in Schwingungen versetzen, sie mögen nun dreieckig, viereckig, rund, elliptisch u. s. w. seyn. Die vibrirenden Platten erzeugen ebenso wie die vibrirenden Saiten Töne, welche bald höher, bald tiefer sind. Man beobachtet ferner, daß sich die Platte für jeden dieser Töne in *schwingende Theile* und *Ruhelinien* oder *Knotenlinien* theilt. Im Allgemeinen wird die Ausdehnung der schwingenden Theile um so kleiner, die Knotenlinien also um so zahlreicher, je höher der Ton wird.

Um die Existenz dieser Knotenlinien nachzuweisen, streut man auf die obere Fläche der Tafel feinen trockenen Sand, welcher während des Tönens in die Höhe hüpft und niederfällt und sich endlich an den Knotenlinien anhäuft. Auf diese Weise entstehen die sogenannten *Klangfiguren*, deren Erfinder *Chladni* ist.

Savart hat ein sinnreiches Mittel ausgedacht, um auf eine vollständig correcte Weise diese Figuren aufzuheben, die man doch nur sehr schwer copiren könnte, wenn sie complicirt und verwickelt sind. Er wandte nämlich statt des Sandes Lackmus an, welches mit Gummi pulverisirt und zu einem Teige angemacht, von neuem pulverisirt und durchgesiebt wird, um Körnchen von gleicher und passender Dicke zu erhalten. Wenn dieses farbige und hygroskopische Pulver auf der Platte sich in den Knotenlinien angesammelt hat, so reicht es hin, auf die Platte ein etwas mit Gummiwasser befeuchtetes Blatt Papier zu legen und die Figur durch einen leichten Druck auf demselben zu fixiren. Auf diese Weise ist es *Savart* gelungen, mehrere hundert solcher Figuren derselben Platte zu sammeln, welche verschiedenen Tönen entsprechen.

Mit derselben Platte lassen sich, wie schon bemerkt, eine Menge verschiedener Figuren erzeugen, je nachdem man mit dem Bogen stärker oder schwächer, schneller oder langsamer streicht, oder je nachdem man den Unterstützungspunkt der Platte verändert und an verschiedenen Stellen des Randes streicht.

Es sind auf Seite 281, Fig. 315 bis 320 eine Reihe von Klangfiguren dargestellt, welche man mit einer quadratischen Platte erhält. Um z. B. das

Kreuz zu erhalten, deſſen Arme die Mittelpunkte je zweier paralleler Seiten des Quadrats verbinden (die erſte Figur), hat man die Mitte der Platte zu

Fig. 315.

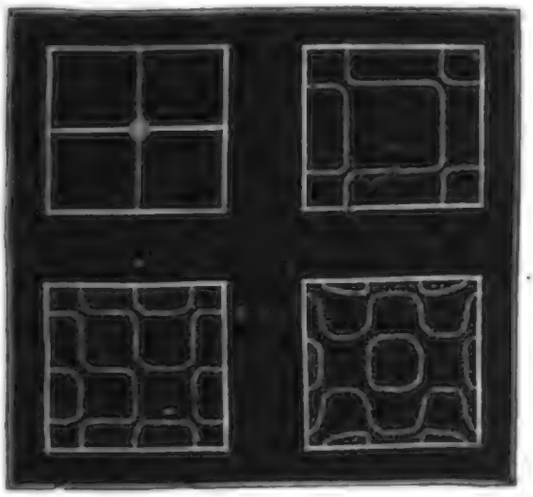


Fig. 316.

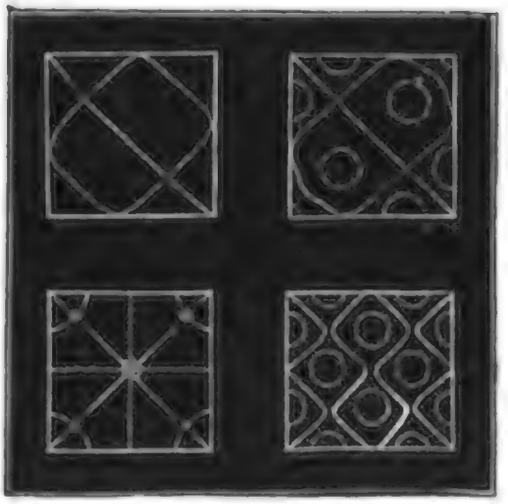


Fig. 317.

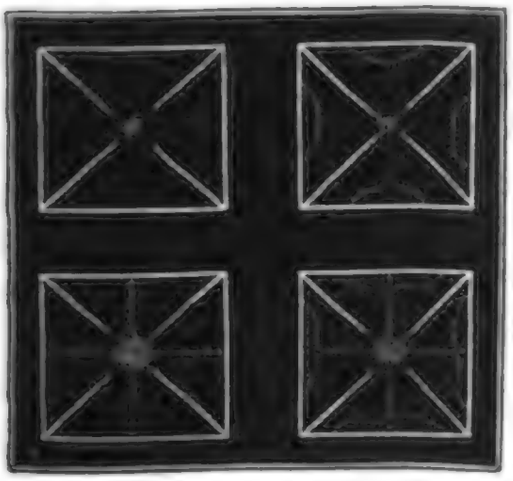


Fig. 318

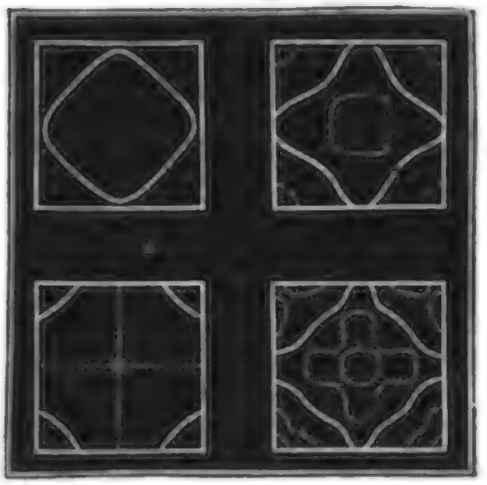


Fig. 319.

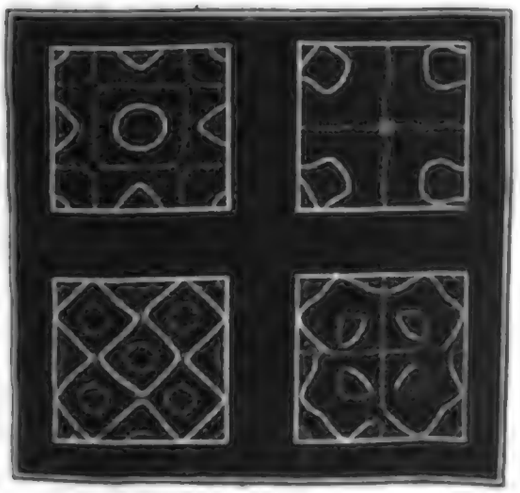
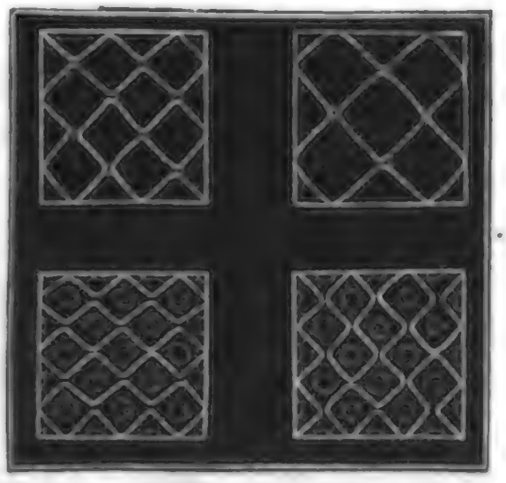


Fig. 320.



fixiren und an einem Eck zu ſtreichen. Wenn man die Mitte der Platte fixirt und in der Mitte einer Seite des Quadrats ſtreicht, erhält man ein Kreuz, deſſen Arme die gegenüberliegenden Ecken des Quadrats verbinden, Fig. 317.

Dreieckige und vieleckige Platten geben ähnliche Erscheinungen.

Kreisförmige Platten geben auch unzählig viele Töne, und jedem derselben entspricht auch eine besondere Figur. Man unterscheidet diametrale, concentrische und gemischte Systeme.

Das diametrale System ist nur aus Durchmessern zusammengesetzt und theilt den Umfang in eine gerade Anzahl von Theilen. Am leichtesten erhält man die Fig. 321, welche aus zwei Durchmessern besteht; darauf folgen drei Durchmesser u. s. w.

Fig. 321.

An Metallscheiben von 3 bis 4 Decimeter Durchmesser beobachtet man oft 36 bis 40 Abtheilungen am Umfange. Es ist leicht einzusehen, warum bei dieser Theilungsart durch gerade Linien stets eine gerade Anzahl von Abtheilungen entstehen muß, denn 1) ist klar, daß die Schwingungen aller Abtheilungen im Einklange seyn müssen, d. h. sie müssen alle in gleicher Zeit gleichviel Schwingungen machen, und da sie gleiche Länge haben, so muß auch ihre Ausdehnung dieselbe seyn; 2) müssen die neben einander liegenden Abtheilungen entgegengesetzte Bewegungen haben, und dies ist bei einer ungeraden Anzahl von Abtheilungen nicht möglich.

Bei dem concentrischen Systeme bilden die Knotenlinien Kreise, deren Mittelpunkt in die Mitte der Scheibe fällt. Der einfachste Fall ist der einer einzigen Knotenlinie, Fig. 322. Um diese Figuren hervorzubringen, nahm Chladni Platten von großem Durchmesser, die in der Mitte ein 4 bis 5 Millimeter weites rundes Loch hatten, durch welches man nach Art eines Fiedelbogens ein Bündel Roßhaare hin- und herzieht. Die Platte braucht nur in einigen der Punkte unterstützt zu seyn, durch welche die Knotenlinie gehen soll.

Fig. 322.

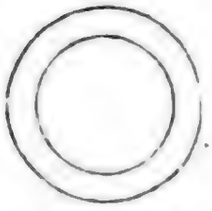
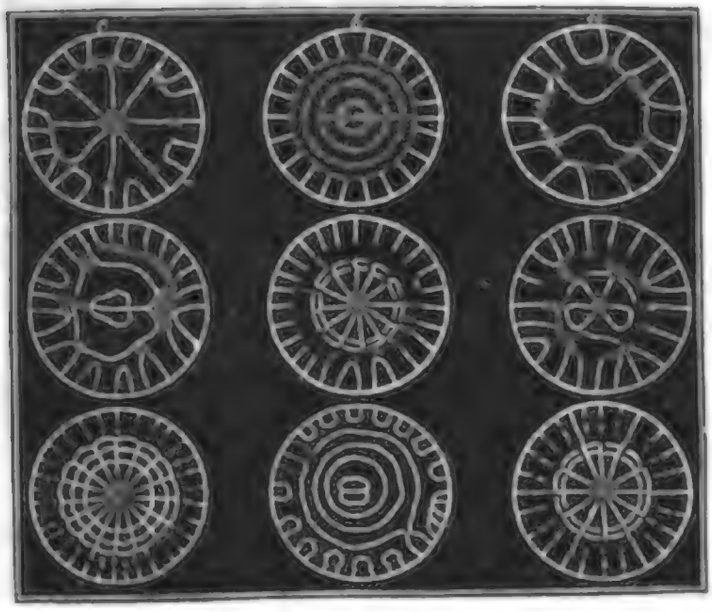


Fig. 323.

Fig. 324.



Das zusammengesetzte System besteht aus diametralen Linien, welche mehr oder weniger gebogen, und Kreisen, die ebenfalls

mehr oder weniger verändert sind. Um solche Figuren zu erhalten, ist immer einige Geschicklichkeit nöthig; das Princip besteht darin, mit den Fingern auf mehrere der Punkte zu drücken, durch welche die Knotenlinien gehen sollen. In Fig. 324 sind mehrere solcher zusammengesetzten Klangfiguren dargestellt.

Savart hat auch die Klangfiguren runder Platten studirt und hat z. B. gefunden, daß die diametralen Linien sich nicht bis zur Mitte fortpflanzen, wenn ihre Anzahl etwas groß wird. Nach Strehlke sind überhaupt alle Knotenlinien gekrümmt, die scheinbar geraden Linien in manchen dieser Figuren sind nur Zweige hyperbolischer Kurven.

Eine höchst merkwürdige von Savart aufgefundene Thatsache ist die Verrückung der Knotenlinien. Wenn man eine sorgfältig gearbeitete Messingplatte von ungefähr 4 Decimeter Durchmesser und 2 bis 3 Millimeter Dicke in der Weise befestigt, wie man Fig. 325 sieht, und, nachdem man semen lycopodii, welches weit leichter ist als Sand, darauf gestreut hat, mit einem Fiedelbogen am Rande streicht, so beobachtet man, für gewisse tiefe und volle Töne, welche einer diametralen Figur von 4, 6 oder 8 Strahlen entsprechen, daß die Knotenlinien nicht fest bleiben; sie erleiden eine entschiedene Oscillationsbewegung, und wenn man mit der Bewegung des Fiedelbogens fortfährt, gelangt man selbst dahin, ihnen eine continuirliche Rotationsbewegung zu ertheilen, so daß das Pulver eine Art Wirbel bildet, welcher in einer bestimmten Entfernung vom Umfange der Scheibe, dem er parallel bleibt, die Ebene der Scheibe durchläuft. Savart erklärt diese interessante Erscheinung auf folgende Weise: In den Scheiben, sie mögen noch so gut gearbeitet seyn, ist die Elasticität nicht nach allen Richtungen dieselbe; es giebt zwei Durchmesser, von welchen einer der größten, ein anderer der kleinsten Elasticität entspricht. Wenn man nun mit dem Fiedelbogen an einer solchen Stelle anstreicht, daß die Knotenlinien auf diese Durchmesser fallen, so bleiben die Knotenlinien unbeweglich, wenn man aber an einem anderen Punkte anstreicht, so sind die Bewegungen, welche der Fiedelbogen an dem Rande der Scheibe hervorbringt, unsymmetrisch, und die Knotenlinien, welche sich bilden, haben ein Bestreben, in die erste Lage zurückzukehren, und deshalb oscilliren sie um diese Lage, oder sie drehen sich continuirlich, wenn die hinlänglich großen Excursionen der Scheibe ihnen eine hinreichende Amplitude geben, damit sie ihre Ruhelage verlassen können.

Fig. 325.

Die Glocken machen in der Regel normale Schwingungen, wie die Platten, und theilen sich auch durch Knotenlinien, welche sehr unregelmäßig

seyn können. Um sich von diesen Knotenlinien eine Vorstellung zu machen, braucht man nur Wasser oder Quecksilber in eine Glocke oder ein großes Glas mit einem Fuße zu gießen und den Rand mit einem Fiedelbogen anzustreichen; man sieht dann, daß sich die Oberfläche der Flüssigkeit abtheilt, wie man z. B. Fig. 326 und Fig. 327 sieht, wo zwei einander rechtwinklig schneidende Knotenlinien deutlich wahrzunehmen sind.

Fig. 326.

Fig. 327.

Es ist klar, daß alle festen Körper ebenso wie Stäbe und Platten vibriren können, und daß sie sich dabei durch Knotenflächen, welche mehr oder weniger unregelmäßig sind, abtheilen. Wenn also ein Block von Holz, Stein oder Eisen durch den Schlag eines Hammers ertönt, so entstehen in der Masse desselben sicherlich Systeme verdünnter und verdichteter Wellen, wie in einer Luftsäule, nur sind sie um so kürzer, je weniger compressibel die Materie ist. Es hat aber große Schwierigkeiten, nur einigermaßen bedeutende Massen in Schwingungen zu versetzen und von ihnen reine und anhaltende Töne zu erhalten, und ohne Zweifel sind deshalb bis jetzt nur sehr wenig Versuche über diesen Gegenstand gemacht worden. Massen von verschiedener Substanz und verschiedener Form würden sicherlich auf ihrer Oberfläche Knotenlinien zeigen, welche ein treffliches Mittel bieten könnten, um die Structur und die Elasticität dieser Körper zu studiren.

130 **Wirkung der Luft auf die Knotenlinien.** Faraday hat beobachtet, daß die Knotenlinien, welche man im leeren Raume erhält, nicht immer mit den in der Luft erhaltenen übereinstimmen, namentlich wenn man Bärlappsamen (semen lycopodii) anwendet. Savart hat dies durch mehrere entscheidende Versuche bestätigt und zugleich die wahre Ursache dieser Differenz angegeben. Eine Platte von bestimmter Breite kann in der Luft nicht schwingen, ohne daß sich zu beiden Seiten der Knotenlinien kleine eigenthümliche Wirbel bilden, welche leichten Staub mit in die Höhe nehmen und da niederfallen lassen, wo sie einander treffen und wo ihre Geschwindigkeit gegen die Platte drückt. Wenn man z. B. das Ende eines breiten Streifens in Wasser taucht, welcher in der Weise schwingt, daß er eine Knotenlinie in der Mitte seiner Länge hat, so sieht man deutlich vermittelst Staubtheilchen, welche auf dem Wasser schwimmen, einen doppelten Wirbel, Fig. 328. Was aber im Wasser vorgeht, findet auch in der Luft Statt, und man begreift, daß, wenn die

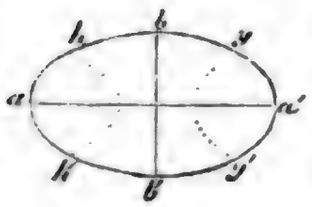
Fig. 328.

Knotenlinien sich kreuzen, die gegen einander wirkenden Wirbel sich gegenseitig modificiren müssen, und daraus ergeben sich supplementäre Knotenpunkte oder Knotenlinien, auf welchen sich der feine Staub absetzt, obgleich unter diesen scheinbaren Ruhepunkten Schwingungen stattfinden. Diese supplementären Punkte und Linien verschwinden nun im leeren Raume.

Vibrationen solcher Körper, welche nicht nach allen Richtungen dieselbe Elasticität haben. Savart hat über diesen Gegenstand zwei interessante Abhandlungen publicirt (Ann. de Chim. et de Phys. T. 40), von denen wir nur einen gedrängten Auszug geben können. 131

Savart bemerkte zuerst, daß, wenn man eine homogene elliptische Platte von Glas oder Metall vibriren läßt, das System zweier zu einander rechtwinkligen Knotenlinien stets mit den beiden Axen aa' und bb' der Ellipse zusammenfällt. Wenn man mit aller Gewalt das System verrücken will, indem man an den Enden dieser Axen streicht, so wird es allerdings verrückt, aber zugleich verändert, denn es geht in eine Art Hyperbel, hh' und yy', über, deren Hauptaxe mit der großen Axe der Ellipse zusammenfällt; in diesem Falle giebt die Platte den tiefsten Ton.

Fig. 329.



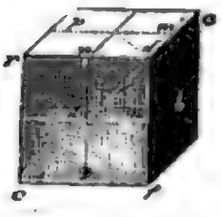
Um die Ellipse nach der Richtung aa' zu biegen, hat man eine größere Kraft nöthig, als wenn man sie nach der Richtung bb' biegen will; die Hauptaxe der Hyperbel fällt also mit der Richtung zusammen, welche der Biegung den größten Widerstand leistet.

Eine kreisförmige Platte von Messing zeigt ähnliche Erscheinungen, wenn man ihre Elasticität in einer Richtung durch mehrere parallele Feilstriche vermindert, welche die Dicke etwas vermindern. Wenn die Platte in diesem Zustande ist, fällt das diametrale System zweier rechtwinkligen Linien immer so, daß die eine Knotenlinie der Richtung der Feilstriche parallel ist, während die andere darauf rechtwinklig steht; wenn man aber an diesen Punkten streicht, so bildet sich ebenfalls eine Hyperbel, deren Hauptaxe in der Richtung liegt, welche der Biegung den größten Widerstand leistet.

Um die Erscheinungen zu studiren, welche Platten zeigen, deren Elasticität sich allmälig ändert, hat Savart eine Menge kreisförmiger Platten aus Holz geschnitten, deren Flächen mit der Ebene der Fasern parallel oder mehr oder weniger gegen dieselbe geneigt sind. Es stelle z. B. cc', Fig. 330, einen Würfel von Hainbuchenholz dar, an welchem die Fläche p parallel mit der Ebene der Fasern, t parallel mit den Fasern, aber rechtwinklig auf ihre Ebene, und b senkrecht auf die Fasern (auf's Hirn) ist. Wenn man mehrere solcher ganz gleicher Würfel aus demselben

Stamm geſchnitten hat, ſo kann man aus ihnen Platten von gleicher Dicke und gleichem Durchmeſſer machen, die man als aus demſelben Würfel genommen betrachten kann. Man ſchneidet ſolche Platten parallel mit der Fläche *p*, parallel mit *t*, mit *b*, dann in der Richtung *p m*, *p m'*, *p d* u. ſ. w. Indem nun Savart ſolche Platten vibriren ließ, um entweder das einfache diametrale Syſtem oder die Hyperbeln zu erhalten, fand er merkwürdige Beziehungen zwiſchen der Lage dieſer Syſteme und der Richtung der verſchiedenen Elaſticitätsaxen im Hainbuchenholze. Er erkannte, daß die Schwingungszahl nur indirect mit der Abtheilungsart zuſammenhängt; denn zwei ähnliche Knotenfiguren können von verſchiedenen Tönen herrühren, und umgekehrt bringt derſelbe Ton oft ganz verſchiedene Figuren hervor.

Fig. 330.



Indem Savart drei kleine prismatiſche Stäbe mit quadratiſcher Baſis ſchwingen ließ, die aus ſolchen Würfeln nach den Richtungen *d c'*, *d f* und *d r* geſchnitten waren, leitete er aus den hervorgebrachten Tönen das Verhältniß des Widerſtandes ab, welches das Hainbuchenholz nach dieſen drei auf einander rechtwinkligen Richtungen einer Biegung entgegenſetzt; er fand, daß, wenn man dieſen Widerſtand nach der Richtung *d c'* zur Einheit nimmt, der Widerſtand in der Richtung *d r* gleich 2,25, nach der Richtung *d f* aber gleich 16 iſt.

Aehnliche Verſuche wurden mit Bergkryſtall gemacht. Es iſt bekannt, daß dieſer Körper in ſechsſeitigen Säulen kryſtalliſirt, welche durch ſechsſeitige Pyramiden begränzt ſind, Fig. 331; die Linie *s s'*, welche die Gipfel der Pyramiden verbindet, iſt die Axe des Kryſtalls. In ſolchen Platten nun, welche ſenkrecht auf dieſe Axe geſchnitten ſind, kann das Syſtem der beiden diametralen rechtwinkligen Knotenlinien ohne merkliche Veränderung jede beliebige Lage annehmen, woraus hervorgeht, daß die Elaſticität nach allen Richtungen rechtwinklig auf die Axe *s s'* dieſelbe iſt.

Fig 331.

Solche Platten, welche parallel mit der Axe geſchnitten ſind, haben nicht nach allen Richtungen dieſelbe Elaſticität. Wenn ſie nach einer Richtung geſchnitten ſind, welche den Winkel zweier an einander ſtoßenden Säulenflächen halbirt, alſo z. B.

Fig. 332.

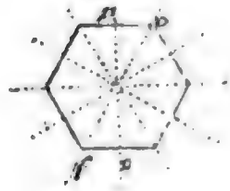


Fig. 333.

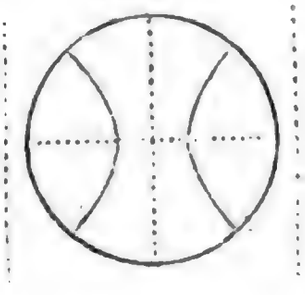
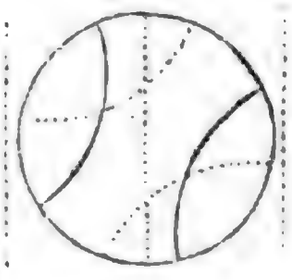


Fig. 334.



nach der Richtung *fc*, Fig. 332, so geben sie die rechtwinkligen Knotenlinien oder das hyperbolische System, Fig. 333; wenn sie aber nach einer Richtung geschnitten sind, welche auf der Ebene einer Säulenfläche rechtwinklig steht, wie *po*, so kann man nur zwei einander ähnliche hyperbolische Systeme erhalten, Fig. 334, welche jedoch verschiedenen Tönen entsprechen. Der Winkel, welchen die Axen dieser Hyperbeln mit einander machen, beträgt 51 bis 52 Grad.

Platten, die nach anderen Richtungen geschnitten sind, geben noch andere Resultate.

Fortpflanzung des Schalles durch die Luft. Die Vibrationsbe- 132
wegung irgend eines Körpers, welcher rings von Luft umgeben ist, bringt in derselben eine Wellenbewegung hervor, welche, bis zu unserm Ohre fortgepflanzt, die Empfindung des Schalles hervorbringt. In der Regel ist es freilich die Luft, in welcher sich die Schallwellen bis zu unserm Gehörorgane fortpflanzen, doch sind auch alle anderen elastischen Körper, feste sowohl wie flüssige, fähig, den Schall mehr oder weniger gut zu leiten, durch das Vacuum aber pflanzt sich der Schall nicht fort.

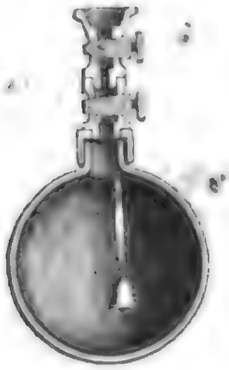
In die Mitte des Tellers der Luftpumpe lege man ein kleines Kissen von Wolle oder Kattun, auf welches man ein Uhrwerk setzt, welches mit einem Glöckchen versehen ist und ausgelöst werden kann. Alsdann wird eine Glocke aufgesetzt, welche oben mit einer Lederbüchse versehen ist, durch die ein Stäbchen hindurchgeht; das Stäbchen wird nun gedreht, um dadurch das Uhrwerk auszulösen. Augenblicklich beginnt die Uhr zu gehen, der Hammer schlägt in Zwischenräumen auf die Glocke, man hört aber nichts, wenn vorher die Glocke luftleer gemacht worden war. Läßt man nun die Luft allmälig wieder eintreten, so unterscheidet man alsbald den Ton, welcher stärker und stärker wird, wenn sich die Glocke mehr und mehr mit Luft füllt. Der Schall kann sich also nicht durch den leeren Raum fortpflanzen.

Der größte Lärm auf der Erde kann sich demnach nicht über die Gränzen unserer Atmosphäre verbreiten, dagegen kann aber auch von keinem andern Himmelskörper nur das mindeste Geräusch bis zu unserer Erde dringen; die furchtbarsten Explosionen könnten auf dem Monde stattfinden, ohne daß wir davon etwas hören.

Sauſſure sagt, daß auf dem Gipfel des Montblanc ein Pistolenschuß weniger Geräusch macht, als wenn man in der Ebene ein kleines Kanönchen losschießt, und Gay-Luſſac fand, mit seinem Ballon in einer Höhe von 700 Metern, also in einer sehr verdünnten Luft schwebend, daß die Intensität seiner Stimme ungemein abgenommen hatte.

Nicht in der Luft allein, sondern in allen Gasen und Dämpfen kann sich der Schall verbreiten. Um sich davon zu überzeugen, hängt man in einem großen Ballon ein Glöckchen an ungedrehten Hanffäden auf

Fig. 335.



(Fig. 335). Macht man den Ballon luftleer, ſo hört man das Glöckchen nicht mehr, ſobald man aber einige Tropfen einer flüchtigen Flüſſigkeit, etwa Aether, in den Ballon bringt, bilden ſich augenblicklich Dämpfe, und der Ton wird wieder hörbar.

Im Waſſer pflanzt ſich der Schall ſehr gut fort, die Taucher hören, was am Ufer geſprochen wird, und am Ufer hört man deutlich, wenn in großen Tiefen zwei Steine an einander geſchlagen werden.

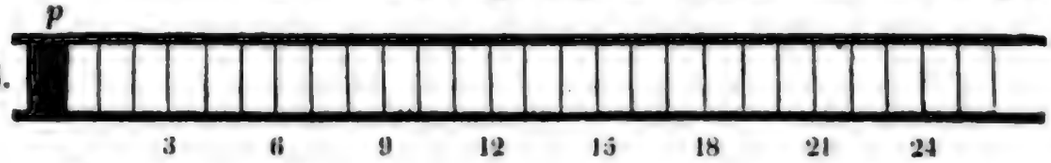
Die feſten Körper endlich können den Schall nicht allein erzeugen, ſondern auch fortpflanzen. Wenn man dem einen Ende eines 60 bis 70 Fuß langen Balkens das Ohr nähert, ſo hört man deutlich, wenn am andern Ende nur ſchwach angeklopft wird, wenngleich das Geräuſch in der Luft ſo ſchwach iſt, daß es ſelbſt der kaum hört, welcher es hervorgebracht hat.

Um die Art und Weiſe, wie ſich die Schallſchwingungen in der Luft fortpflanzen, anſchaulich zu machen, wollen wir uns denken, daß die Luft in einer an einem Ende offenen Röhre durch die Oscillationen eines am andern Ende angebrachten Kolbens in Schwingungen verſetzt wird.

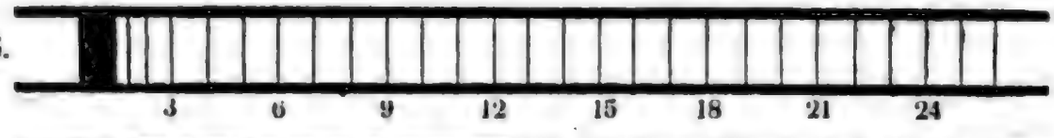
Fig. 337.

In Fig. 336 iſt eine ſolche Röhre dargeſtellt, die gleich weit von einander ſtehenden Striche ſtellen einzelne Schichten der überall gleich dichten Luft dar; p iſt der Kolben. Dieſer Kolben ſoll um die Länge ag, Fig. 337, raſch hin und her gehen.

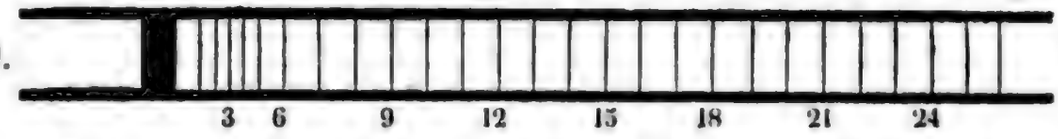
F. 336.



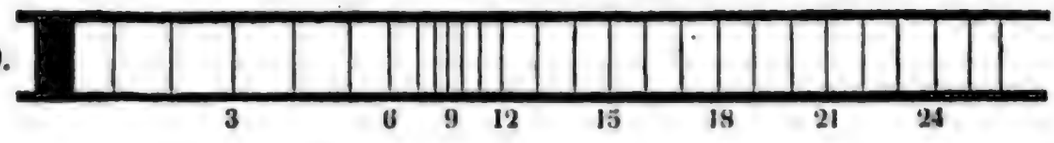
F. 338.



F. 339.



F. 340.



Eine ſolche oscillatoriſche Bewegung kann nicht gleichförmig ſeyn, wie dies ſchon früher bemerkt wurde. Denken wir uns die Zeit, welche der Kolben zu einem Hin- und Hergange, alſo von a nach g und von g zurück nach a, braucht, in 12 gleiche Theile getheilt, ſo legt er im erſten dieſer Zeittheilchen den Weg ab, im zweiten den Weg bc, im dritten den Weg cd u. ſ. w. zurück; die anfangs langſame Bewegung nimmt alſo

an Geschwindigkeit zu, sie ist am Ende des dritten Zeittheilchens am größten, sie wird 0 am Ende des sechsten, in welchem Augenblicke der Kolben am rechten Endpunkte seiner Bahn anlangt und von wo die rückgängige Bewegung des Kolbens beginnt.

Die Punkte b, c, d u. s. w. erhält man, wenn man einen Kreis zieht, dessen Durchmesser ag der Oscillationsamplitude gleich ist, wenn man den Umfang dieses Kreises in 12 gleiche Theile theilt und von den Theilungspunkten Perpendikel auf ag fällt.

Diese Bewegung des Kolbens pflanzt sich nun nach und nach auf alle die einzelnen Luftschichten der Röhre fort, jede derselben wird nach einiger Zeit dieselben Oscillationen machen wie der Kolben selbst, sie wird aber diese Bewegung um so später beginnen, je weiter sie von dem Kolben entfernt ist.

Wenn die Luft vollkommen unelastisch und starr wäre, so würde durch die Bewegung des Kolbens die ganze Luftsäule in der Röhre fortgeschoben werden, alle einzelnen Luftschichten würden gleichzeitig dieselbe Bewegung, und zwar die des Kolbens, haben; die Luft ist aber elastisch, die Bewegung pflanzt sich nur nach und nach fort, und zwar dadurch, daß die dem Kolben zunächst liegenden Schichten erst comprimirt werden und dann vermöge ihrer Elasticität erst auf die folgenden wirken.

Betrachten wir den Zustand der Luftsäule in dem Moment, in welchem der Kolben nach dem Beginne der Bewegung die Hälfte seines Weges nach der rechten Seite hin zurückgelegt, in welchem er also um die Länge ad von seiner ursprünglichen Lage entfernt, also in der Stellung Fig. 338 angekommen ist, so sehen wir, daß sich die Bewegung erst bis zu einer mit 3 bezeichneten Luftschicht fortgepflanzt hat, d. h. die Luftschicht 3 befindet sich noch an ihrer ursprünglichen Stelle, die Luft zwischen dem Kolben und der Luftschicht 3 ist zusammengedrückt, und dadurch wird nun auch diese Luftschicht 3 fortgedrückt, welche eben ihre Bewegung beginnt.

Die Luftschichten 1 und 2 (die Zahlen sind zwar in der Figur nicht beigeschrieben, weil wohl kein Zweifel seyn kann, welche gemeint sind) haben ihre Bewegung auch später begonnen als der Kolben, sie sind also auch noch nicht so weit von ihrer ursprünglichen Lage entfernt wie dieser. Die Luftschicht 1 begann ihre Bewegung um $^1/_{12}$, die Luftschicht 2 um $^2/_{12}$ der Zeit, welche der Kolben zu einem Hin- und Hergange braucht, später als dieser, deshalb ist 1 um die Entfernung ac, 2 aber erst um die Entfernung ab von ihrer ursprünglichen Lage verrückt.

Auf diese Weise ergiebt sich die gegenseitige Lage der Luftschichten zwischen 3 und dem Kolben, wie sie die Fig. 338 zeigt.

Fig. 339 zeigt den Kolben in dem Moment, in welchem er das rechte Ende seiner Bahn erreicht hat, also um die Länge ag von seiner ursprünglichen Lage entfernt ist. Die Bewegung hat sich unterdessen

bis zur Luftſchicht 6 fortgepflanzt, welche eben ihre Bewegung beginnt.

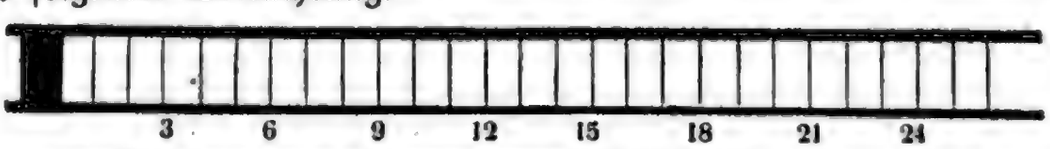
Der Kolben iſt eben zur Ruhe gekommen, um ſeine rückgängige Bewegung anzufangen, 3 aber hat in ſeiner Bewegung von der Linken zur Rechten eben ſeine größte Geſchwindigkeit.

Die Luftſchicht 1 iſt um die Länge af
» » 2 » » » » ae
» » 3 » » » » ad
» » 4 » » » » ac
» » 5 » » » » ab
» » 6 » » » » 0

von ihrer urſprünglichen, in Fig. 337 dargeſtellten Lage entfernt, und daraus ergiebt ſich die gegenſeitige Lage der Schichten, wie ſie in Fig. 339 und 343 verzeichnet iſt. Bei 3 findet die ſtärkſte Verdichtung der Luft Statt.

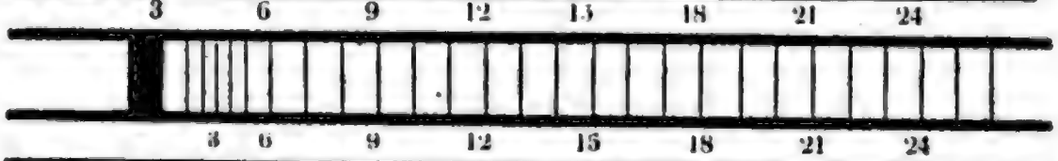
Während nun der Kolben von der Stellung Fig. 343 zu ſeiner urſprünglichen Lage zurückkehrt, pflanzt ſich die Bewegung bis zur Luftſchicht 12 fort; dieſe Luftſchicht beginnt ihre Bewegung zum erſten Male in demſelben Augenblicke, in welchem der Kolben zum zweiten Male nach der Rechten zu gehen beginnt. Dieſe Lage der einzelnen Luftſchichten zwiſchen 12 und dem Kolben, wie ſie in Fig. 344 dargeſtellt iſt, ergiebt ſich aus folgender Betrachtung.

F. 341.

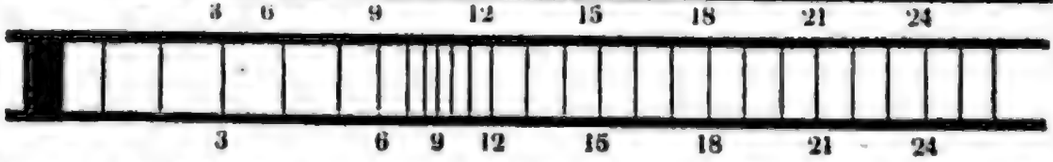


F. 342.

F. 343.



F. 344.



Während der Kolben und die Luftſchicht 12 ihre urſprüngliche Lage einnehmen und momentan in Ruhe ſind, ſind alle zwiſchenliegenden Luftſchichten von ihrer urſprünglichen Lage entfernt; alle Luftſchichten zwiſchen dem Kolben und 6 haben eine rückgängige Bewegung von der Rechten zur Linken, diejenigen zwiſchen 6 und 12 gehen von der Linken zur Rechten

Die Luftſchicht 1 iſt um die Länge ab
» » 2 » » » » ac
» » 3 » » » » ad
» » 4 » » » » ae
» » 5 » » » » af

die Luftschicht 6 ist um die Länge ag
» » 7 » » » » af
» » 8 » » » » ae
» » 9 » » » » ad
» » 10 » » » » ac
» » 11 » » » » ab
» » 12 » » » » 0

von ihrer ursprünglichen Lage entfernt; daraus ergiebt sich, daß bei 9 die stärkste Verdichtung, bei 3 aber die stärkste Verdünnung der Luft stattfindet; die Luftschicht 3 hat eben ihre größte Geschwindigkeit nach der linken, die Luftschicht 9 hat ihre größte Geschwindigkeit nach der rechten Seite hin.

Fig. 345.

Wenn nun der Kolben in Ruhe bliebe, so würde zunächst die Luftschicht 1, dann 2, 3, 4 u. s. w. in ihrer ursprünglichen Lage wieder ankommen, um daselbst ebenfalls in Ruhe zu bleiben, während die Bewegung sich nach der rechten Seite fortpflanzt; in dem Moment z. B., in welchem 3 in seiner ursprünglichen Lage wieder ankommt, wird sich die Bewegung bis 15 fortgepflanzt haben, das Maximum der Verdichtung wird bei 12, das Maximum der Verdünnung wird bei 6 ankommen; in dem Augenblicke, in welchem 12 wieder in seiner ursprünglichen Lage ankommt, ist das Maximum der Verdünnung bis 15, das Maximum der Verdichtung bis 21 fortgeschritten, die Luftschicht 24 beginnt aber eben sich nach der Rechten zu bewegen u. s. w.

Vom Kolben bis 12 ist eine, von 12 bis 24 eine zweite Welle, denn die Länge einer Welle ist ja die Entfernung zweier Theilchen, welche sich stets in gleichen Schwingungszuständen befinden; der Kolben und die Luftschichten 12 und 24 beginnen gleichzeitig ihre Bewegung nach der Rechten; sie durchlaufen ihren Weg nach der rechten Seite hin und wieder zurück stets in gleichen Zeiten und in gleicher Weise.

Jede Welle besteht aus einem verdünnten und einem verdichteten Theile; ersterer entspricht dem Wellenthale, letzterer dem Wellenberge der Wasserwellen.

Die Entfernung von einem Dichtigkeitsmaximum zum nächsten, also von 9 bis 21, sowie auch von einem Maximum der Verdünnung, also von 3 bis 15, ist ebenfalls eine Wellenlänge.

Fig. 345 bezieht sich auf den Moment, wo der Kolben zum dritten Male seine Oscillation vollendet, wo er also drei vollständige sich einander folgende fortschreitende Wellen erzeugt hat.

In dieſer Figur ſind immer diejenigen Luftſchichten, welche ſich nach derſelben Richtung bewegen, mit einer Klammer zuſammengefaßt. Die Mitte einer Klammer entſpricht immer einem Maximum der Verdichtung oder der Verdünnung; die hier befindlichen Luftſchichten haben eben ihre größte Geſchwindigkeit entweder nach der Rechten oder nach der Linken. Die Luftſchichten, welche da ſich befinden, wo zwei Klammern zuſammentreffen, befinden ſich momentan in Ruhe, indem ſie ſich gerade am rechten oder am linken Ende der Bahn befinden, welche ſie während ihrer Oscillationen hin und her durchlaufen.

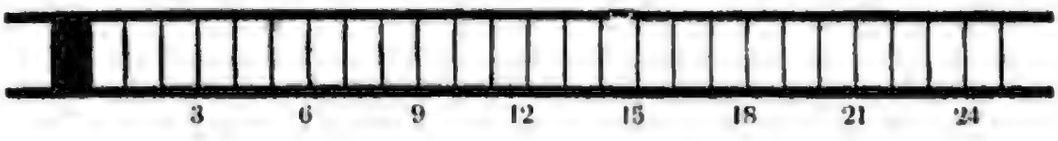
Um den Zuſammenhang zwiſchen der oscillirenden Bewegung der einzelnen Luftſchichten und der dadurch hervorgebrachten fortſchreitenden Bewegung der Wellen recht anſchaulich zu machen, kann man ſich der ſogenannten Wunderſcheibe (Phenakiſtoſkop) bedienen, welche ſpäter, wenn von der Dauer des Lichteindrucks die Rede ſeyn wird, beſchrieben werden ſoll.

Die Geſchwindigkeit, mit welcher ſich die Wellen in der Luft fortpflanzen, iſt unabhängig von der Oscillationsgeſchwindigkeit des Kolbens und der einzelnen Luftſchichten. Wenn z. B. der Kolben zu einer Oscillation, alſo zu einem Hin- und Hergange, eine doppelt ſo große Zeit brauchte, als in dem vorher betrachteten Falle, ſo würde doch die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit der Wellen unverändert dieſelbe bleiben.

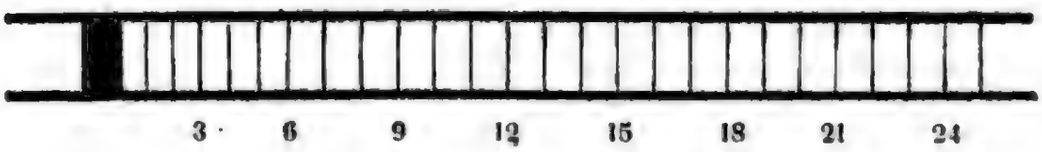
Wir wollen die Fortpflanzung der Wellen für die eben erwähnte geringe Oscillationsgeſchwindigkeit des Kolbens etwas näher betrachten.

In derſelben Zeit, während welcher in dem vorher betrachteten Falle der Kolben eine halbe Oscillation vollendet, alſo, von ſeiner urſprünglichen Lage ausgehend, ſeine Bahn von der Linken zur Rechten durchläuft und ſo aus der Stellung Fig. 341 in die Fig. 343 übergeht, wird der Kolben, im Falle er, um eine Oscillation zu vollenden, die doppelte Zeit braucht, nur die Hälfte dieſes Weges zurücklegen, alſo in der Stel-

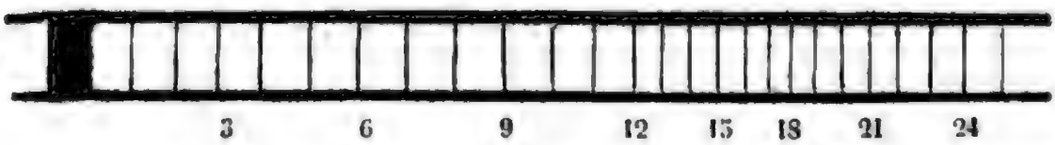
F. 346.



F. 347.



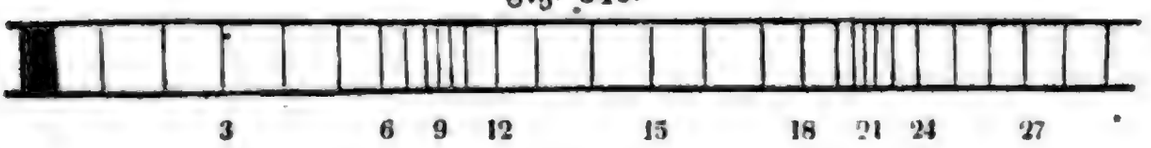
F. 348.



lung Fig. 347 ankommen. In gleichen Zeiten pflanzt ſich aber die Bewegung im gleichen Raume fort; in dem Moment, in welchem beim vorigen Fall der Kolben in der Stellung Fig. 343 angekommen war, hatte ſich die Bewegung bis 6 fortgepflanzt; ebenſo weit pflanzt ſie ſich nun jetzt in derſelben Zeit fort, während welcher der Kolben nur einen halb ſo großen Weg zurückgelegt hat.

Um mit der halb ſo großen Oscillationsgeſchwindigkeit eine vollſtändige Oscillation zu vollenden, iſt ſo viel Zeit nöthig, als der Kolben bei doppelter Oscillationsgeſchwindigkeit braucht, um zwei Oscillationen zu vollenden. Nach zwei Oscillationen hatte ſich aber bei dem vorher betrachteten Falle die Bewegung bis zur Luftſchicht 24 fortgepflanzt, ebenſo weit pflanzt ſie ſich in derſelben Zeit fort, wenn während derſelben der Kolben eine Oscillation vollendet; im letztern Falle liegt aber zwiſchen dem Kolben und der Luftſchicht 24 nur eine Welle (Fig. 348), während im erſtern Falle (Fig. 349) zwei Wellenlängen zwiſchen denſelben Gränzen liegen.

Fig. 349.



Da, wie alsbald anzuführende Verſuche zeigen, die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit der Luftwellen unabhängig iſt von der Zeit, während welcher jedes einzelne Theilchen eine Oscillation vollendet, da aber die Wellenlänge die Entfernung iſt, um welche die Welle fortſchreitet, während eine einzelne Luftſchicht eine vollſtändige Oscillation vollendet, ſo iſt klar, daß die Wellenlänge in demſelben Verhältniſſe zunimmt, in welchem die Oscillationsdauer der einzelnen Lufttheilchen wächſt. Wenn der Kolben und mithin auch die folgenden Luftſchichten zu einer Oscillation, alſo zu einem Hin- und Hergange, die doppelte, dreifache, vierfache u. ſ. w. Zeit brauchen, ſo wird auch die Wellenlänge zwei-, drei-, vier- u. ſ. w. mal ſo groß geworden ſeyn.

Wir haben hier der Einfachheit wegen die Fortpflanzung der Luftwellen in einer Röhre betrachtet, ganz in derſelben Weiſe pflanzen ſich aber auch die Wellen in freier Luft von den oscillirenden Körpern nach allen Seiten hin fort, ſowie ſich um die Stelle des Waſſers, in welche der Stein hineingefallen iſt, kreisförmige Wellen bilden, ſo bilden ſich um den oscillirenden Körper kugelförmige Luftwellen.

Wir haben nun geſehen, auf welche Weiſe der Schall (Schall nennen wir alle Wirkungen auf unſer Gehörorgan) entſteht und fortgepflanzt wird; die Eindrücke aber, welche unſer Gehör empfindet, ſind ſehr verſchiedener Art. Der Schall, welchen man wahrnimmt, wenn durch einen

plötzlichen, nicht wiederkehrenden Stoß, etwa durch eine Explosion, eine starke Verdichtung der Luft hervorgebracht wird, welche dann auf die bekannte Weise fortschreitet, ohne daß weitere Wellen nachfolgen, heißt Knall, der Schall dagegen, welcher durch regelmäßige Oscillationen erzeugt und durch regelmäßig auf einander folgende einander gleiche Wellen fortgepflanzt wird, heißt Ton. Wenn die Wellenbewegung, welche den Schall zum Ohre fortpflanzt, mehr und mehr unregelmäßig wird, so geht der Ton in Geräusch über.

Die Töne selbst zeigen aber unter sich auch sehr große Verschiedenheiten, unter denen vor allen die Verschiedenheit zwischen hohen und tiefen Tönen zu merken ist. Der Ton ist um so höher, je kleiner die Oscillationsdauer des Körpers ist, welcher ihn erzeugt, je kürzer die Luftwellen sind, welche ihn fortpflanzen. So entsprechen die Luftwellen Fig. 345 einem höheren Ton als die Fig. 348.

Die Intensität der Töne hängt nicht von der Oscillationsdauer und der Wellenlänge, sondern von der Oscillationsamplitude ab; je größer die Oscillationsamplitude des tönenden Körpers ist, desto bedeutender ist der Grad der Verdichtung und der nachfolgenden Verdünnung der Luftwellen, welche den Ton fortpflanzen.

Der Klang, der Charakter der Töne ist weit schwieriger zu definiren als die Intensität; bei gleicher Tonhöhe ist der Charakter des Tones einer Violine sehr von dem einer Flöte verschieden; die Physiker sind auch selbst über die Ursache dieser Verschiedenheit nicht ganz einig, es ist aber sehr wahrscheinlich, daß der Klang von der Ordnung abhängt, in welcher sich die Geschwindigkeiten und die Veränderungen der Dichtigkeit in den verschiedenen zwischen den beiden Enden der Welle liegenden Luftschichten folgen, und daß in vielen Fällen die verdichteten und verdünnten Theile der Welle unsymmetrisch seyn können.

133 **Geschwindigkeit des Schalls.** Alle Töne, welches auch ihre Höhe oder Tiefe, ihre Intensität und ihr Klang seyn mag, verbreiten sich in der Luft mit gleicher Geschwindigkeit, denn wenn verschiedene Beobachter in verschiedenen Entfernungen dasselbe Concert anhören, so hören sie genau denselben Tact, dieselbe Harmonie. Wenn etwa die tiefen Töne den hohen voraneilten, so würde bald aller Tact aufhören, und was in einer Entfernung von 10 Schritten eine Harmonie ist, würde in einer Entfernung von 100 Schritten die unerträglichste Kakophonie seyn.

Man hat an verschiedenen Orten Versuche angestellt, um die Geschwindigkeit des Schalls in der Luft genau zu bestimmen; wir wollen hier nur die anführen, welche im Jahre 1822 bei Paris durch das Personal des Bureau des longitudes ausgeführt worden sind.

Die beiden Stationen, welche man gewählt hatte, waren Villejuif und Montlhery. Zu Villejuif ließ der Capitain Boscary an einem etwas erhabenen Orte einen Sechspfünder mit Ladungen von 2 bis 3 Pfund Pulver aufstellen. Die um diese Kanone aufgestellten Beobachter waren Prony, Arago und Mathieu. Zu Montlhery ließ der Capitain Pernetty eine Kanone von gleichem Caliber mit gleichen Ladungen aufstellen, und hier waren Humboldt, Gay-Lussac und Bouvard die Beobachter. Die Versuche wurden in der Nacht vom 21. auf den 22. Juni 1822 gemacht und begannen um 11 Uhr Abend. Von Villejuif aus sah man deutlich das Feuer der Explosion zu Montlhery, und umgekehrt. Der Himmel war heiter und die Luft ruhig.

Man war übereingekommen, daß an jedem der beiden Orte 12 Schüsse von 10 zu 10 Minuten abgefeuert werden sollten und daß man damit auf der Station zu Montlhery 5 Minuten früher anfangen sollte als zu Villejuif, so daß ein Beobachter, welcher gerade in der Mitte zwischen beiden Kanonen aufgestellt gewesen wäre, alle 5 Minuten einen Schuß gehört hätte, von denen der erste von Montlhery kam, der zweite von Villejuif, der dritte wieder von Montlhery u. s. w. Auf diese Weise konnte man ermitteln, ob die Windrichtung einen Einfluß auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls habe.

Die Beobachter zu Villejuif hörten vollkommen gut alle Schüsse von Montlhery, jeder von ihnen beobachtete auf seinem Chronometer die Zeit, welche von dem Moment der Lichterscheinung an bis zur Ankunft des Schalls verging. Die größte Differenz zwischen den Resultaten der drei Beobachter bei einem und demselben Versuche überstieg nicht $^3/_{10}$ bis $^4/_{10}$ Sekunden. Die längste beobachtete Zeit war 55, die kürzeste 54,7, das Mittel 54,84 Sekunden.

Zu Montlhery konnte man nur 7 von den 12 Schüssen von Villejuif hören, und von diesen 7 wurde auch nicht ein einziger von den drei Beobachtern zugleich gehört; doch stimmen die Resultate ziemlich gut überein. Die längste Zeit war 54,9, die kürzeste 53,9, das Mittel 54,43 Sekunden.

Man kann demnach als Mittel für die Zeit, welche der Schall brauchte, um sich von einer Station bis zur andern fortzupflanzen, 54,6 Sekunden annehmen.

Es blieb nun noch übrig, die Entfernung der beiden Stationen genau zu ermitteln; Arago wurde damit beauftragt, und indem er sich auf die Triangulation der Gradmessung stützte, fand er, daß die beiden Kanonen in einer Entfernung von 9549,6 Toisen aufgestellt gewesen waren.

Dividirt man diese Länge durch 54,6, so findet man 174,9 Toisen oder 340,88 Meter für den Weg, den der Schall in einer Sekunde zurücklegte. Die Temperatur der Luft war 16°, das Barometer zu Villejuif stand auf

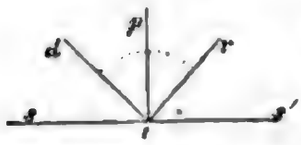
756,5 Millimeter und das Sauſſure'ſche Hygrometer auf 78°.

Der Umſtand, daß der Schall ſich langſamer fortpflanzt als das Licht, erklärt einige im alltäglichen Leben oft vorkommende Erſcheinungen. Wenn man einen Steinklopfer aus einiger Entfernung beobachtet, ſo hört man den Schlag nicht in dem Moment, in welchem man den Hammer aufſchlagen ſieht, ſondern erſt, wenn er wieder gehoben wird, was den Eindruck macht, als ob der Schall nicht durch das Aufſchlagen des Hammers, ſondern durch das Abreißen von dem Steine hervorgebracht würde. Wenn man ein Regiment nach dem Tacte der vorausgetragenen Trommeln marſchiren ſieht, ſo beobachtet man eine wellenartige Bewegung, welche ſich von den Trommlern an durch die ganze Reihe fortpflanzt, was ſich dadurch erklärt, daß nicht Alle gleichzeitig auftreten und den neuen Schritt beginnen, weil die Hinteren den Taktſchlag immer ſpäter vernehmen als die Vorderen.

134 **Von der Reflexion des Schalls und dem Echo.** Wenn die Schallwellen aus einem Mittel in ein anderes übergehen, ſo erleiden ſie immer eine partielle Reflexion; wenn ſie aber auf ein feſtes Hinderniß ſtoßen, ſo werden ſie faſt vollſtändig reflectirt.

Mag nun die Reflexion partiell oder vollſtändig ſeyn, ſo iſt doch der Reflexionswinkel ſtets dem Einfallswinkel gleich. Es ſey $s\,s'$, Fig. 350, die Trennungsfläche der beiden Mittel, etwa Luft und Waſſer, und eine Schallwelle bewege ſich in der Richtung $d\,i$ gegen die Waſſerfläche, ſo wird ein Theil der Bewegung in das Waſſer übergehen, ein anderer Theil aber wird ſich in der Richtung $i\,r$ fortpflanzen, welche mit dem Perpendikel $i\,p$ einen ebenſo großen Winkel macht wie $d\,i$, d. h. der Reflexionswinkel $r\,i\,p$ iſt dem Einfallswinkel $d\,i\,p$ gleich. Dieſelbe Erſcheinung würde nach demſelben Geſetze ſtattfinden, wenn $s\,s'$ die Trennungsfläche zweier Gaſe oder auch nur zweier Gasſchichten von verſchiedener Dichtigkeit wäre, oder wenn $s\,s'$ die Gränzfläche eines feſten Körpers wäre, nur würde in dem letzten Falle der reflectirte Ton weit intenſiver ſeyn. Ein Beobachter alſo, welcher ſich in irgend einem Punkte der Linie $i\,r$ befindet, würde den Ton gerade ſo hören, als ob er von i oder einem Punkte der Verlängerung der Linie $i\,r$ ausginge.

Fig. 350.



Auf dieſem allgemeinen Principe beruht die Erklärung des Echo's.

Wenn das Echo den Ton zu ſeinem Ausgangspunkte zurückſchickt, ſo treffen die Schallwellen rechtwinklig auf die reflectirende Fläche. In dieſem Falle kann ein Echo eine größere oder geringere Anzahl von Sylben unter Bedingungen wiederholen, welche leicht zu ermitteln ſind. Wenn man ſchnell ſpricht, ſo kann man in 2 Sekunden deutlich 8 Sylben ausſpre-

chen, in 2 Sekunden durchläuft aber der Schall 2mal 340 Meter; wenn sich also in einer Entfernung von 340 Metern ein Echo befindet, so wird es alle Sylben in gehöriger Ordnung zurückschicken, und die erste wird nach 2″, d. h. dann zum Beobachter zurückkommen, wenn er eben die letzte ausgesprochen hat. In dieser Entfernung kann also ein Echo 7 bis 8 Sylben wiederholen; es giebt aber auch solche, welche 14 bis 15 Sylben zu wiederholen im Stande sind.

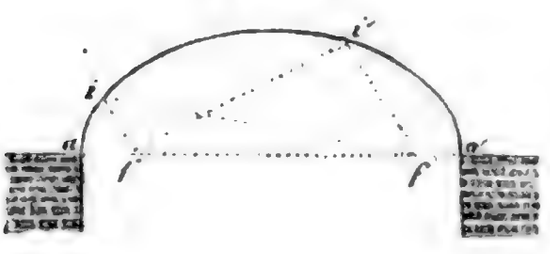
Es ist nicht durchaus nöthig, daß die reflectirende Fläche hart und platt sey, denn man beobachtet auf dem Meere oft, daß Wolken ein Echo bilden.

Schallwellen müssen auch in einer wolkenlosen Atmosphäre reflectirt werden, wenn die Sonne mit aller Kraft Wärme auf der Erdoberfläche entwickelt, denn nicht an allen Stellen kann die Erwärmung gleich seyn, weil Verdampfung, Schatten und andere Ursachen es verhindern. Diese ungleiche Temperatur veranlaßt eine Menge aufsteigender warmer und niedersinkender kalter Luftströmungen von ungleicher Dichtigkeit; so oft also eine Schallwelle aus einem solchen Luftstrome in einen andern übergeht, wird sie eine theilweise Reflexion erleiden, und wenn auch der reflectirte Ton nicht stark genug ist, um ein Echo zu bilden, so wird doch dadurch der directe Ton merklich geschwächt. Dies ist sicherlich, wie Humboldt bemerkt, die Ursache, warum sich der Schall des Nachts weiter verbreitet als bei Tage, selbst mitten in den Wäldern von Amerika, wo die bei Tage schweigenden Thiere des Nachts die Atmosphäre mit tausend verworrenen Tönen erfüllen.

Die Erklärung der vielfachen Echo's, d. h. solcher, welche dieselbe Sylbe mehrmals wiederholen, beruht auf denselben Principien, denn da ein reflectirter Ton von Neuem reflectirt werden kann, so ist klar, daß zwei reflectirende Flächen einen Ton gegenseitig auf einander zurückwerfen können, wie zwei gegenüberstehende Spiegel sich das Licht zusenden. So kann ein vielfaches Echo zwischen zwei entfernten parallelen Mauern entstehen. Früher gab es nahe bei Verdun ein solches Echo, welches dasselbe Wort 12 bis 13mal wiederholte; es war durch zwei benachbarte Thürme gebildet.

Endlich giebt es Echo's, welche den Ton nach einer bestimmten Stelle hin tragen. Nehmen wir an, der Querschnitt eines Gewölbes sey eine Ellipse, Fig. 351, deren Brennpunkte in f und f' sind. Ein von f ausgehender Ton wird von allen Stellen des Gewölbes nach f' reflectirt, denn es ist eine Eigenschaft der Ellipse, daß, wenn man von f und f' Strahlen nach demselben Punkte der Kurve zieht, daß diese auch gleiche Winkel mit der Normale dieses Punktes machen.

Fig. 351.



Wenn alſo eine Perſon in f, die andere in f' ſteht, ſo können ſie ſich gegenſeitig verſtehen, wenn ſie auch ganz leiſe ſprechen, wenn auch die Entfernung der beiden Punkte f und f' 50 bis 100 Fuß beträgt, während man in allen zwiſchenliegenden Punkten kein Wort hören kann.

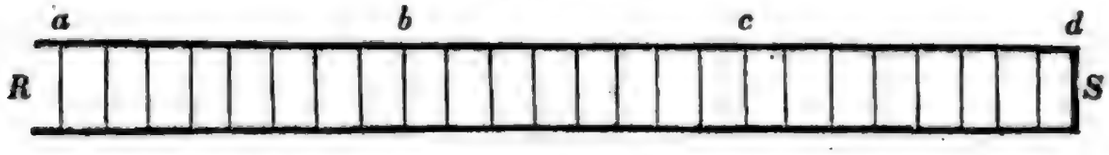
Durch die Reflexion des Schalles erklären ſich auch die Wirkungen des Sprachrohrs und des Hörrohrs.

Zweites Kapitel.

Geſetze der Vibrationen muſikaliſcher Töne.

135 **Bildung ſtehender Luftwellen in gedeckten Pfeifen.** RS, Fig. 352, ſey eine an einem Ende S geſchloſſene, am anderen Ende offene

Fig. 352.

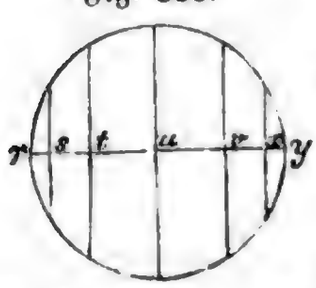


Röhre; wenn nun eine Schallwelle bei R in die Röhre eintritt und ſich nach S fortpflanzt, ſo wird ſie hier, am Boden der Röhre reflectirt, in umgekehrter Richtung zurückgehen; durch das Zuſammenwirken (die Interferenz) der reflectirten Wellen mit den neu einfallenden können ſich aber unter gewiſſen Umſtänden in der Röhre ſtehende Luftwellen bilden, wie wir dies ſogleich näher zeigen wollen.

Nehmen wir an, die Länge der Röhre RS ſey $\frac{1}{4}$ der Länge der einfallenden Welle, die Luftſchichten bei a, b, c und d ſeyen alſo um $\frac{1}{12}$ Wellenlänge von einander entfernt.

Betrachten wir nun den Moment, in welchem der verdichtete Theil der einfallenden Welle gerade bei d anlangt, ſo würde ſich gerade in dieſem Augenblicke die dicht bei d ſich befindende Luftſchicht um die Entfernung ru, Fig. 353, nach der Rechten hin von d entfernt haben,

Fig. 353.



wenn die feſte Wand in d dies nicht verhinderte, vorausgeſetzt, daß ry die Oscillationsamplitude, d. h. die Größe des Weges iſt, um welchen die einzelnen Lufttheilchen während des Fortganges der einfallenden Welle hin- und herſchwingen.

Die Luftſchicht c würde unter dem alleinigen Einfluſſe der ungehindert fortgehenden Welle in dieſem Augenblicke um die Länge rv, die Luftſchicht b um die Länge rx,

die Luftschicht a endlich um ry nach der rechten Seite hin von ihrer Gleichgewichtslage entfernt seyn.

Wenn aber das Maximum der Dichtigkeit der einfallenden Schallwelle eben bei d angekommen ist, so ist der vorangehende Theil dieser Welle schon bei d reflectirt worden, die reflectirte Welle ist von d nach a hin fortgeschritten.

Denken wir uns für einen Augenblick die Wand bei d weg, so würde die Welle in dem Moment, in welchem das Maximum der Dichtigkeit bei d eintrifft, schon um $^1/_4$ Wellenlänge weiter vorgeschritten seyn. Eine Luftschicht, die um $^1/_{12}$ Wellenlänge rechts von d liegt, würde gerade um rt, eine solche, die $^2/_{12}$ Wellenlänge rechts von d liegt, würde eben um rs von ihrer Gleichgewichtslage nach der rechten Seite hin entfernt seyn; die Luftschicht endlich, welche $^1/_4$ Wellenlänge rechts von d liegt, würde, noch nicht aus ihrer Gleichgewichtslage verrückt, eben erst sich zu bewegen beginnen.

Nun aber ist die Röhre bei d verschlossen, die Welle ist reflectirt worden, und durch die reflectirte Welle werden nun die Theilchen gerade so in entgegengesetzter Richtung afficirt, wie es bei den gleichweit rechts von d gelegenen Luftschichten der Fall gewesen wäre, wenn sich die Welle ungehindert von d nach der rechten Seite hin hätte verbreiten können.

Die Luftschicht c ist also durch den Einfluß der reflectirten Welle um rt, die Luftschicht b um die Länge rs nach der Linken verrückt, die Luftschicht a endlich ist durch die reflectirte Welle in diesem Augenblicke noch gar nicht afficirt.

Durch die einfallende Welle ist also die Luftschicht	durch die reflectirte Welle ist die Luftschicht
c um rv	c um rt
b » rx	b » rs
a » ry	a » 0
nach der Rechten	nach der Linken

von ihrer in Fig. 352 dargestellten Gleichgewichtslage entfernt.

Durch den gemeinschaftlichen Einfluß des einfallenden und reflectirten Wellensystems ist also

die Luftschicht c um $rv - rt$
» » b » $rx - rs$
» » a » ry

nach der rechten Seite hin von ihrer Gleichgewichtslage entfernt. Auf diese Weise ergiebt sich für den fraglichen Augenblick die gegenseitige Lage der einzelnen Luftschichten, wie sie in Fig. 354 dargestellt ist, während Fig. 352 die Luftschichten in ihrer Gleichgewichtslage darstellt.

Um ein deutlicheres Bild zu geben, ſind die Zwiſchenräume zwiſchen *a* und *b*, *b* und *c*, *c* und *d* noch in 8 Theile getheilt. Man überſieht nun in Fig. 354 ganz gut, wie in dem Moment, welchen wir bisher betrachtet

Fig. 354.

haben, die Luftſchichten nach *d* hin immer dichter auf einander rücken. Die in Fig. 354 zunächſt bei *a* liegenden Abtheilungen ſind faſt ganz ebenſo groß wie die Abtheilungen in Fig. 352, mehr nach *d* hin werden ſie aber immer ſchmäler, die Luft bei *a* hat alſo noch die Dichtigkeit der umgebenden Luft, hier hat weder eine Verdichtung, noch eine Verdünnung ſtattgefunden, nach *d* hin iſt aber die Luft mehr und mehr comprimirt.

Wir haben eben die gegenſeitige Lage der einzelnen Luftſchichten betrachtet, jetzt wollen wir verſuchen, ihren Bewegungszuſtand für denſelben Moment zu ermitteln.

Wenn *ry* der Weg iſt, in welchem eine Luftſchicht in Folge einer fortſchreitenden Wellenbewegung hin und her oscillirt, ſo iſt bekanntlich die Geſchwindigkeit auf dieſem Wege nicht gleichförmig, ſie iſt wachſend von *r* bis *u*, abnehmend von *u* bis *y*, ſie iſt in *r* ſo groß wie in *y*, nämlich gleich Null, ſie iſt ferner gleich in *s* und *x*, in *t* und *v*.

Nun iſt die Luftſchicht *c* durch die einfallende Welle nach der Rechten hin um *rv*, durch die reflectirte Welle nach der Linken um *rt* verrückt, die Geſchwindigkeit, mit welcher das eine Wellenſyſtem das Theilchen *c* antreibt, iſt derjenigen gleich und entgegengeſetzt, mit welcher es durch das andere Wellenſyſtem afficirt wird, die Luftſchicht *c* iſt alſo momentan in Ruhe.

Daſſelbe Reſultat ergiebt ſich für *b* und für *a*, alle einzelnen Luftſchichten zwiſchen *a* und *d* ſind momentan in Ruhe, ſie beginnen gleichzeitig ihre Bewegung nach der linken Seite hin.

Wenn eben geſagt wurde, daß die Luftſchichten *a*, *b* und die dazwiſchenliegenden, in der Stellung Fig. 354 angekommen, gleichzeitig ihre Bewegung nach der Linken hin beginnen, ſo iſt dieſe Behauptung noch zu beweiſen.

Das Theilchen *c* iſt gerade eben durch das einfallende Wellenſyſtem mit einer Geſchwindigkeit nach der rechten Seite hin afficirt, welche der Entfernung *rv* von der Gleichgewichtslage entſpricht, und dieſe Geſchwindigkeit nimmt in dem nächſtfolgenden Augenblicke ab.

Durch das reflectirte Wellenſyſtem iſt die Luftſchicht *c* mit einer nach

der Linken gerichteten Geschwindigkeit afficirt, wie sie einem Theilchen zukommt, welches sich um rt von seiner Gleichgewichtslage entfernt hat; diese Geschwindigkeit ist im Zunehmen begriffen.

Die Luftschicht c ist also momentan mit gleicher Geschwindigkeit nach der Rechten und Linken getrieben, die nach der Rechten gerichtete Geschwindigkeit ist aber im Abnehmen, die entgegengesetzte ist im Zunehmen begriffen, mithin beginnt die Luftschicht c nach der Linken sich zu bewegen.

Dasselbe Resultat erlangt man durch ähnliche Schlußweise für die Luftschicht b.

Die Luftschicht a wird mit vereinter Kraft durch beide Wellensysteme nach der Linken getrieben. Alle Luftschichten zwischen a und d beginnen also, wenn sie sich in der Lage Fig. 354 befinden, gleichzeitig ihre Bewegung nach der linken Seite hin; nach $\frac{1}{4}$ Undulation kommen sie in ihrer Gleichgewichtslage, Fig. 352, an, die sie mit dem Maximum ihrer Geschwindigkeit passiren, nach $\frac{1}{2}$ Undulation, also wenn das Maximum der Verdünnung bei d anprallt, gelangen die Theilchen endlich in die gegenseitige Lage, Fig. 355; in diesem Moment wird ihre Geschwindigkeit Null, sie beginnen sich nach der Rechten zu bewegen.

Daß in dem Moment, in welchem die Mitte der Verdünnungswelle an dem verschlossenen Ende der Röhre anprallt, die Theilchen die gegenseitige Lage Fig. 355 haben, ist nun noch zu beweisen.

Fig. 355.

Betrachten wir nun das einfallende Wellensystem, so wird, wenn die Mitte der Verdünnungswelle in d ankommt, das in Fig. 352 $\frac{1}{4}$ Wellenlänge vor d liegende Theilchen a gerade eine Undulation vollendet haben, es befindet sich in seiner Gleichgewichtslage; ein $\frac{1}{4}$ Wellenlänge rechts von d liegendes Theilchen würde, wenn sich die Wellen ungehindert über d hinaus verbreiten könnten, in diesem Augenblicke um die Länge ry nach der Rechten gerückt seyn; ebenso weit ist aber nun die Luftschicht a durch die reflectirte Welle von der in Fig. 352 verzeichneten Gleichgewichtslage nach der Linken verschoben, und so ergiebt sich für das Theilchen a die in Fig. 355 verzeichnete Stellung.

Untersucht man weiter, wie weit in dem zuletzt besprochenen Moment die Schichten b und c durch jedes der beiden Wellensysteme verrückt sind, so ergiebt sich für dieselben die in Fig. 355 verzeichnete Stellung.

Hier sieht man nun, wie die einzelnen Luftschichten zunächst bei a nicht merklich weiter von einander entfernt sind als in Fig. 352; bei a hat

alſo keine Verdünnung ſtattgefunden, von *a* nach *d* hin werden die Zwiſchenräume immer größer, das Maximum der Verdünnung findet ſich bei *b*.

Von der Stellung Fig. 355 bewegen ſich alle Theilchen gleichzeitig nach der Rechten, ſie paſſiren gleichzeitig die Gleichgewichtslage, um gleichzeitig wieder, an der rechten Gränze ihrer Bahnen ankommend, die gegenſeitige Lage, Fig. 354, anzunehmen.

Bei *d* geht alſo die Luft abwechſelnd von dem Zuſtande der Verdünnung in den der Verdichtung über; *d* ſelbſt hat eine unveränderliche Stellung, alle anderen Luftſchichten oscilliren hin und her; für die zunächſt bei *d* liegenden Luftſchichten iſt die Amplitude der Oscillation nicht groß, ſie bewegen ſich nur wenig rechts und links. Die Größe der Excurſionen der einzelnen Theilchen wächſt aber mit der Entfernung von *d*. Betrachten wir die Lage des zunächſt bei *d* liegenden Striches in Fig. 354 und Fig. 355, ſo finden wir, daß er in letzterer Figur nicht viel mehr links liegt als in erſterer; die erſte Figur ſtellt ihn aber in einem Momente dar, wo er am rechten, die andere, wo er am linken Ende ſeiner Bahn angekommen iſt; die Größe dieſer Bahn iſt alſo unbedeutend.

Betrachten wir den Strich *c* in dieſer Figur, ſo ſehen wir, daß er in Fig. 355 ſchon bedeutend mehr links liegt als in Fig. 354. Das Theilchen *c* oscillirt alſo ſchon zwiſchen weiter aus einander liegenden Gränzen; für *b* iſt die Oscillationsamplitude größer als für *c*, noch größer iſt ſie für *a*.

So ſehen wir denn, daß die Luftſchicht *a* zwiſchen ziemlich weit auseinander liegenden Gränzen hin und her oscillirt, dieſelbe Bewegung haben nun gleichzeitig alle Luftſchichten in der Röhre, nur werden ihre Oscillationsamplituden um ſo kleiner, je näher ſie dem verſchloſſenen Ende der Röhre liegen; durch dieſe oscillatoriſche Bewegung wird nun in der Nähe der Oeffnung der Röhre weder eine Verdichtung, noch eine Verdünnung hervorgebracht, obgleich hier die Oscillationsamplitude der einzelnen Luftſchichten groß iſt, dahingegen findet am verſchloſſenen Ende der Röhre, wo die Oscillationsamplituden der einzelnen Luftſchichten nur unbedeutend ſind, eine abwechſelnde Verdünnung und Verdichtung Statt.

Unſere Zeichnung iſt, um den Hergang ſichtbar zu machen, was die Oscillationsamplitude angeht, ungeheuer übertrieben, d. h. bei einer Pfeife von der Länge, wie ſie in unſerer Zeichnung dargeſtellt iſt, würde in dem beſprochenen Falle die Luftſchicht, welche in ihrer Gleichgewichtslage an der Oeffnung der Röhre liegt, lange nicht ſo weit in die Röhre ein- und austreten, ſie würde während ihrer Oscillationen nur wenig nach der linken und rechten Seite ſchwanken. Wäre aber die Oscillationsamplitude nicht ſo groß genommen worden, ſo würden in der Zeichnung ſchwerlich die

Unterſchiede der Verdichtung und Verdünnung recht deutlich geworden ſeyn.

Es hat ſich alſo hier durch die Interferenz der directen und reflectirten Wellen eine ſtehende Luftwelle gebildet, denn alle einzelnen Luftſchichten in der Röhre beginnen gleichzeitig ihre Bewegung, ſie erlangen gleichzeitig das Maximum ihrer Geſchwindigkeit, ſie langen gleichzeitig an den Gränzpunkten ihrer Bahnen an, um dann die Bewegung in entgegengeſetzter Richtung zu beginnen.

Die Fig. 356, 357, 358 ſollen dazu dienen, die durch eine ſolche ſtehende Luftwelle abwechſelnd hervorgebrachten Verdünnungen und Verdichtungen anſchaulich zu machen. In Fig. 356 iſt die ganze Röhre gleich-

Fig. 356.

Fig. 357.

Fig. 358.

förmig ſchattirt, und dies entſpricht dem Falle, daß die Luft in der ganzen Röhre eine gleichförmige Dichtigkeit hat, wie dies in den Momenten der Fall iſt, wo alle die einzelnen Luftſchichten mit dem Maximum ihrer Geſchwindigkeit ihre Gleichgewichtslage paſſiren. Sind die Theilchen in ihrer Oscillation gegen das verſchloſſene Ende der Röhre hin an den äußerſten Punkten ihrer Bahn angekommen, ſo findet hier eine Verdichtung Statt, Fig. 357. Nun beginnen ſich die einzelnen Luftſchichten von dem verſchloſſenen Ende zu entfernen, und nach $\frac{1}{2}$ Undulation haben wir hier eine Verdünnung, Fig. 358. Am offenen Ende der Röhre findet in keinem Zeitmomente eine merkliche Verdichtung oder Verdünnung Statt; hier aber bewegen ſich die Luftſchichten zwiſchen den weiteſten Gränzen hin und her.

Die Pfeile in Fig. 357 und Fig. 358 deuten an, in welcher Richtung die Theilchen ſich zu bewegen beginnen, wenn am Boden eben das Maximum der Verdichtung oder der Verdünnung ſtattfindet.

Würde nun in die Röhre, etwa bei r, ein Loch gemacht, ſo würde dadurch die Bildung der ſtehenden Welle geſtört, wenn nicht ganz verhindert werden, weil im Momente der Verdichtung, Fig. 357, hier Luft

entweichen, im Moment der Verdünnung aber Luft einströmen würde. Der störende Einfluß einer solchen Oeffnung würde aber an solchen Stellen, welche dem offenen Ende näher liegen, geringer seyn, weil hier die Verdünnung sowohl als die Verdichtung geringer ist.

Fig. 359.

Denselben störenden Einfluß, den eine Oeffnung hervorbringt, würde auch ein Abschneiden der Röhre an diesen Stellen zur Folge haben.

Die Bildung einer stehenden Luftwelle in der Röhre ist also an bestimmte Verhältnisse zwischen der Länge der Röhre und der Wellenlänge des einfallenden Tones gebunden, in dem bisher betrachteten Falle war die Länge der Röhre $1/4$ von der Wellenlänge des einfallenden Tones; es können sich aber auch noch bei anderen Verhältnissen zwischen Röhren- und Wellenlänge stehende Luftwellen in der Röhre bilden.

Zur Bildung der stehenden Welle in der Röhre ist erforderlich, daß dicht bei dem Boden die Oscillationsamplituden verschwindend klein werden, daß aber hier abwechselnde Verdünnungen und Verdichtungen stattfinden, während am offenen Ende der Röhre keine merkliche Verdichtung und Verdünnung stattfindet; an der Oeffnung der Röhre muß also stets der verdichtete Theil der reflectirten Welle mit dem verdünnten Theile der einfallenden Welle zusammenfallen, und umgekehrt.

Dieser Bedingung wird dadurch allerdings entsprochen, daß die Oeffnung der Röhre um $1/4$ Wellenlänge von dem Boden entfernt ist, aber auch dadurch, daß die Entfernung der Oeffnung von dem Boden $3/4$, $5/4$, $7/4$ u. s. w. Wellenlängen beträgt.

In Fig. 359 stelle die Linie ab die Länge der Röhre dar, welche $3/4$ Wellenlängen betragen soll; es sey ferner $bc = cd = da = 1/3\,ba = 1/4$ Wellenlänge, so wird, wenn das Wellensystem von a nach b hin fortschreitet, in c der verdünnte Theil einer Welle seyn, wenn in a die größte Verdichtung stattfindet, weil c und a um $1/2$ Wellenlänge von einander entfernt sind. Verbreitete sich das Wellensystem über b hinaus, so würde in demselben Augenblicke in c' wieder eine Verdichtung, in a' Verdünnung stattfinden, also in a und c' gleiche, in c und a' die entgegengesetzten Zustände; nun aber wird die Welle in b reflectirt, es fällt also gleichsam c' mit c, a' mit a zusammen, es wird sich also in c sowohl als in a Verdünnung und Verdichtung aufheben, hier findet bloß ein Hin- und Hergehen der Luftschichten ohne merkliche Veränderung in der Dichtigkeit Statt.

Untersuchen wir aber, was bei d vorgeht.

Wenn das Maximum der Dichtigkeit von *a* nach *d* fortgeschritten ist, so würde es auch, wenn bei *b* keine Reflexion stattfände, von *c'* nach *d'* fortgeschritten seyn, in *d* und *d'* sind also immer gleiche Schwingungszustände; durch die Reflexion bei *b* fällt aber gleichsam *d'* auf *d*, es fällt also hier das Maximum der Dichtigkeit der einfallenden und reflectirten Welle und $^1/_2$ Undulation später das Maximum der Verdünnung beider zusammen, hier wird also abwechselnd eine verstärkte Verdichtung und eine verstärkte Verdünnung stattfinden.

Untersuchen wir nun den Schwingungszustand einer in *d* befindlichen Luftschicht, so finden wir, daß dieselbe gar keine Bewegung hat, sondern daß sie ganz fest steht, denn wenn die Wellen sich über *b* hinaus verbreiteten, so würden *d* und *d'* sich stets in ganz gleichen Oscillationszuständen befinden, sie würden stets mit gleicher Geschwindigkeit sich nach derselben Seite bewegen; wenn aber das Wellensystem reflectirt wird, so wird die reflectirte Welle der Luftschicht *d* gerade die entgegengesetzte Bewegung von der mittheilen, welche sie ohne Reflexion der Luftschicht *d'* mitgetheilt hätte, *d* ist also durch die beiden Wellensysteme stets mit gleichen, aber entgegengesetzt gerichteten Geschwindigkeiten afficirt; diese Luftschicht muß also in Ruhe bleiben.

Die Figuren 360 bis 362 sollen die stehenden Luftwellen anschaulich

Fig. 360.

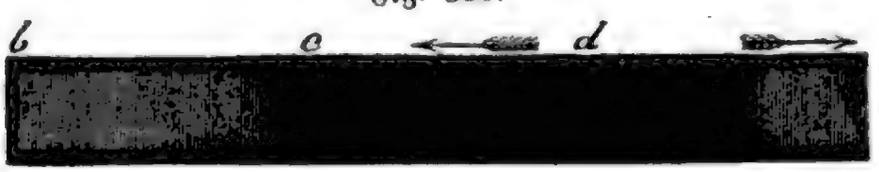


Fig. 361.

Fig. 362.

machen, welche sich in einer Röhre bilden, deren Länge $^3/_4$ von der Länge der einfallenden Schallwellen beträgt.

In Fig. 360 sehen wir ein Maximum der Verdichtung in *d*, ein Maximum der Verdünnung am Boden der Röhre bei *b*; alle links von *d* liegenden Luftschichten beginnen gleichzeitig ihre Bewegung nach der durch den Pfeil angedeuteten Richtung, während die rechts von *d* gelegenen Luftschichten nach der Rechten hin sich zu bewegen beginnen.

Nach $^1/_4$ Undulation haben die einzelnen Schichten eine solche Stellung

erreicht, daß in der ganzen Röhre die Luft eine gleichförmige Dichtigkeit hat, was durch Fig. 364 dargestellt seyn soll, in der angegebenen Richtung

Fig. 363.

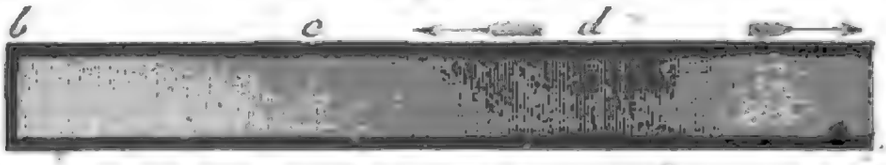


Fig. 364.

Fig. 365.

sich fortbewegend wird jedoch abermals nach $\frac{1}{4}$ Undulation der in Fig. 365. dargestellte Zustand eintreten; jetzt ist bei *b* die größte Verdichtung, bei *d* die größte Verdünnung.

Von diesem Momente an beginnen die einzelnen Luftschichten wieder sich gegen *d* hin zu bewegen, und so tritt dann nach $\frac{1}{2}$ Undulation wieder der Zustand Fig. 363 ein.

Die Luftschichten, welche rechts und links von *d* liegen, bewegen sich entweder gleichzeitig von *d* weg, oder gleichzeitig nach *d* hin, während *d* keine Bewegung hat, die Luftschicht *d* bildet also einen Schwingungsknoten.

Die Stellen bei *c* und *a*, wo weder Verdünnung noch Verdichtung stattfindet, während hier die Luftschichten gerade mit der größten Amplitude schwingen, heißen Bäuche.

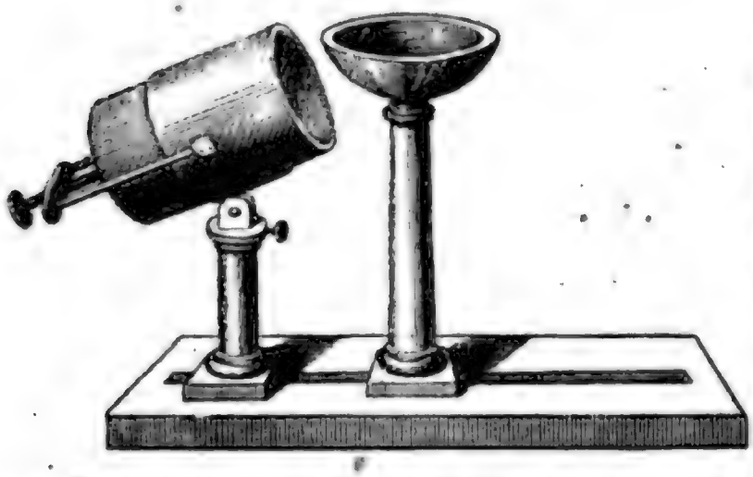
Um nun wirklich die Luft in einer geschlossenen Röhre in solche stehende Schwingungen zu versetzen, braucht man nur irgend einen oscillirenden Körper vor das offene Ende der Röhre zu bringen, welcher einen solchen Ton giebt, daß die Länge der Röhre $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$ u. s. w. von der Wellenlänge dieses Tones ist.

Man kann zu diesem Zwecke eine gewöhnliche Stimmgabel anwenden, die man über ein unten verschlossenes Glasröhrchen von ungefähr 2 Zoll Länge hält, oder eine Glas- oder Metallplatte, die ganz in der Weise, wie zur Hervorbringung der Chladni'schen Figuren, eingespannt ist und mit dem Fiedelbogen gestrichen und unter welche eine unten verschlossene Röhre gehalten wird. Wenn die Röhre die richtige Länge hat, so wird die in ihr eingeschlossene Luftmasse, in den Zustand stehender Schwingungen versetzt, selbst tönend, wodurch dann der Ton ungemein verstärkt wird, was na-

mentlich dadurch deutlich wahrgenommen wird, daß man mit dem tönenden Körper über die Oeffnung der Röhre hin- und herfährt, so daß er bald sich über der Oeffnung befindet, bald nicht, wobei dann der Ton abwechselnd stärker und schwächer wird. — Sollte die Röhre für den tönenden Körper, welchen man anwendet, zu lang seyn, so kann man sie durch Eingießen von Wasser stimmen, d. h. man kann sie dadurch so weit verkürzen, daß sie für den tönenden Körper genau die richtige Länge hat.

Um diese Erscheinung recht deutlich zu zeigen, hat Savart zwei Röhren von großem Durchmesser so in einander gesteckt, daß sie sich in einander verschieben lassen, wie die Röhren eines Fernrohrs; dadurch ist man im Stande, die Länge des Rohres zu vergrößern oder zu verkleinern, so daß sie mit der vor dem offenen Ende angebrachten, durch den Fiedelbogen zum Tönen gebrachten Glocke (Fig. 366) gehörig in Einklang kommt. Durch dieses Mittel erhalten die Töne eine wahrhaft überraschende Fülle und Stärke.

Fig. 366.



Um die Luft in einer Röhre in stehende Schwingungen zu versetzen, um sie also zum Selbsttönen zu bringen, ist nicht gerade nöthig, einen tönenden Körper vor die Oeffnung zu bringen, wie dies ja die Orgelpfeifen zeigen. Hier ist es ein am offenen Ende der Röhre vorbeiströmender, an ihren Rändern sich brechender Luftstrom, welcher durch seine Stöße Wellen erzeugt, die, an den Boden reflectirt, mit den neu einfallenden interferiren. Wenn auch diese Stöße anfangs nicht ganz regelmäßig sind, so werden sie doch alsbald, wenigstens wenn die Röhre, wie man sagt, gut anspricht, durch den Einfluß der reflectirten Wellen regulirt, so daß sich regelmäßige stehende Schwingungen bilden, durch welche die Luft in der Röhre selbsttönend wird.

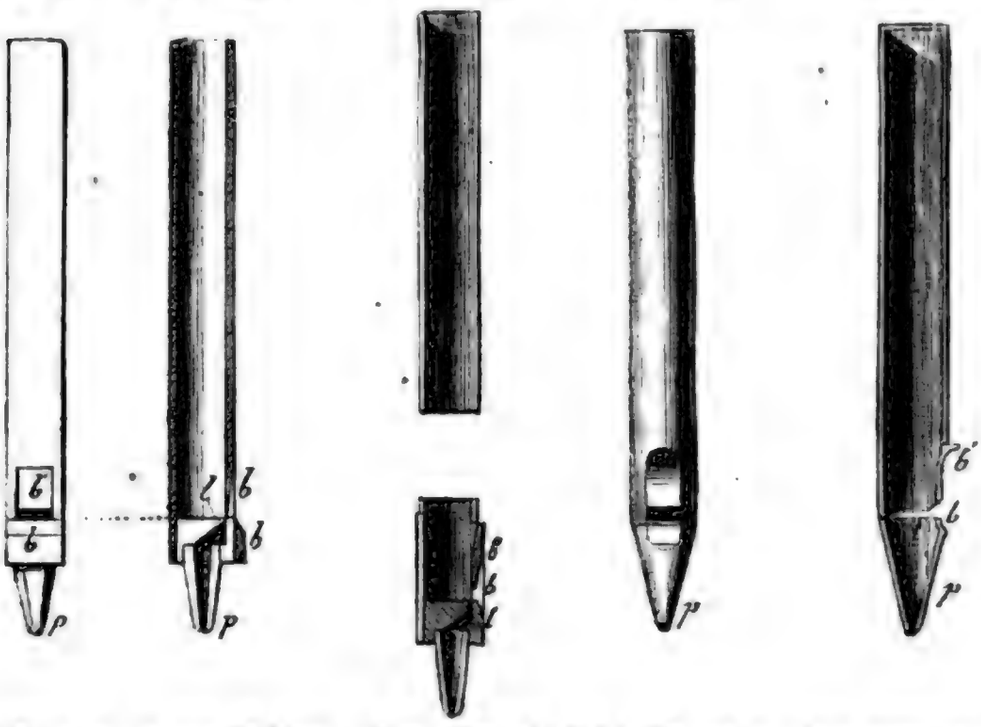
Die Töne, welche eine Röhre auf diese Weise geben kann, sind dieselben wie diejenigen, welche ein anderer tönender Körper geben muß, wenn er, vor die Oeffnung der Röhre gebracht, die Luft in derselben zum Selbsttönen bringen soll.

Die einfachste Art, die Luft in einer kleineren Röhre zum Tönen zu bringen, ist die, daß man sie in vertikaler Richtung vor den Mund hält, das geschlossene Ende nach unten gekehrt, während das offene Ende an die untere Lippe gehalten wird, und dann schräg gegen den Rand der Röhre bläs't.

Die Töne ſind natürlich um ſo höher, je kürzer die Pfeife iſt.

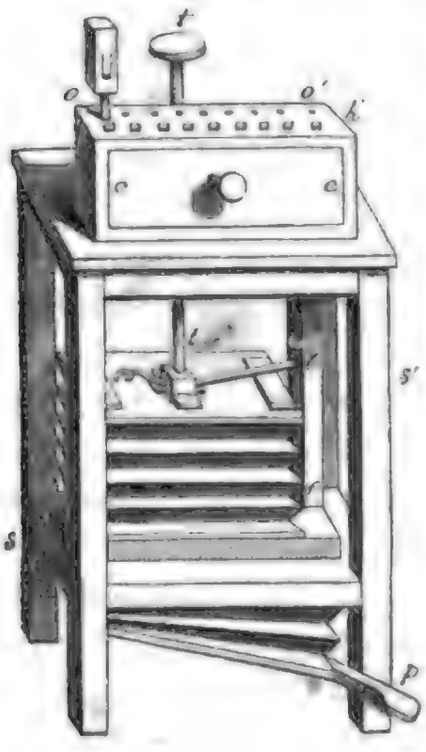
Die Orgelpfeifen haben gewöhnlich die in den folgenden Figuren abgebildete Einrichtung. Man unterſcheidet an ihnen den Fuß, welcher den Wind giebt, den Mund und die Röhre, welche die Luftſäule enthält, deren Schwingungen den Ton geben. Der Fuß der Orgelpfeifen (Fig. 367 bis 371) iſt hohl, und von dieſer Höhlung gelangt der Wind durch eine

Fig. 367. Fig. 368. Fig. 369. Fig. 370. Fig. 371.



feine Spalte in die Röhre. Der Mund bb' iſt mehr oder weniger offen, d. h. die obere Lippe b' iſt mehr oder weniger von der unteren entfernt. Manchmal iſt dieſe obere Lippe verſchiebbar, ſo daß man den Mund mehr ſchließen oder öffnen kann.

Fig. 372.



Der Wind wird in die Orgelpfeife durch einen Blasbalg eingeblaſen; beſonders zweckmäßig für Verſuche über das Tönen von Röhren iſt der Fig. 372 abgebildete Apparat; er beſteht aus einem gewöhnlichen Blasbalge ss', welcher durch das Pedal p aufgeblaſen wird. Die Röhre ff' leitet den Wind in den Kaſten cc; in der oberen Fläche deſſelben befindet ſich etwa ein Dutzend Löcher, welche durch Ventile geſchloſſen ſind, die durch Federn angedrückt werden. Jedes dieſer Löcher kann man aber dadurch öffnen, daß man auf die ihm entſprechende Taſte zwiſchen h und h' drückt.

Wenn eine Pfeife aufgeſetzt und der Blaſebalg aufgeblaſen iſt, braucht man nur den Finger auf die Taſte zu legen, um den Ton zu erhalten. Der Stab *t* dient dazu, den Wind nach Belieben ſchwächer oder ſtärker zu machen.

Wenn die Luft in den Fuß der Röhre geblaſen wird, ſo bildet ſie bei dem Austreten aus dem Windloche eine dünne Schicht, welche ſich gegen die obere Lippe bricht und dadurch gegen die Luft in der Röhre diejenigen Stöße ausübt, welche das Tönen veranlaſſen.

Eine und dieſelbe an einem Ende geſchloſſene Röhre kann mehrere Töne geben. Der tiefſte iſt derjenige, deſſen Wellenlänge 4mal ſo groß iſt als die Länge der Röhre; die höheren Töne, welche die Pfeife giebt, ſind diejenigen, welche einer 3mal, 5mal u. ſ. w. kürzeren Wellenlänge entſprechen, welche alſo durch ſtehende Schwingungen erzeugt werden, welche eine 3mal, 5mal u. ſ. w. kleinere Oscillationsdauer haben als der tiefſte Ton der Pfeife.

Den tiefſten Ton giebt die Pfeife bei ſchwächerem, die höheren bei ſtärkerem Winde.

Um Verſuche mit geſchloſſenen Röhren zu machen, kann man eine etwa 30 Zoll lange, 1 Zoll dicke Glasröhre, Fig. 373, anwenden, in welcher ſich ein Stopfen *p* befindet, den man mittelſt eines Stäbchens auf- und niederſchieben kann und an deren unterm Ende ein paſſendes Mundſtück befeſtigt iſt.

Fig. 373. Fig. 374. Fig. 375.

Bisher war nur von gedeckten Pfeifen die Rede, aber auch ſolche, welche an beiden Seiten offen ſind, laſſen ſich durch dieſelben Mittel zum Tönen bringen, welche dieſe Wirkung bei gedeckten Pfeifen hervorbringen.

Eine andere Methode, um die Luft in einer offenen Röhre zum Tönen zu bringen, iſt die, daß man Waſſerſtoffgas in einem Gefäße erzeugt und durch eine feine Spitze *t* (Fig. 374) ausſtrömen läßt, das Gas anzündet und dann die Röhre darüber hält.

In Fig. 375 iſt eine einfachere Vorrichtung für dieſen Verſuch dargeſtellt.

In der Mitte einer Röhre kann eine ſtärkere Verdichtung der Luft ſtattfinden als am Ende derſelben, weil hier die Luft nicht nach der Seite hin ausweichen kann. Wenn nun der verdichtete Theil einer Welle am offenen Ende der Röhre ankommt, ſo werden beim Austritte aus der Röhre die Lufttheilchen leicht nach allen Seiten hin ausweichen und dadurch eine Verdünnung entſtehen, welche nun, gleichſam von dem offenen Ende der Röhre reflectirt, dieſelbe in entgegengeſetzter Richtung durchläuft, und ſo bilden ſich denn hier die ſtehenden Wellen.

Die rückkehrende Welle iſt natürlich nicht ſo intenſiv, wie die urſprüngliche.

Da an dem offenen Ende der Röhre nun ſtets eine Verdichtung mit einer Verdünnung zuſammenfällt, ſo muß hier nothwendig ein Bauch entſtehen, Schwingungsknoten können ſich nur im Innern der Röhre bilden.

Wenn dem Ton des Körpers, durch welchen man die Luft in der Röhre zum Selbſttönen bringen will, eine Wellenlänge l zukommt, ſo iſt die Länge der kürzeſten Röhre, welche durch dieſen Ton angeſprochen wird, $\frac{l}{2}$, d. h. die Röhre iſt halb ſo lang als die Wellenlänge ihres Tones. Wenn alſo die tiefſten Töne einer offenen und einer gedeckten Pfeife gleich ſeyn ſollen, ſo muß die offene Pfeife doppelt ſo lang ſeyn.

Für den tiefſten Ton einer offenen Röhre befindet ſich ein Schwingungsknoten in der Mitte ihrer Länge, ein Bauch aber an jedem Ende, wie dies Fig. 376 und Fig. 377 anſchaulich gemacht iſt. Fig. 376 ſtellt den Mo-

Fig. 376.

Fig. 377.

ment dar, wo in der Mitte der Röhre die größte Verdichtung ſtattfindet; während die Luftſchicht in der Mitte der Röhre in Ruhe bleibt, beginnt die Luft auf beiden Seiten ſich von der Mitte zu entfernen, wie dies durch die Pfeile angedeutet iſt; nach einer halben Undulation findet in der Mitte der Röhre das Maximum der Verdünnung Statt, und nun beginnen die einzelnen Luftſchichten von beiden Seiten her ſich gegen die Mitte hin zu bewegen.

Der nächst höhere Ton der Röhre ist derjenige, für welchen sich ein Bauch in der Mitte der Röhre, Knoten aber in den Punkten *a* und *b* bilden, welche um $^1/_4$ der Röhrenlänge von den Enden abstehen. Wenn in *a* ein Maximum der Verdichtung stattfindet, wie Fig. 378, so findet in *b* Verdünnung Statt, und umgekehrt, Fig. 379.

Für den eben besprochenen Fall ist die Wellenlänge des Tons der Länge

Fig. 378.

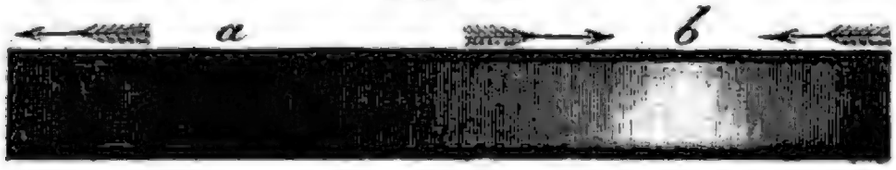


Fig. 379.

der Röhre gleich; die Oscillationsdauer dieses Tons ist halb so groß als die des Grundtons der Röhre.

Der nächst höhere Ton, welchen die Röhre geben kann, ist derjenige, dessen Wellenlänge $1^1/_2$mal in der Röhrenlänge enthalten ist, für diesen Ton bilden sich drei Schwingungsknoten, von denen einer in der Mitte liegt, während jeder der anderen um $^1/_6$ der Röhrenlänge oder $^1/_4$ der Wellenlänge der sich bildenden Schallwelle von einem Ende absteht.

Bezeichnen wir die Länge einer offenen Röhre mit l, so sind die Wellenlängen der Töne, welche sie geben kann,

Fig. 380. Fig 381.

$$2l,\ ^2/_2\,l,\ ^2/_3\,l \text{ u. s. w.},$$

während

$$4\,l,\ ^4/_3\,l,\ ^4/_5\,l \text{ u. s. w.}$$

die Wellenlängen der Töne sind, welche eine gedeckte Pfeife von der Länge l geben kann.

Wenn man an verschiedenen Stellen einer Orgelpfeife Löcher macht, die man nach Belieben durch einen Schieber verschließen oder öffnen kann, wie Fig. 380, so kann man zeigen, daß der Ton durchaus nicht geändert wird, wenn man ein Loch öffnet, welches sich an der Stelle eines Bauches befindet, was jedesmal der Fall ist, wenn ein Loch an einer andern Stelle geöffnet wird.

Um den Schwingungsknoten der Luftsäule in einer Röhre zu zeigen, hat Hopkins den Fig. 381

dargestellten Apparat construirt. Er besteht aus einer gläsernen Röhre, welche ungefähr 1½ Zoll im Durchmesser hat und ungefähr 2 Fuß lang ist. Die Röhre ist über einer eingeschraubten Metallplatte befestigt, welche angestrichen einen der Röhre entsprechenden Ton giebt. In der Röhre hängt an einem Faden ein Metallrähmchen herab, über welches eine zarte Membran gespannt ist, die mit Sand bestreut wird, welche, wenn das Rähmchen an die Stelle eines Knotens gebracht wird, ruhig liegen bleibt, an allen anderen Stellen dagegen herabgeworfen wird, was natürlich an der Stelle der Bäuche am stärksten der Fall ist.

Weil man durch Anstreichen einer Metallplatte nicht immer mit Sicherheit den gewünschten Ton erhält, so kann man den Versuch auch so abändern, daß man die Glasröhre in den Fuß einer Orgelpfeife, Fig. 382, steckt; man hat auf diese Weise eine oben offene Orgelpfeife von Glas, welche mit Sicherheit ihren tiefsten Ton, und bei verstärktem Winde oder verkleinerter Mundöffnung seine Octave giebt.

Fig. 382.

136 **Von den Modificationen, welche der Ton der Röhren durch die Richtung des Windes, sowie durch die Größe und Stellung des Mundlochs erleidet.** Nach Savart's Versuchen hat die Richtung des Windes bei prismatischen Röhren und selbst bei sphärischen Höhlungen gar keinen Einfluß auf den Ton. In einer Röhre von quadratischer Basis z. B. ist, wenn nur das Mundloch immer dieselben Dimensionen behält, der Ton derselbe, mag nun eine der Seitenkanten oder einer der beiden horizontalen Ränder die brechende Kante seyn.

Die Größe und Stellung des Mundlochs hat dagegen einen sehr bedeutenden Einfluß. Es ist schon bemerkt worden, daß, wenn man die Weite des Mundlochs, d. h. die Entfernung der Lippen, vergrößert, die Röhre leichter ihren Grundton giebt; daß sie aber leichter die harmonischen Töne giebt, wenn man das Mundloch enger macht. Einen andern Einfluß übt die Breite des Mundlochs aus. Wenn z. B. in einer quadratischen Röhre das Mundloch die ganze Breite einer Seite hat, so erhält man einen höhern Ton, als wenn man das Mundloch schmäler macht; man kann auf diese Weise den Ton selbst bis zur Septime herunterstimmen, besonders wenn die Röhre fast kubisch ist. Deshalb bringen auch die Orgelbauer zu beiden Seiten des Mundlochs kleine Bleiplatten an, welche Ohren genannt werden und die man durch Biegen etwas nähert oder von einander entfernt, um den Accord zu erhalten.

137 **Von dem Einfluß der Dimensionen auf die Schwingungen in Röhren.** Wir haben gesehen, daß die Töne einer Röhre nur von ihrer Länge abhängen, wenn diese Länge im Vergleich zum Durchmesser sehr bedeutend ist; wenn aber diese Bedingung nicht erfüllt ist, so ist das Ge-

setz der Schwingungen weit complicirter. Die wichtigsten Resultate, zu welchen Savart durch seine ausgedehnten Untersuchungen über diesen Gegenstand gelangte, sind folgende:

1) Rechteckige prismatische Röhren, deren Mundloch die Breite einer Seite des Querschnittes haben, bringen denselben Ton hervor, wenn die auf der Linie des Mundlochs rechtwinkligen Schnitte gleichen Flächeninhalt haben, und wenn gleichzeitig die Breite dieses Schnittes wenigstens $\frac{1}{6}$ der Höhe beträgt.

2) Wenn die letztere Bedingung allein erfüllt ist, so scheinen die Schwingungszahlen sich wie die Quadratwurzeln der Durchschnitte zu verhalten.

3) Die Schwingungszahlen ähnlicher Röhren mit ähnlichen Mundlöchern verhalten sich wie die entsprechenden Dimensionen der Röhren.

Dieses Gesetz gilt selbst für sphärische Höhlungen, deren Mundlöcher auf größten Kreisen liegen und gleichviel Grade einnehmen.

Die Wände, welche eine Luftmasse einschließen, haben einen Einfluß auf ihre Schwingungen. Man weiß schon lange durch oft wiederholte Versuche, daß der Ton eines Hornes und einer Trompete von der Materie des Instrumentes und dem Grade der Härtung abhängt; ein Horn z. B., welches im Feuer gehärtet ist, ohne daß man seine Gestalt geändert hat, würde nur gedämpfte Töne geben. Die Orgelbauer kennen auch den Einfluß des Stoffs der Röhren auf die Natur des Tons, und sie versichern, daß man die Natur des Zinnes an den Metallröhren oder die des Holzes an den Holzröhren nur etwas zu verändern brauche, um das Instrument schlecht zu machen. Diese Beobachtungen sind durch die zahlreichen Versuche bestätigt worden, welche Savart mit Röhren von mehr oder weniger gespanntem Pergament und mehr oder weniger feuchtem Papier angestellt hat; er fand: 1) daß der Ton in quadratischen Röhren, deren Seite 9 Linien und deren Höhe 1 Fuß beträgt, sich um mehr als eine Octave herunterstimmen läßt, wenn man das Papier, welches die Wände bildet, mehr und mehr anfeuchtet; dieses Papier war auf die festen Kanten des Prismas wie auf einen Rahmen aufgeklebt; 2) daß sich der Ton durch dieses Mittel um so leichter herabstimmen läßt, je kürzer die Röhren sind; in kubischen Röhren kann man ihn um mehr als zwei Octaven herabstimmen; 3) daß man nur einen Theil der Wand aus Papier oder Pergament zu machen braucht, um den Ton herabzustimmen. 138

Nachdem wir nun ein Mittel kennen gelernt haben, reine Töne hervorzubringen, nämlich durch Orgelpfeifen, nachdem wir gesehen haben, wie die Höhe und Tiefe dieser Töne von der Länge der Pfeifen abhängt, daß man also durch Verlängerung und Verkürzung der Röhren die Pfeifen beliebig stimmen kann, wollen wir nun die Tonreihe näher betrachten, welche in der Musik zur Anwendung kommt. 139

Gehen wir von dem Tone aus, den eine 4 Fuß lange gedeckte Pfeife als Grundton giebt; es ist dies ein Ton, welcher in der Musik mit *C* bezeichnet wird.

Fragen wir nach denjenigen Tönen, die mit *C* zusammen einen angenehmen Eindruck auf das Ohr hervorbringen, so finden wir, daß es solche sind, deren Oscillationsgeschwindigkeit in einem einfachen Verhältnisse zu der von *C* steht; es sind dies diejenigen Töne, deren Wellenlänge $1/2$, $2/3$, $3/4$, $4/5$, $5/6$ von der des Tones *C* beträgt, die also durch solche Pfeifen hervorgebracht werden, deren Länge $1/2$, $2/3$, $3/4$, $4/5$, $5/6$ von der der Pfeife *C* sind.

Da sich die Oscillationsdauer umgekehrt wie die Wellenlänge verhält, so macht also der erste der erwähnten Töne 2 Schwingungen, während *C* eine macht; dieser Ton heißt die Octave von *C* und er wird mit *c* bezeichnet.

Der Ton, dessen Wellenlänge $2/3$ von der des Tones *C* beträgt, macht 3 Oscillationen, während *C* deren 2 macht; dieser Ton ist die Quinte von *C*, er wird mit *G* bezeichnet.

Der Ton, dessen Wellenlänge $3/4$ von der des Tones *C* ist, macht 4 Schwingungen, während *C* deren 3 macht, er wird die Quarte von *C* genannt und mit *F* bezeichnet.

Der Ton, dessen Wellenlänge $4/5$ von der des Tones *C* ist, macht 5 Schwingungen, während *C* deren 4 macht, es ist die große Terz von *C* und wird mit *E* bezeichnet.

Der zuletzt erwähnte Ton, dessen Wellenlänge $5/6$mal so groß ist als die von *C*, macht 6 Schwingungen, während *C* deren 5 vollendet; es ist dies die kleinere Terz von *C*, sie wird mit *Es* bezeichnet.

Ebenso wie *C* seine Octav, Quint, Quart, große und kleine Terz hat, so giebt es auch eine Octav, Quint, Quart, große und kleine Terz von *c*.

Der Grundton *C* mit seiner großen Terz *E* und seiner Quint *G* bilden den *C* dur-Accord.

Nach den eben angegebenen Verhältnissen machen gleichzeitig

C	*E*	*F*	*G*	*c*
24	30	32	36	48

Schwingungen.

Um die Reihe der Töne gehörig zu vervollständigen, müssen nun aber *E*, *F* und *G* ebenso ihre Accorde, also ihre Terz und Quint haben wie *C*.

Die Quint von *G* ist ein Ton, welcher 3 Schwingungen macht, während *G* deren 2 vollendet; auf 36 Schwingungen von *G* gehen also 54 Schwingungen seiner Quint, die wir mit *d* bezeichnen wollen; die nächst

tiefere Octav von *d* wird mit *D* bezeichnet, sie macht 27 Schwingungen, während *G* 36 und *C* 24 macht.

Die große Terz von *G*, die man mit *H* bezeichnet, muß 5 Schwingungen machen, während *g* deren 4 vollendet, auf 36 Oscillationen von *g* gehen also 45 Oscillationen von *H*.

Da sich 24 zu 36 (*C* zu *G*) verhält wie 32 zu 48 (*F* zu *c*), so ist *c* die Quint von *F*.

Die große Terz von *F* muß 5 Schwingungen machen, während *F* selbst deren 4 vollendet, auf 32 Oscillationen von *F* gehen also 40 Oscillationen seiner großen Terz, die mit *A* bezeichnet wird.

So haben wir denn eine Reihe von Tönen, welche den Namen der *C*dur-Tonleiter führt. Es machen gleichzeitig

C	*D*	*E*	*F*	*G*	*A*	*H*	*c*	*d*	*e*	u. s. w.
24	27	30	32	36	40	45	48	54	60	

Schwingungen.

Die Differenzen zwischen je zwei auf einander folgenden Tönen dieser Reihe sind nicht gleich. In der folgenden Reihe giebt der zwischen zwei Zahlen etwas tiefer gesetzte Bruch an, um den wievielsten Theil die Oscillationsgeschwindigkeit eines Tones größer ist als die des nächst niedrigeren:

C	*D*	*E*	*F*	*G*	*A*	*H*	*c*;
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{15}$	

in gleichen Zeiten macht also *D* $1\frac{1}{8}$mal so viel Schwingungen als *C*, *E* $1\frac{1}{9}$mal so viel als *D*, *F* $1\frac{1}{15}$mal so viel als *E* u. s. w.

Das Intervall von *C* zu *D*, von *D* zu *E*, von *F* zu *G*, von *G* zu *A*, von *A* zu *H* heißt ein ganzer Ton. Man unterscheidet aber große ganze Töne, wenn das Intervall $\frac{1}{8}$, und kleine, wenn es $\frac{1}{9}$ beträgt.

Die Intervalle zwischen *E* und *F*, zwischen *H* und *c* sind nahe halb so groß wie die übrigen, sie werden deshalb halbe Töne genannt.

Wenn man, von irgend einem der anderen Töne ausgehend, in derselben Ordnung von Intervallen fortschreitet, so erhält man auf diese Weise die verschiedenen Durtonleitern; um aber ein Fortschreiten in derselben Ordnung von Intervallen von jedem Tone aus möglich zu machen, müssen noch zwischen *C* und *D*, *F* und *G*, *G* und *H* halbe Töne eingeschaltet werden, die mit *cis*, *es*, *fis*, *gis* und *b* bezeichnet werden.

Bei den Durtonarten geht man vom Grundtone zur großen Terz und dann, um eine kleine Terz fortschreitend, zur Quint über, bei den Molltonarten hingegen ist der Accord durch den Grundton, die kleine Terz und die Quint gebildet.

Eine nähere Besprechung der Tonarten und Tonleitern gehört mehr in die Theorie der Musik als hierher.

Wenn der Grundton eine Schwingung in einer bestimmten Zeit macht, so muß die große Terz in derselben Zeit $^5/_4$, die große Terz dieses Tones $^5/_4 . {}^5/_4$ oder $^{25}/_{16}$, und die Terz dieses Tones endlich $^5/_4 . {}^5/_4 . {}^5/_4$ oder $^{125}/_{64}$ Schwingungen machen. Der letztere Ton stimmt nun nicht genau mit der Octav des Grundtons überein, welcher $^{128}/_{64}$ entsprechen; wenn man also in reinen Terzen fortschreitet, so kommt man nicht zur reinen Octav, und will man die Reinheit der Octaven erhalten, so muß man von der vollkommenen Reinheit der Terzen abstrahiren. Aehnliches ergiebt sich beim Fortschreiten nach reinen Quinten. Man ist deshalb, um die Reinheit der Octaven zu erhalten, genöthigt, in der Musik die Töne etwas höher oder tiefer zu stimmen, als es die reinen Terzen oder Quinten verlangen; man muß, wie es die Musiker sagen, den Ton etwas oberhalb oder unterhalb schweben lassen. Diese Ausgleichung nennt man die Temperatur. Die nähere Besprechung der verschiedenen Arten der Temperatur würde uns hier zu weit führen.

Wenn unser Ohr empfindlicher wäre, so würde es durch die erwähnte Unreinheit der Terzen und Quinten unangenehm afficirt werden, es würde kaum ein musikalischer Genuß möglich seyn.

Nach den Bezeichnungen, welche wir in diesen Paragraphen kennen gelernt haben, können wir nun auch die verschiedenen Töne näher bezeichnen, welche eine und dieselbe Röhre giebt. Bei einer offenen Röhre nämlich ist der zweite Ton die Octave des Grundtons, bei einer gedeckten Pfeife ist er die Quinte der nächst höheren Octav.

140 Der tiefste Ton, welcher in der Musik zur Anwendung kommt, ist derjenige, welchen eine gedeckte Pfeife von 16 Fuß giebt. Nun wissen wir aber, daß, wenn eine gedeckte Pfeife ihren tiefsten Ton giebt, ihre Wellenlänge gerade $^1/_4$ der Wellenlänge dieses Tons ist, die Wellenlänge für diesen Ton ist demnach in gewöhnlicher Luft 64 Fuß.

In einer Sekunde pflanzt sich der Schall um 1050′ fort; dividirt man diese Zahl durch 64, so findet man, um wieviel Wellenlängen dieser tiefste Ton in einer Sekunde fortschreite oder, was dasselbe ist, wieviel Oscillationen in einer Sekunde nöthig sind, um diesen tiefsten Ton der Musik hervorzubringen; man findet die Zahl 16,4.

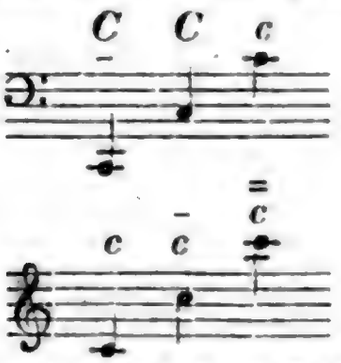
Ebenso findet man, wieviel Oscillationen in der Sekunde die Luft in einer gedeckten Pfeife macht, wenn sie ihren tiefsten Ton giebt, indem man mit der vierfachen Länge der Pfeife (in pariser Fußen ausgedrückt) in 1050 dividirt.

Im Ganzen umfaßt die Musik 9 Octaven. Der erwähnte tiefste Ton einer 16füßigen gedeckten Pfeife wird mit $\underline{\underline{C}}$ bezeichnet.

Da dieſer Ton nun 16,5 Schwingungen in der Sekunde macht, ſo iſt Folgendes die Schwingungszahl der auf einander folgenden Octaven dieſes Tons:

$\overline{\overline{C}}$	16,5
$\overline{C}$	33
C	66
c	132
$\overline{c}$	264
$\overline{\overline{c}}$	528.

Mit unſeren Noten werden dieſe Töne folgendermaßen bezeichnet:

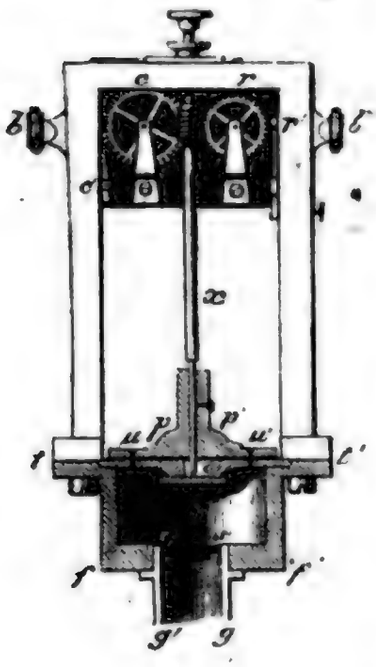


Genaue Beſtimmung der abſoluten Schwingungszahl der Töne. 141

Wir haben zwar geſehen, wie man die einem beſtimmten Tone entſprechende Schwingungszahl aus der Länge einer Pfeife ableiten kann, welche dieſen Ton giebt, doch iſt dieſe Methode nicht ſehr genau. Genauere Reſultate erhält man mit Hülfe der Syrene oder gezahnten Räder.

Die von Cagniard La Tour zuerſt conſtruirte Syrene hat folgende Einrichtung: $t\,t'\,ff'$, Fig. 383, iſt eine cylindriſche Büchſe von Meſſing, welche ungefähr 2 bis 3 Zoll Durchmeſſer und etwa 1 Zoll Höhe hat; die obere Deckplatte iſt ſehr eben und gut polirt. $s\,s'$ iſt eine Oeffnung in der Mitte des Bodens ff, in welche eine Röhre eingeſchraubt iſt, durch welche der Wind eintritt.

Fig. 383.



In den Boden $t\,t'$ iſt eine Reihe von Löchern gebohrt, welche einen Kreis bilden und gleichweit von einander abſtehen, Fig. 386 a. f. S.; man kann ihrer etwa 10 machen und ihnen ſolche Dimenſionen geben, daß die vollen Zwiſchenräume, welche ſie trennen, etwas größer ſind als der Durchmeſſer der Oeffnungen ſelbſt.

p p' iſt eine bewegliche Platte, deren untere Fläche genau auf die Platte *t t'* paßt, ohne jedoch eine merkliche Reibung zu veranlaſſen. Dieſe Platte dreht ſich nun mit größerer oder geringerer Geſchwindigkeit um die Axe *x* und iſt mit einer Reihe von Oeffnungen, *u*, verſehen, welche den Oeffnungen *v* der Platte *t t'* genau entſprechen, ſo daß alle Oeffnungen der Platte *t t'* gleichzeitig geöffnet oder geſchloſſen ſind, je nachdem die Oeffnungen der beweglichen Platte oder ihre Zwiſchenräume auf die unteren Löcher fallen.

Eine Schraube ohne Ende, welche ſich an dem oberen Ende der Rotationsaxe *x* befindet, greift in ein Rad *r r'* von 100 Zähnen ein; *c c* iſt ein zweites Rad, welches nur eine Umdrehung macht, während *r r'* ihrer 100 vollendet; ein an der Axe von *r r'* befeſtigter Arm ſchiebt es nämlich bei jeder Umdrehung derſelben um einen Zahn weiter. Die Axen dieſer Räder

Fig. 384.

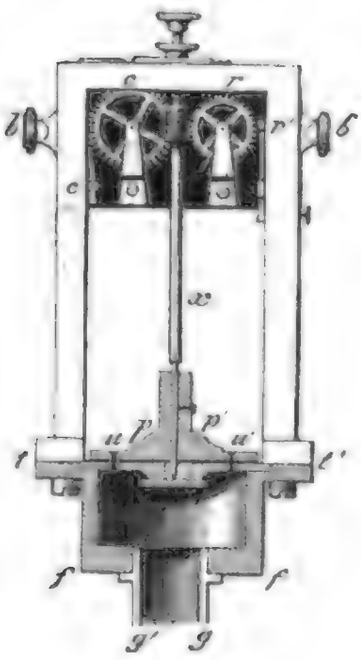


Fig. 385.

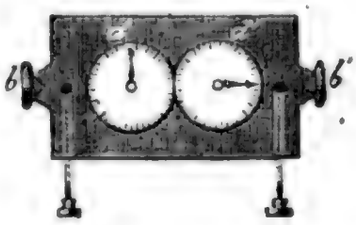
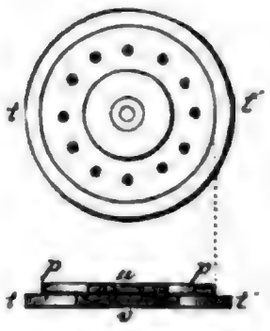


Fig. 386.



tragen Zeiger, welche die getheilten Kreiſe *d* und *d'*, Fig. 385, durchlaufen. Dieſe Zeiger und die Räder, durch welche ſie in Bewegung geſetzt werden, bilden den Zähler der Syrene. Man kann nach Belieben den Zähler gehen laſſen oder nicht; man braucht nämlich nur an den Knopf *b* zu drücken, um zu machen, daß das Rad *r r'* in die Schraube ohne Ende eingreift, oder an den Knopf *b'*, um es auszulöſen; in letzterm Falle wird die Bewegung des Rades *r r'* ſogleich arretirt.

Es iſt noch hinzuzufügen, daß die Oeffnungen gegen die Ebene der Platten geneigt ſind, Fig. 386, ſo daß die Geſchwindigkeit des Windes, welcher durch die Oeffnungen *v* aus der Büchſe *f f' t t'* austritt, hinreicht, um der Platte *p p'* eine raſche Rotationsbewegung zu ertheilen.

Dies vorausgeſetzt, wollen wir uns für einen Augenblick denken, in der beweglichen Scheibe befänden ſich 10 Löcher, in der Platte aber nur eins, ſo wird während eines Umlaufs der Scheibe das Loch der Platte 10mal geöffnet und 10mal geſchloſſen werden, 10mal wird alſo die durch die Windröhre eintretende Luft hier austreten können, 10mal aber wird ſie

aufgehalten seyn. Dies wird nun in 1, in $^1/_{10}$, in $^1/_{100}$ Sekunde geschehen, je nachdem die bewegliche Scheibe in einer Sekunde 1, 10, 100 Umdrehungen macht; so oft der Luftstrom durch eine Oeffnung hindurchgeht, entsteht ein Stoß, eine Verdichtung, welcher eine Verdünnung folgt, wenn die Oeffnung wieder geschlossen wird; es entstehen also 10 vollständige Schallwellen während jeder Umdrehung der Scheibe. Je nach der Umdrehungsgeschwindigkeit dieser Scheibe kann man also Töne hervorbringen, welche allmälig von den tiefsten bis zu den höchsten Tönen übergehen. Wenn sich nun in der Platte nicht ein, sondern zehn Löcher befinden, wie in der beweglichen Scheibe, so wird man nur einen intensivern Ton erhalten, da jedes Loch seine Wirkung hervorbringt, als ob es allein da wäre.

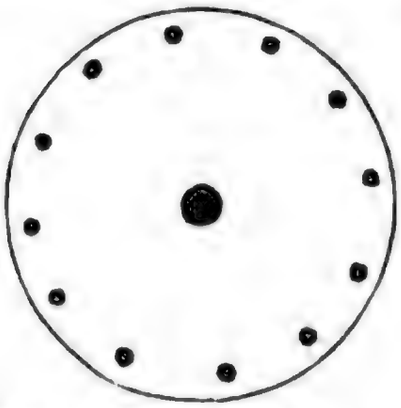
Um mit Hülfe der Syrene die Schwingungszahl des Tons der Stimmgabel zu ermitteln, setzt man auf den Windkasten, Fig. 372, Seite 308, eine offene oder geschlossene Röhre, welche mit der Stimmgabel vollkommen im Einklang ist. Neben dieser Röhre wird die Syrene selbst aufgesetzt. Nun wird Wind gegeben und der Druck mit Hülfe des Stabes *t* so lange verändert, bis die Syrene mit der Röhre im Einklange ist. Ist dieser Einklang hergestellt, so muß er einige Minuten lang erhalten werden, was einige Geschicklichkeit erfordert; während nun beide Instrumente unisono tönen, drückt man zugleich am Knopfe des Zählers, um zu machen, daß das Rad *r r'* eingreift, und am Knopfe eines guten Chronometers, um die Zeit zu zählen; nach 2 Minuten ungefähr wird dann zugleich der Zähler und das Chronometer arretirt. Man hat auf diese Weise durch den Zähler die Anzahl der Vibrationen, durch das Chronometer die verflossene Zeit und kann daraus leicht berechnen, wieviel Vibrationen auf eine Sekunde kommen. Wenn man den Versuch mehrmals wiederholt, erhält man vollkommen übereinstimmende Zahlen, aus welchen sich ergiebt, daß für das *a* der gewöhnlichen Stimmgabel 440 Löcher der Scheibe in 1″ über ein Loch der Platte hinweggehen, daß also diesem *a* 440 Vibrationen in der Sekunde entsprechen, denn für jedes Loch der Scheibe, welches vorübergeht, erhält man eine vollständige Vibration, d. h. eine Verdichtung und eine Verdünnung. —

Eine sehr einfache Construction der Syrene, welche auch noch zu anderen akustischen Versuchen anwendbar ist, hat Seebeck angegeben.

An einer wagerechten Axe, welche auf irgend eine Weise rasch umgedreht werden kann, ist eine starke hölzerne, mit Blei beschwerte runde Scheibe von $7^1/_4$ Zoll Durchmesser angebracht, und an dieser wird concentrisch eine Scheibe von dünner glatter Pappe von 12 Zoll Durchmesser befestigt. An dem Umfange dieser Scheibe sind in genau gleichen Abständen Löcher von fast 2 Linien Durchmesser eingeschlagen, ungefähr

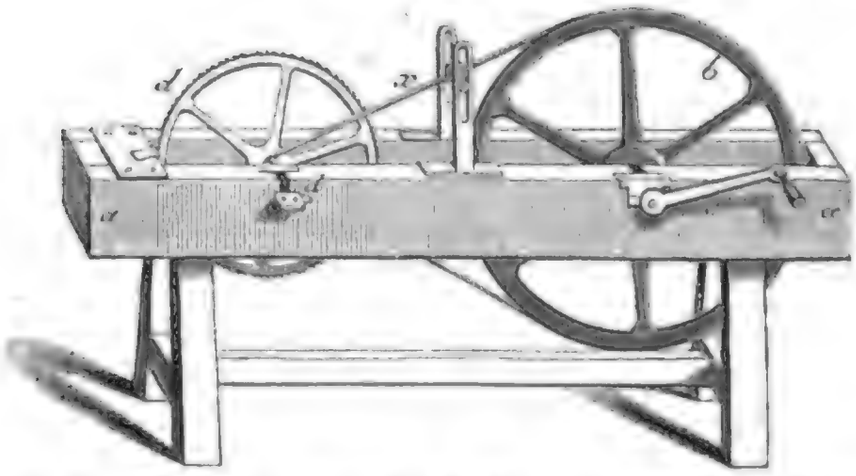
wie man Fig. 387 ſieht. Bei dem Verſuche wird mit einem Glasröhrchen, deſſen Mündung etwas enger iſt als die Löcher, ein Luftſtrom gegen die in Drehung befindliche Löcherreihe geblaſen, wo dann der Ton wie auf der Syrene von Cagniard Latour entſteht.

Fig. 387.



Die Methode, die abſolute Schwingungszahl mit Hülfe gezähnter Räder zu zählen, rührt von Savart her (Ann. de Phys. et de Chim. T. 44 et 47); ſein Apparat iſt Fig. 388 dargeſtellt. *a* iſt ein ſehr feſtes Geſtell von Eichenholz, welches noch dadurch ſtabiler gemacht wird, daß man es auf dem Boden befeſtigt; *b* iſt ein Rad von 1,8 Meter Durchmeſſer, welches ſich um eine ſehr ſtarke Axe dreht und durch eine Kurbel in Bewegung geſetzt wird; *d* iſt eine zweite Axe, die durch eine Schnur ohne Ende, welche über das große Rad und über die Welle der Axe *d* geht, in ſehr raſche Rotationsbewegung verſetzt wird. Während z. B. das Rad 1 Umdrehung macht, macht die Welle um *d* deren 10, und wenn das Rad in der Sekunde 4 Umdrehungen macht, ſo macht die Welle deren 40. Die Axe *d* trägt aber ein gezahntes Metallrad, welches ungefähr 600 Zähne hat; wenn man die Kante einer Platte dem Stoße der Zähne ausſetzt, ſo kann man leicht 24000 Stöße in der Sekunde erhalten. Man erhält mehr oder weniger Stöße, je nachdem man raſcher oder weniger raſch dreht. Der Ton, welchen man auf dieſe Weiſe erhält, iſt rein und andauernd, ſeine Höhe hängt von der Schnelligkeit der Umdrehung ab, man kann es alſo leicht dahin bringen, daß er mit der Stimmgabel im Einklange iſt. Der Stoß der Zähne gegen das Plättchen giebt einen Ton, weil es dadurch in Schwingungen verſetzt wird; während der Zahn vorübergeht, wird das Plättchen gehoben, geht aber in Folge ſeiner Ela-

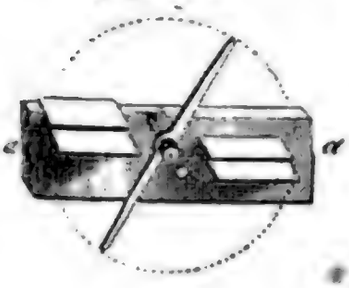
Fig. 388.



ſticität zurück, ehe der folgende Zahn kommt. So erzeugt jeder vorüber-
gehende Zahn einen Hin- und Hergang des Plättchens, alſo eine Vibra-
tion; man hat alſo nur zu ermitteln, wieviel Zähne in einer gegebenen
Zeit vorübergehen, um auch die Schwingungszahl des erzeugten Tons
zu kennen; zu dieſem Zwecke iſt an der Axe *d* eine Schraube ohne Ende
angebracht, welche in ein Rad eingreift, das als Zähler dient; dieſer Zäh-
ler iſt dem der Syrene ganz ähnlich. Savart hat auf dieſe Weiſe
beſtätigt, daß $\overline{a}$ 440 Schwingungen in der Sekunde macht, wie man
auch mit der Syrene gefunden hatte.

Gränzen der Hörbarkeit. Man war lange Zeit der Meinung, daß 142
der Ton, welcher durch 16,5 einfache Schwingungen in der Sekunde erzeugt
wird, der tiefſte ſey, welchen das menſchliche Ohr hören könne. Savart
hat aber gezeigt, daß dies nicht der Fall iſt. Um tiefe Töne hervorzubrin-
gen, wurde für das gezahnte Rad, Fig. 388, ein einfacher Stab von
Eiſen oder Holz, Fig. 389, ſubſtituirt und an dem Geſtelle Platten von

Fig. 389.



Holz befeſtigt, welche eine Art Rahmen bilden, durch welchen der Stab während ſeiner Bewegung hindurchgeht. Man erhält auf dieſe Weiſe ein exploſives Geräuſch von wahrhaft betäubender Intenſität; wenn aber ſo ſchnell gedreht wird, daß ungefähr 7 bis 8 Stöße in der Sekunde erfolgen, wird der Ton continuirlich und hat eine ausgezeichnete Stärke und Tiefe; das menſchliche Ohr kann alſo noch ſehr wohl tiefe Töne vernehmen, welche 7 bis 8 Vibrationen in der Sekunde entſprechen. Um die Gränze der hohen Töne zu finden, wandte Savart ein gezahntes Rad an, deſſen Umfang 720 Zähne trug, um zu machen, daß 24000 Zähne in der Sekunde vorübergehen, wodurch 24000 Schwingungen in der Sekunde erzeugt werden. Der auf dieſe Weiſe entſtehende Ton war noch hörbar, obwohl ſehr fein. Unſer Gehörorgan iſt alſo mit einer bewundernswürdigen Empfindlichkeit ausgerüſtet, ſo daß es alle Töne hören und von einander unterſcheiden kann, welche durch 7 bis 24000 Schwingungen in der Sekunde erzeugt werden. Man kann aber noch nicht ſagen, daß dies wirklich die wahren Gränzen der Wahrnehmbarkeit ſind. Wir ſind mit Savart der Meinung, daß es auch noch jenſeits dieſer Gränzen hörbare Töne giebt, wenn ſie nur hinlängliche Intenſität haben.

Töne geſpannter Saiten. Eine auf irgend ein Inſtrument auf- 143
geſpannte Saite ſchwingt viel zu raſch, als daß man die Schwingungen
zählen könnte, jedoch kann man recht gut zwei ſehr merkwürdige Erſchei-
nungen beobachten; der Ton wird nämlich höher, wenn man die Saite
verkürzt oder ihr eine ſtärkere Spannung giebt, dabei aber nimmt auch

die Geschwindigkeit der Oscillationen auf eine merkliche Weise zu. Es besteht also ein Zusammenhang zwischen dem Tone einer Saite, ihrer Länge, ihrer Spannung und der Geschwindigkeit der Vibrationen. Dieser Zusammenhang kann aber nur mit Hülfe des Calculs nachgewiesen werden, er bildet den Gegenstand des Problems der schwingenden Saiten, welches zuerst von Taylor (Methodus incrementorum a. 1716) theilweise gelöst wurde. Dieses Problem veranlaßte ein halbes Jahrhundert lang die lebhaftesten Discussionen zwischen den ersten Mathematikern. J. Bernouilli, D'Alembert, Euler und Daniel Bernouilli hatten viel darüber geschrieben, als Lagrange im Jahre 1759, fast zu Anfange seiner wissenschaftlichen Laufbahn, alle Schwierigkeiten hob und den Discussionen ein Ende machte.

Folgendes sind die Resultate, zu welchen er gelangte und welche die Gesetze der Schwingungen der Saiten enthalten.

1) Die Schwingungszahl einer Saite verhält sich umgekehrt wie ihre Länge, d. h. wenn eine Saite auf irgend ein Instrument, wie eine Violine, eine Guitarre u. s. w., aufgespannt ist, in einer gegebenen Zeit eine bestimmte Anzahl von Schwingungen macht, so macht sie in derselben Zeit 2mal, 3mal, 4mal u. s. w. soviel Schwingungen, wenn man bei unveränderter Spannung nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ u. s. w. der ganzen Länge schwingen läßt; sie würde $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{4}$mal so schnell schwingen, wenn man nur $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$ der ganzen Länge schwingen ließe.

2) Die Zahl der Schwingungen einer Saite ist der Quadratwurzel aus den spannenden Gewichten proportional, d. h. wenn das Gewicht, welches die Saite spannt, 4, 9, 16mal so groß gemacht wird, während ihre Länge unverändert bleibt, so wird die Geschwindigkeit der Schwingungen 2, 3, 4mal so groß.

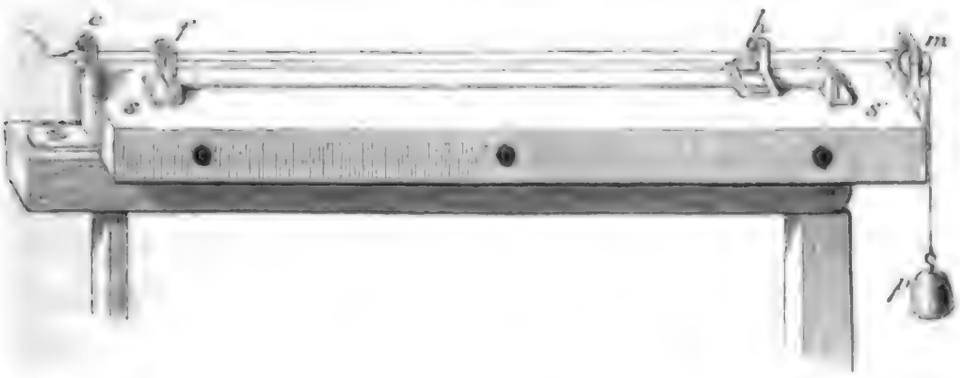
3) Die Schwingungszahlen verschiedener Saiten derselben Materie verhalten sich umgekehrt wie ihre Dicke. Wenn man z. B. zwei Stahlsaiten von gleicher Länge nimmt, deren Durchmesser sich wie 1 zu 2 verhalten, so wird die dünnere bei gleicher Spannung in derselben Zeit doppelt so viel Schwingungen machen als die dickere. Für Darmsaiten ist dieses Gesetz wohl nicht immer genau wahr, weil sie nicht immer absolut genau aus derselben Materie gemacht sind.

4) Die Schwingungszahlen von Saiten verschiedener Materien verhalten sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln ihrer Dichtigkeit. Wenn z. B. eine Saite von Kupfer, deren Dichtigkeit 9 ist, und eine Darmsaite, deren Dichtigkeit 1 ist, gleiche Länge und gleichen Durchmesser haben, und wenn beide durch gleiche Gewichte gespannt sind, so schwingt die Kupfersaite dreimal langsamer als die Darmsaite.

Es verſteht ſich von ſelbſt, daß dieſe Geſetze nur für ſolche Saiten gelten, die ihrer ganzen Dicke und Länge nach homogen ſind, daß ſie alſo nicht auf Darmſaiten, welche mit Metallfäden überſponnen ſind, angewendet werden können. Die metalliſche Hülle iſt hier eine träge Maſſe, welche durch die Elaſticität der Saite in Bewegung geſetzt werden muß und welche alſo die Schwingungsdauer vergrößert.

Um die wichtigſten Geſetze der Oscillationen der geſpannten Saiten und ihrer Töne durch den Verſuch nachzuweiſen, bedient man ſich eines Inſtrumentes, welches reine Töne giebt und welches erlaubt, die Länge der Saiten mit Genauigkeit zu meſſen. Dieſes Inſtrument heißt Monochord. Fig. 390 ſtellt ein ſolches Monochord vor, wie es Savart conſtruirt hat; man kann eine Darmſaite oder eine Metallſaite aufſpannen, um zu zeigen, daß beide denſelben Geſetzen folgen. Die Saite iſt bei *c* eingezwängt und geht bei *f* und *h* über eine Art von Steg, dann über

Fig. 390.



eine Rolle *m* weg und iſt endlich mit einem Gewichte *p* belaſtet. Der bewegliche Steg *h* kann an der Saite hin verſchoben werden, ohne ſie zu berühren; man ſtellt ihn an einer beliebigen Stelle feſt und kann dann die Saite mit einer Preßſchraube einklemmen. Später werden wir ſehen, daß der hohle Kaſten *ss'* dient, um den Ton zu verſtärken. Nehmen wir nun an, die Saite ſey hinlänglich geſpannt, um frei ſchwingend einen vollen und reinen Ton zu geben, den wir als Ausgangspunkt für *c* annehmen, ſo kann man durch Verſchieben des beweglichen Steges es dahin bringen, daß die Saite der Reihe nach die Töne *d, e, f, g, a, h, c* giebt. Bezeichnen wir die Länge der Saite, welche den Grundton *c* giebt, mit 1, ſo ergeben ſich für die anderen Töne folgende Saitenlängen:

Namen der Töne	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*a*	*h*	*c*
Entſprechende Saitenlängen .	1	$^8/_9$	$^4/_5$	$^3/_4$	$^2/_3$	$^3/_5$	$^8/_{15}$	$^1/_2$.

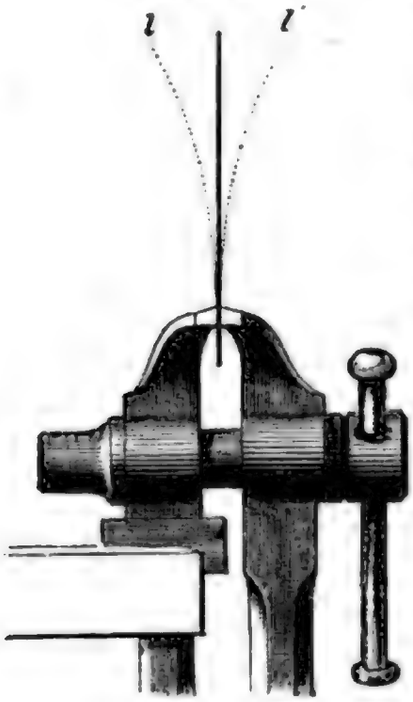
Man muß alſo die Saite halb ſo lang machen, damit ſie unter übrigens gleichen Umſtänden die Octav giebt. Da die Octav aber doppelt ſo viel Schwingungen macht als der Grundton, ſo macht alſo eine halb ſo lange Saite doppelt ſo viel Schwingungen.

Um die Quint zu erhalten, muß man die Saite auf $^2/_3$ ihrer Länge verkürzen, die Quint macht aber in gleicher Zeit $^3/_2$mal so viel Schwingungen als der Grundton.

Die Schwingungszahl der Saiten verhält sich also in der That umgekehrt wie ihre Länge.

Um bei gleicher Länge der Saiten die Octav zu erhalten, muß man ein 4faches, um die Quint zu erhalten, ein $^9/_4$faches Gewicht anhängen.

Fig. 391.



144 **Gesetze der Vibrationen von Streifen und Stäben.** Wenn ein Streifen oder ein Stab an einem Ende befestigt ist, Fig. 391, und man ihn mit einem Fiedelbogen streicht oder auch nur mit der Hand aus der Gleichgewichtslage bringt, so macht er zwischen l und l' eine Reihe von isochronen Vibrationen, welche, wenn sie schnell genug sind, einen Ton hervorbringen. D. Bernouilli hat die Theorie dieser Vibrationen entwickelt; er hat bewiesen, daß, wenn man demselben Streifen verschiedene Längen giebt, die Zahl der in gleichen Zeiten gemachten Vibrationen sich umgekehrt verhält wie die Quadratwurzel der schwingenden Längen.

145 **Longitudinalschwingungen der Saiten und Stäbe.** Wir haben bisher nur die Querschwingungen der Saiten und Stäbe betrachtet, sie können aber auch ihrer Länge nach schwingen, ganz ähnlich wie eine in einer Röhre eingeschlossene Luftsäule. Solche Längenschwingungen kann man dadurch erzeugen, daß man eine gespannte Saite unter sehr spitzem Winkel mit einem Fiedelbogen streicht oder eine Glasröhre mit nassen Fingern oder einem nassen Tuche der Länge nach reibt.

Man nehme z. B. eine Glasröhre von etwa 2 Meter Länge, welche einen Durchmesser von 3 bis 4 Centimeter hat, und halte sie in der Mitte mit einer Hand fest, während man die eine Hälfte mit einem in der andern Hand gehaltenen nassen Tuche reibt, so wird man einen Ton hören, den man mit einiger Geschicklichkeit leicht rein und voll erhalten kann. Die Schwingungen, welche man auf diese Weise erzeugt, sind offenbar Longitudinalschwingungen. Reibt man immer in derselben Weise, bald mit größerer oder geringerer Geschwindigkeit, bald stärker oder schwächer drückend, so kann man eine Reihe verschiedener Töne hervorbringen, und wenn man mit 1 den Grundton dieser Reihe bezeichnet, so findet man, daß die anderen Töne in der Reihe der natürlichen Zahlen 2, 3, 4

u. s. w. auf einander folgen. Wenn die Röhren nicht über 2 Meter lang sind, so hält es schwer, über den Ton 4 hinauszukommen.

Man erhält dieselben Resultate mit langen cylindrischen und prismatischen vollen Glasstäben, mit Röhren und Stäben von Holz und Metall; bei den letzteren wendet man aber statt des nassen Tuches ein mit Harz bestreutes Tuch an, oder, was noch sicherer ist, man befestigt mit Siegellack an dem einen Ende des Cylinders oder des Stabes in der Richtung seiner Axe eine Glasröhre oder einen Glasstab, welcher ungefähr 1 Decimeter lang ist und 5 bis 6 Millimeter im Durchmesser hat; diese Hülfsröhre wird alsdann mit einem nassen Tuche gerieben und theilt ihre Schwingungen ganz leicht dem Stabe mit.

Wenn gerade Stäbe in der Mitte gehalten werden und an den Enden frei sind, so schwingen sie wie offene Röhren und geben Töne, welche sich in der Reihe der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4 u. s. w. folgen.

Man kann sich leicht durch den Versuch überzeugen, daß *der Grundton von Stäben derselben Substanz derselbe ist, wenn sie gleiche Länge haben*, welches auch ihre Breite und Dicke seyn mag, vorausgesetzt jedoch, daß diese Dimensionen im Vergleich zur Länge klein sind. Alle Glasstäbe von 6 Fuß Länge werden also denselben Ton geben, mögen sie nun dünn oder dick, mögen sie Röhren, volle Cylinder oder Streifen seyn. Stäbe von verschiedener Substanz geben aber bei gleicher Länge verschiedene Töne.

Während diese festen Körper vibriren, vertheilt sich die Bewegung sehr ungleich auf ihre Molekule. Die meisten der Theilchen machen größere oder kleinere Excursionen, ein kleiner Theil jedoch bleibt immer in Ruhe. Die Reihe dieser Ruhepunkte bildet auf der Oberfläche Linien, welche man *Knotenlinien* nennt.

Nehmen wir an, man experimentire mit einer langen Glasröhre, mit welcher man nur den Grundton erzeugt; man hält diese Röhre fast wagerecht, und auf derjenigen Hälfte, welche nicht mit dem nassen Tuche gerieben wird, bewegt sich ein leichter Papierring, Fig. 392, dessen Bewegung

Fig. 392.

man beobachtet. Sobald der Ton gehört wird, gleitet der Ring fort und bleibt endlich an einer bestimmten Stelle stehen, zu welcher er immer wieder zurückkehrt, wenn man ihn von derselben entfernt. Dieser Punkt wird mit Tinte bezeichnet; er ist offenbar ein Punkt der Knotenlinie.

Nun dreht man die Röhre etwas in der Hand, um eine andere Kante

oben hin zu bringen, auf welcher der Ring ruht, und wiederholt den Versuch; man sieht wieder, daß der Ring bis zu einer bestimmten Stelle fortgleitet, und so erhält man einen zweiten Punkt der Knotenlinie. Wenn man fortfährt, die Röhre in derselben Richtung zu drehen, kann man eine Reihe von Punkten der Knotenlinie finden und so darthun, daß sie eine Art unregelmäßiger Schraubenlinie ist, deren Windungen sehr gedehnt sind und welche mehrmals um die Röhre herumgeht. Wir haben versucht, dies in Fig. 392 und Fig. 393 darzustellen. Kehrt man die Röhre um, um

Fig. 393.

den Ring auf die andere Hälfte zu setzen, so findet man hier eine ähnliche Kurve, jedoch ist der Umstand merkwürdig, daß die eine Kurve nicht die Fortsetzung der andern ist, sondern daß beide in gleicher oder entgegengesetzter Richtung gewunden von der Mitte auszugehen scheinen. Manchmal zeigt sich diese Umkehrung schon auf jeder Hälfte der Röhre.

Die innere Fläche der Röhre zeigt eine ähnliche Knotenlinie wie die äußere; um ihren Lauf zu zeigen, brachte Savart in das Innere der wohlgetrockneten Röhre ebenfalls getrocknete etwas große Sandkörner, oder auch Kügelchen von Kork oder Wachs.

Wenn man statt des Grundtons die Töne 2, 3, 4 u. s. w. der Röhre hervorbringt, so entstehen ähnliche Knotenlinien, nur findet man immer 2, 3, 4 u. s. w. Umkehrungen in der Richtung der Kurve.

Die Knotenlinien prismatischer Stäbe sind complicirter, aber die langer dünner Streifen, z. B. der Streifen von Spiegelglas von 2 bis 3 Meter Länge und 3 bis 4 Centimeter Breite, zeigen im Allgemeinen eine merkwürdige Umkehrung. Nachdem man die Knotenlinien auf der einen Seite erkannt hat, kehrt man den Streifen um und wird dann finden, daß die Knoten dieser Seite gerade den Bäuchen der ersteren entsprechen.

Die Ursache dieser Erscheinungen ist darin zu suchen, daß in Folge der Longitudinalschwingungen die Stäbe sich krümmen, daß sich isochrone Transversalschwingungen bilden. Diese Knotenpunkte sind also nicht Ruhepunkte in Beziehung auf die Longitudinalschwingungen, also nicht den Schwingungsknoten in Pfeifen entsprechend, sondern es sind Ruhepunkte in Beziehung auf die als secundäre Wirkung auftretenden Transversalschwingungen.

146 **Von den Zungenpfeifen.** Eine Zunge ist im Allgemeinen eine vibrirende Platte, welche durch einen Luftstrom in Bewegung gesetzt wird.

Es sey z. B. in Fig. 394 p eine Platte von Zink oder Kupfer, welche 2 bis 3 Millimeter dick ist; in derselben sey eine rechteckige Oeffnung $abcd$ 3 Centimeter lang und 7 bis 8 Millimeter breit, und über derselben sey eine sehr dünne und sehr elastische Messingplatte befestigt, wie die Figur zeigt. Diese Platte kann vibriren, indem sie an den Rändern ab. bc und cd hinstreift. Man hat auf diese Weise ein ganz einfaches Zungenwerk, und um es in Bewegung zu setzen, braucht man nur die Platte p der Länge nach auf die Lippen zu setzen und so zu blasen, daß der Wind gegen das freie Ende der Platte l gerichtet ist. Der Luftstrom versetzt sie in Schwingungen, die Oeffnung wird abwechselnd geöffnet und geschlossen, bald strömt die Luft aus, bald ist der Strom gehemmt; auf diese Weise entstehen Schallschwingungen, deren Länge von der Anzahl der Vibrationen abhängt, welche die Platte l nach ihren Dimensionen und ihrer Elasticität in einer gegebenen Zeit machen kann. Der Ton ist derselbe, als ob die Platte durch mechanische Mittel in Schwingungen versetzt würde, nur ist er bei weitem intensiver. Wenn man auf einer und derselben Platte mehrere solcher Streifen befestigt, welche die auf einander folgenden Töne einer Tonleiter geben, so kann man auf diese Weise ein Instrument machen, welches geeignet ist, um darauf Melodien zu spielen.

Fig. 394.

Das Zungenwerk der Orgeln beruht auf demselben Princip, nur ist hier die Zunge anders befestigt. Man unterscheidet daran zwei an einander stoßende Röhren, t und t', Fig. 395, einen Stopfen b, welcher sie trennt, und das eigentliche Zungenwerk, welches durch den Stopfen hindurchgeht. Das Zungenwerk selbst ist Fig. 396 in größerem Maßstabe dargestellt; es ist aus drei wesentlichen Stücken, der Rinne r, der Zunge l und dem Stimmdraht z zusammengesetzt.

Fig. 395.

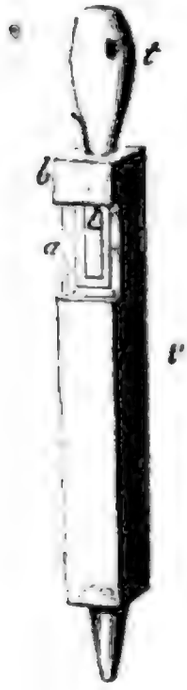
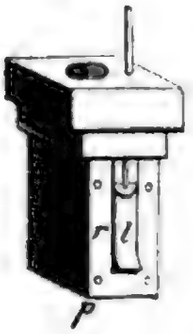


Fig. 396.



Die Rinne ist eine prismatische oder halb cylindrische Röhre, welche unten verschlossen und oben offen ist, auf der Seite aber noch eine Oeffnung hat, durch welche die beiden Röhren mit einander verbunden sind.

Die Zunge ist die vibrirende Platte; in ihrer natürlichen Lage verschließt sie die Seitenöffnung der Rinne entweder ganz, oder doch fast ganz, d. h. sie streift während ihrer Oscillationen mit den drei freien Rändern an den Rändern der Oeffnung; die vierte Seite ist entweder durch eine Schraube oder durch Löthung an der Röhre befestigt.

Der Stimmdraht ist ein starker Metalldraht, welcher unten doppe gekrümmt ist und seiner ganzen Breite nach die Zunge andrückt. E läßt sich mit einiger Reibung in dem Stopfen auf- und abschieben, d dadurch ist es möglich, den schwingenden Theil der Zunge zu verlänge oder zu verkürzen, denn der Theil, welcher über dem Stimmdrahte ist, kann nicht schwingen.

Der Wind des Blasebalgs tritt durch den Fuß der Röhre l' ein und drückt gegen die Zunge, um sich einen Ausweg zu verschaffen, dringt dann durch die Rinne und tritt aus der Röhre l aus. Die auf diese Weise aus der Gleichgewichtslage gebrachte Zunge kehrt alsbald, vermöge ihrer Elasticität, zurück und macht demnach Schwingungen, welche so lange dauern, als der Luftstrom anhält. Die Fig. 395 stellt eine Zungenpfeife dar, an welcher der der Zunge gegenüberstehende Theil der Röhre l von Glas ist, damit man das Spiel dieser Zunge besser beobachten könne.

Bei Orgeln sind die Zungenpfeifen oft etwas anders construirt, nämlich so, daß die Ränder der Zunge auf die Ränder der Rinne aufschlagen, wie man Fig. 397 sieht.

Fig. 397.

Wenn eine Zungenpfeife für sich in freier Luft schwingt, wenn also keine oder nur eine verhältnißmäßig kurze Röhre über ihr angebracht ist, so hängt ihre Schwingungsgeschwindigkeit, also der Ton, den sie giebt, von ihrer Elasticität und von ihren Dimensionen ab; wenn aber eine lange Röhre aufgesetzt wird, so modificirt diese den Ton wesentlich; die Bewegung der Zunge hängt dann mehr von der Bewegung der in der langen Pfeife hin und her laufenden Luftwellen als von ihrer eigenen Elasticität ab; sie wird also eigentlich mehr geschwungen als sie selbst schwingt.

147 **Interferenz der Schallwellen.** Schon oben haben wir gesehen, wie in Röhren durch Interferenz der directen und reflectirten Schallwellen stehende Luftwellen sich bilden, wir wollen hier nun noch einige andere Interferenzerscheinungen der Schallwellen untersuchen.

Wenn man eine Röhre von Holz oder Pappe, welche sich unten, wie man Fig. 398 sieht, in zwei unten offene Arme theilt und an deren oberem Ende sich eine zweite Röhre b auf- und abschieben läßt, die in einem mit einer schwach gespannten Membrane verschlossenen Kästchen a endigt, über eine tönende Glas- oder Metallplatte bringt, so läßt sich die gegenseitige Einwirkung zweier Schallwellen sehr deutlich zeigen. Die Platte wird zu diesem Zwecke gerade so eingeschraubt, wie zur Erzeugung von Klangfiguren. Man streiche nun

die Platte ſo, daß die Diagonalen des Quadrates Ruhelinien ſind, man ſtreiche alſo in der Mitte einer Kante und halte die gabelförmigen Enden der Röhre über die in Fig. 399 mit *c* und *a* bezeichneten Stellen der

Fig. 398.

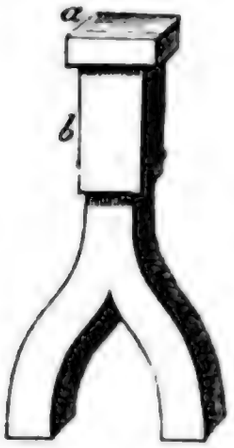
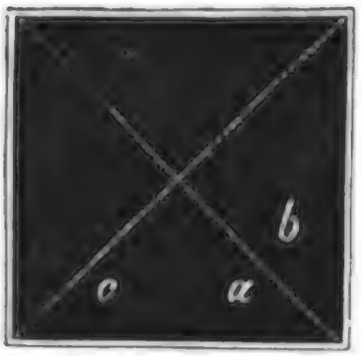


Fig. 399.



Platte, ſo wird der Sand, den man auf die Membrane des Apparates Fig. 298 geſtreut hat, in lebhafte Bewegung gerathen. Die Stellen *c* und *a* befinden ſich nämlich ſtets in gleichen Schwingungszuſtänden, beide gehen gleichzeitig auf und nieder, ſie ſenden alſo gleichzeitig Verdichtungen und gleichzeitig Verdünnungen in den offenen Enden der Gabel, die ſich in dem oberen Theile der Röhre gegenſeitig verſtärken. Hält man aber die Gabel ſo, daß die eine Oeffnung über *a*, die andere über *b* ſteht, ſo bleibt der Sand auf der Membran in Ruhe, denn wenn *a* ſich aufwärts bewegt, ſo geht *b* nieder, und umgekehrt, während alſo eine Verdichtung in dem einen Gabelende eintritt, tritt durch das andere eine Verdünnung ein, und beide werden ſich, in dem oberen Theile des Apparates zuſammentreffend, gegenſeitig aufheben.

Sehr intereſſante Interferenzerſcheinungen hat Seebeck mit Hülfe der oben S. 319 beſchriebenen Syrene hervorgebracht.

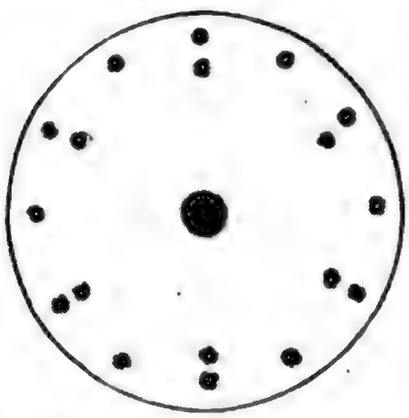
Man richte gegen eine Löcherreihe dieſer Syrene zwei Röhren von den beiden entgegengeſetzten Seiten her ſenkrecht gegen die Scheibe, und zwar ſo, daß, wenn die eine Röhre ſich vor einem Loche befindet, die andere Röhre gleichzeitig einem andern, etwa dem nächſten Loche, gegenüberſteht. Bläſ't man nur durch eine Röhre gegen die in Umdrehung befindliche Scheibe, ſo hört man einen Ton; derſelbe Ton wird wahrgenommen, wenn man nur durch die andere Röhre bläſ't; ſobald aber beide Röhren zugleich angeblaſen werden, verſchwindet der Ton, und man hört nur ein Sauſen. Wenn das Reſultat dieſes Verſuches recht deutlich ſeyn ſoll, ſo müſſen die Luftſtröme beider Röhren vollkommen gleich ſtark ſeyn, ſie müſſen aus einer Windlade kommen. Dieſe Erſcheinung erklärt ſich dadurch, daß die beiden gleichzeitigen Luftſtöße ihrer entgegengeſetzten Richtung wegen ſich zwar nicht am Orte ihrer Entſtehung, wohl aber bei

ihrer Fortpflanzung und im Ohre des Beobachters sich gegenseitig aufheben.

Stellt man die Röhren so, daß die entgegengesetzten Stöße nicht gleichzeitig, sondern alternirend erfolgen, so hört man den ursprünglichen Ton, und zwar verstärkt.

Wenn man auf eine Scheibe concentrisch zwei Löcherreihen setzt, von denen die eine doppelt so viel Löcher hat als die andere, wie dies Fig. 400 angedeutet ist, so giebt bei gleicher Umdrehungsgeschwindigkeit die eine Reihe für sich allein die Octav vom Tone der andern, und man hört in der Regel beide Töne, wenn die beiden Löcherreihen gleichzeitig angeblasen werden.

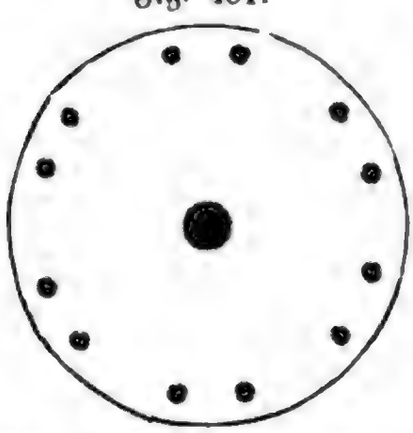
Fig. 400.



Wenn aber das Anblasen von den beiden entgegengesetzten Seiten her, und zwar so erfolgt, daß jeder Luftstoß des tieferen Tones mit einem des höheren genau zusammentrifft, so verschwindet der höhere Ton, und man hört nur den tieferen. Der Grund dieser Erscheinung ist leicht einzusehen. Der Impuls, welcher durch ein Loch der inneren Löcherreihe hervorgebracht wird, hebt den entgegengesetzten Impuls des gleichzeitig angeblasenen Loches der äußeren Reihe auf, und so bleibt also die Hälfte der Impulse der äußeren Löcherreihe ohne Wirkung, man hört denselben Ton, als ob nur die andere Hälfte der Löcher vorhanden wäre, also die nächst tiefere Octav der äußeren Löcherreihe.

Ganz eigenthümliche Erscheinungen beobachtet man, wenn die Zwischenräume der Löcher nicht gleich sind, ungefähr, wie es in Fig. 401 angedeutet ist, so daß auf einen kleineren Zwischenraum immer ein größerer folgt, während jedoch alle kleineren unter sich und alle größeren unter sich gleich sind. Wenn die Scheibe rotirt und man mit einem Röhrchen gegen die Löcherreihe bläs't oder mit einem Kartenblatte anschlägt, so hört man einen Ton von der Höhe, als ob nur die Hälfte der Löcher vorhanden wäre. Die beiden in kürzeren Zwischenräumen auf einander folgenden Stöße combiniren sich also gleichsam zu einem einzigen, namentlich wenn der Unterschied zwischen dem größeren und kleineren Zwischenraume bedeutend ist. Sind dagegen die Zwischenräume nicht sehr ungleich, so hört man auch den Ton mit, welcher der Gleichheit aller Zwischenräume entspricht. Je

Fig. 401.



geringer der Unterschied der Zwischenräume ist, desto deutlicher wird der letztere, desto schwächer der andere Ton.

Stöße und Combinationstöne. Wenn zwei einander sehr nahe 148
stehende, aber doch nicht ganz isochrone Töne unser Ohr treffen, so vernehmen wir ein periodisch abwechselndes Anschwellen und Nachlassen des Tones, welches man das Schweben der Töne nennt. Scheibler hat für diese Erscheinung die Bezeichnung der Stöße (battement) eingeführt.

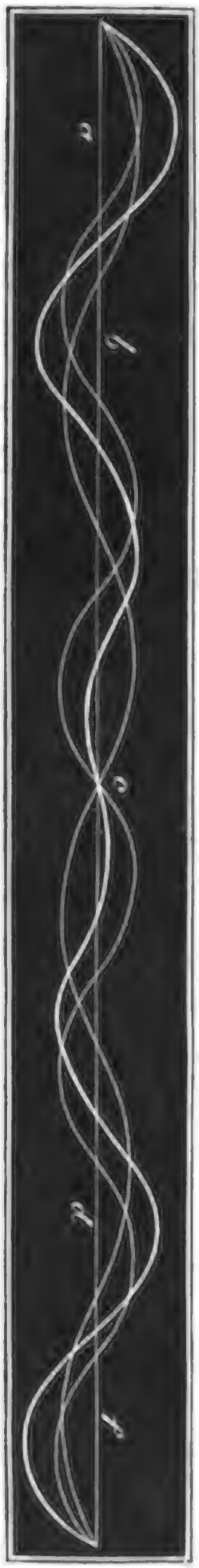
Man hört diese Stöße sehr deutlich, wenn man gleichzeitig zwei Orgelpfeifen tönen läßt, welche sehr nahe unisono sind. Auch mit zwei Stimmgabeln, welche einer reinen Consonanz sehr nahe stehen, lassen sich die Stöße sehr deutlich wahrnehmen.

Der Grund dieser Erscheinung ist leicht einzusehen. Wenn in einem bestimmten Moment durch beide Töne gleichzeitig eine Verdichtung und eine Verdünnung hervorgebracht wird, so wird dieses Zusammenfallen bald aufhören, und nach einiger Zeit wird gleichzeitig eine Verdünnung des einen Tones mit einer Verdichtung des anderen stattfinden. Wenn aber die Verdichtungen und Verdünnungen des einen Tones mit denen des anderen zusammenfallen, so verstärken sie sich gegenseitig; sie heben sich aber gegenseitig auf, wenn die Verdichtungen des einen mit den Verdünnungen des anderen zusammentreffen.

Wie bald Verdichtung mit Verdichtung und Verdünnung mit Verdünnung und dann wieder Verdichtung mit Verdünnung zusammentreffen, wenn zwei nicht ganz isochrone Töne zusammenwirken, kann man sich durch zwei nicht ganz isochron schwingende Pendel recht anschaulich machen, am deutlichsten ergiebt sich aber das abwechselnde Anschwellen und Abnehmen des Tones durch graphische Darstellung. In Fig. 402 a. f. S. sollen die beiden schwach gezogenen Kurven die Wellensysteme der beiden nicht isochronen Töne darstellen. Die Wellenberge entsprechen den Verdichtungen, die Thäler den Verdünnungen. Summirt man die Ordinaten der beiden Kurven, so erhält man für jeden Moment die Intensität der Verdünnung oder Verdichtung, mit welcher beide Wellensysteme zusammen das Ohr afficiren; auf diese Weise ist die stark gezogene Kurve construirt; bei *a*, *b*, *d* und *f* werden durch das Zusammenwirken beider Wellensysteme verstärkte Verdichtungen und Verdünnungen, also ein Anschwellen des Tones, hervorgebracht. In der Nähe von *c* aber, wo sich die beiden Wellensysteme fast ganz aufheben, ist die resultirende Kurve ganz flach, was einem Nachlassen des Tones entspricht.

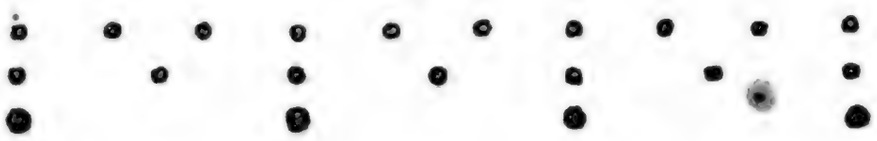
Je näher die beiden Töne einander liegen, desto langsamer sind die Stöße, so daß man sie bequem zählen kann. Macht der eine Ton in jeder Sekunde 3, 4, 5 u. s. w. Schwingungen mehr als der andere, so

Fig. 402.



werden 3, 4, 5 Stöße in der Sekunde entſtehen; die Anzahl der Stöße hängt ab von der Anzahl der Schwingungen, welche der eine Ton in jeder Sekunde mehr macht als der andere. Wenn aber die Töne mehr und mehr ungleich werden, ſo werden die Stöße ſchneller und ſchneller, bis ſie endlich nicht mehr als getrennte Eindrücke wahrgenommen werden können; folgen aber die Stöße raſch genug, ſo kann ihr Geſammteindruck ſelbſt wieder einen Ton hervorbringen, und ſo entſtehen die ſogenannten Combinationstöne. Läßt man z. B. einen Ton und ſeine Quinte gleichzeitig ertönen, ſo hört man ſeine nächſt tiefere Octav. Wie dies zugeht, läßt ſich aus Fig. 403 überſehen.

Fig. 403.



Wenn die ſchwarzen Punkte der mittleren Reihe die auf einander folgenden Verdichtungsſtöße bezeichnen, welche irgend einen Ton hervorbringen, ſo ſtellt die obere Reihe die Verdichtungsſtöße ſeiner Quint dar, denn die Schwingungszahlen des Grundtones und der Quint verhalten ſich wie 2 zu 3. Nun aber fällt jedesmal der zweite Stoß der mittleren Reihe mit einem Stoße der oberen zuſammen, und ſo werden die verſtärkten Stöße in ſolchen Intervallen hervorgebracht, wie man in der unteren Reihe ſieht; dieſe ſtellt aber die nächſt tiefere Octav des Tones der mittleren Reihe dar.

Digitized by Google

Drittes Kapitel.

Erzeugung und Verbreitung des Schalls in verschiedenen Mitteln.

Wir haben zwar schon oben gesehen, daß sich der Schall durch alle 149
ponderabeln Materien, durch luftförmige, flüssige und feste Körper fortpflanzt, wir kommen aber jetzt auf diesen Gegenstand zurück, nachdem wir Mittel kennen gelernt haben, die zur Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in verschiedenen Körpern nöthig sind.

Newton hatte in dem zweiten Buch seiner »Philosophiae naturalis principia mathematica« einen Ausdruck für die Geschwindigkeit des Schalls in der Luft gegeben, welcher ein zu kleines Resultat gab, nämlich nur $^5/_6$ von der beobachteten Schallgeschwindigkeit. Newton selbst suchte diese Differenz zu erklären; die wahre Ursache aufzufinden blieb aber La Place vorbehalten. Die Bewegung, welche den Schall erzeugt, kann sich in keinem Mittel fortpflanzen, ohne die Molekule zu comprimiren, denen sie sich mittheilt; da aber jede Compression von einer Wärmeentbindung begleitet ist, so vermuthete La Place, daß diese frei werdende Wärme das Gesetz der Elasticität modificirt, und daß sie es ist, welche die Geschwindigkeit des Schalls beschleunigt. Wenn die verdichtete Welle Wärme erzeugt, so wird in der verdünnten Welle Wärme gebunden, und man sollte denken, daß diese entgegengesetzten Wirkungen sich gegenseitig aufhöben; sie compensiren sich auch wirklich in Beziehung auf die Temperatur, denn der Schall, welcher sich in der Luft fortpflanzt, bringt keine merkliche Wirkung auf das Thermometer hervor; dies hindert aber nicht, daß doch eine Modification der Elasticität stattfindet.

La Place giebt für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in Gasen und Dämpfen folgende Formel:

$$v = \sqrt{\frac{g\,h}{d}}\;k,$$

in welcher v die in Metern ausgedrückte Geschwindigkeit der Fortpflanzung in 1″, g die beschleunigende Kraft der Schwere (also 9,8088^m), h die auf 0° reducirte Höhe der Quecksilbersäule ist, welche die Spannkraft des Gases mißt; d die Dichtigkeit des Gases, wenn die des Quecksilbers bei 0° zur Einheit genommen wird, und endlich k den Quotienten der Wärmecapacität des Gases bei constantem Druck, dividirt durch seine Wärmecapacität bei constantem Volumen, bezeichnet.

Um dieſe Formel auf Luft, unter beliebigem Druck und beliebiger Temperatur anzuwenden, muß man bemerken, daß die Luft unter einem Druck von 76 Centimetern und bei einer Temperatur von 0 Grad 10466,82mal leichter iſt als Queckſilber, daß alſo bei einem Druck h und einer Temperatur t

$$d = \frac{h}{0{,}76 \,.\, 10466{,}82\ (1 + a\,t)}$$

und alſo

$$v = \sqrt{9{,}8088 \,.\, 0{,}76 \,.\, 10466{,}82\ (1 + a\,t)\ k},$$

und da für Luft $k = 1{,}3748$ iſt, ſo kommt

$$v = 327{,}52\ \sqrt{1 + a\,t}$$

für die Geſchwindigkeit des Schalls in der Luft bei 0°. Für a iſt der Ausdehnungscoëfficient der Luft zu ſetzen.

Man ſieht, daß dieſe Geſchwindigkeit nur von der Temperatur, nicht aber vom Druck abhängig iſt.

Nach dieſer Formel läßt ſich auch die Geſchwindigkeit des Schalls für andere Gaſe und Dämpfe berechnen, wenn für ſie der Werth von k bekannt iſt; umgekehrt aber kann man aus der Fortpflanzungsgeſchwindigkeit des Schalls den Werth von k berechnen. Es giebt aber ein einfaches Mittel, die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit des Schalls in irgend einem Gaſe zu ermitteln; man braucht nur eine Röhre von bekannter Länge mit dieſem Gaſe zu füllen, ſie tönen zu laſſen und den Ton zu merken, welchen ſie giebt. Dieſe Verſuche ſind für die Theorie der Wärme nicht weniger intereſſant als für die Akuſtik, und man ſieht, bis zu welcher Vollkommenheit La Place dieſe Theorien entwickelt hat, da es nun hinreicht, daß ein Experimentator den Ton hört, welchen eine Gasſäule in einer Röhre von bekannter Länge hervorbringt, um daraus die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit des Schalls in dieſem Gaſe und das Verhältniß ſeiner ſpecifiſchen Wärmen zu kennen (Dulong Ann. de Chim. et de Phys. T. 41, p. 113).

150 **Geſchwindigkeit des Schalls in Flüſſigkeiten.** Um die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit des Schalls in Flüſſigkeiten zu berechnen, hat La Place folgende Formel gegeben:

$$v = \sqrt{\frac{g}{\lambda}},$$

wo v und g dieſelbe Bedeutung haben wie in der vorigen Formel, λ aber die Verkürzung bezeichnet, welche eine horizontale Flüſſigkeitsſäule von 1^{m} Länge in einer unelaſtiſchen Röhre unter einem ihrem Gewichte gleichen Drucke erleidet.

Um dieſe Formel anwenden zu können, muß man λ kennen. Dieſe Größe iſt aber leicht zu beſtimmen, wenn man die Zuſammendrückbarkeit

einer Flüssigkeit durch den Druck einer Atmosphäre kennt. Das Wasser wird z. B. durch den Druck einer Atmosphäre um 47,85 Milliontel seines Volumens zusammengedrückt; durch den Druck einer Atmosphäre wird also eine 1^m lange Wassersäule in einer unelastischen Röhre um 47,85 Milliontel Meter zusammengedrückt. Der Druck einer Atmosphäre entspricht aber einem Quecksilberdruck von $0{,}76^m$ bei einer Temperatur von 10^0 und dem Druck einer Wassersäule von $10{,}2934^m$; eine Wassersäule von 1^m Höhe würde also eine Verkürzung von $\frac{0{,}00004785}{10{,}2934}$ oder 0,0000046486 Metern hervorbringen, und dies ist der Werth von λ für Wasser; substituirt man diesen Werth von λ in der Formel, so findet man, daß die Geschwindigkeit des Schalls in Wasser von 10 Grad 1453 Meter in der Sekunde beträgt.

Die vorstehende Formel kann leicht auf folgende Weise umgeformt werden:

$$v = \sqrt{\frac{9{,}8088 \,.\, 0{,}76 \,.\, 13{,}544 \,.\, 1000000}{d\, c}},$$

wo d die Dichtigkeit der Flüssigkeit, im Vergleich zum Wasser, und c ihre Zusammendrückbarkeit für eine Atmosphäre bezeichnet.

Nach dieser Formel ist die Geschwindigkeit des Schalls in folgenden Flüssigkeiten bei 10^0 berechnet:

Namen der Flüssigkeiten	Dichtigkeit	Zusammendrückbarkeit	Geschwindigkeit des Schalls in 1″
Aether	0,712	131,35	1039^m
Alkohol	0,795	94,95	1157
Chlorwasserstoffäther . . .	0,874	84,25	1171
Terpentinöl	0,870	71,35	1276
Wasser	1	47,85	1453
Quecksilber	13,5	3,38	1484
Salpetersäure	1,403	30,55	1535
Wasser mit Ammoniak gesättigt	0,9	33,05	1842

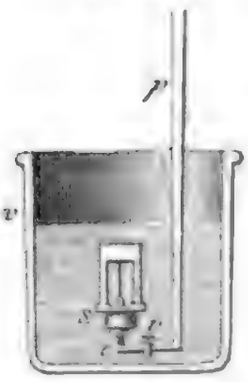
Das Wasser ist die einzige unter diesen Flüssigkeiten, welche einem directen Versuch unterworfen worden ist. Colladon fand die Geschwindigkeit des Schalls im Wasser des Genfersees gleich 1435 Metern in der Sekunde, was von der berechneten Zahl 1453 nur wenig abweicht.

Die Zahlen der letzten Columne sind alle mit einer Ungewißheit behaftet, welche besonders von der Ungewißheit des Werthes für die Zusammendrückbarkeit abhängt. Nimmt man z. B. für Alkohol den von Oersted angegebenen Werth der Zusammendrückbarkeit, so würde sich für die Ge-

schwindigkeit des Schalls 2423 Meter in der Sekunde ergeben, während man sie nur gleich 1157^{m} findet, wenn für die Zusammendrückbarkeit des Alkohols der von Colladon und Sturm gefundene Werth zu Grunde liegt.

Wenn zwei unter Wasser zusammenstoßende Körper ein Geräusch erzeugen, welches weithin wiederhallt, so ist die Flüssigkeit direct in allen Punkten erschüttert, in welchen sie die Oberfläche der schwingenden festen Körper berührt; das Wasser ist in diesem Falle erschüttert wie die Luft durch das Erzittern einer Glocke. Wenn Stäbe unter Wasser oder Quecksilber transversal oder longitudinal schwingen, so setzen diese Schwingungen ebenfalls durch einen directen Stoß die Flüssigkeit in Vibrationen. Man könnte also glauben, daß der Stoß fester Körper durchaus nöthig sey, um Flüssigkeiten vibriren zu machen; aber das Spiel der Syrene kann auch unter Wasser Schallschwingungen erzeugen, welche einen andern Ursprung haben: Man macht den Versuch auf folgende Weise: In Fig. 404 ist *v* ein weites und tiefes Gefäß, in welchem eine Syrene *s* befestigt ist; die Windröhre *t* ist durch einen Hahn *r* verschlossen und wird hier eine Zuleitungsröhre für Wasser, denn sie communicirt mit einer Bleiröhre *p*, welche mit Wasser gefüllt ist, welches aus einem 12 bis 15 Fuß höher liegenden Reservoir kommt. Wenn der Apparat aufgestellt und befestigt ist, wird Wasser in das Gefäß *v* gegossen, bis die Syrene ganz unter Wasser steht, und dann der Hahn *r* geöffnet. Auf der Stelle dringt das Wasser hervor, die Platte der Syrene dreht sich, und man hört einen sehr bestimmten Ton.

Fig. 404.



Die Flüssigkeit, welche nun in rascher Abwechselung bald durch die Oeffnungen der Platte hindurchgeht, bald aufgehalten wird, verhält sich hier gerade so wie die Luft unter ähnlichen Umständen.

Es giebt ohne Zweifel noch andere Mittel, ohne den Stoß fester Körper, Schallschwingungen in Flüssigkeiten zu erzeugen. Man weiß z. B., daß ein Strom elektrischer Funken mitten in einer Flüssigkeit ein Geräusch erzeugt, und wenn man einen Apparat anbringen könnte, um mitten im Wasser kleine Blasen von Knallgas zu entzünden, welche rasch auf einander folgen, so würde man sicher ein sehr intensives Geräusch hervorbringen, ohne andere feste Körper anzuwenden, als die Knöpfe der Metalldrähte, welche die Elektricität leiten.

151 **Geschwindigkeit des Schalls in festen Körpern.** Die Formel, welche La Place für Flüssigkeiten gegeben hat, läßt sich auch auf feste Körper anwenden, nur herrscht noch einige Ungewißheit in Beziehung auf die

Ermittelung des Werthes von λ. Man nimmt zwar an, daß eine horizontale Metallstange gleichviel verkürzt oder verlängert wird, wenn sie mit gleicher Kraft gedrückt oder gezogen wird, und da man für feste Körper leichter die Verlängerung als die Verkürzung messen kann, so nimmt man an, daß in

$$v = \sqrt{\frac{g}{\lambda}}$$

für λ die Verlängerung zu setzen ist, welche eine 1^m lange Stange erleidet, wenn sie durch ein Gewicht gezogen wird, welches dem ihrigen gleich ist. Die Verlängerung ist aber nicht dieselbe, wenn man annimmt, daß die Stange nur an ihren Enden gezogen wird, oder wenn man annimmt, daß dieser Zug auf alle Punkte ihrer Oberfläche wirkt. Mehrere Betrachtungen lassen annehmen, daß für λ bei festen Körpern, wie bei Flüssigkeiten, die Veränderung des Volumens zu nehmen sey, welche der Stab erleidet, wenn auf alle Punkte seiner Oberfläche gleiche Kräfte wirken. In dieser Voraussetzung müßte man für λ $^3/_2$ der Verlängerung nehmen, welche ein Stab erleidet, wenn er nur an seinen beiden Enden gezogen wird. Nach den Versuchen von Colladon und Sturm verlängert sich ein Glasstab um 11 Zehnmilliontel seiner Länge, wenn die ziehende Kraft dem Druck einer Atmosphäre gleich ist; man müßte also $^{33}/_2 = 16{,}15$ Zehnmilliontel für die Vergrößerung des Volumens nehmen, wenn der Glasstab an allen Punkten seiner Oberfläche diesen Zug auszuhalten hätte. Berechnet man daraus die Vergrößerung des Volumens, welche eine dem Gewicht eines 1 Meter langen Glasstabes äquivalente ziehende Kraft hervorbringt, so ergiebt sich 4959 Meter für die Geschwindigkeit des Schalls in dem Glase.

Um die Schallgeschwindigkeit in festen Körpern durch den Versuch zu ermitteln, haben Chladni und Savart Versuche angestellt. Das Princip, auf welchem sie beruhen, ist folgendes:

Es sey v die Geschwindigkeit des Schalls in der Luft, l die Länge einer offenen Röhre und n die Anzahl der Schwingungen, welche die Luftsäule in ihr in $1''$ macht, wenn sie ihren Grundton giebt; die Länge der Schallwellen, welche in diesem Falle erzeugt werden, ist gleich $2\,l$, gleich der doppelten Röhrenlänge; die n Undulationen, welche in einer Sekunde erzeugt werden, bilden also eine Länge $2\,n\,l$, welche der Schallgeschwindigkeit v gleich ist, man hat also

$$v = 2\,n\,l.$$

Es sey ferner v' die Schallgeschwindigkeit in irgend einem festen Körper, l die Länge eines cylindrischen oder prismatischen Stabes von dieser Substanz; n' die Anzahl der Vibrationen, welche der longitudinal schwingende Stab in einer Sekunde macht, wenn er seinen Grundton giebt,

wenn er also an beiden Enden frei ist und in der Mitte gehalten wird; die Länge der Wellen, welche in diesem Falle in seiner eigenen Substanz entstehen, ist $2l$, die n' Undulationen, welche er in einer Sekunde macht, würden also eine Länge $2n'l$ bilden, welche gleich der Schallgeschwindigkeit v', d. h. gleich dem Raum ist, welchen der Schall in diesem Körper in 1″ zurücklegen würde. Es ist also

$$v' = 2\,n'\,l.$$

Verbindet man diese Gleichung mit der vorigen, so kommt

$$v' = v\,\frac{n'}{n},$$

woraus hervorgeht, daß man, um die Geschwindigkeit des Schalls in irgend einem Körper zu finden, nur den Grundton zu hören braucht, welchen ein aus dieser Substanz verfertigter Stab hervorbringt, wenn er longitudinal schwingt, und dann diesen Grundton mit dem Grundton einer gleich langen offnen Röhre vergleicht. Der Quotient dieser beiden Töne, multiplicirt mit der Schallgeschwindigkeit in der Luft, giebt die verlangte Geschwindigkeit.

Nehmen wir z. B. an, man ließe einen 8 Fuß langen Stab von Pinienholz longitudinal schwingen, indem man ihn in der Mitte festhält und an einem Ende mit einem mit Colophonium überzogenen Tuche reibt, so würde der hervorgebrachte Ton mit dem $\overline{\overline{c}}$ eines Klaviers im Einklang seyn. Man weiß aber, daß eine 8 Fuß lange offene Röhre den Ton $\underline{C}$ giebt, es ist also für diesen Fall $\frac{n'}{n} = 16$, in Tannenholz ist also die Geschwindigkeit des Schalls 16mal größer als in der Luft, oder

$$v' = 340 \,.\, 16 = 5440.$$

Durch eine Reihe ähnlicher Versuche hat Chladni die Geschwindigkeit des Schalles in mehreren festen Körpern bestimmt, wie man in folgender Tabelle sieht.

Namen der Substanzen.	Geschwindigkeit, verglichen mit Schallgeschwindigkeit in der Luft.
Fischbein	$6^2/_3$
Zinn	$7^1/_2$
Silber	9
Nußbaumholz	$10^2/_3$
Taxusholz	$10^2/_3$
Messing	$10^2/_3$
Eichenholz	$10^2/_3$
Pflaumenbaumholz	$10^2/_3$

Namen der Substanzen.	Geschwindigkeit, verglichen mit Schallgeschwindigkeit in der Luft.
Irdene Pfeifenröhren	10 bis 12
Kupfer	12
Birnbaumholz	$12\frac{1}{2}$
Rothbuchenholz	$12\frac{1}{2}$
Ahornholz	$12\frac{1}{3}$
Akazienholz	$14\frac{2}{3}$
Ebenholz	$14\frac{2}{3}$
Hagebuchenholz	$14\frac{2}{3}$
Ulmenholz	$14\frac{2}{3}$
Erlenholz	$14\frac{2}{3}$
Birkenholz	$14\frac{2}{3}$
Lindenholz	15
Kirschbaumholz	15
Weidenholz	16
Pinienholz	16
Glas	$16\frac{2}{3}$
Eisen oder Stahl	$16\frac{2}{3}$
Tannenholz	18

Die von Savart gefundenen Zahlen stimmen im Allgemeinen mit denen von Chladni überein. Savart hat aber außerdem noch nachgewiesen, daß für ein und denselben Körper Verschiedenheiten stattfinden, welche von Unterschieden in dem Molekularzustande abhängen.

Mittheilung der Schallschwingungen zwischen festen, flüssigen und luftförmigen Körpern. Wenn mehrere feste Körper unter einander zu einem Ganzen verbunden sind, so verbreiten sich die von einem Theile dieses Systems ausgehenden Vibrationen mit der größten Leichtigkeit als fortschreitende Wellen über die ganze Masse; an der Gränze angekommen, gehen nun aber die Wellen nur theilweise in das angränzende Mittel, einen luftförmigen oder flüssigen Körper, über, theilweise aber werden sie reflectirt, und durch die Interferenz der reflectirten Wellen mit den neu ankommenden bilden sich in den einzelnen Theilen des festen Systems stehende Schwingungen. Ein solches System bildet ein Ganzes, welches, wenn ein Punkt in Schwingungen versetzt wird, sich wie ein einzelner fester Körper in einzelne schwingende Theile abtheilt, die durch Schwingungsknoten getrennt sind. Jeder einzelne Theil verliert gewissermaßen seine Individualität; seine Verbindung mit den benachbarten Stücken hindert ihn so zu schwingen, wie es geschehen würde, wenn er allein wäre. 152

Savart hat viele Versuche über diesen Gegenstand gemacht; er hat seine Apparate auf mancherlei Weise abgeändert, um zu zeigen, daß sich

die Vibrationen wirklich über ein ganzes Syſtem von Platten, Streifen, Glocken, Saiten u. ſ. w. verbreiten. Unter den Reſultaten, die in ſeiner Abhandlung (Ann. de Phys. et de Chim. T. 25) niedergelegt ſind, wollen wir folgendes Beiſpiel hervorheben, welches den Vortheil hat, zugleich den Einfluß nachzuweiſen, welchen die Richtung der Bewegung auf die Bildung der Schwingungsknoten hat. Eine Holzplatte *a*, Fig. 405, iſt an dem einen Ende befeſtigt, an dem andern aber durch eine Saite *b* geſpannt, welche durch einen Schlüſſel *e* mehr oder weniger angezogen werden kann. Sobald die Saite durch einen Fiedelbogen angeſtrichen wird, geräth auch die Platte *a* in Schwingungen. Für denſelben Ton ſind die Knotenlinien, welche ſie auf der oberen und unteren Seite zeigt, von der Schiefe des Fiedelbogens oder der Richtung abhängig, in welcher die Platte ſchwingt, wie man in Fig. 406 bis 409 ſieht, wo *a* den Querſchnitt der Platte, *h* die Richtung des Fiedelbogens, *s* und *s'* die entſprechenden Knotenlinien auf die obere und untere Fläche der Platte darſtellen. Die Schwingungen pflanzen ſich nicht allein fort, ſondern ihre Richtung hängt auch davon ab, in welcher Richtung das erſte Theilchen bewegt wird, welchem ſich die Bewegung der Saite mittheilt.

Fig. 405.

Fig. 406.

Fig. 407.

Fig. 408.

Fig. 409.

Während ſich die Schallwellen leicht über ein Syſtem von feſten Körpern verbreiten, gehen ſie nicht ſo leicht von einem feſten Körper auf einen flüſſigen, weniger leicht auf einen gasförmigen über; ſo kommt es denn, daß mancher ziemlich ſtark vibrirende feſte Körper doch nur einen ganz ſchwachen Ton hören läßt, nur weil ſie ihre Schwingungen der Luft nicht gehörig mittheilen können. Dies iſt z. B. bei der Stimmgabel der Fall, welche, ſtark angeſchlagen und frei in der Luft gehalten, doch nur einen ganz ſchwachen Ton hören läßt.

Um den Ton eines ſolchen Körpers zu verſtärken, muß man die Mittheilung ſeiner Schwingungen an der Luft durch Reſonanz, d. h. da-

durch befördern, daß man die stehenden Schwingungen des tönenden Körpers noch auf einen andern zu übertragen sucht. Ein Mittel dazu haben wir schon kennen gelernt, die schwachtönenden, aber doch stark vibrirenden Körper vor eine Röhre von entsprechender Länge zu bringen, und so die Luftmasse in derselben zum Mittönen zu bringen.

Ein zweites Mittel, den Ton zu verstärken, besteht darin, den tönenden Körper mit einem andern, leicht in Schwingungen zu versetzenden Körper von verhältnißmäßig großer Oberfläche in Berührung zu bringen. Es bilden sich dann auf diesem, wie schon erwähnt wurde, ebenfalls stehende Schallschwingungen, und diese theilen sich, der großen Oberfläche des mittönenden (resonirenden) Körpers wegen, der Luft leichter mit. Setzt man z. B. die stark angeschlagene, aber in freier Luft schwachtönende Stimmgabel auf einen Kasten von dünnem elastischen Holze, so hört man den Ton ungleich stärker. Darauf beruht die Anwendung des Resonanzbodens in verschiedenen musikalischen Instrumenten. Bei Flöten, Orgelpfeifen u. s. w. ist kein Resonanzboden nöthig, weil hier die stehenden Schwingungen einer Luftmasse den Ton geben, und diese sich ganz leicht der umgebenden Luft mittheilen.

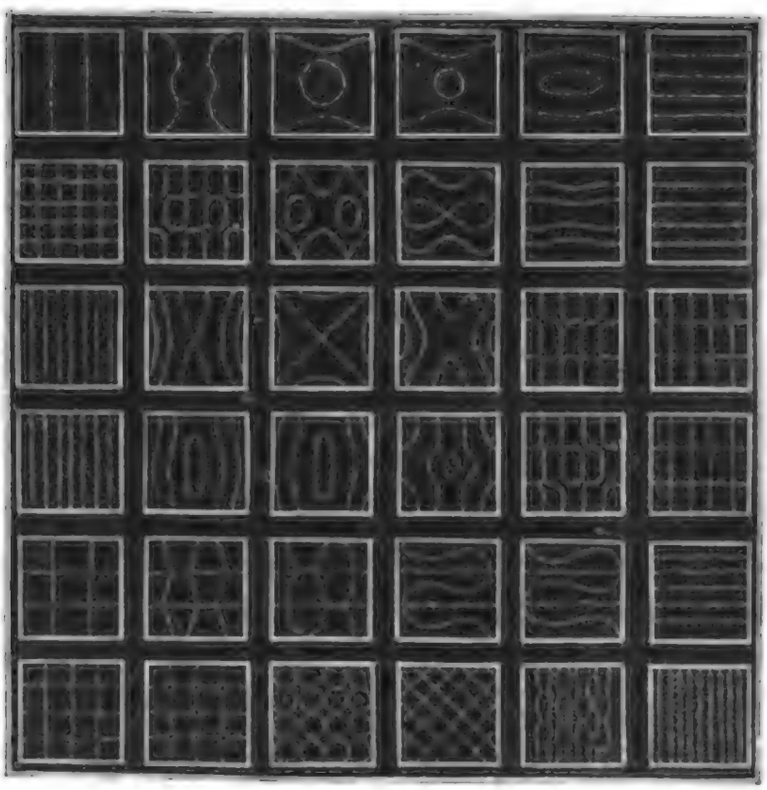
So wie Vibrationen fester Körper Schallwellen in der Luft erzeugen, so können auch umgekehrt Schallwellen, die, sich in der Luft verbreitend, einen festen Körper treffen, diesen zum Vibriren bringen. So sieht man z. B. die Saite eines Instrumentes in Schwingungen gerathen, wenn sie von den Schallwellen des Tones, welchen sie selbst giebt, oder eines seiner harmonischen Töne getroffen wird, so erzittern die Fensterscheiben heftig unter dem Einfluß gewisser Töne der Stimme, oder des Knalls einer Kanone. Diese Erscheinung, welche man so auffallend an leicht beweglichen Körpern wahrnimmt, findet auch bei größeren Massen und weniger elastischen Körpern Statt; alle Pfeiler und Mauern eines Domes erzittern mehr oder weniger beim Läuten der Glocken.

Leicht in Schwingungen zu versetzende Körper theilen sich, wenn sie durch Schallwellen, welche sie treffen, in Vibrationen versetzt werden, durch Knotenlinien auf ähnliche Weise in einzelne vibrirende Abtheilungen, wie dies auch bei selbsttönenden Körpern der Fall ist. Savart, welcher diese Erscheinungen ganz besonders studirt hat, befestigte die Ränder der Membranen, indem er sie auf einen Holzrahmen oder über die Oeffnung einer Glasglocke klebte; sie wurden mehr oder weniger beleuchtet, um ihnen eine größere oder geringere Spannung zu ertheilen. Um sie in Schwingungen zu versetzen, näherte er eine schwingende Stimmgabel oder eine Orgelpfeife, deren Ton voll und andauernd war. Sobald der Ton sich hören läßt, vibrirt die Membrane gerade so, als ob sie direct wäre erschüttert worden; die Sandkörnchen, welche sie bedecken, springen auf der Oberfläche umher,

um ſich in den Knotenlinien anzuhäufen. Die Figuren, welche man erhält, ſind äußerſt mannigfaltig und hängen von der Spannung der Membrane und der Höhe der Töne ab, welche ſie treffen.

In Fig. 410 iſt eine Reihe ſolcher an quadratiſchen Membranen beobachteter Knotenlinien dargeſtellt. Savart hat beobachtet, daß wenn man durch irgend einen Ton eine beſtimmte Figur erzeugt hat, dieſelbe allmälig in andere übergeht, wenn der Ton höher und höher wird. In unſerer Figur enthält jede Horizontalreihe eine Reihe ſolcher auf einander folgenden Modificationen.

Fig. 410.



Dreieckige, vieleckige und kreisförmige Membranen bieten ähnliche Erſcheinungen dar.

Viertes Kapitel.

Von der Stimme und dem Gehör.

153 **Von der menſchlichen Stimme.** Das Stimmorgan iſt aus mehreren Theilen zuſammengeſetzt, welche ohne anatomiſche Betrachtung nicht vollſtändig ſtudirt werden können, wir müſſen uns deshalb darauf beſchränken, im Allgemeinen die Anordnung der Theile zu betrachten, welche am directeſten zur Hervorbringung der Stimme mitwirken.

Es iſt bekannt, daß die Luftröhre eine Röhre iſt, welche auf der einen Seite mit dem Schlunde, auf der andern in den Lungen endigt. Ihre weſentlichſte Function iſt, die Luft durchzulaſſen, ſey es nun beim Ein- oder beim Ausathmen; ſie iſt faſt cylindriſch und aus knorpeligen Ringen zuſammengeſetzt, welche durch biegſame häutige Ringe verbunden ſind. Am unteren Ende theilt ſie ſich in zwei Röhren, die

Digitized by Google

Bronchien, von denen die eine rechts, die andere links geht. Jeder dieser Aeste verzweigt sich weiter nach allen Seiten hin in das Gewebe der Lunge. Oben endigt die Luftröhre mit dem Kehlkopfe, welcher vorzugsweise das Stimmorgan ist.

Der Kehlkopf besteht aus 4 Knorpeln, welche erst in späterem Alter verknöchern, nämlich dem Ringknorpel (cartilago cricoidea), dem Schildknorpel (cartilago thyroidea) und den beiden Gießkannenknorpeln (cartilagines arytenoideae). Diese Knorpel sind unter sich und mit dem oberen Ringe der Luftröhre verbunden und können durch verschiedene Muskeln auf das Mannigfaltigste bewegt werden. Die innere Wand des Kehlkopfes bildet eine Verlängerung der Luftröhre, die immer enger wird, bis zuletzt nur eine von vorn nach hinten gerichtete Spalte, die Stimmritze (glottis), übrig bleibt. Die Ränder dieser Stimmritze sind größtentheils durch die Stimmbänder gebildet. Nach vorn hin sind diese Stimmbänder an dem Schildknorpel, am entgegengesetzten Ende aber ist das eine Stimmband an dem einen, das andere Stimmband an dem anderen Gießkannenknorpel angewachsen, so daß, je nachdem die Knorpel durch die entsprechenden Muskeln mehr genähert oder entfernt werden, die Stimmbänder mehr oder weniger gespannt sind, und die Stimmritze größer oder kleiner wird. Die Stimmbänder selbst bestehen aus einem sehr elastischen Gewebe.

Ueber den Lippen der Stimmritze befinden sich zwei sackartige Höhlungen, die eine auf der rechten, die andere auf der linken Seite, welche sich 8 bis 9 Linien weit seitwärts erstrecken und eine Höhe von 5 bis 6 Linien haben; es sind dies die ventriculi Morgagni. Die oberen Ränder dieser Ventrikeln bilden gleichsam eine zweite Stimmritze, welche 5 bis 6 Linien über der andern liegt. Die obere Stimmritze kann durch den Kehldeckel (epiglottis), welcher eine fast dreieckige Haut oder vielmehr ein Knorpel ist, verdeckt werden; dieser Kehldeckel ist mit der einen Seite nach vorn hin angewachsen, und verhindert, wenn er die Stimmritze verdeckt, daß Speisen und Getränke in die Luftröhre gerathen können, indem diese über den Kehldeckel hinweg in den Schlund gelangen.

Der Bau des Kehlkopfes wird durch die a. f. S. stehenden Figuren deutlicher werden. Fig. 411 stellt denselben von vorn, Fig. 412 von der Seite, Fig. 413 von hinten, Fig. 414 von oben, mit Hinweglassung der Muskeln, dar, welche die Knorpel bewegen und dadurch die Stimmbänder spannen. In allen diesen Figuren ist der Ringknorpel mit *a*, der Schildknorpel mit *b*, der Gießkannenknorpel auf der einen Seite mit *c'*, der auf der andern Seite mit *c''*, der Kehldeckel mit *d* bezeichnet. Der Kehldeckel ist, um Alles deutlicher sehen zu können, in die Höhe gerichtet dargestellt. In Fig. 414 sieht man die Stimmritze, welche durch die zwischen

dem Schildknorpel und den Gießkannenknorpeln ausgeſpannten unteren Stimmbänder gebildet wird; in derſelben Figur ſieht man auch die oberen

Fig. 411.

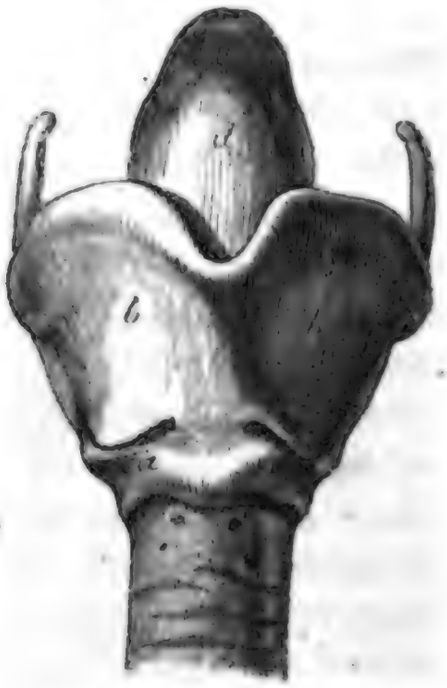


Fig. 412.

Fig. 414.

Fig. 413.

Stimmbänder nebſt den zwiſchen ihnen und den unten gelegenen ventriculis Morgagni.

Die Bildung von Tönen in den menſchlichen Stimmwerkzeugen hat man ſchon auf gar verſchiedene Weiſe zu erklären geſucht, ohne daß dieſe Erklärungen genügend geweſen wären, bis Johannes Müller in Berlin durch ſeine claſſiſchen Unterſuchungen über dieſen Gegenſtand (Handbuch der Phyſiologie des Menſchen, zweiten Bandes erſte Abtheilung;

und: Ueber die Compenſation der phyſiſchen Kräfte am menſchlichen Stimmorgan) außer Zweifel geſetzt hat, daß die Bildung von Tönen im Kehlkopfe der in Zungenpfeifen ganz analog iſt.

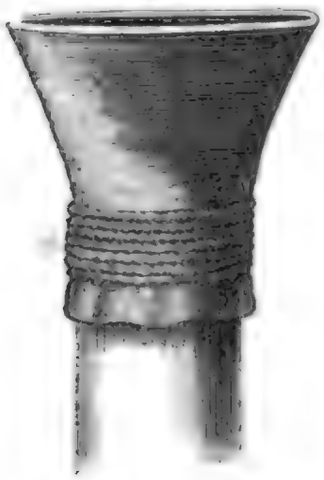
Ein Zungenwerk beruht darauf, daß ein Körper, der für ſich durch Anſtoßen entweder gar keine, oder doch nur ſchwache und klangloſe Töne hervorbringt, durch den continuirlichen Stoß der Luft einen Ton erzeugt, welcher ſeiner Länge und ſeiner Elaſticität entſpricht. Bis jetzt hat man ſich vorzugsweiſe nur mit der Unterſuchung feſter metalliſcher oder hölzerner Zungen beſchäftigt und die Zungenwerke mit membranöſen, durch Spannung elaſtiſchen Zungen ziemlich vernachläſſigt. Zwar zeigte ſchon Ferrain (Mém. de l'acad. d. sc. 1741) durch treffliche Verſuche, die auch von Anderen beſtätigt wurden, daß die Stimmbänder in gewiſſer Beziehung mit geſpannten Saiten zu vergleichen ſeyen; Biot und Cagniard de la Tour erſetzten die Stimmbänder durch elaſtiſche Membranen von Kautſchuck, die ſie über eine Röhre ſpannten, doch reichen dieſe Verſuche noch nicht hin, um eine vollkommene Parallele zwiſchen dieſen Zungenwerken und dem Stimmorgane zu begründen. Müller machte zahlreiche Verſuche mit membranöſen Zungen. Wenn man von einer dünnen Kautſchuckplatte einen Streifen abſchneidet und denſelben über einen Ring oder einen Rahmen von Holz ſpannt, ſo giebt er nur einen ganz ſchwachen, klangloſen Ton, wenn er wie eine Saite gezerrt wird. Wenn aber zu beiden Seiten des Streifens eine ſteife Platte von Pappe oder Holz befeſtigt wird, ſo daß nur eine ſchmale Spalte auf jeder Seite übrig bleibt, ſo hat man eine Mundharmonika, deren Zunge aus Kautſchuck beſteht und welche nun einen reinen, ſtarken und klangreichen Ton giebt. Auch ohne die feſten Platten zu beiden Seiten kann man den Streifen zum Tönen bringen, wenn mit einem feinen Röhrchen ein Luftſtrom gegen denſelben geblaſen wird. Mit membranöſen Platten kann man Töne hervorbringen, wenn man über die eine Hälfte eines kurzen Rohres eine Kautſchuckplatte ſpannt und die andere Hälfte mit einer feſten Platte bedeckt, ſo daß nur eine feine Spalte bleibt, wie Fig. 415, oder indem man eine Spalte bildet, die von beiden Seiten durch membranöſe Platten begränzt wird, wie Fig. 416. Am leichteſten läßt ſich eine ſolche Vorrichtung aber in folgender Weiſe herrichten; aus einer Kautſchuckplatte ſchneide man ein ungefähr 1½ Zoll langes Stück aus, welches ſo breit iſt, daß es ſich um ein Glasrohr von ungefähr 6 bis 7 Linien Durchmeſſer gerade herumlegen läßt; man legt dieſes Kautſchuckſtück nun ſo um den Glascylinder, daß die eine Hälfte auf

Fig. 415.

Fig. 416.

dem Glase liegt, die andere Hälfte vorragt; wenn man die frischen Schnittränder der Kautschuckplatte, welche auf diese Weise an einander stoßen, fest an einander drückt, so haften sie fest zusammen, und man erhält so einen Kautschuckcylinder, welcher auf einem Glascylinder so steckt, daß seine eine Hälfte noch vorragt; man bindet nun den Kautschuckcylinder auf das Glas fest, wie man Fig. 417 sieht. Wenn man nun die Kautschuckröhre an ihrem oberen Ende an zwei gegenüberliegenden Punkten faßt und auseinanderzieht, so bildet sich eine Ritze, wie man Fig. 417 sieht, deren Ränder von Kautschuck sind, und wenn man dann unten in das Rohr hineinbläs't, so erhält man einen Ton, der um so höher wird, je stärker die beiden Lippen angespannt werden. Man kann dabei ganz deutlich die Vibrationen der beiden Kautschucklippen sehen, welche die Ritze bilden.

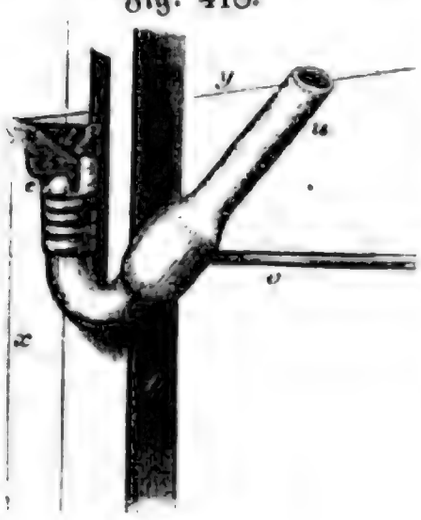
Fig. 417.



Ohne hier auf die von Müller mit membranösen Zungen angestellten Versuche weiter einzugehen, wollen wir nur die Bildung der Töne im Stimmorgane selbst noch etwas näher betrachten.

Sowohl Beobachtungen an lebenden Menschen und Thieren, als auch die Versuche an ausgeschnittenen Kehlköpfen menschlicher Leichen zeigen, daß die Stimme in der Stimmritze und weder über, noch unter ihr gebildet wird. Befindet sich eine Oeffnung in der Luftröhre (also unter der Stimmritze), so hört die Stimme auf, sie kehrt aber wieder, sobald diese Oeffnung verschlossen wird; dahingegen bringt eine Oeffnung in den Luftwegen oberhalb der Stimmritze eine solche Wirkung nicht hervor. Magendie hat sich überzeugt, daß die Stimme fortdauert, wenn die oberen Stimmbänder und der obere Theil der Cartilagines arytenoideae verletzt sind; ebenso hat er an lebenden Thieren, deren Stimmritze bloßgelegt wurde, beobachtet, daß die Stimmbänder beim Tongeben in Schwingungen gerathen.

Fig. 418.



Die entscheidendsten Versuche stellte Müller mit ausgeschnittenen Kehlköpfen an, die er auf eine passende Weise auf einem Brettchen befestigte. Fig. 418 stellt einen solchen Kehlkopf von der Seite gesehen dar. *a* ist einer der Cartilagines arytenoideae (der andere liegt hinter dem gezeichneten), *b* ist der untere Theil des Schildknor-

pels, *d* die innere Haut des Kehlkopfes, die in den Stimmbändern endigt, welche zwischen den Knorpeln *a* und *b* ausgespannt sind. Der obere Theil des Schildknorpels bis zur Stelle, wo die Stimmbänder angewachsen sind, die ventriculi Morgagni, die oberen Stimmbänder und der Kehldeckel sind weggeschnitten, damit man die Bänder der Stimmritze besser sehen kann.

Um den Kehlkopf gehörig zu befestigen, wird er mit seiner hinteren Wand auf das Brettchen gelegt und der Ringknorpel darauf festgebunden; um die cartilagines arytenoideae zu befestigen, wird ein Pfriemen quer durch dieselben gesteckt, so daß sie neben einander auf demselben fixirt sind und man sie nach Belieben von einander entfernen oder dicht zusammenrücken kann; der Pfriemen selbst wird alsdann durch Schnüre ebenfalls an das Brettchen unbeweglich angezogen. Ist nun auf diese Art die hintere Wand des Kehlkopfes befestigt, so läßt sich den Stimmbändern durch Anziehen des Schildknorpels jede beliebige Spannung geben. Mit so präparirten Kehlköpfen machte Müller eine Menge von Versuchen; wir können hier nur die wichtigsten seiner Resultate hervorheben.

Die unteren Stimmbänder geben bei enger Stimmritze volle und reine Töne beim Anspruch durch Blasen von der Luftröhre aus; diese Töne kommen denen der menschlichen Stimme sehr nahe; sie unterscheiden sich von denen, welche man erhält, wenn die ventriculi Morgagni, die oberen Stimmbänder und der Kehldeckel noch vorhanden sind, nur durch ihre geringere Stärke, indem diese Theile, wenn sie vorhanden sind, stark mitschwingen und resoniren; die ventriculi Morgagni haben offenbar nur den Zweck, die Stimmbänder von außen frei zu machen.

Bei gleicher Spannung der Stimmbänder hat die größere oder geringere Enge der Stimmritze keinen wesentlichen Einfluß auf die Höhe des Tons, nur spricht bei weiter Stimmritze der Ton schwerer an und ist weniger klangvoll.

Im Leben geschieht die Spannung der Stimmbänder hauptsächlich dadurch, daß die musculi crico-thyreoidei den Schildknorpel gegen den Ringknorpel herabziehen, was an unserm Präparate dadurch nachgeahmt werden kann, daß man in dem Schildknorpel mittelst eines Hakens eine Schnur *x* befestigt und diese mit Gewichten belastet. Indem Müller diese Gewichte von ½ bis 37 Loth vermehrte, konnte er alle Töne zwischen *ais* und $\overline{\overline{dis}}$, also ungefähr 2½ Octaven, hervorbringen.

Wenn auch der Faden *x* nicht durch Gewichte belastet ist, so sind doch die Stimmbänder noch nicht völlig abgespannt; um eine stärkere Abspannung und noch tiefere Töne zu erhalten, bringt man eine Schnur *y*, Fig. 418, an, welche über eine Rolle gehend mit Gewichten belastet wird, um

dadurch den Schildknorpel gegen die cartilagines arytenoideae zu ziehen, wodurch die Wirkung des musculus thyreo-arytenoideus nachgeahmt wird. Bei einem solchen Versuche erhielt Müller durch ein Gewicht von $^3/_{10}$ Loth den Ton $\overline{dis}$, durch Vermehrung des Gewichts bis zu 3,8 Loth konnte der Ton bis H vertieft werden; durch eine solche Abspannung der Stimmbänder kann man also die tiefsten Baßtöne der Bruststimme hervorbringen.

Werden die Stimmbänder durch Gewichte gespannt, welche in der Richtung ihrer Länge wirken, so vermehrt sich die Schwingungszahl bei größerer Spannung nicht proportional der Quadratwurzel der Spannung, sondern in einem geringern Verhältniß. Auch die vom Kehlkopfe isolirten Stimmbänder zeigen, wenn sie mit Hülfe eines durch ein Röhrchen hervorgebrachten Luftstromes zum Tönen gebracht werden, ein ähnliches Verhalten.

Daß die Stimmbänder bei den Brusttönen schlaf, bei den Falsettönen gespannt sind, ist von Biscovius zuerst entdeckt worden; indessen läßt sich bei einem gewissen Grade der Abspannung bei verschiedenem Anspruche sowohl ein Brustton als ein Falsetton hervorbringen. Bei den Falsettönen schwingt aber nicht, wie bei den Flageolettönen der Saiten, ein aliquoter Theil der Länge der Stimmbänder; der wesentliche Unterschied beider Register besteht darin, daß bei den Falsettönen bloß die feinen Ränder der Stimmbänder, bei den Brusttönen die ganzen Stimmbänder lebhaft und mit großen Excursionen schwingen. Die Thatsache ist zuerst von Lehfeldt beobachtet worden. Der Falsetton erfolgt leichter bei ganz schwachem Blasen.

Bei großer Abspannung sind die Stimmbänder nicht allein ganz ungespannt, sondern im Zustande der Ruhe auch runzelig und faltig; sie erhalten erst durch das Blasen die zum Schwingen nöthige Tension.

Bei gleicher Spannung der Stimmbänder läßt sich durch stärkeres Blasen der Ton oft bis zu einer Quinte und mehr in die Höhe treiben.

Die Länge der Luftröhre und ihre membranöse Beschaffenheit, Mund- und Nasenhöhle, der Kehldeckel u. s. w. scheinen nach Müller's Versuchen nur einen Einfluß auf den Klang durch Resonanz, nicht aber auf die Höhe und Tiefe der Töne zu haben.

154 **Stimmorgan der Thiere.** Bei den Säugethieren sind die Stimmorgane im Wesentlichen ebenso construirt wie beim Menschen; auch bei ihnen wird der Ton durch die unteren Stimmbänder erzeugt, ja bei den Wiederkäuern fehlen die ventriculi Morgagni und die oberen Stimmbänder sogar ganz. Bei den Affen sind die resonirenden Theile des Stimmorgans sehr eigenthümlich; so findet sich z. B. beim Orang-Utang, dem Mandrill und dem Pavian ein häutiger Sack unter dem Zungenbeine.

Am größten ist dieser resonirende Apparat bei den Heulaffen der neuen Welt.

Die Stimme der Amphibien entsteht wie bei den Säugethieren im Kehlkopfe; sowohl die Frösche, als auch die Krokodile haben Stimmbänder. Beim männlichen Frosche treten beim Tongeben zugleich häutige Säcke am Halse nach außen, welche zur Verstärkung des Tones dienen. Bei den Fröschen fehlt die Luftröhre, die Bronchien gehen sogleich aus dem Kehlkopfe hervor.

Bei den Vögeln befindet sich das Stimmorgan nicht am oberen, sondern am unteren Ende der Luftröhre, nämlich da, wo sie sich in die Bronchien theilt; Cuvier zeigte, daß eine Amsel, eine Elster, eine Ente nach Durchschneidung der Luftröhre noch zu schreien vermögen. Die anatomische Untersuchung bestätigt dies Resultat, denn man findet am oberen Ende der Luftröhre nur eine Verengerung, eine Spalte, welche keineswegs zur Erzeugung von Tönen geeignet ist, während man am unteren Ende einen wunderbar eingerichteten, zur Hervorbringung einer großen Reihe hoher und tiefer Töne geeigneten Apparat findet; doch ist es nicht möglich, davon eine Idee zu geben, ohne zu sehr in anatomische Details einzugehen. Was die Theorie der Vogelstimme betrifft, so herrscht darüber noch eine große Ungewißheit, wenigstens ist es noch nicht bewiesen, daß das Stimmorgan der Vögel auch als eine Zungenpfeife zu betrachten sey.

Das Gehörorgan besteht aus drei Haupttheilen, dem äußeren Ohre, 155
welches durch die Ohrmuschel und den Gehörgang gebildet wird, der Trommelhöhle, welche von dem Gehörgange durch das Trommelfell getrennt ist, und dem Labyrinthe. Das Labyrinth besteht aus knöchernen Höhlungen, welche mit einer Flüssigkeit angefüllt sind, in welcher sich der Gehörnerv verbreitet; um auf diesen Nerven wirken zu können, müssen die Schallvibrationen der ganz von Knochen umgebenen Flüssigkeit im Labyrinthe mitgetheilt werden; dies geschieht durch zwei Oeffnungen des Labyrinthes, welche in die Trommelhöhle führen; sie heißen das ovale und das runde Fenster; das runde Fenster ist mit einem zarten Häutchen überspannt, in das ovale Fenster ist durch einen häutigen Saum ein Knöchelchen eingesetzt, welches Steigbügel genannt und von welchem sogleich näher die Rede seyn wird.

Die Fig. 419 a. f. S. stellt das Labyrinth in stark vergrößertem Maßstabe zum Theil geöffnet dar. Es besteht aus drei Haupttheilen, der Schnecke, dem Vorhof und den halbkreisförmigen Kanälen. Der akustische Nerv verbreitet sich theils in den Vorhof, wo er sich auf die Ampullen, Röhren, welche in den halbkreisförmigen Kanälen liegen und mit einer besondern Flüssigkeit gefüllt sind, ansetzt, größtentheils aber sich in ganz feinen Verzweigungen in der Schnecke verbreitet. Die ein-

Fig 419.

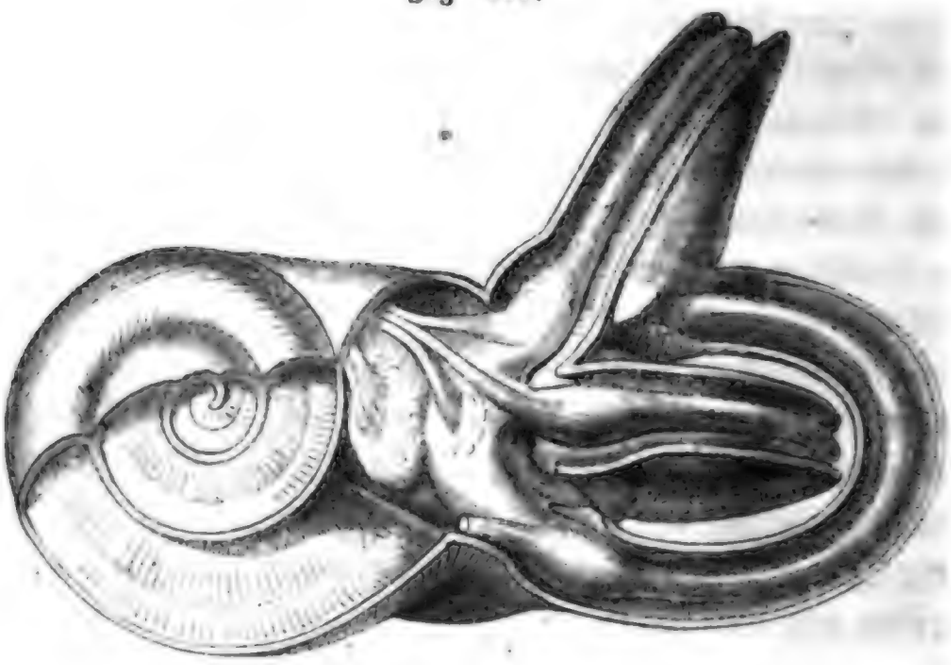


Fig. 420.

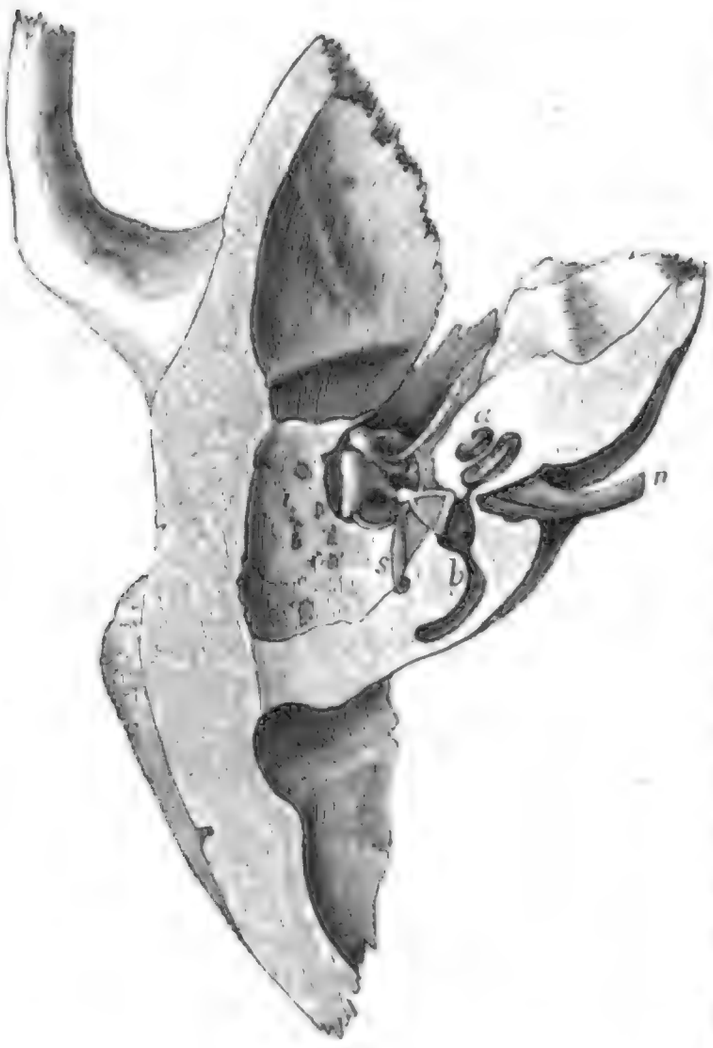
zelnen Windungen der Schnecke sind nämlich durch eine diesen Windungen parallele feine knöcherne Scheidewand in zwei Theile getheilt. Diese Scheidewand ist sehr porös und zellig, und in diese Zellen verbreiten sich die letzten Verzweigungen der akustischen Nerven, wie dies in unserer Figur an dem aufgebrochenen Theile der Schnecke zu sehen ist.

Zu dem Labyrinthe werden nun die Schallschwingungen durch die in der Trommelhöhle befindlichen kleinen Knöchelchen fortgeleitet; diese Knöchelchen sind der Hammer, welcher mit seinem Griffe an der inneren Seite des Trommelfells angewachsen ist; an den Hammer setzt sich der Ambos an, und mit diesem hängt durch das linsenförmige Knöchelchen des Sylvius der Steigbügel zusammen, dessen Tritt gerade das ovale Fenster verschließt. Aus der Uebersichtsfigur, Fig. 420, in welcher der Deutlichkeit wegen die inneren Theile unverhältnißmäßig groß gezeichnet sind, ist ungefähr die gegenseitige Lage aller dieser Theile zu ersehen. *a* ist der Gehörgang, welcher die Schallwellen von der Ohrmuschel zum Trommelfelle führt. Das Trommelfell trennt die Trommelhöhle von dem Gehörgange. Durch die Eustachische Röhre *b* steht die Trommelhöhle mit der Mundhöhle in Verbindung, so daß die Luft in der Trommelhöhle stets mit der äußeren sich ins Gleichgewicht stellen kann. *d* ist der Hammer, welcher einerseits an das Trommelfell angewachsen, mit seinem andern Ende aber an den Ambos *e* angesetzt ist. *f* ist der Steigbügel, welcher, wie man sieht, das ovale Fenster verschließt. *o* ist das runde Fenster; *n* ist der akustische Nerv, welcher sich im Labyrinthe verbreitet.

Die einzelnen Theile des Gehörorgans sind nicht so freiliegend, wie es aus Fig. 420 etwa scheinen möchte; hier ist die knöcherne Hülle, welche Alles einschließt, der Deutlichkeit wegen ganz weggelassen. Der Gehörgang selbst geht durch den Knochen des Schlafbeins hindurch, die Trommelhöhle ist ringsum von Knochenwänden umgeben, und das Labyrinth ist ebenfalls so vollständig in einen Knochen, welcher seiner Härte wegen den Namen des Felsenbeins trägt, eingewachsen, daß man es nur mit Mühe bloßlegen kann. Um eine richtige Vorstellung davon zu geben, wie die einzelnen Theile des Gehörgangs in die Knochen-

masse eingewachsen sind, ist in Fig. 421 ein wirklich anatomischer Durchschnitt desselben in natürlicher Größe dargestellt. *a* ist der Durchschnitt der Schnecke, *b* einer der halbzirkelförmigen Kanäle, *n* der Nerv, *i* das Trommelfell; auch der Hammer, Ambos und der Steigbügel sind in der Fig. 421 deutlich zu erkennen.

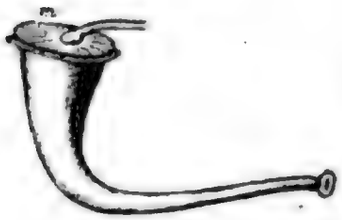
Fig. 421.



Die Ohrmuschel dient dazu, die Schallwellen aufzunehmen und durch den Gehörgang zum Trommelfelle hinzuleiten; dadurch nun wird das Trommelfell in Vibrationen versetzt, die durch die Gehörknöchelchen und durch die Luft in der Trommelhöhle zum Labyrinthe geleitet werden. Durch den Muskel *t* kann das Trommelfell mehr oder weniger gespannt und nach innen gezogen, durch den Muskel *s* kann der Steigbügel bewegt, dadurch aber auch natürlich die Intensität der Mittheilung des Schalls modificirt werden.

Den Einfluß, welchen die größere oder geringere Spannung des Trommelfells auf das Gehör hat, kann man durch ein Hörrohr, Fig. 422, nachweisen, welches mit einem Membrane überspannt ist; man braucht ihre Spannung nur zu vermehren oder zu vermindern, um auch die Lebhaftigkeit der Empfindung zu steigern oder zu schwächen.

Fig. 422.



Das Wesentlichste am Gehörorgane ist der Gehörnerv; daher kann das Trommelfell verletzt und die Reihe der Gehörknöchelchen unterbrochen seyn, ohne daß deshalb das Gehör ganz aufhört; ja bei manchen Thieren, wie bei den Krebsen, besteht das Gehörorgan nur aus einem mit Flüssigkeit gefüllten Bläschen, auf welchem sich der Hörnerv ausbreitet.

Bei den Fischen fehlt die Schnecke; die nackten Amphibien haben nur
in, nämlich nur das ovale Fenster, welches durch den Steigbügel ver-
chlossen wird.

Obgleich man über das Wesen des Gehörorgans im Ganzen sich ziem-
ich Rechenschaft geben kann, so ist man doch über die Funktionen der
inzelnen Theile noch nicht ganz im Reinen.

Fünfter Abschnitt.

Von dem Lichte.

Allgemeine Bemerkungen über die Fortpflanzung des Lichts.

156 Die allergewöhnlichsten Wahrnehmungen lehren uns, daß ein *leuchtender Punkt* sein Licht nach allen Seiten hin aussendet; eine brennende Kerze z. B. würde von allen Punkten einer Kugeloberfläche aus sichtbar seyn, in deren Mittelpunkt sie sich befindet; ebenso verhält es sich mit einem phosphorescirenden Körper, einem elektrischen Funken u. s. w. Was sich im Kleinen bei unseren gewöhnlichen Erfahrungen zeigt, findet auch in der ungeheuren Ausdehnung der Himmelsräume Statt. Die Sonne verbreitet ihren Glanz nach allen Richtungen des Raumes; ihr Licht trifft gleichzeitig die Erde, die übrigen Planeten, die Cometen und alle Körper des Firmamentes, welche Stelle sie auch auf der unendlichen Himmelskugel einnehmen mögen.

Alle leuchtenden Körper bestehen wesentlich aus wägbarer Materie; der *leere Raum* kann wohl das Licht fortpflanzen, aber nicht erzeugen. Alle leuchtenden Körper nun lassen sich in immer kleinere und kleinere Theilchen zerlegen, und die letzten noch physikalisch wahrnehmbaren Theilchen heißen *leuchtende Punkte*. So wie also jeder Körper eine Vereinigung von Molekülen oder Atomen ist, so ist ein leuchtender Körper eine Vereinigung leuchtender Punkte.

157 Alle Körper, welche nicht selbst leuchtend sind, theilt man in *undurchsichtige Körper*, wie Holz, Steine und Metalle; *durchsichtige*, wie Luft, Wasser und Glas, und *durchscheinende*, wie dünnes Papier und mattgeschliffenes Glas.

Die undurchsichtigen Körper lassen das Licht nicht durch ihre Masse hindurchdringen; die Undurchsichtigkeit hängt aber immer von der Dicke der Körper ab, denn alle Körper, wenn man sie nur dünn genug machen kann, lassen immer etwas Licht durch. Z. B. durch ein dünnes Goldblättchen, welches auf eine Glasplatte aufgeklebt ist, nimmt man ein bläulich grünes

Licht wahr, wenn man nach einer Kerzenflamme oder dem Himmel sieht.

Durchsichtige Körper gestatten dem Lichte den Durchgang, und durch sie kann man deutlich die Gestalt der Gegenstände erkennen. Die Gase, die Flüssigkeiten, die meisten krystallisirten Körper scheinen vollkommen durchsichtig zu seyn, wenn man sie in kleinen Massen hat, denn sie erscheinen in diesem Falle ganz ungefärbt und lassen nicht allein die Form der Körper, sondern auch ihre Farben deutlich wahrnehmen; die durchsichtigsten Körper jedoch erscheinen gefärbt, wenn sie eine hinlängliche Dicke haben, ein Beweis, daß sie einen Theil des Lichts absorbiren. Ein Tropfen Wasser z. B. erscheint vollkommen farblos, während das Wasser in Masse eine entschieden grüne Farbe hat.

Die durchscheinenden Körper lassen allerdings einiges Licht durch, ohne daß man aber durch sie die Gestalt oder die Farbe der Gegenstände zu erkennen im Stande ist.

Geschwindigkeit des Lichts. Vergeblich hatte die florentinische Aka- 158
demie durch Versuche auf der Erde die Geschwindigkeit des Lichts zu ermitteln versucht, bis Olaf Römer, ein Däne, so glücklich war, durch seine fleißigen Beobachtungen der Jupiterstrabanten, die er in den Jahren 1675 und 1676 mit Cassini dem Aelteren auf der Sternwarte zu Paris anstellte, dieselbe zu bestimmen.

Der Jupiter wird bekanntlich von 4 Monden umkreis't, deren Bahnen sehr nahe in eine und dieselbe Ebene, und zwar fast in die Ebene der Erdbahn, fallen, die Bahnen dieser Trabanten erscheinen uns deshalb zur Linie verkürzt, und so sehen wir sie immer in einer geraden Linie aufgestellt, deren Richtung durch den Mittelpunkt des Jupiters geht. Fig. 423 stellt ungefähr den Anblick dar, den uns der Jupiter mit seinen Trabanten schon durch mittelmäßige Fernröhre bietet. Natürlich ändern diese Monde beständig ihre Stellung gegen den Jupiter; bald sieht man auf jeder Seite desselben zwei, bald einen auf der einen Seite und drei auf der andern, manchmal sieht man einen Trabanten gar nicht, wenn er sich nämlich gerade vor oder hinter dem Jupiter befindet. Verfolgt man die Bewegungen eines und desselben Trabanten, so sieht man, wie derselbe sich bald von Westen nach Osten, bald von Osten nach Westen in der erwähnten Linie fortbewegt. Während er die der Erde abgewandte Hälfte seiner Bahn durchläuft, also sich hinter dem Jupiter her bewegt, sehen wir ihn von Westen nach Osten gehen, er tritt also auf der Westseite in den Jupitersschatten ein und auf der Ostseite aus. So lange der Trabant die uns zugewendete Hälfte seiner Bahn durchläuft, während er also vor dem Jupiter hergeht, sehen wir ihn von Osten nach Westen fort-

Fig. 423.

schreiten. Weil nun der Jupiter bei weitem größer ist als unsere Erde, weil also sein Schattenkegel einen ungleich bedeutenderen Durchmesser hat als der Erdschatten, so kommt es, daß die Trabanten bei jedem Umlaufe vollständig verfinstert werden, nur der äußerste Trabant geht manchmal neben dem Schatten vorbei.

In Fig. 424 stelle S die Sonne, der um S gezogene Kreis die Erdbahn und T den Jupiter mit der Bahn eines seiner Trabanten dar. Während

Fig. 424.

die Erde die Hälfte ihrer Bahn, also den Weg von o bis k, durchläuft, vollendet der Jupiter nur etwa $^1/_{24}$ seiner Bahn; der einfacheren Betrachtung wegen wollen wir jetzt von dieser Bewegung des Jupiters ganz abstrahiren und annehmen, er stünde ganz still. Während sich die Erde von o bis k bewegt, also während der Zeit von der Opposition des Jupiters bis zur Conjunction können wir von der Erde aus sehen, wie die Trabanten auf der Ostseite des Schattens aus demselben austreten; von der Zeit der Conjunction aber bis zur nächsten Opposition können wir nun die Eintritte des Trabanten in den Jupitersschatten beobachten; während dieser Zeit sehen wir den Trabanten westlich vom Jupiter verschwinden. Gesetzt nun, man habe kurz nach der Opposition zwei auf einander folgende Austritte eines und desselben Trabanten beobachtet, so ist die zwischen den beiden Momenten verflossene Zeit die Umlaufszeit des Trabanten. Während dieser Zeit aber hat sich die Erde von a nach b, also nicht von dem Jupiter ab, sondern in einer solchen Richtung bewegt, daß ihre Entfernung von diesem Planeten fast unverändert geblieben ist. Für den Trabanten, welcher dem Jupiter am nächsten ist, ergiebt sich aus solchen Beobachtungen eine Umlaufszeit von 42 Stunden, 28 Minuten, 35 Sekunden. Wenn man also in a in einem bestimmten Moment einen Austritt beobachtet hat, so kann man berechnen, daß der 100ste Austritt etwa genau nach 100mal 42 Stunden, 28′, 35″ stattfinden müßte. Während dieser Zeit aber hat sich die Erde bis c bewegt, und wenn man

nun den Austritt beobachten will, so findet man, daß der Austritt *später*, und zwar ungefähr um 15 Minuten später, stattfindet. Die Zeit nun, welche zwischen dem berechneten Moment und dem Zeitpunkte vergeht, in welchem der Austritt wirklich beobachtet wird, ist die Zeit, welche das Licht nöthig hat, um die Entfernung zu durchlaufen, um welche die Erde jetzt, da sie in *c* sich befindet, weiter von dem Jupiter absteht, als da sie noch in *a* war.

Man findet nun die Geschwindigkeit des Lichts, wenn man die leicht zu bestimmende Differenz der Entfernungen durch beobachtete Verspätung dividirt. Man findet auf diese Weise, daß das Licht in einer Sekunde ungefähr einen Weg von 42000 Meilen zurücklegt, und daß es, um von der Sonne zur Erde zu gelangen, 8′ 13″ bedarf.

Von der Conjunction bis zur nächsten Opposition nähert sich die Erde dem Jupiter wieder; wenn man nun kurz nach der Conjunction einen Eintritt beobachtet, so wird man, von da an gerechnet, den 100sten Eintritt nicht nach 100mal 42 St., 28′, 35″, sondern schon *früher* beobachten.

Wir kennen die Entfernung der Erde von den Fixsternen nicht, so viel ist aber gewiß, daß der nächste von ihnen wenigstens 200000mal so weit entfernt ist als die Sonne, das Licht braucht also, um von diesem auf die Erde zu gelangen, wenigstens 200000mal 8′ 13″ oder 3 Jahre und 45 Tage. Ohne Zweifel giebt es Sterne, die so weit von uns entfernt sind, daß Jahrhunderte vergehen, bis ihr Licht auf der Erde ankommt. Alle Sterne der unendlichen Himmelsräume könnten also plötzlich vernichtet werden, und wir würden auf der Erde doch noch Jahre lang den prachtvollen Anblick des gestirnten Himmels haben.

Schatten und Halbschatten. Wenn ein undurchsichtiger Körper nur 159
von einem einzigen leuchtenden Punkte aus erleuchtet wird, so ist der Schatten leicht zu bestimmen. Die Gesammtheit aller Linien, welche, von dem leuchtenden Punkte ausgehend, den dunkeln Körper berühren, bildet eine conische Oberfläche, und derjenige Theil derselben, welcher jenseits des dunkeln Körpers liegt, bildet die Gränze des Schattens.

Fig. 425.

Wenn der leuchtende Körper eine namhafte Ausdehnung hat, so ist außer dem *Schatten* auch noch der *Halbschatten* zu unterscheiden. Der Schatten, der in diesem Falle auch der *Kernschatten* genannt wird, ist der Raum, welcher gar kein Licht empfängt, der *Halbschatten* hingegen ist die Gesammtheit aller der Orte, welche von einigen Punkten des leuchtenden Körpers Licht empfangen, von anderen aber nicht. Es sey z. B. *A*,

Fig. 426, eine große leuchtende Kugel, *B* eine kleinere undurchſichtige. Wie

Fig. 426.

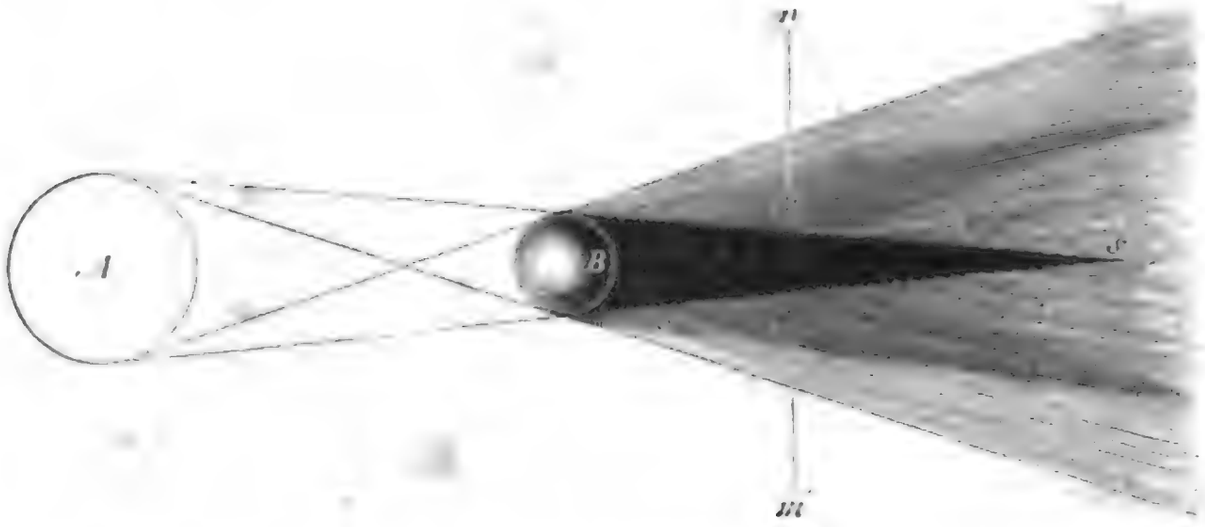


Fig. 427.

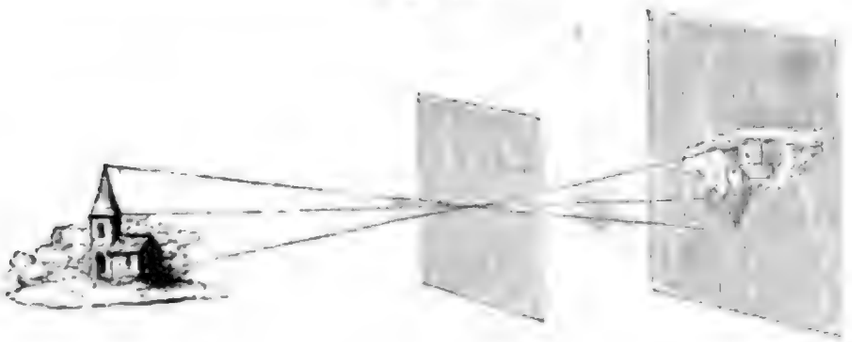
weit ſich der Kernſchatten, wie weit ſich der Halbſchatten erſtreckt, iſt aus der Figur deutlich zu erſehen. Durch einen Schirm in *mn* aufgefangen, würde der Schatten das Anſehen Fig. 427 haben. Der Durchmeſſer des Kernſchattens nimmt mit der Entfernung vom leuchtenden Körper ab, der Durchmeſſer des Halbſchattens aber nimmt zu. Ganz nahe beim ſchattengebenden Körper iſt deshalb der Kernſchatten nur von einem ſchmalen Halbſchatten umgeben; nahe hinter dem Körper, welcher den Schatten wirft, iſt er deshalb ziemlich ſcharf begränzt; in größerer Entfernung iſt die Breite des Halbſchattens bedeutender, der Uebergang vom Kernſchatten zum vollen Lichte deshalb allmäliger, der Schatten erſcheint nicht mehr ſcharf, ſondern verwaſchen. Jenſeits des Punktes *s* hört der Kernſchatten ganz auf, und der an Breite immer zunehmende Halbſchatten wird deshalb auch immer unbeſtimmter und ſchwächer.

Auf dieſe Weiſe erklärt ſich, daß der Schatten eines dem Sonnenlichte ausgeſetzten Körpers, dicht hinter demſelben aufgefangen, ſcharf begränzt, in größerer Entfernung hingegen ganz unbeſtimmt iſt. So kann man z. B. nicht mehr mit Beſtimmtheit den Punkt angeben, wo der Schatten der Spitze eines Thurmes auf dem Boden aufhört. Ein Haar, welches im Sonnenlichte dicht über ein Blatt Papier gehalten wird, wirft einen ſcharfen Schatten, hält man es aber nur zwei Zoll hoch über dem Papier, ſo iſt wohl kaum noch ein Schatten wahrzunehmen.

Wenn man das von einem leuchtenden Punkte ausgehende Licht durch einen Schirm auffängt, in welchem eine ganz kleine Oeffnung gemacht iſt, ſo wird das durch die Oeffnung durchgehende Licht einen ſcharf be-

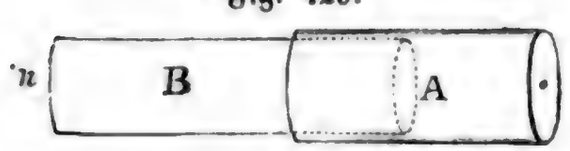
gränzten Lichtstrahl bilden; läßt man diesen Strahl auf einen zweiten Schirm fallen, so erhält man einen hellen Fleck auf dunklem Grunde. Auf diese Weise erhält man in einem ganz dunklen Zimmer auf einer Wand, welche der feinen Oeffnung im Laden gegenübersteht, ein Bild von jedem sich außerhalb befindlichen leuchtenden Punkte, welcher Lichtstrahlen durch diese Oeffnung ins Zimmer sendet, und so entstehen auf der Wand verkehrte Bilder aller außerhalb befindlichen Gegenstände, Fig. 428.

Fig. 428.



Diese Erscheinung auf die eben erwähnte Art zu beobachten hat man nicht immer die passenden Localitäten, mit einem sehr einfachen Apparat läßt sie sich aber überall zeigen. In einer Röhre *A* läßt sich eine zweite, *B*, aus- und einschieben, wie sich eine Fernrohrröhre in die andere schieben läßt. Die Röhre *A* ist auf der einen (in unserer Figur der rechten) Seite durch einen dünnen Deckel verschlossen, in welchem sich in der Mitte ein kleines, ungefähr $\frac{1}{4}$ Linie weites Loch befindet. Die andere Röhre, *B*, ist an dem der kleinen Oeffnung zugekehrten Ende mit einem mattgeschliffenen Glase oder auch mit einem halbdurchsichtigen Papiere (Durchzeichenpapier) verschlossen. Sieht man nun von *n* aus in die Röhre *B*, so erblickt man auf den durchscheinenden Schirm die verkehrten Bilder der Gegenstände, gegen welche der Apparat gerichtet ist.

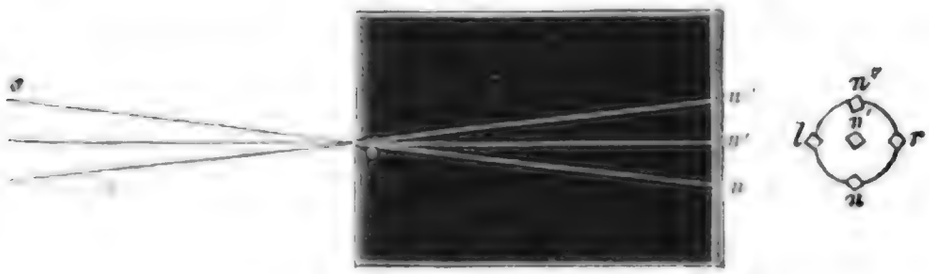
Fig. 429.



Wenn man das Licht der Sonne durch eine kleine Oeffnung fallen läßt, so erhält man jederzeit ein rundes Sonnenbild, welches auch die Gestalt der Oeffnung selbst seyn mag. Diese anfangs auffallend erscheinende Thatsache erklärt sich ganz einfach. Wenn die Sonne ein einziger leuchtender Punkt wäre, so würde auf der Wand, welche der Oeffnung gegenüberliegt, ein heller Fleck sich bilden, welcher genau die Gestalt der Oeffnung hat. Nehmen wir an, die Oeffnung *o*, Fig. 430 (a. f. S.), sey viereckig, so wird das vom höchsten Punkte der Sonnenscheibe ausgehende Licht in der Richtung *son* auf den Schirm fallen, und bei *n* wird ein kleiner viereckiger heller Fleck entstehen.

Der tiefſte Punkt der Sonne veranlaßt ein viereckiges Bild bei n''; der mittlere Punkt der Sonnenſcheibe aber den eckigen Flecken n'. Das Bild-

Fig. 430.



chen l rührt von dem äußerſten Punkte am rechten, r aber von dem äußerſten Punkte am linken Sonnenrande her. Alle übrigen Punkte des Sonnenrandes geben viereckige Bilder, die auf den Umfang des Kreiſes $l n'' r n$ fallen, während die übrigen Punkte der Sonne das Innere dieſes Kreiſes erleuchten; die Geſammtheit aller der einzelnen viereckigen hellen Bildchen zuſammen genommen bildet mithin einen kreisförmigen hellen Fleck.

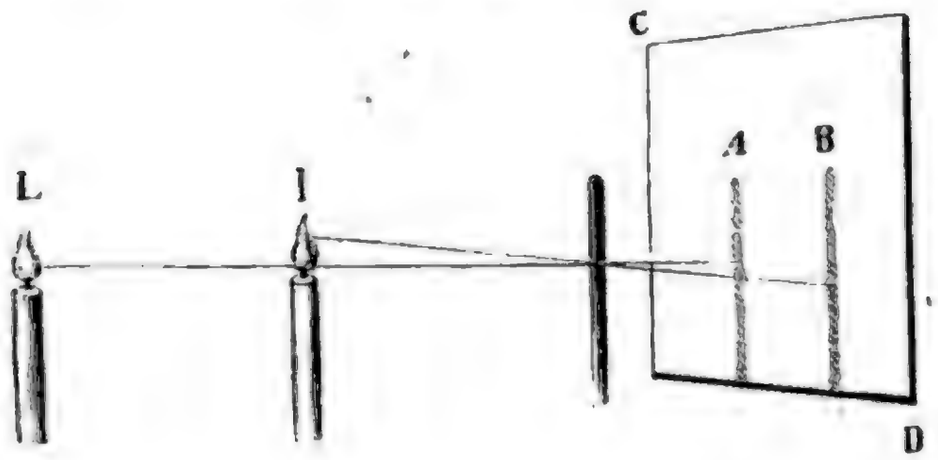
160 **Die Intenſität des Lichts nimmt im umgekehrten Verhältniß des Quadrats der Entfernung ab.** Denken wir uns einen leuchtenden Punkt in der Mitte einer Hohlkugel, ſo wird die Oberfläche derſelben alles von dem Punkte ausgehende Licht auffangen. Befände ſich derſelbe leuchtende Punkt in der Mitte einer Hohlkugel von einem 2mal, 4mal ſo großen Halbmeſſer, ſo würden auch die Oberflächen dieſer größeren Kugeln alles von dem leuchtenden Punkte ausgehende Licht auffangen. Nun aber lehrt uns die Geometrie, daß die Oberflächen der Kugeln ſich verhalten wie die Quadrate ihrer Halbmeſſer; wenn ſich alſo die Halbmeſſer der Kugeln verhalten wie 1 : 2 : 3, ſo verhalten ſich ihre Oberflächen wie 1 : 4 : 9. Wenn ſich alſo derſelbe leuchtende Punkt in der Mitte einer Kugel von 2mal, 3mal ſo großem Halbmeſſer befindet, ſo muß ſich dieſelbe Lichtmenge über eine 4mal, 9mal ſo große Oberfläche verbreiten, die Intenſität der Erleuchtung muß alſo 4mal, 9mal ſchwächer ſeyn, wenn ſich die erleuchteten Flächen in einer 2mal, 3mal ſo großen Entfernung vom leuchtenden Punkte befinden, oder allgemein: die Intenſität der Erleuchtung nimmt in dem Verhältniſſe ab, in welchem das Quadrat der Entfernung wächſt.

Dieſer Satz läßt ſich nicht mehr mit aller Strenge auf einen leuchtenden Körper von bedeutender Oberfläche anwenden, deſſen Licht man in geringen Entfernungen auffängt.

Auf dieſen Satz gründet ſich die Vergleichung der Lichtſtärke verſchiedener Lichtquellen. In Fig. 431 ſtelle CD eine weiße Wand dar. Nahe vor demſelben iſt ein undurchſichtiges Stäbchen, etwas dicker als ein Bleiſtift, aufgeſtellt; wenn ſich nun ein Licht in l, ein anderes in L befindet,

ſo werden auf der Wand zwei Schatten des Stäbchens entſtehen, der eine in *A*, der andere in *B*. Derjenige Theil der Wand, auf welchem ſich kein

Fig. 431.



Schatten befindet, iſt von beiden Lichtern beſchienen, der Schatten *A* iſt nur durch das Licht *l*, *B* nur durch *L* beleuchtet. Wenn nun beide Lichtquellen vollkommen gleich ſind, ſo werden die beiden Schatten gleich dunkel erſcheinen, wenn ſich die beiden Lichter in gleicher Entfernung befinden. Wenn aber bei gleicher Entfernung die Lichtquelle *L* ſtärker leuchtet, ſo wird der Schatten *B* heller erſcheinen als *A*, und um die beiden Schatten wieder gleich zu machen, müßte man *L* weiter vom Schirme entfernen. Nehmen wir an, man hätte *L* wirklich ſo weit zurückgerückt, daß beide Schatten wieder gleich ſind, ſo verhält ſich die Lichtſtärke der beiden Flammen wie das Quadrat ihrer Entfernung vom Schirme; wäre alſo *L* 2mal, 3mal ſo weit vom Schirme entfernt als *l*, ſo wäre die Intenſität der Lichtquelle *L* 4mal, 9mal ſo groß als die von *l*.

Erstes Kapitel.

Von der Katoptrik oder der Reflexion des Lichts.

161 **Von der Reflexion des Lichts auf ebenen Flächen.** Wenn man in ein dunkles Zimmer einen Sonnenstrahl eintreten und auf eine polirte Metallfläche fallen läßt, so beobachtet man im Allgemeinen folgende zwei Erscheinungen: 1) man beobachtet in einer bestimmten Richtung einen Strahl, welcher von dem Spiegel herzukommen scheint und auf den Gegenständen, die er trifft, gerade so ein kleines Sonnenbildchen erzeugt, wie wenn der direct einfallende Sonnenstrahl diese Stelle getroffen hätte; solche Strahlen sind regelmäßig reflectirt, ihre Lichtstärke ist um so bedeutender, je besser der Spiegel polirt ist; 2) von den verschiedenen Orten des dunkeln Zimmers aus kann man denjenigen Theil des Spiegels unterscheiden, welcher von dem einfallenden Sonnenstrahl getroffen worden ist; es rührt dies daher, daß von der getroffenen Stelle des Spiegels ein Theil des einfallenden Lichtes unregelmäßig reflectirt, d. h. nach allen Seiten hin zerstreut wird. Die Intensität des zerstreuten Lichtes ist um so größer, je unvollkommner der Spiegel polirt ist.

Wenn es absolut glatte spiegelnde Oberflächen gäbe, so würden wir sie durch unsere Augen gar nicht wahrnehmen können, denn die Körper sind in der Ferne nur durch die an ihrer Oberfläche zerstreuten Strahlen wahrnehmbar. Die regelmäßig reflectirten Strahlen zeigen uns das Bild des leuchtenden Punktes, von dem sie ausgingen, keineswegs aber den reflectirenden Körper. Bei einem sehr guten Spiegel bemerken wir kaum die spiegelnde Ebene, welche sich zwischen uns und den Bildern befindet, die er uns zeigt.

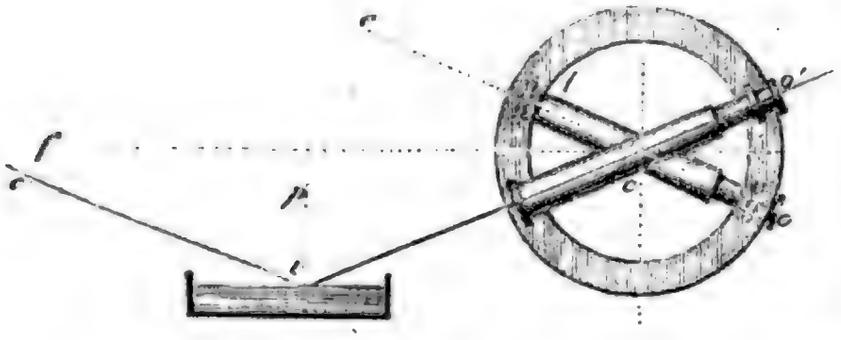
Wir wollen nun die Richtung der regelmäßig reflectirenden Strahlen näher bestimmen. In Fig. 432 sey ri die Richtung des einfallenden Strahls und ip ein auf der Ebene des Spiegels errichtetes Perpendikel, das Einfallsloth, so wird der Strahl in einer solchen Richtung id gespiegelt, daß der Reflexionswinkel dip dem Einfallswinkel rip gleich ist, der Strahl macht also vor und nach der Spiegelung denselben Winkel mit dem Einfallslothe; ferner aber liegt der einfallende Strahl, das Einfallsloth, und der reflectirte Strahl in einer und derselben Ebene.

Fig. 432.

Diese beiden Sätze werden durch einen einzigen Versuch bewiesen, welchen die Astronomen oft mit der größten Genauigkeit zu wiederholen Gelegenheit haben.

Um die Axe c eines Höhenkreises bewegt sich ein Fernrohr l, mit welchem man die Gestirne beobachtet (man kann jedes Theodolith, welches mit einem Höhenkreise versehen ist, zu diesem Versuch anwenden). Erst visirt man nach irgend einem Stern und dann nach dem Bilde desselben Sterns, welches von einem sogenannten künstlichen Horizont reflectirt wird. Ein künstlicher Horizont besteht aus einem gewöhnlich hölzernen Gefäß, welches Queckſilber enthält, deſſen Oberfläche einen vollkommen horizontalen Spiegel bildet; da aber die Oberfläche des Queckſilbers ſeiner großen Beweglichkeit wegen durch die geringſte Erſchütterung erzittert, ſo iſt es ſchwer, mit einem ſolchen Queckſilberhorizont zu beobachten, wenn man ihn nicht an einem ſehr ruhigen und feſten Orte aufſtellen kann; man bedient ſich deshalb auch oft ſtatt des Queckſilbers einer Miſchung von Leinöl und Kienruß, welche noch flüſſig genug iſt, um leicht eine horizontale Ebene zu bilden, aber doch zu zäh, um durch jede kleine Erſchütterung in Vibrationen verſetzt zu werden. Mißt man nun den Winkel, welchen die nach dem Stern gerichtete Viſirlinie oe mit der horizontalen cf bildet, ſo findet man, daß er dem Winkel gleich iſt, welchen die nach dem Bilde des Sterns gerichtete Viſirlinie $o'i$ mit der horizontalen cf macht; daraus folgt nun zunächſt, daß die Viſirlinien oe und $o'i$ auch mit der Richtung des Bleiloths gleiche Winkel machen. Nun aber iſt der einfallende Strahl $e'i$ mit eo parallel, weil beide von dem unendlich weit entfernten Sterne herkommen, folglich machen der einfallende Strahl $e'i$ und der reflectirte io' gleiche Winkel mit der Vertikalen pi, welche zu gleicher Zeit das Einfallsloth iſt; die Linie $e'i$, io' und pi liegen aber in einer Ebene, nämlich in der Umdrehungsaxe des Fernrohrs.

Fig. 433.



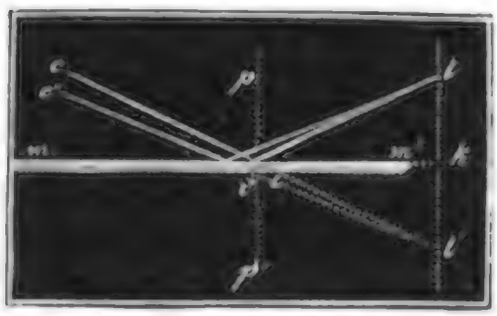
Dieſe Geſetze ſind ganz allgemein und erleiden durchaus keine Ausnahme, ſie gelten ebenſo für das Licht der Geſtirne, wie für das Licht einer Flamme u. ſ. w.

Mit Hülfe dieſer Grundſätze kann man leicht zeigen, daß ein ebener Spiegel von Gegenſtänden, die ſich vor ſeiner Ebene befinden, Bilder zeigen muß, und daß Bild und Gegenſtand in Beziehung auf die ſpiegelnde Ebene ſymmetriſch ſind.

Es ſey $m'm$, Fig. 434 a. f. S., ein ebener Spiegel, l ein leuchtender Punkt vor demſelben, der einen Strahl li auf den Spiegel ſendet. Dieſer

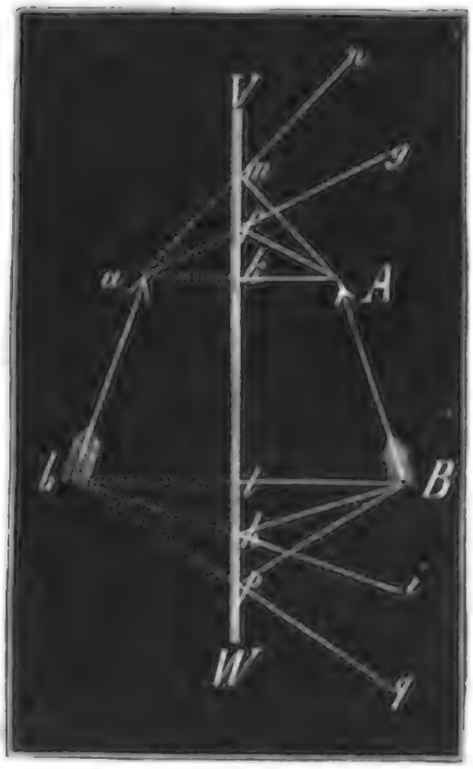
Strahl wird nun nach den bekannten Gesetzen in der Richtung ic reflectirt, und wenn der gespiegelte Strahl ein Auge trifft, so macht er auf dasselbe denselben Eindruck, als ob er von einem Punkte hinter dem Spiegel käme, der auf der Verlängerung von ci liegt und dessen Entfernung vom Auge eben so groß ist als der Weg, den der Strahl wirklich durchlaufen mußte, um von l nach i und von da nach dem Auge zu gelangen; man findet also diesen Punkt l', wenn man auf der Verlängerung von ci die Entfernung il' gleich il macht. Verbindet man l und l' durch eine gerade Linie, so kann man leicht beweisen, daß die Dreiecke lik und $l'ik$ einander gleich sind, und daraus ergiebt sich dann ferner, daß ll' rechtwinklig auf mm' steht und daß $lk = l'k$. Um also das Bild eines leuchtenden Punktes in einem ebenen Spiegel zu finden, hat man nur von dem leuchtenden Punkte ein Perpendikel auf den Spiegel oder seine Verlängerung zu fällen und dasselbe hinter der Spiegelebene um eben so viel zu verlängern, als der leuchtende Punkt vor dem Spiegel liegt.

Fig. 434.



Da dies nun für jeden Punkt eines Körpers gilt, welcher Licht aussendet, mag es nun sein eigenes oder zerstreutes Licht seyn, so kann man auch leicht das Bild eines Gegenstandes construiren. In Fig. 435 sey VW ein ebener Spiegel, AB ein Pfeil, welcher sich vor demselben befindet. Man findet das Bild der Spitze, wenn man von A ein Perpendikel Ak auf die Spiegelebene fällt und die Verlängerung ak desselben gleich Ak macht; alle von A ausgehenden Strahlen scheinen nach der Spiegelung zu divergiren, als ob sie von a kämen, a ist also das Bild von A; ebenso ergiebt sich, daß b das Bild von B ist; der Anblick der Figur zeigt deutlich, daß Bild und Gegenstand in Beziehung auf die Spiegelebene symmetrisch sind.

Fig. 435.



Die Richtung des reflectirten Lichts läßt sich also mit geometrischer Genauigkeit bestimmen, bei der Intensität der reflectirten Strahlen ist dies aber nicht

der Fall. Hier mag darüber einstweilen nur Folgendes angeführt werden:

1) Die Intensität des regelmäßig reflectirten Lichts wächst mit dem Einfallswinkel, ohne jedoch bei rechtwinkligem Auffallen Null zu seyn.

2) Sie hängt von dem Mittel ab, in welchem sich das Licht bewegt und auf welches es trifft.

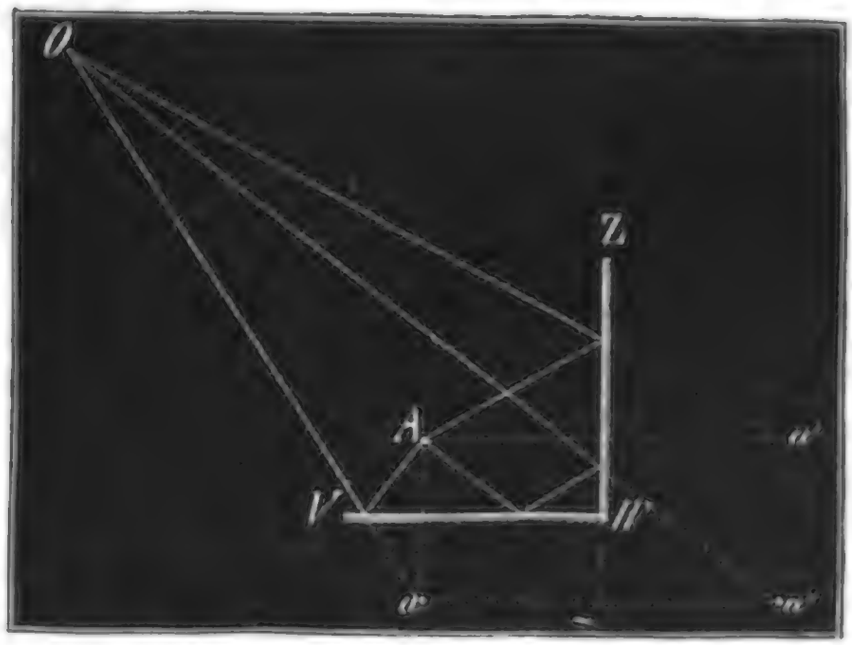
Wir wollen nur einige Beispiele anführen, um dies verständlicher zu machen.

Wenn die von einer Kerzenflamme ausgehenden Strahlen nahe rechtwinklig auf eine mattgeschliffene Glastafel fallen, so kann man kein Bild der Flamme unterscheiden, man sieht es aber recht gut, wenn die Strahlen recht schief auf die Platte auffallen; in diesem Falle kann man das Bild auch auf polirtem Holze, glänzendem farbigen Papier u. s. w. wahrnehmen; es geht daraus hervor, daß die Menge des reflectirten Lichts um so größer ist, je schiefer die Strahlen einfallen.

Wir wollen nun noch einige Apparate und Instrumente betrachten, welche sich auf die Spiegelungsgesetze in ebenen Spiegeln gründen.

Winkelspiegel. Wenn zwei Spiegel in irgend einem Winkel zusam- 162
mengestellt werden, so sieht man von einem zwischen ihnen sich befindenden Gegenstande mehrere Bilder, deren Zahl von der Neigung der Spiegel abhängt. In Fig. 436 seyen VW und ZW zwei unter einem rechten Win-

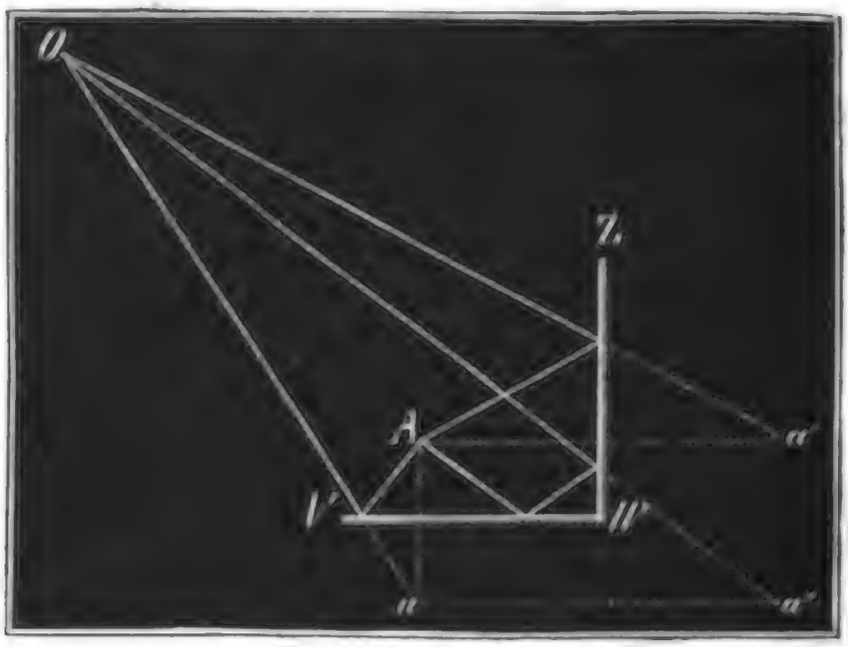
Fig. 436.



kel zusammenstoßende ebene Spiegel, A ein leuchtender Punkt, der sich innerhalb des von ihnen gebildeten Winkels befindet. Zunächst wird man in jedem Spiegel ein Bild von A sehen, und zwar ist das Bild für den einen Spiegel in a, für den andern in a'; ein in O befindliches Auge sieht also

außer dem Gegenſtande *A* ſelbſt in Folge einer einmaligen Spiegelung auch noch die Bilder *a* und *a'* deſſelben. Nun aber können ſolche Strahlen, die von dem einen Spiegel reflectirt worden ſind, den zweiten treffen

Fig. 437.



und an demſelben eine abermalige Reflexion erleiden. Da alle vom erſten Spiegel reflectirten Strahlen ſo divergiren, als ob ſie von *a* kämen, ſo iſt *a* gewiſſermaßen ſelbſt ein Gegenſtand, welcher Strahlen auf den Spiegel *ZW* ſendet, und man kann demnach leicht das Bild des Bildes *a* im Spiegel *ZW* finden; man fälle nur von *a* ein Perpendikel auf die Verlängerung von *ZW* und verlängere es auf die bekannte Weiſe, ſo erhält man das Bild *a''*, von welchem alle Strahlen auszugehen ſcheinen, die von dem Spiegel *VW* auf den Spiegel *ZW* reflectirt werden und an dieſem eine abermalige Spiegelung erleiden; und ſo ſieht das Auge in *O* nach zweimaliger Spiegelung noch ein Bild in *a''*.

Das Bild *a'* iſt aber auch ein Gegenſtand für den Spiegel *VW*, und wenn man den Ort des Bildes von *a'* beſtimmt, ſo findet man, daß er ebenfalls *a''* iſt, d. h. alle von *ZW* auf den Spiegel *VW* geworfenen Strahlen divergiren nach der zweiten Spiegelung ſo, als ob ſie von *a''* kämen.

Die zum zweiten Mal reflectirten Strahlen treffen keinen der beiden Spiegel mehr, oder mit anderen Worten: Von dem Bilde *a''* iſt kein weiteres Bild mehr ſichtbar, außer dem Gegenſtand *A* ſieht man alſo in unſerm Falle noch drei Bilder deſſelben.

Wären die Spiegel unter einem Winkel von 60^0, 45^0, 36^0 u. ſ. w. geneigt geweſen, d. h. betrüge der Winkel, den ſie machen, $1/6$, $1/8$, $1/10$ des ganzen Umfangs, ſo hätte man, den Gegenſtand ſelbſt mitgerechnet, 6, 8, 10 u. ſ. w. Bilder geſehen.

Digitized by Google

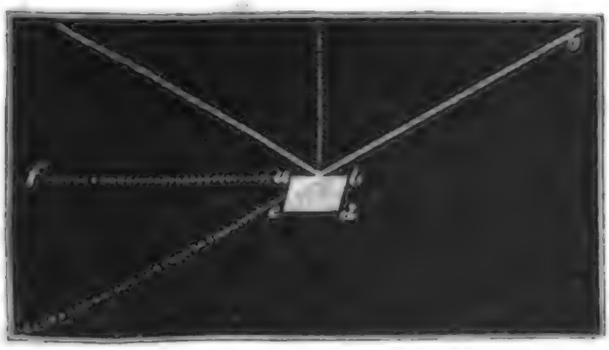
Auf diesem Principe beruht die Einrichtung des Kaleidoskops.

Wie man sieht, vermehrt sich die Anzahl der Bilder, wenn der Winkel kleiner wird; ihre Anzahl wird unendlich groß, wenn der Winkel der Spiegel Null ist, d. h. wenn die Spiegel einander parallel sind.

Wollaston's Goniometer. Mit dem Namen Goniometer be- 163
zeichnet man ein Instrument, welches dazu dient, den Winkel zu messen, den zwei Flächen eines Krystalls mit einander machen. Wollaston hat zu diesem Zwecke ein Instrument angegeben, bei welchem die Spiegelung der Krystallflächen in Anwendung kommt und welches eben deshalb auch Reflexionsgoniometer genannt wird; betrachten wir zunächst das Princip, auf welchem es beruht.

In Fig. 438 sey $abcd$ der Durchschnitt eines Krystalls, ab und ac die zu Linien verkürzten Flächen, deren Winkel gemessen werden soll. Nehmen wir an, die in der Figur zum Punkt verkürzte Kante a sey, wie es in der Regel auch der Fall ist, horizontal, so wird ein in o befindliches Auge in der Fläche ab das Spiegelbild einer entfernten horizontalen Linie, etwa einer Fensterſprosse, mit der die Kante a parallel ist, ebenfalls als eine horizontale Linie sehen, und dieses Bild wird an irgend einer Stelle des Zimmerbodens erscheinen. Man hält nun das Auge so, daß das Spiegelbild der Fensterſprosse an einer von selbst markirten Stelle des Fußbodens, etwa an der Gränzlinie zweier Dielen, erscheint. Dreht man nun den Krystall um eine Axe, die mit der Kante a parallel ist, etwa um die Kante selbst, so wird man in der Fläche ac das Bild derselben Fensterſprosse an derselben Stelle des Fußbodens erblicken, wenn die Fläche ac dieselbe Lage hat, in welcher sich vorher die Fläche ab befand, wenn man also den Krystall um den Winkel fac gedreht hat. Wenn nun die Umdrehungsaxe die Axe eines getheilten Höhenkreises ist, dessen Ebene auf der Ebene des Fensters rechtwinklig steht, so kann man auf demselben die Größe der Drehung ablesen; zieht man den so gemessenen Winkel fac von 180^0 ab, so erhält man den Winkel cab selbst.

Fig. 438.



Man kann jedes mit einem Höhenkreise versehene Theodolith als Reflexionsgoniometer gebrauchen, wenn nur die Axe des Höhenkreises so weit verlängert ist, daß man den zu messenden Krystall mit etwas Klebwachs daran befestigen kann. Man hat jedoch auch eigens zu diesem Zwecke construirte Instrumente, und ein solches ist in Fig. 439 dargestellt, seine Ein-

Digitized by Google

richtung wird aber erſt aus Fig. 440 recht klar, welche das Inſtrument im Durchſchnitt darſtellt. *a b* iſt der Durchſchnitt des getheilten Kreiſes,

Fig. 439.

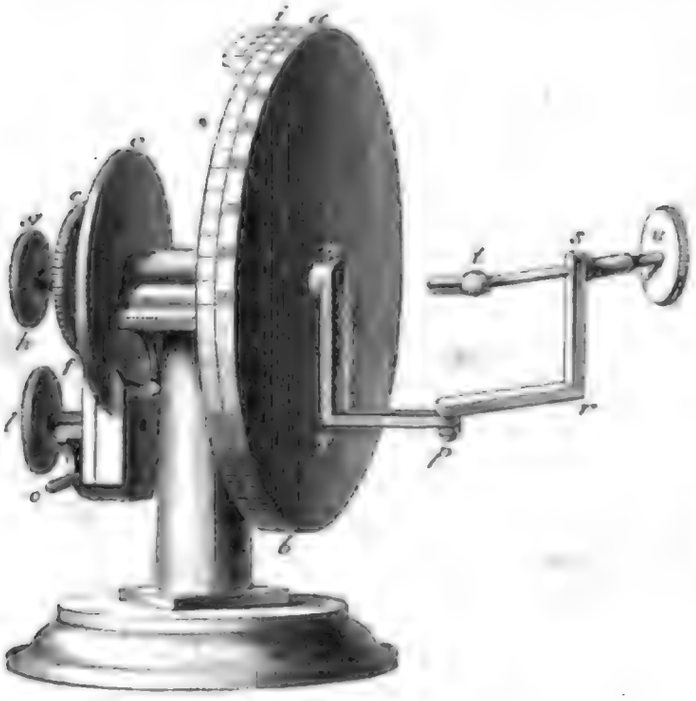
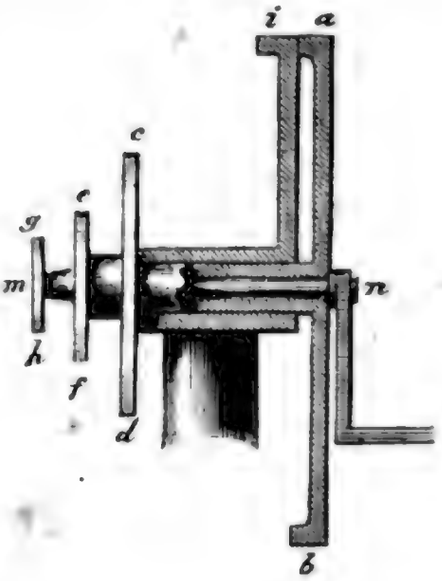


Fig. 440.



i des Stücks, auf welchem ſich der Nonius befindet. Die ganze Scheibe des getheilten Kreiſes dreht ſich nun um eine horizontale Axe, die bis *ef* reicht, und die in unſerer Figur zum Theil ſelbſt im Durchſchnitt gezeichnet iſt. Dieſe Axe wird mit Hülfe der Scheibe *ef* gedreht, deren Rand zu dieſem Zwecke, wie ein Schraubenkopf, etwas gerieft iſt. Die Umdrehungsaxe des getheilten Kreiſes trägt nun auch noch die Scheibe *c d*, welche mittelſt der Preßſchraube *l* feſtgeſtellt werden kann; durch dieſe Preßſchraube kann man alſo auch den getheilten Kreis feſtſtellen. Die Stellſchraube *o* dient zum feineren Einſtellen des Theilkreiſes.

Die Axe des Theilkreiſes ſelbſt iſt nun hohl, und in derſelben dreht ſich eine andere Axe *m n* vermittelſt des Kopfes *g h*. Durch die Drehung der Axe *m n* wird auch der rechtwinklige Arm *n q p* gedreht, an welchem ein ähnlicher *p r s* ſo befeſtigt iſt, daß er ſich um *p* drehen läßt. Wenn die Preßſchraube *l* angezogen, wenn alſo der Theilkreis feſtgeſtellt iſt, ſo kann man die Axe *m n* doch noch für ſich drehen; iſt aber die Schraube *l* los, ſo wird die Axe *m n* mit ihrem Arme *n q p* zu gleicher Zeit mit dem getheilten Kreiſe gedreht.

An dem Stäbchen *t u* wird der Kryſtall mit etwas Wachs befeſtigt, und das Inſtrument ſo aufgeſtellt, daß die Ebene des Theilkreiſes auf der Ebene des Fenſters rechtwinklig ſteht. Um zu meſſen, ſtellt man nun den Theilkreis auf den Nullpunkt ein und ſtellt ihn alsdann mittelſt der

Schraube *l* fest; nun richtet man den Krystall so, daß die Kante der beiden Flächen, deren Winkel man messen will, in die Verlängerung der Axe *mn* fällt, oder wenigstens ihr parallel ist, was man daran erkennt, daß das Bild der Fenstersprosse in beiden Flächen horizontal erscheint, wenn man durch Umdrehung der Axe *mn* macht, daß man ihr Bild bald in der einen, bald in der andern Fläche sieht. Ist der Krystall gehörig gerichtet, so dreht man die Axe *mn* so lange, bis das Bild der Fenstersprosse an der bestimmten Stelle des Bodens erscheint, dann lös't man die Schraube *l* und dreht Alles mit dem Theilkreise, bis das Bild der Sprosse in der andern Fläche erscheint: die Größe der Drehung ist leicht abzulesen.

Dieses Goniometer ist nicht gut zu Krystallen anwendbar, die gar zu groß und schwer sind. Für solche Fälle ist das Gambey'sche Goniometer sehr zweckmäßig, welches man auch anwenden kann, um den Winkel zu messen, den zwei Flächen eines Prisma's mit einander machen. Dieses Instrument ist Fig. 441 abgebildet und sein Gebrauch wohl ohne weitere Erklärung verständlich; das Fernrohr wird festgestellt und dann das Prisma so gestellt, daß das Spiegelbild eines entfernten Gegenstandes im Fadenkreuz des Fernrohrs erscheint; dann wird das Prisma um seine vertikale Axe gedreht, bis das Bild desselben Gegenstandes, durch die andere Fläche gespiegelt, ebenfalls im Fadenkreuz erscheint, und dann die Größe der Drehung am getheilten Kreise abgelesen.

Fig 441.

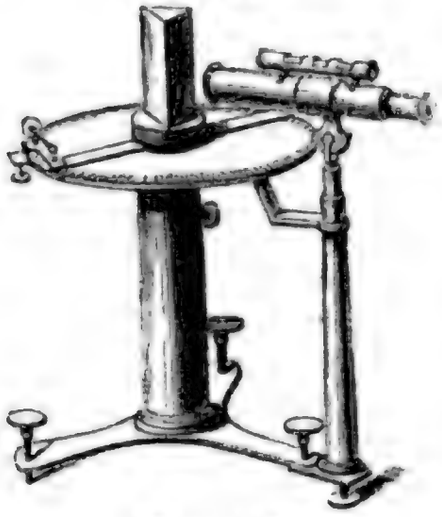
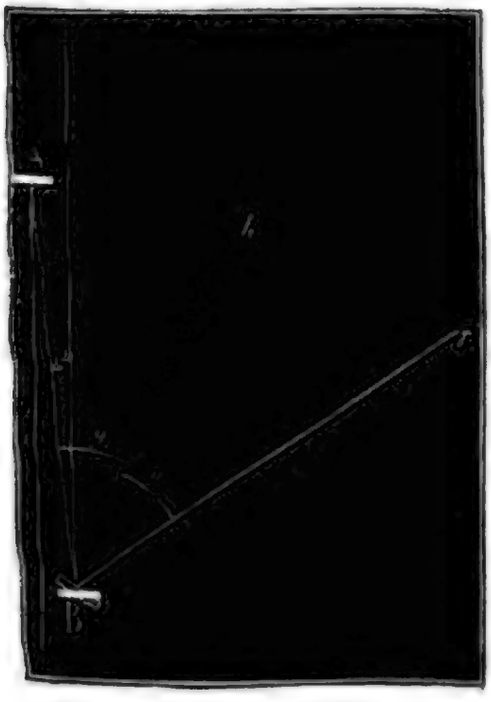


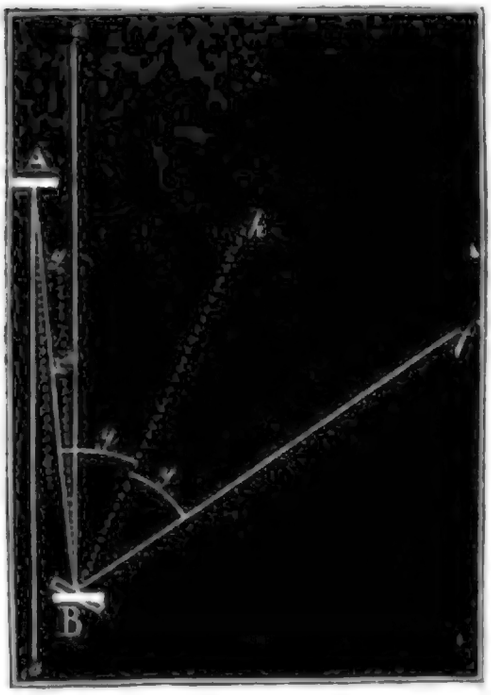
Fig. 442.



Der Spiegelsextant, eines der 164
wichtigsten Winkelmeßinstrumente, zeigt uns eine ungemein sinnreiche Anwendung der Spiegelungsgesetze; das Princip, auf welchem seine Einrichtung beruht, ist folgendes. Es sey *A*, Fig. 442, ein kleiner Spiegel, an dessen oberer Hälfte die Belegung abgenommen ist, so daß ein in *o* befindliches Auge durch den freien Theil der Glasplatte hindurchsehen kann; in *B* befinde sich nun ein zweiter Spiegel, der um eine Axe drehbar ist, welche rechtwinklig auf der Ebene der Figur steht. Man kann nun dem Spiegel *B* eine solche Stellung geben,

daß ein von einem fernen Gegenstand herkommender Strahl eB, welcher neben dem Spiegel A vorbeigeht, durch den Spiegel B nach A und dann vom Spiegel A nach o reflectirt wird; das Auge in o wird in diesem Falle durch die unbelegte Hälfte des Spiegels A den ferneren Gegenstand direct, im belegten Theile aber das Bild desselben Gegenstandes sehen. Wir wollen diese Stellung des Spiegels B die Anfangsstellung nennen.

Fig. 443.



Wenn aber nun der Spiegel B um seine Axe gedreht wird, wenn er etwa in die nur durch Einfassungslinien angedeutete Lage gebracht ist, so kann der Strahl eB nicht mehr nach A reflectirt werden, man wird also in dem unteren Theile des Spiegels A nicht mehr das Bild desselben Gegenstandes sehen, den man durch die obere Hälfte erblickt, sondern das Bild eines andern Gegenstandes, von welchem der Strahl fB herkommt.

Des kürzeren Ausdrucks wegen wollen wir den Gegenstand, von welchem der Strahl eB herkommt, mit L, den Gegenstand, von welchem der Strahl fB herkommt, mit R bezeichnen.

Die Winkelmessung mit dem Sextanten beruht nun darauf, daß der Winkel, um welchen man den Spiegel B aus seiner Anfangsstellung drehen muß, um im unteren Theile des Spiegels A das Bild des Gegenstandes R zu sehen, während man durch die obere Hälfte immer noch L erblickt, halb so groß ist als der Winkel, welchen die nach L und R gerichteten Visirlinien Be und Bf mit einander machen.

Wir wollen diesen wichtigen Satz jetzt zu beweisen suchen.

Wenn der Spiegel B in der Anfangsstellung ist, so ist er, wie leicht einzusehen, mit dem Spiegel A parallel; für diese Stellung nun ist Bg das Einfallsloth, und die Winkel, welche die Strahlen eB und AB mit dem Einfallslothe Bg machen, sind einander gleich; wir haben jeden dieser Winkel mit x bezeichnet.

Wird nun der Spiegel B gedreht, so ändert sich auch die Lage des Einfallslothes; wenn der Spiegel B um n Grade gedreht wird, so wird auch das Einfallsloth um eben so viel Grade gedreht. Gesetzt nun, man habe den Spiegel B so weit gedreht, daß Bh das Einfallsloth ist, so ist ABh der Winkel, welchen der von B nach A reflectirte Strahl mit dem Einfallslothe macht, und diesen Winkel wollen wir mit y bezeichnen. Der einfal-

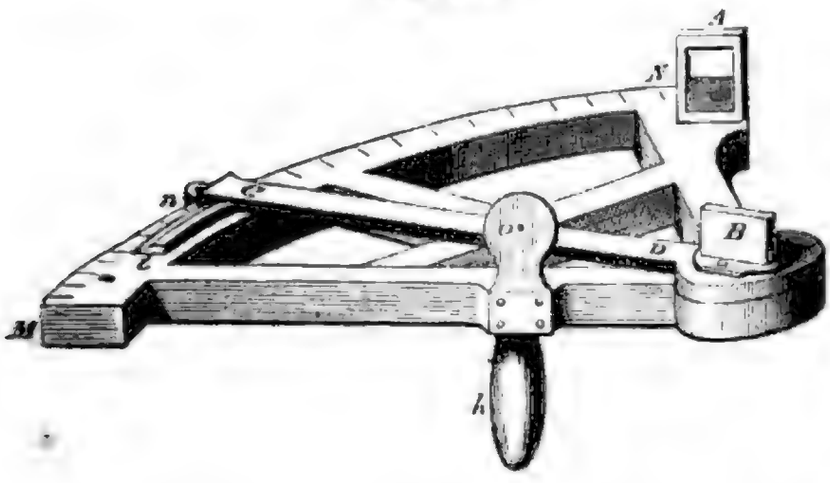
lende Strahl fB macht aber ebenfalls einen Winkel y mit dem Einfallslothe Bh. Nun aber ist

$$\text{Winkel } eBf = 2y - 2x$$
$$\text{Winkel } gBh = y - x,$$

mithin ist der Winkel gBh halb so groß als der Winkel eBf. Der Winkel gBh ist aber der Winkel der beiden Einfallslothe, also der Winkel, den die beiden Stellungen des Spiegels B mit einander machen; eBf aber ist der Winkel der nach L und R gerichteten Visirlinien Be und Bf.

In Fig. 444 ist ein Spiegelsextant abgebildet, und zwar ein Sextant von der einfachsten Einrichtung. A ist der feste oben durchsichtige Spiegel, der Spiegel B, den unsere Figur von der Rückseite zeigt, ist um den Mittelpunkt des getheilten Kreises MN drehbar. Dem Spiegel A gegenüber ist an das Gestell eine Messingplatte angeschraubt, in welcher sich ein kleines Loch o befindet, an welches man das Auge hält, um nach dem Spiegel A zu sehen. Der Spiegel B ist auf einer um ihren Mittelpunkt drehbaren Scheibe befestigt, von welcher wie ein Radius das Stäbchen DC ausgeht; wenn also der Spiegel B um seine Axe gedreht wird, so durchläuft das Ende C dieses Stäbchens die Theilung des Kreises; um genauer ablesen zu können, ist bei C an das Stäbchen CD ein Nonius Ci befestigt. Die Theilung ist so eingerichtet, daß der Nonius auf den Nullpunkt der Theilung zeigt, wenn die beiden Spiegel parallel sind. Jeder halbe Grad der Theilung ist für einen ganzen gezählt, d. h. die Theilstriche, die von dem Nullpunkte der Theilung um 10, 20, 30 u. s. w. Grade abstehen, sind mit 20, 40, 60 bezeichnet, weil man ja doch den Winkel, um welchen der Spiegel B gedreht wird, mit 2 multipliciren muß, um den verlangten Winkel zu erhalten.

Fig. 444.

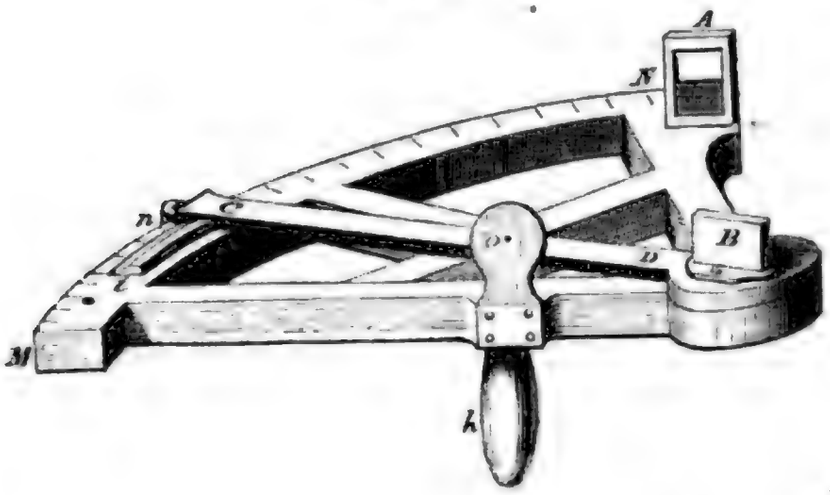


Gewöhnlich ist der getheilte Kreisbogen nur etwas mehr als $\frac{1}{6}$ des Kreisumfanges, daher der Name Sextant. Das Instrument bedarf keines Statifs, man nimmt es an dem Handgriffe h in die Hand und hält das Instrument dann so vor das Auge, daß man durch die Oeffnung o und den oberen Theil des Spiegels A denjenigen der beiden einzuvisirenden Gegenstände sieht, welcher links liegt, und dreht dann an dem Stabe CD,

bis in dem unteren Theile des Spiegels *A* das Bild des andern rechts gelegenen Gegenstandes gerade unter dem andern Bilde erscheint. Ist dies erreicht, so stellt man den drehbaren Radius mit Hülfe einer Schraube bei *n* fest und lies't dann den Nonius ab.

An Spiegelsextanten, welche zu genaueren Messungen dienen sollen, ist statt der kleinen Oeffnung *o* an dieser Stelle ein nach dem Spiegel *A* gerichtetes Fernrohr angebracht. Wenn man durch ein Fernrohr beobachtet, so sieht man nicht mehr, wie bei der Beobachtung mit bloßem Auge, den Spiegel *A* in zwei Felder getheilt, d. h. man unterscheidet durch das Fernrohr sehend nicht mehr den belegten und den unbelegten Theil des Spiegels *A*, sondern die beiden Bilder fallen ganz über einander.

Fig. 445.



Die Ebene des getheilten Kreises muß immer in die Ebene der Visirlinien fallen, deren Winkel man messen will. Um z. B. die Höhe eines Gestirns über dem Horizont zu messen, muß die Ebene des Kreises vertikal gehalten werden.

165 Es ist hier nun auch noch das Heliostat zu erwähnen. Bei vielen optischen Versuchen muß man durch eine kleine Oeffnung im Laden eines dunkeln Zimmers einen Sonnenstrahl einfallen lassen. Damit nun der einfallende Strahl eine passende Richtung habe, läßt man ihn nicht direct einfallen, sondern man bringt vor dem Laden einen ebenen Spiegel an, welcher die Sonnenstrahlen in passender Richtung durch die kleine Oeffnung in das Zimmer reflectirt. Nun aber ändert sich der Stand der Sonne fortwährend, und eine Folge davon ist, daß auch die Richtung der ins Zimmer reflectirten Strahlen sich ändert, wenn der Spiegel fest stehen bleibt. Soll jedoch die Richtung der ins Zimmer reflectirten Strahlen unverändert bleiben, so muß natürlich der Spiegel allmälig auf eine passende Weise gedreht werden; dies geschieht nnn beim Heliostat; es besteht aus einem Spiegel, welcher mit einem Uhrwerke in solcher Weise verbunden ist, daß er gleichsam dem Laufe der Sonne folgen kann. Die sinnreiche Einrichtung solcher

Heliostate ist zu complicirt, als daß wir uns hier auf eine genauere Beschreibung derselben einlassen dürfen.

Reflexion auf gekrümmten Spiegeln. Wenn ein Lichtstrahl eine krumme Oberfläche in irgend einem Punkte trifft, so wird er gerade so reflectirt, als ob er die Berührungsebene dieses Punktes getroffen hätte. Ein leuchtender Punkt also, welcher sich im Mittelpunkte einer innen polirten Kugel befindet, wird nach allen Punkten der Kugeloberfläche Lichtstrahlen aussenden, die aber sämmtlich nach dem Mittelpunkte zurückgeworfen werden. Wenn sich ein leuchtender Punkt in dem einen Brennpunkte eines Ellipsoids befände, so würden alle Strahlen von der Oberfläche nach dem andern Brennpunkte reflectirt werden, indem sie aber ihren Weg fortsetzen, würden sie durch eine abermalige Reflexion wieder in dem ersten Brennpunkte vereinigt werden. 166

Die Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte ausgehen, der sich in dem Brennpunkte eines Paraboloids befindet, und die Fläche dieses Paraboloids treffen, werden sämmtlich in einer Richtung reflectirt, welche mit der Axe des Paraboloids parallel ist. Wenn umgekehrt ein Bündel paralleler Strahlen in der Richtung der Axe auf das Paraboloid fällt, so werden sie sämmtlich nach dem Brennpunkte desselben reflectirt.

Reflexion auf sphärischen Spiegeln. Man denke sich eine Hohlkugel, deren innere Fläche sehr gut polirt ist, so ist ein von dieser Hohlkugel durch eine Ebene abgeschnittenes Stück ein sphärischer Hohlspiegel. Ein converer Kugelspiegel hingegen ist ein Stück einer außen polirten Kugel. 167

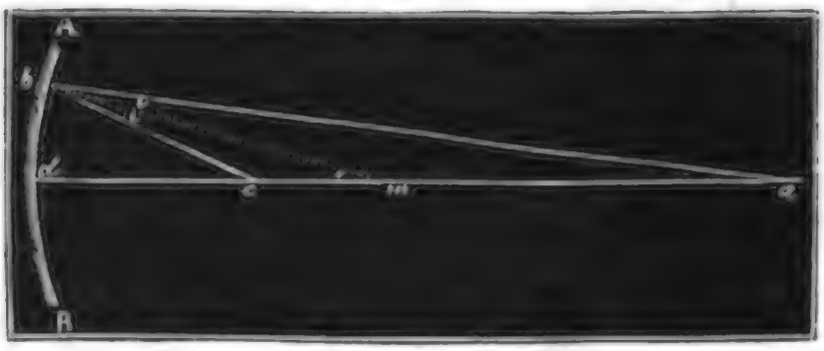
Der Durchmesser eines Kugelspiegels ist die Linie mm', Fig. 446, welche zwei entgegengesetzte Punkte des Randes verbindet; die Linie ca, welche den Mittelpunkt der Kugel mit der Mitte des Spiegels verbindet, heißt seine Axe; der Winkel endlich, welchen die Linien cm und cm' mit einander machen, seine Oeffnung. Der Mittelpunkt c der Kugel, von welcher der Spiegel ein Stück ist, wird auch Mittelpunkt der Krümmung genannt.

Fig. 446.

Von den sphärischen Hohlspiegeln. Es sey AB, Fig. 447 a. f. S., der Durchschnitt eines sphärischen Hohlspiegels, dessen Mittelpunkt 168

m iſt. In a ſey ein leuchtender Punkt, der ſeine Strahlen auf den Spiegel ſendet. Zieht man vom leuchtenden Punkte a eine gerade Linie $a\,m\,d$

Fig. 447.

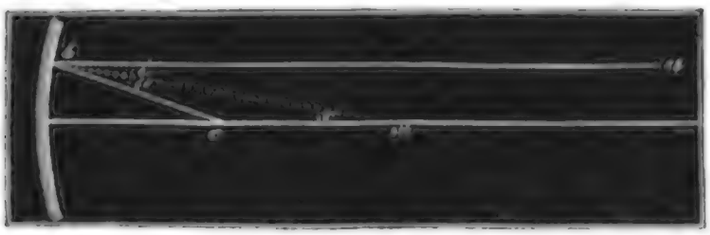


durch den Mittelpunkt der Kugel bis zum Spiegel, ſo iſt dieſe Linie die Axe des Strahlenkegels, welcher vom Spiegel reflectirt wird. Wie ein Strahl $a\,b$ dieſes Strahlenkegels vom Spiegel reflectirt wird, iſt leicht zu finden, denn die von b nach dem Mittelpunkte m gezogene Gerade iſt das Einfallsloth. Macht man $W\,i = W\,i'$, ſo iſt $b\,c$ der reflectirte Strahl.

Denkt man ſich auf dem Spiegel einen Kreis bezeichnet, deſſen Punkte ſämmtlich von d ſo weit entfernt ſind als b, ſo iſt leicht einzuſehen, daß alle Strahlen, welche, von a ausgehend, den Spiegel in einem Punkte dieſes Ringes treffen, ſo reflectirt werden, daß ſie die Axe $a\,d$ in demſelben Punkte c ſchneiden.

Wenn der leuchtende Punkt ſehr weit vom Spiegel entfernt iſt, ſo kann man alle Strahlen, welche er auf den Spiegel ſendet, als unter ſich parallel betrachten. Beſtimmen wir die Lage des Punktes c für dieſen Fall. In Fig. 448 ſey $a\,b$ ein parallel mit der Axe einfallender Lichtſtrahl, $b\,m$ das Einfallsloth, ſo iſt offenbar $i = x$. Der Radius $b\,m$ ſey mit r, der Winkel $b\,c\,m$ mit v bezeichnet, ſo haben wir aus dem Dreieck $b\,m\,c$ die Proportion

Fig. 448.



$$sin.\ v\ .\ sin.\ i' = r : m\,c$$

und daraus

$$m\,c = \frac{r\ .\ sin.\ i'}{sin.\ v.}.$$

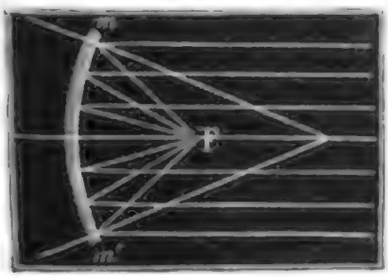
Nun aber iſt $i' = i$, $v = 180^0 - i' - x = 180^0 - 2\,i$, mithin $sin.\ v = sin.\ 2\,i$; ſubſtituirt man dieſe Werthe, ſo kommt

$$m\,c = r\ .\ \frac{sin.\ i}{sin.\ 2\,i}.$$

Je kleiner der Winkel wird, desto mehr nähert sich mc dem Werthe $r \cdot \frac{1}{2}$. Setzt man z. B. $i = 1^0$, so wird $mc = r \cdot \frac{0{,}017452}{0{,}034900} = r \cdot 0{,}50006\ldots$, für $i = 2^0$ wird $mc = r \cdot \frac{0{,}034900}{0{,}069757} = r \cdot 0{,}5003\ldots$

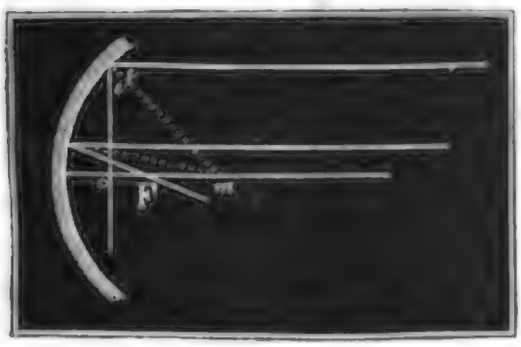
Diese Werthe sind nur sehr unbedeutend größer als $\frac{r}{2}$, man kann also ohne merklichen Fehler annehmen, daß alle parallel mit der Axe einfallenden Strahlen, welche den Spiegel in solchen Punkten b treffen, daß der Bogen bd nur einen kleinen Winkel überspannt, in einem Punkte der Axe vereinigt werden, welcher in der Mitte zwischen dem Centrum des Spiegels und dem Spiegel selbst liegt. Solche Strahlen, welche der Axe so nahe liegen, daß der Werth von mc für denselben nicht merklich von $\frac{1}{2}$ differirt, heißen centrale Strahlen. Der Vereinigungspunkt der parallel mit der Axe auffallenden centralen Strahlen führt den Namen Hauptbrennpunkt oder Hauptfocus (er soll in den folgenden Figuren mit F bezeichnet werden). Dieser Hauptfocus liegt, wie wir gesehen haben, in der Mitte zwischen dem Centrum des Spiegels und dem Spiegel selbst, auf der Axe der parallelen Strahlen.

Fig. 449.



Je mehr i wächst, d. h. je weiter von der Axe die Strahlen auf den Spiegel fallen, je größer die Krümmung des Spiegels vom Einfallspunkte bis zur Mitte des Spiegels, desto größer wird der Bauch $\frac{\sin. i}{\sin. 2i}$, mithin auch mc selbst. Der Vereinigungspunkt nicht centraler Strahlen liegt also dem Spiegel selbst näher als der Hauptbrennpunkt, wie man auch aus Figur 449 ersehen kann.

Fig. 450.



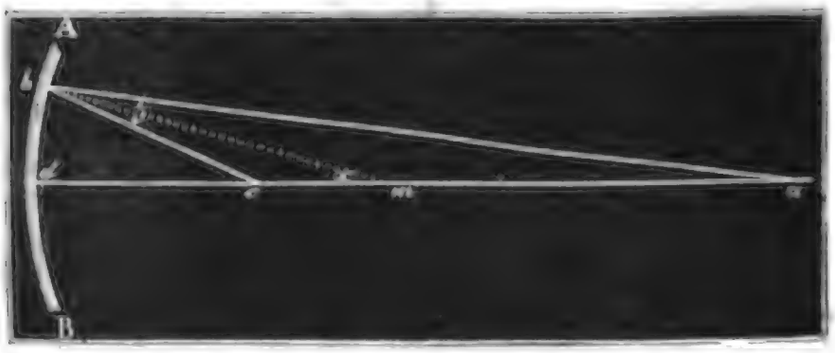
Wenn ein Hohlspiegel zu optischen Zwecken brauchbar seyn soll, so muß er die von einem Punkte ausgehenden Strahlen auch möglichst nahe wieder in einem Punkte vereinigen. Dies ist aber nur dann möglich, wenn die Oeffnung des Spiegels nicht bedeutend, wenn sie allerhöchstens 8 bis 10^0 ist, denn in diesem Falle kann man alle den Spiegel treffenden Strahlen als centrale Strahlen betrachten. Wir wollen im Folgenden auch nur solche Spiegel, also auch nur centrale Strahlen, betrachten.

Digitized by Google

Der erwähnte Fehler, daß nicht alle mit der Axe parallel einfallenden Strahlen genau in einem Punkte vereinigt werden, wird ſphäriſche Aberration genannt.

Wenn der leuchtende Punkt nicht unendlich weit liegt, ſondern in ſolcher Entfernung, daß man die Divergenz der den Spiegel treffenden Strahlen nicht mehr vernachläſſigen darf, ſo ändert auch der Brennpunkt ſeine Stellung, und zwar rückt er vom Spiegel mehr und mehr weg, je mehr ſich der leuchtende Punkt nähert. Daß dem ſo ſey, iſt aus Fig. 451 leicht zu ſehen.

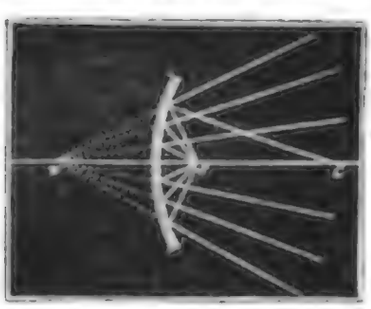
Fig. 451.



Je näher der leuchtende Punkt, deſto kleiner wird i für denſelben Punkt b des Spiegels, deſto kleiner wird i', und deſto mehr rückt alſo c nach m hin. Wenn man alſo einen leuchtenden Punkt, der ſo weit vom Spiegel entfernt iſt, daß ſeine Strahlen im Hauptbrennpunkte wieder vereinigt werden, dem Spiegel fortwährend nähert, ſo wird der Brennpunkt vom Hauptbrennpunkte fortwährend dem Mittelpunkte näher rücken, bis endlich, wenn der leuchtende Punkt im Centrum des Spiegels ſteht, der Brennpunkt mit dem leuchtenden Punkte zuſammenfällt. Rückt der leuchtende Punkt dem Spiegel noch näher, ſo fällt der Brennpunkt weiter und weiter vom Spiegel, und wenn der leuchtende Punkt den Hauptbrennpunkt einnimmt, ſo werden ſeine Strahlen vom Spiegel parallel mit der Axe reflectirt.

In Fig. 452 iſt noch der einzig übrige Fall betrachtet, nämlich daß der leuchtende Punkt s zwiſchen dem Spiegel und dem Hauptbrennpunkte liegt. Hier werden die Strahlen ſo reflectirt, daß ſie nach der Reflexion divergiren, als ob ſie von einem Punkte v kämen, der hinter dem Spiegel liegt und den man für jeden beſondern Fall durch Conſtruction leicht finden kann.

Fig. 452.

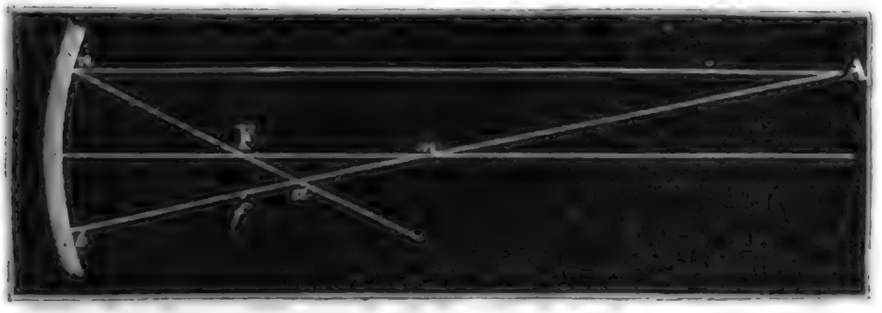


Wir haben bisher nur ſolche leuchtende Punkte betrachtet, welche auf der Axe des Spiegels lagen, ſolche Punkte alſo, für welche die Axe der auf den Spiegel geſandten Strahlen mit der Axe des Spiegels zuſammenfiel. Alle bisher entwickelten Geſetze gelten aber auch für ſolche leuchtende Punkte, welche

Digitized by Google

außerhalb der Axe des Spiegels liegen; es sey z. B. in Fig. 453 A ein solcher leuchtender Punkt. Zieht man von A über m eine Linie nach dem

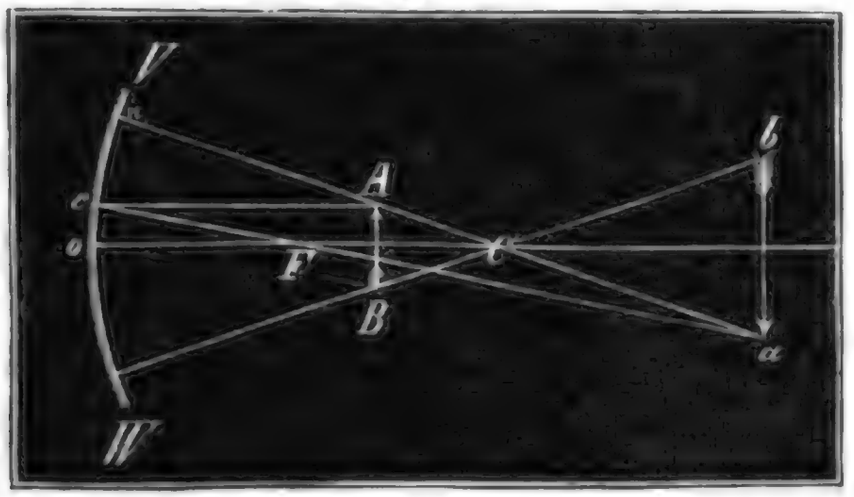
Fig. 453.



Spiegel, so ist dies die Axe des von A auf den Spiegel gesandten Strahlenkegels, und auf dieser Axe müssen sich alle von A ausgehenden Strahlen wieder vereinigen. Wenn ein ganzes Bündel Strahlen mit Amb parallel auf den Spiegel fiele, so würden sie sich nach der Reflexion im Punkte f vereinigen, der in der Mitte zwischen m und b liegt, da aber die von A ausgehenden Strahlen divergiren, so liegt ihr Vereinigungspunkt weiter vom Spiegel ab als f. Man kann nun diesen Vereinigungspunkt leicht durch folgende Construction finden. Man ziehe von A eine Linie An parallel mit der Axe des Spiegels. Ein Strahl, der in dieser Richtung den Spiegel trifft, wird aber bekanntlich nach dem Hauptbrennpunkte F reflectirt; zieht man nun von n über F eine Linie, so wird diese die Linie Amb schneiden, und der Durchschnittspunkt a ist offenbar derjenige, in welchem alle von A ausgehenden Strahlen nach ihrer Reflexion durch den Spiegel wieder vereinigt werden, kurz a ist das Bild von A.

Von den durch Hohlspiegel erzeugten Bildern. In Figur 454 169 stelle AB einen Gegenstand vor, der sich zwischen dem Krümmungsmittel-

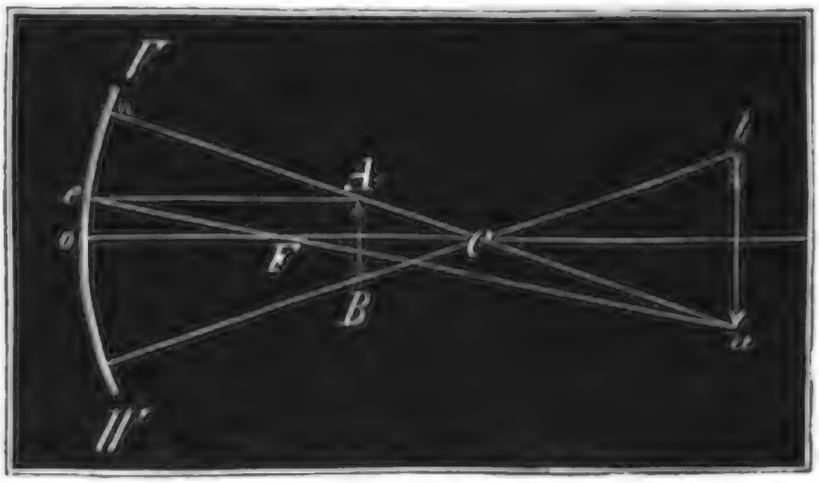
Fig. 454.



punkt C des Spiegels und dem Hauptbrennpunkte F befindet. Nach dem, was oben gesagt wurde, ist es leicht, das Bild des Punktes A zu finden, denn er liegt auf der durch C und A gezogenen Linie, da ja ein Strahl

An in der Richtung nA reflectirt wird. Ein von A parallel mit der Hauptaxe auf den Spiegel fallender Strahl Ac wird aber nach dem Hauptbrennpunkte F reflectirt. Die in den Richtungen nA und eF reflectirten Strahlen ſchneiden ſich aber in a, und hier iſt das Bild von A.

Fig. 455.



Ebenſo findet man das Bild b des Punktes B, und ſo ergiebt ſich, daß man durch einen Hohlſpiegel von einem Gegenſtande AB, welcher zwiſchen dem Hauptbrennpunkte und dem Mittelpunkte der Krümmung liegt, ein verkehrtes, vergrößertes Bild jenſeits C erhält.

Da die von A ausgehenden Strahlen in a geſammelt werden, ſo werden auch umgekehrt, wenn a ein leuchtender Punkt iſt, die von ihm ausgehenden Strahlen durch den Spiegel A reflectirt werden; kurz A iſt in dieſem Falle das Bild von a; ebenſo iſt B das Bild von b. Wenn ſich alſo ein Gegenſtand ab jenſeits des Mittelpunktes C befindet, ſo wird der Hohlſpiegel von ihm ein verkehrtes, verkleinertes Bild zwiſchen dem Mittelpunkt C und dem Hauptbrennpunkte F entwerfen.

Die Bilder, welche wir ſo eben betrachtet haben, ſind von denen der ebenen Spiegel weſentlich verſchieden. Alle Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte ausgehen, werden von einem ebenen Spiegel in einer ſolchen Richtung reflectirt, als ob ſie von einem Punkte hinter dem Spiegel herkämen, ſie divergiren alſo. In den eben betrachteten Fällen wurden aber die von einem Punkte des Gegenſtandes ausgehenden Strahlen durch den Spiegel wirklich wieder in einem Punkte geſammelt; wir wollen deshalb auch dieſe Bilder zum Unterſchiede von den anderen Sammelbilder nennen. Dieſe Sammelbilder kann man auf einem Schirme von weißem Papier oder mattgeſchliffenem Glaſe auffangen und ſo ein Bild erhalten, welches ſich gerade ſo verhält wie der Gegenſtand ſelbſt; die durch die Concentration der Strahlen ſtark erleuchteten Punkte des Schirms zerſtreuen

nämlich das Licht nach allen Seiten hin, und somit wird das Bild selbst dann noch sichtbar seyn, wenn die vom Spiegel reflectirten Strahlen nicht direct in's Auge gelangen.

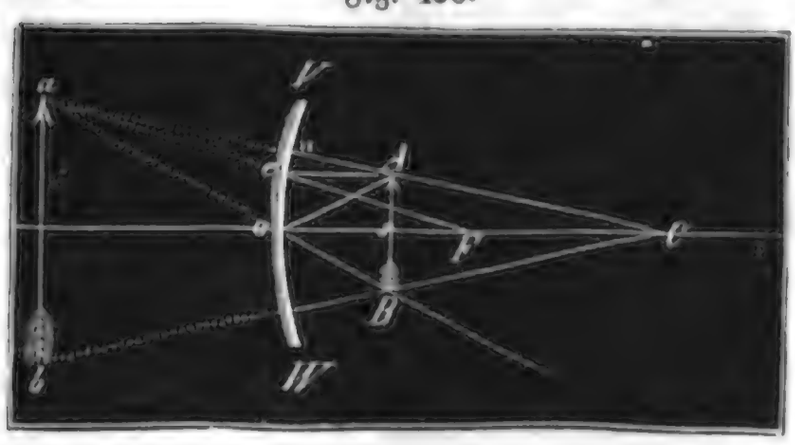
Je weiter der Gegenstand von dem Hohlspiegel sich entfernt, desto mehr muß sich begreiflicherweise das Bild dem Hauptbrennpunkte nähern, das Bild der gleichsam unendlich weit entfernten Sonne muß also im Hauptbrennpunkte selbst liegen, wenn die Axe des Spiegels nach der Sonne gerichtet ist. Fallen die Sonnenstrahlen schräg, also nicht in der Richtung der Spiegelaxe, auf, so liegt das Bild natürlich nicht mehr in der Spiegelaxe, sondern seitwärts, seine Entfernung von dem Spiegel ist aber stets dem halben Krümmungshalbmesser desselben gleich. Da uns die Sonne unter einem Winkel von ungefähr 30′ erscheint, so muß auch das Sonnenbildchen, von *C* aus gesehen, unter demselben Winkel erscheinen, seine absolute Größe hängt also von dem Krümmungshalbmesser des Spiegels ab. Im Brennpunkt des großen Reflectors von Herschel z. B., dessen Krümmungshalbmesser 50 Fuß ist, hat das Sonnenbild ungefähr 3 Zoll Durchmesser; der Durchmesser des Sonnenbildes ist ungefähr 3 Millimeter, wenn der Krümmungshalbmesser des Spiegels 1 Meter ist.

Um den Krümmungshalbmesser eines Hohlspiegels zu finden, braucht man nur zu messen, wie weit das Sonnenbildchen vom Spiegel liegt, denn diese Entfernung doppelt genommen ist ja dem Krümmungshalbmesser des Spiegels gleich.

Die Bilder solcher Gegenstände, welche um mehr als die 100fache Länge des Krümmungshalbmessers vom Spiegel entfernt sind, sind auch noch dem Brennpunkte selbst ganz außerordentlich nahe.

Wir haben jetzt die Lage des Bildes nur noch für den Fall zu ermitteln, daß der Gegenstand zwischen dem Spiegel und dem Brennpunkte liegt. Wir haben gesehen, daß alle Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte ausgehen, der dem Hohlspiegel näher liegt als der Hauptbrennpunkt, so reflectirt werden, als ob sie von einem Punkte hinter dem Spiegel herkämen; in dem eben zu betrachtenden Falle kann also natürlich kein Sammelbild entstehen.

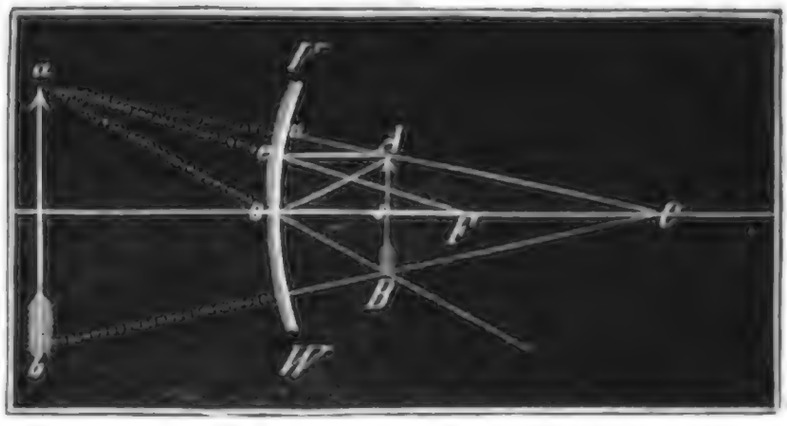
Fig. 456.



In Fig. 456 sey *AB* der Gegenstand, dessen Bild wir suchen wollen. Der Strahl *An*, welcher rechtwinklig auf den Spiegel fällt, wird in der Richtung *nAC*

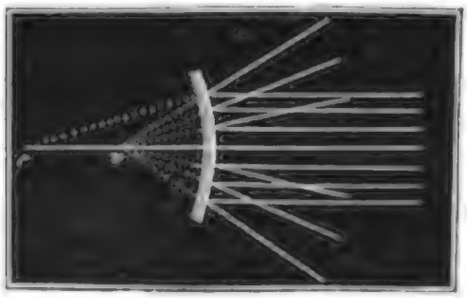
reflectirt, der Strahl Ae aber, welcher parallel mit der Spiegelaxe auf den Spiegel trifft, wird nach dem Hauptbrennpunkt F zurückgeworfen; nun aber treffen die Strahlen nAC und eF niemals zuſammen, rückwärts verlängert ſchneiden ſich aber ihre Richtungen hinter dem Spiegel in a, dieſer Punkt a iſt das Bild von A. Ebenſo läßt ſich das Bild b des Punktes B finden; wenn alſo der Gegenſtand zwiſchen dem Brennpunkte und dem Spiegel liegt, ſo fällt ſein vergrößertes aufrechtes Bild hinter den Spiegel, es verhält ſich alſo, die Vergrößerung abgerechnet, ganz wie die Bilder der ebenen Spiegel.

Fig. 457.



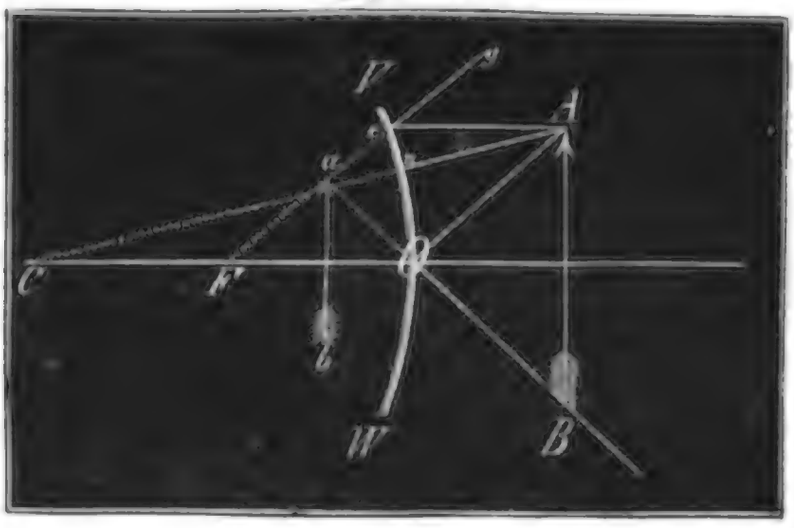
170 **Die Converſpiegel** haben keine wirklichen, ſondern nur eingebildete Brennpunkte, d. h. die Strahlen, welche ſie treffen, werden nicht in einem Punkte vereinigt, ſondern ſie divergiren nach der Spiegelung ſo, als ob ſie von einem Punkte hinter dem Spiegel herkämen. Wenn ein Converſpiegel von Strahlen getroffen wird, welche mit der Axe parallel ſind, ſo liegt für dieſe der eingebildete Hauptbrennpunkt in der Mitte zwiſchen dem Spiegel und dem Mittelpunkte c. Demnach iſt es leicht, die Bilder zu conſtruiren, welche man durch ſolche Spiegel erhält.

Fig. 458.



Es ſey Fig. 459 VW der Converſpiegel, AB ein Gegenſtand vor demſelben. Ein Strahl An, welcher rechtwinklig auf den Spiegel fällt, wird in der Richtung nA reflectirt, der Strahl Ae aber, welcher parallel mit der Hauptaxe iſt, wird nach der Richtung eg zurückgeworfen, als ob er

Fig. 459.

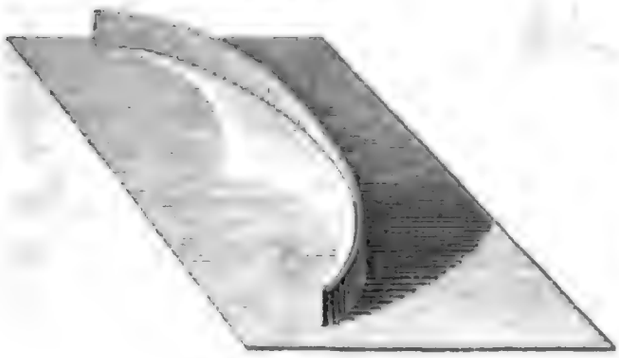


von dem eingebildeten Hauptbrennpunkte F käme. Verlängert man eg und nA rückwärts, so schneiden sich diese Verlängerungen hinter dem Spiegel in a. hier ist also das Bild von A, d. h. alle von A ausgehenden Strahlen werden von dem Converspiegel so reflectirt, als ob sie von a her kämen.

Nachdem man auch das Bild b des Punktes B gefunden hat, überzeugt man sich leicht, daß man durch Converspiegel verkleinerte aufrechte Bilder hinter dem Spiegel erhält.

Von den Brennlinien. Wenn die von einem leuchtenden Punkte 171
ausgehenden Lichtstrahlen nach ihrer Reflexion durch eine krumme Oberfläche nicht genau in einem und demselben Punkte wieder vereinigt werden, so werden sich doch immer je zwei benachbarte reflectirte Strahlen schneiden; alle Durchschnittspunkte je zweier benachbarten in einerlei Ebene reflectirten Strahlen geben eine krumme Linie, die man Brennlinie oder kaustische Linie nennt und deren Natur von der Natur der spiegelnden Fläche abhängt. Alle durch eine spiegelnde krumme Oberfläche erzeugten Brennlinien bilden zusammen genommen eine krumme Fläche, welche kaustische Fläche heißt. In der Nähe derselben ist die Intensität des Lichts am größten, wie man dies an der herzförmigen Linie sehen kann, die sich innerhalb eines cylindrischen Gefäßes oder eines Ringes zeigt, wenn dasselbe vom Sonnenlichte oder dem Lichte einer Flamme beleuchtet wird. Die Fig. 460 zeigt eine solche Brennlinie, welche durch einen gekrümmten spiegelnden Streifen erzeugt wird.

Fig. 460.



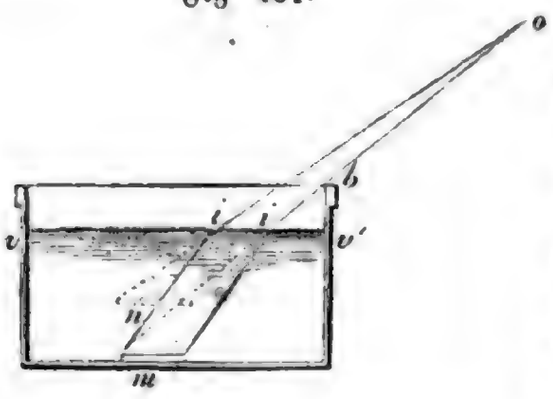
Zweites Kapitel.

Dioptrik oder Brechung des Lichts.

Allgemeine Gesetze der Brechung des Lichts. Unter Brechung 172
versteht man die Ablenkung, die Richtungsänderung, welche ein Lichtstrahl erleidet, wenn er aus einem Mittel in ein anderes übergeht. Daß eine solche Ablenkung stattfindet, davon kann man sich leicht durch folgenden einfachen Versuch überzeugen. In Fig. 461 (a. f. S.) sey vv' ein noch

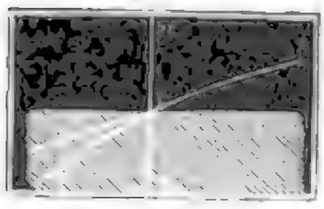
leeres Gefäß, auf dessen Boden man einen schweren Körper, etwa ein Geldstück, *m*, hinlegt; nun hält man das Auge an eine solche Stelle *a*, daß das Geldstück *m* eben durch den Rand des Gefäßes verdeckt erscheint. Gießt man nun, während das Auge unverändert seine Stellung behält, Wasser in das Gefäß, so wird das Geldstück alsbald sichtbar und scheint um so höher zu steigen, je mehr Wasser man eingießt. Es ist klar, daß jetzt die Lichtstrahlen nicht in gerader Linie vom Körper *m* ins Auge gelangen; sie erleiden vielmehr beim Austritt aus dem Wasser eine Richtungsveränderung, wie dies in der Figur angedeutet ist.

Fig 461.



Der Einfallswinkel ist bei der Brechung wie bei der Spiegelung der Winkel, welchen der einfallende Strahl *l i* mit der im Einfallspunkte errichteten Normalen, dem Einfallslothe *i n*, macht.

Fig. 462.



Der Brechungswinkel ist derjenige, welchen der gebrochene Strahl *i r* mit der Verlängerung *i n'* der Einfallslothes macht.

Die Einfallsebene ist die durch den einfallenden Strahl und das Einfallsloth, die Brechungsebene die durch den gebrochenen Strahl und das Einfallsloth gelegte Ebene. Gewöhnlich entsteht aus einem einfallenden Strahl auch nur ein gebrochener, doch giebt es Körper, wie Kalkspath, Bergkrystall u. a., welche die Eigenschaft haben, jeden einfallenden Strahl in zwei gebrochene zu spalten. Diese Erscheinungen der doppelten Brechung hängen mit der Polarisation des Lichts zusammen, welche wir später betrachten werden. Vor der Hand beschäftigen wir uns nur mit den Gesetzen der einfachen Brechung. Diese Gesetze sind folgende:

1) Die Brechungsebene fällt mit der Einfallsebene zusammen.

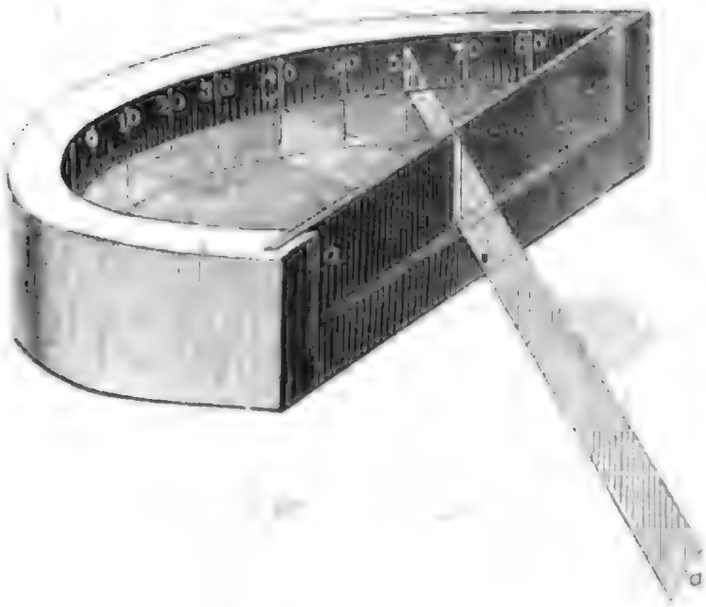
2) Für dieselben Mittel steht der Sinus des Brechungswinkels in einem constanten Verhältnisse zum Sinus des Einfallswinkels.

Der erste dieser beiden Sätze bietet keine Schwierigkeit, der zweite läßt sich durch den Apparat Fig. 463 (a. f. S.) nachweisen.

Ein zwei bis drei Zoll hohes Gefäß ist auf der einen Seite durch eine ebene Glasfläche *a b*, außerdem aber durch eine halbkreisförmige vertikale Wand begränzt. Die Glasfläche ist bis auf eine in ihrer Mitte befind-

liche Spalte von ½ bis 1 Linie Breite mit undurchsichtigem Papier zugeklebt oder angestrichen; die halbkreisförmige Rückwand ist im Inneren mit einer Gradtheilung versehen, deren Nullpunkt dem Spalte gerade gegenüber liegt.

Fig. 463.



Dies Gefäß wird nun ungefähr bis zur Hälfte mit Wasser gefüllt.

Bringt man nun ein Kerzenlicht in einiger Entfernung gerade vor den Spalt, so werden die durch denselben einfallenden Lichtstrahlen gerade den Nullpunkt der Theilung treffen. Bringt man aber das Licht auf die Seite, so werden die Lichtstrahlen, welche durch die Spalte in das Gefäß eindringen, im oberen und unteren Theil nicht an derselben Stelle die Rückenwand treffen. Der Theil des Lichtbündels, welcher im oberen Theile des Spaltes eindringt, setzt seinen Weg in gerader Linie fort, während die untere Hälfte des Lichtbündels beim Eintritt in das Wasser eine andere Richtung erhält und also auch an einer anderen Stelle die Rückwand trifft.

Nehmen wir an, man habe die Lichtquelle so weit auf die Seite gerückt, daß das durch die obere Hälfte des Spaltes einfallende Licht gerade den Theilstrich 60 trifft, wie dies in unserer Figur dargestellt ist, so wird der untere Theil des Lichtbündels bei seinem Eintritt in das Wasser nach einem Punkte der Rückwand abgelenkt, welcher $40\frac{1}{2}^0$ weit vom Nullpunkt absteht.

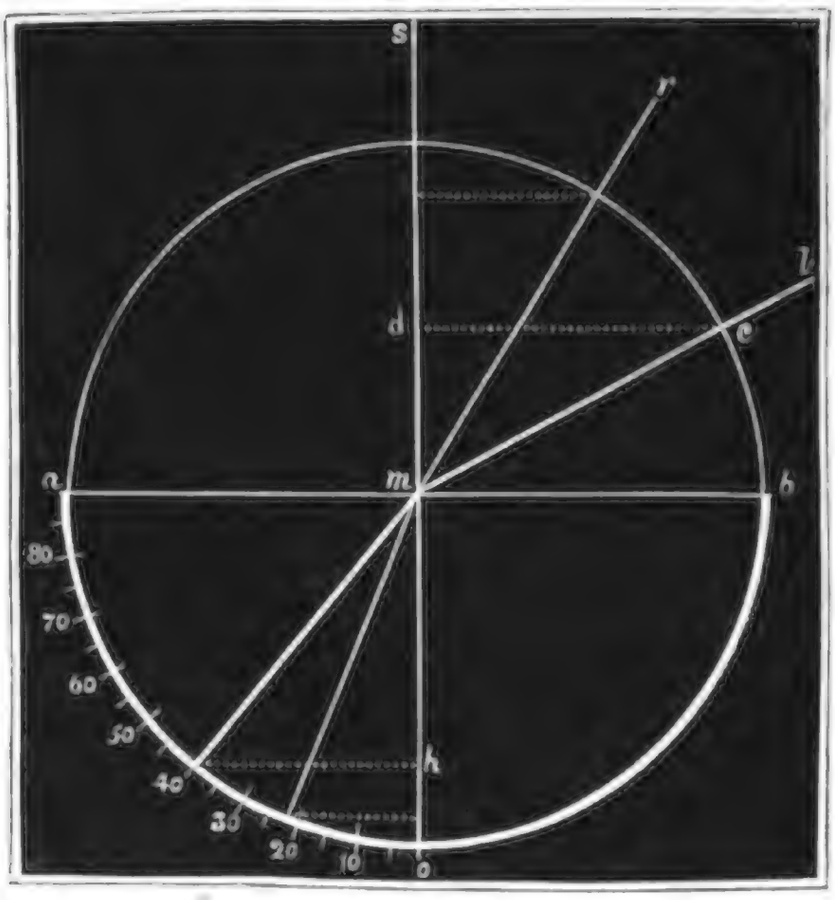
Hätte das Licht so gestanden, daß durch die obere Hälfte des Spaltes der Theilstrich 30 beleuchtet worden wäre, so würde das im Wasser gebrochene Lichtbündel bei 22^0 die Rückwand getroffen haben.

Wäre das Licht durch die obere Hälfte des Spaltes, also stets in gerader Richtung fortgehend, auf 15^0 gefallen, so würde gleichzeitig der gebrochene Strahl auf $11\frac{1}{4}^0$ gefallen seyn.

In Fig. 464 (a. f. S.) stelle der Halbkreis *a o b* die getheilte kreisförmige Wand des Gefäßes und *a b* die vordere Glaswand von oben gesehen dar. Die Spalte ist bei *m*. Wenn nun die Linie *l m* so gerichtet ist, daß ihre Verlängerung die Theilung bei 60^0 trifft, so ist *l m* die Richtung des einfallenden Strahls für den ersten der drei erwähnten Versuche,

die Linie aber, welche von m nach 40^0 geht, ſtellt für dieſen Fall den gebrochenen Strahl dar.

Fig. 464.



Denken wir uns bei m ein Perpendikel $m\,s$ errichtet, ſo iſt dies und ſeine Verlängerung $m\,o$ das Einfallsloth, der Einfallswinkel $l\,m\,s$ iſt hier 60^0, der entſprechende Brechungswinkel iſt 40^0.

Denken wir uns um m mit dem Halbmeſſer $m\,b$ den Kreis vollendet, ſo ſchneidet er bei c den einfallenden Strahl $l\,m$. Fällt man von c das Perpendikel $d\,c$ auf das Einfallsloth, ein zweites Perpendikel aber vom Theilſtrich 40 nach h, ſo verhalten ſich dieſe beiden Perpendikel wie 4 zu 3.

Wenn der einfallende Strahl $r\,m$ einen Winkel von 30^0 mit dem Einfallslothe macht, ſo iſt der entſprechende Brechungswinkel 22^0. Fällt man nun von dem Punkte, wo der einfallende Strahl den Kreis ſchneidet, und vom Theilſtrich 22 Perpendikel auf das Einfallsloth, ſo verhalten ſich dieſe wieder wie 4 zu 3.

Hätte man das Reſultat des letzten Verſuchs, nach welchem zum Einfallswinkel 15^0 der Brechungswinkel $11\frac{1}{4}{}^0$ gehört, ebenſo conſtruirt, ſo hätte man in Beziehung auf jene Perpendikel daſſelbe Reſultat gefunden, daß ſie ſich nämlich verhalten wie 4 zu 3.

In welcher Richtung auch der einfallende Strahl die Waſſerfläche treffen mag, ſo wird er doch ſo gebrochen, daß, wenn man von den Punkten,

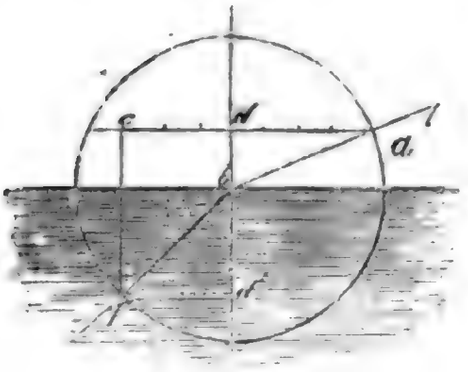
in welchen der einfallende und der gebrochene Strahl einen um den Einfallspunkt gezogenen Kreis schneiden, Perpendikel auf das Einfallsloth fällt, diese Perpendikel sich stets verhalten wie 4 zu 3.

Wenn der Halbmesser des Kreises Fig. 464 zur Einheit genommen wird, so ist die in dieser Einheit ausgedrückte Länge des Perpendikels dc der Sinus des Winkels dcm, also der Sinus von 60°. Das vom Theilpunkt 40 auf das Einfallsloth gefällte Perpendikel ist aber der Sinus von 40°. Nach dieser Bezeichnung kann man das Brechungsgesetz so ausdrücken:

Beim Uebergang aus Luft in Wasser wird ein Lichtstrahl in solcher Weise abgelenkt, daß sich der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels stets verhält wie 4 zu 3.

Es ergiebt sich daraus ein ganz einfaches Verfahren, um die Richtung des gebrochenen Strahls durch Construction zu finden, wenn die beiden Mittel Luft und Wasser sind, welches auch die Größe des Einfallswinkels seyn mag. In Fig. 465 sey $l\,b$ der einfallende Strahl. Nachdem man das Einfallsloth gezogen hat, beschreibe man um b einen Kreis und fälle von dem Punkte a, in welchem dieser Kreis den einfallenden Strahl trifft, ein Perpendikel $a\,d$ auf das Einfallsloth; dieses Perpendikel wird nun verlängert, und auf dieser Verlängerung $c\,d = {}^3/_4\,a\,d$ gemacht. Zieht man nun von c parallel mit dem Einfallsloth eine Linie, so erhält man den Punkt f, in welchem der gebrochene Strahl den Kreis schneidet, denn offenbar ist $f\,d' = c\,d = {}^3/_4\,d\,a$.

Fig. 465.



Macht man ähnliche Versuche mit anderen Substanzen, so findet man, daß der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels immer in einem constanten Verhältniß steht, welches für jede Substanz ein eigenthümliches ist. Beim Uebergang von Luft in Wasser verhält sich, wie wir gesehen haben, der Sinus des Einfallswinkels zu dem des Brechungswinkels wie 4 zu 3; beim Uebergang von Luft in Glas wie 3 zu 2 u. s. w.

Die Zahl, welche angiebt, wie vielmal für eine bestimmte Substanz der Sinus des Einfallswinkels größer ist als der des Brechungswinkels, wird der Brechungsexponent genannt. Für Wasser ist der Brechungsexponent nahe ${}^4/_3$, für Glas ist er nahe ${}^3/_2$ u. s. w.

Die folgende Tabelle enthält die Brechungsexponenten mehrerer Substanzen:

Aether	1,358	Glas, von St. Gobain	1,543
Alaun	1,457	» grünes . . .	1,615
Alaunlösung, gesättigte	1,356	Flintglas,	
Alkohol	1,372	1 Th. Blei, 4 Th. Kiesel	1,664
Anisöl	1,811	Mohnöl	1,463
Balsam Canada . .	1,532	Obsidian	1,488
» Tolu . . .	1,628	Schwefel, natürlicher .	2,040
Bergkrystall	1,562	Schwefelkohlenstoff . .	1,68
Bleioxyd, chromsaures .	2,926	Schwefelsäure,	
Boracit	1,701	spec. Gew. 1,84 . .	1,440
Cassiaöl	1,641	Steinsalz	1,498
Citronenöl	1,527	Terpentinöl	1,476
Diamant	2,470	Topas	1,610
Eis	1,310	Thran	1,483
Flußspath	1,436	Weingeist	1,374
Glas, gemeines . . .	1,596	Wasser	1,336

Weiter unten werden wir genauere Methoden zur Bestimmung der Brechungsexponenten kennen lernen.

Das Brechungsgesetz läßt sich nun kurz so ausdrücken:

$$\frac{\sin. i}{\sin. r} = n,$$

wenn i den Einfallswinkel, r den Brechungswinkel und n den Brechungsexponenten bezeichnet.

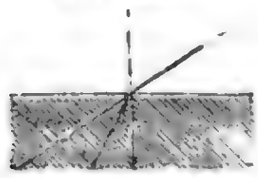
Die Entdeckung des Brechungsgesetzes gebührt einem niederländischen Gelehrten, Snellius; doch wurde es zuerst von Cartesius bekannt gemacht, der vorher die Papiere des Snellius gesehen hatte.

Wir werden weiter unten schärfere Beobachtungsmittel kennen lernen, welche mehr geeignet sind, die mathematische Genauigkeit des Brechungsgesetzes darzuthun.

Wenn ein Lichtstrahl aus Wasser in Luft übergeht, so ist der Winkel, welchen der Strahl im Wasser mit dem Einfallslothe macht, der Einfallswinkel, der Winkel aber, welchen der Strahl in der Luft mit dem Einfallslothe macht, ist in diesem Falle der Brechungswinkel; wenn aber auch die Strahlen ihre Namen verwechselt haben, so behalten sie doch ihren Werth. Wenn n der Brechungsexponent für einen Strahl ist, der aus einem Mittel a in ein Mittel b übergeht, so ist $\frac{1}{n}$ der Brechungsexponent für den Uebergang aus b in a.

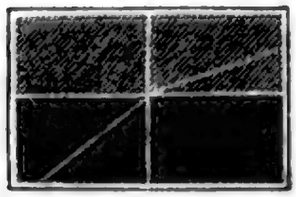
Wenn n größer als 1 ist, so ist $\sin. i > \sin. r$, also auch $i > r$, durch die Brechung wird also der Strahl dem Einfallslothe genähert, das zweite Mittel ist stärker brechend als das erste, Fig. 466.

Fig. 466.



Wenn n kleiner als 1 ist, so ist auch $i < r$; der gebrochene Strahl entfernt sich also vom Einfallsloth, in diesem Falle ist das zweite Mittel das schwächer brechende.

Fig. 467.



Man drückt dies gewöhnlich dadurch aus, daß man sagt, der Strahl wird dem Einfallslothe genähert oder von demselben entfernt, je nachdem er aus einem dünneren in ein dichteres Mittel übergeht, oder umgekehrt. Diese Ausdrucksweise ist aber nicht streng richtig, weil es oft vorkommt, daß ein weniger dichtes Mittel doch stärker brechend ist; die brechende Kraft ist durchaus nicht der Dichtigkeit proportional.

Der kleinste Werth des Einfallswinkels ist o; für diesen Fall fällt der einfallende Strahl mit dem Einfallslothe zusammen, und weil $i = o$, so ist auch $r = o$, d. h. mit anderen Worten, wenn ein Strahl rechtwinklig auf die brechende Fläche trifft, so setzt der Strahl ohne Ablenkung seinen Weg fort.

Der größte Werth, welchen der Einfallswinkel haben kann, ist 90^0, und da $\sin. 90^0 = 1$, so hat man für diesen Fall

$$\frac{1}{\sin. r} = n$$

oder

$$\sin. r = \frac{1}{n}.$$

Der sich aus dieser Gleichung ergebende Werth von r wird der Gränzwinkel genannt. Für Luft und Wasser ist $n = \frac{4}{3}$, also $\frac{1}{n} = \frac{3}{4} = 0{,}75$; nun ist aber $0{,}75 = \sin. (48^0 35')$, mithin ist für Luft und Wasser $48^0\,35'$ der Gränzwinkel; niemals kann ein Lichtstrahl, welcher aus Luft in Wasser tritt, nach der Brechung einen größern Winkel mit dem Einfallslothe machen.

Wenn hingegen ein Lichtstrahl, sich im Wasser fortpflanzend, einen Winkel von $48^0\,35'$ mit dem Einfallslothe macht, so wird er nach seinem Austritt in die Luft einen Winkel von 90^0 mit dem Lothe machen, d. h. er wird sich parallel der Trennungsfläche bewegen; alle im Wasser sich bewe-

genden Strahlen aber, welche mit dem Einfallslothe einen Winkel machen, der den Werth des Gränzwinkels überſteigt, können gar nicht mehr austreten, ſie werden an der Gränzfläche des Waſſers vollſtändig geſpiegelt (Fig. 468). Dieſer Fall der totalen Reflexion iſt der einzige Fall einer Spiegelung, bei welcher der Strahl nichts an ſeiner urſprünglichen Intenſität verliert.

Fig. 468.

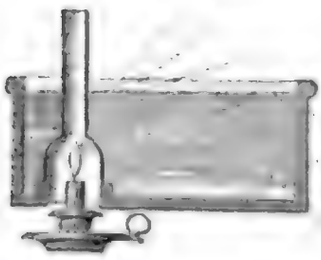


Fig. 469.

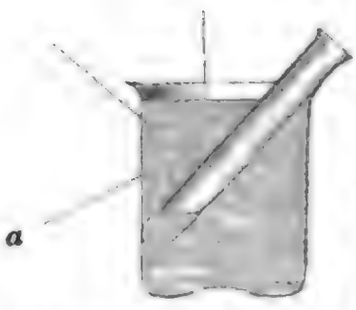


Fig. 469 zeigt ein intereſſantes Beiſpiel der totalen Reflexion. In ein Glas mit Waſſer tauche man eine unten zugeſchmolzene Glasröhre, am beſten ein Reagentienglas, wie es die Chemiker gebrauchen, welches leer iſt, d. h. nur Luft enthält; wenn man dem Röhrchen ungefähr die Stellung giebt, wie Fig. 469 zeigt, und daſſelbe von oben her betrachtet, ſo erſcheint es dem Auge gerade ebenſo, als ob es mit Queckſilber gefüllt wäre. Gießt man etwas Waſſer in das Röhrchen, ſo verſchwindet dieſer Metallglanz gerade ſo weit, als das eingegoſſene Waſſer reicht. Die Erſcheinung iſt leicht zu erklären; die von *a* her kommenden Strahlen treffen die Röhre unter einem ſolchen Winkel, daß ſie nicht in die Luft der Röhre austreten können, ſie werden alſo vollſtändig reflectirt; ſobald die Röhre Waſſer enthält, hört dieſe vollſtändige Reflexion auf.

Nach den oben auf S. 386 mitgetheilten Werthen der Brechungsexponenten iſt der Gränzwinkel für Diamant $23^0\,53'$, für Flintglas $38^0\,41'$, für Waſſer $48^0\,28'$.

Die Größe der durch die Brechung hervorgebrachten Ablenkung wird gefunden, wenn man den Brechungswinkel vom Einfallswinkel abzieht. Wir wollen nun unterſuchen, in welchem Verhältniſſe die Ablenkung wächſt, wenn der Brechungswinkel zunimmt; faſſen wir bei dieſer Betrachtung einen beſtimmten Fall ins Auge, etwa den Uebergang der Strahlen aus Luft in Glas: in dieſem Falle iſt der Brechungsexponent $^3/_2$ oder 1,5; es iſt alſo

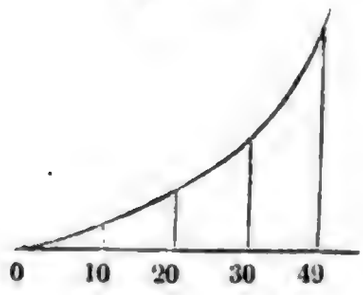
$$\sin. i = 1{,}5 \,.\, \sin. r.$$

Nichts iſt nun leichter, als nach dieſer Formel für jeden beliebigen Brechungswinkel den zugehörigen Einfallswinkel und die Ablenkung zu finden; die folgende kleine Tabelle enthält für die von 10 zu 10 Grad fortſchreitenden Brechungswinkel die entſprechenden Einfallswinkel und Ablenkungen.

r	i	Ablenkung
10 . .	$15^0\,5'$ . .	$5^0\,5'$
20 . .	30 55 . .	10 55
30 . .	48 40 . .	18 40
40 . .	74 34 . .	34 34

Aus dieſer Tabelle ſieht man, daß die Ablenkung nicht dem Brechungswinkel proportional wächſt, ſondern daß dieſe Ablenkung für kleine Einfallswinkel gering iſt, für größere aber in einem weit raſcheren Verhältniſſe zunimmt als die Brechungswinkel. Beiſtehende Figur 470 ſtellt dieſes graphiſch dar, die Abſciſſen ſind den Brechungswinkeln, die Ordinaten den entſprechenden Ablenkungen proportional aufgetragen.

Fig. 470.



Dem Brechungswinkel 30^0 entſpricht die Ablenkung $18^0\ 40'$; wächſt der Brechungswinkel um 10^0, ſo nimmt die Ablenkung um $15^0\ 54'$ zu, nimmt aber der Brechungswinkel um 10^0 ab, ſo wird die Ablenkung nur um $7^0\ 45'$ abnehmen, oder allgemein, wenn man, von einer beſtimmten Richtung des gebrochenen Strahls ausgehend, den Brechungswinkel wachſen läßt, ſo nimmt die Ablenkung mehr zu, als ſie abnehmen würde, wenn der Brechungswinkel eben ſo viel verkleinert wäre.

Prismen.

Brechung des Lichts durch Prismen. Ein Prisma nennt man 173
in der Optik ein durchſichtiges Mittel, welches durch zwei gegen einander geneigte Flächen begränzt iſt.

Die Kante des Prismas iſt die Linie, in welcher ſich die beiden Gränzflächen ſchneiden oder doch ſchneiden würden, wenn ſie hinreichend verlängert würden.

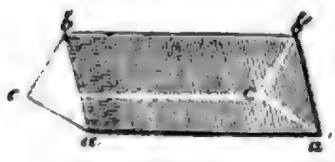
Die Baſis eines Prismas iſt irgend eine der brechenden Kante gegenüberliegende Fläche, mag ſie nun in der Wirklichkeit vorhanden, oder mag ſie nur gedacht ſeyn.

Der brechende Winkel iſt der Winkel, welchen die beiden Flächen des Prismas mit einander machen.

Hauptſchnitt nennt man den Durchſchnitt des Prismas mit einer auf ſeiner Kante rechtwinkligen Ebene.

Gewöhnlich wendet man Prismen an, welche durch drei rechtwinklige Flächen $a\,b\,a'\,b'$, $b\,c\,b'\,c'$ und $c\,a\,c'\,a'$ begränzt ſind. Wenn das Licht durch die Flächen $a\,b'$ und $a\,c'$ hindurchgeht, ſo iſt $a\,a'$ die brechende Kante und die Fläche $b\,c'$ die Baſis; $b\,b'$ iſt die brechende Kante, wenn der Lichtſtrahl durch die Flächen $b\,a'$ und $b\,c'$ geht u. ſ. w.

Fig. 471.



Der Hauptſchnitt eines ſolchen Prismas iſt ein Dreieck, und je nachdem dieſes Dreieck rechtwinklig, gleichſchenklig oder gleichſeitig iſt, nennt man auch

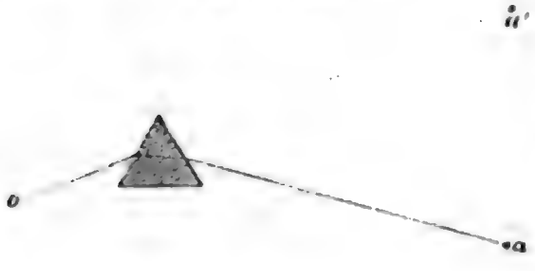
Fig. 472.

das Prisma ſelbſt rechtwinklig, gleichſchenklig oder gleichſeitig.

Gewöhnlich befeſtigt man die Prismen auf einem meſſingenen Statif, Fig. 472. Indem man das Stäbchen *t* in der Röhre, in der es ſteckt, auf- und niederſchiebt, kann man das Prisma höher oder tiefer ſtellen, und mittelſt des Charniers bei *g* kann man ihm jede beliebige Stellung geben.

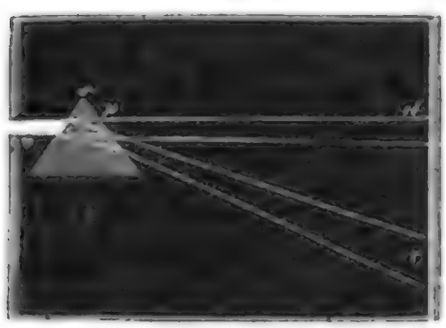
Hält man ein Prisma ſo, daß die brechende Kante nach oben gerichtet iſt, ſo beobachtet man beim Hindurchſehen zwei merkwürdige Erſcheinungen: erſtens erſcheinen alle Gegenſtände bedeutend von dem Orte, den ſie wirklich einnehmen, verrückt, und zwar ſcheinen ſie gehoben, das Auge *o*, Fig. 473, erblickt durch das Prisma den Gegenſtand *a* in *a'*; zweitens aber ſcheinen ſie mit farbigen Rändern. Wäre die brechende Kante nach unten gerichtet geweſen, ſo würden alle Gegenſtände, durch das Prisma geſehen, nach unten verrückt erſcheinen. Ein vertikales Prisma verrückt die Gegenſtände nach der rechten oder linken Seite, je nachdem die brechende Kante auf der rechten oder linken Seite ſich befindet. Wenn man die Verſuche auf dieſe Weiſe abändert, ſo überzeugt man ſich leicht, daß alle Gegenſtände, durch das Prisma betrachtet, nach der Seite der brechenden Kante hin verrückt erſcheinen.

Fig. 473



Wenn ein Sonnenſtrahl durch eine feine Oeffnung in der Richtung *r d* in ein dunkles Zimmer tritt, und man ihn durch ein Prisma auffängt, ſo beobachtet man ebenfalls eine Ablenkung und eine Färbung. Das Prisma habe eine horizontale Stellung, und ſeine brechende Kante ſey nach oben gerichtet, ſo erblickt man ſtatt des weißen runden Sonnenbildchens, welches ohne das Prisma bei *d* erſchienen wäre, ein ovales mit den Regenbogenfarben gefärbtes Bild, das Sonnenſpectrum, in *r*. Wäre die brechende Kante nach unten gerichtet, ſo würde das farbige Sonnenbild über *d* erſchienen ſeyn. Durch ein vertikales Prisma wird, je nach ſeiner Stellung, das Sonnenbild rechts oder links abgelenkt.

Fig. 474.

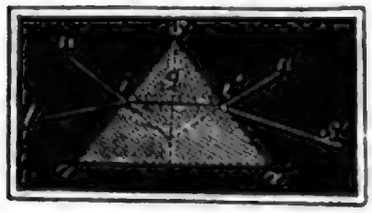


Die eben angedeuteten Farbenerſcheinungen werden wir ſpäter betrachten und uns vor der Hand nur mit der Ablenkung beſchäftigen.

Richtung der Strahlen im Prisma und Bedingungen ihres Austritts. 174 Da der Einfallswinkel und der Brechungswinkel stets in einer Ebene liegen, so ist klar, daß alle einfallenden Strahlen, welche in der Ebene eines Hauptschnitts, also in einer Ebene liegen, welche auf der brechenden Kante rechtwinklig steht, durch das Prisma hindurchgehen, ohne diese Ebene zu verlassen; um also den Gang dieser Strahlen zu verfolgen, haben wir nur die Richtungsänderung in der Ebene dieses Hauptschnitts zu betrachten.

Es sey as, Fig. 475, die erste, $a's$ die zweite Fläche eines Glasprismas; li sey der einfallende, ii' der gebrochene, $i's'$ der aus dem Prisma austretende Strahl. Beim Uebergange aus Luft in Glas wird der einfallende Strahl gebrochen und dem Einfallslothe in genähert; an der zweiten Fläche angekommen, wird er von neuem gebrochen, beim Uebergang in die Luft aber von dem Einfallslothe $i'n'$ entfernt.

Fig. 475.



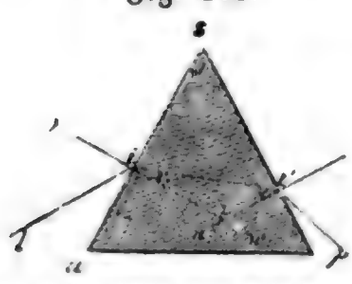
Man sieht wohl ein, daß die Richtung des austretenden Strahls $i's'$ vom Brechungsexponenten des Glases in Beziehung auf Luft von der Größe des brechenden Winkels des Prismas und von dem Einfallswinkel an der ersten Fläche abhängt.

Wir wissen, daß ein Lichtstrahl, welcher sich in einem Mittel fortpflanzt, welches stärker brechend ist als Luft, nicht immer in die Luft austreten kann, und daß eine totale Reflexion stattfindet, wenn der Winkel, den der Strahl mit dem Einfallslothe macht, größer ist als der Gränzwinkel; wir wollen nun untersuchen, unter welchen Umständen der Austritt aus einem Prisma stattfinden kann.

Es sey v der Werth des Gränzwinkels (für Glas, dessen Brechungsexponent $= 1{,}533$, ist $v = 40^0\,43'$) und g der brechende Winkel des Prismas.

Denken wir uns nun in i, d. h. da, wo ein Strahl in das Prisma eintritt, und in i', da, wo er die zweite Fläche trifft, die Einfallslothe errichtet, so machen diese Einfallslothe einen Winkel z mit einander; es ist aber $z = 180^0 - g$. Bezeichnen wir mit x und y die Winkel, welche der gebrochene Strahl ii' mit den in i und i' errichteten Einfallslothen macht, so sieht man leicht, daß x, y und z die drei Winkel eines Dreiecks sind, daß er also $y = 180^0 - x - z$; setzt man für z seinen Werth $180 - g$, so kommt

Fig. 476.



$$y = g - x.$$

Ein Austritt des Strahls ist möglich, so lange y kleiner ist als der Gränzwinkel v. Wenn g gegeben ist, so kann man leicht ermitteln, bis zu wel-

cher Größe x abnehmen darf, wenn noch ein Austritt möglich seyn soll. Da v der größte Werth ist, den y haben darf, wenn noch ein Austritt stattfinden soll, so hat man in der letzten Gleichung nur $y = v$ zu setzen, um den Gränzwerth von x zu erhalten. Man findet auf diese Weise

$$x = g - v,$$

sobald der Strahl li das Prisma so trifft, daß der Brechungswinkel x kleiner ist als der eben angegebene Werth, so ist kein Austritt möglich, denn alsdann wird y größer als v.

Wenn $g = 2v$, so erhält man für den Gränzwerth von x den Werth $x = v$; da der Brechungswinkel x aber immer kleiner ist als der Gränzwinkel v, so ist bei einem solchen Prisma der Austritt der Strahlen nie möglich; ebenso wenig ist dieser Austritt möglich, wenn der brechende Winkel des Prismas den doppelten Werth des Gränzwinkels v noch übersteigt.

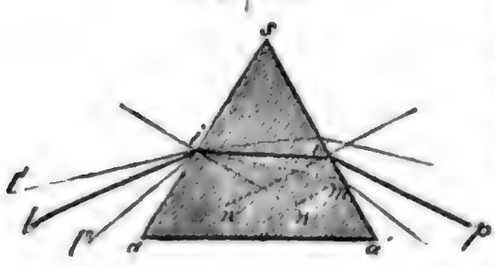
Je mehr nun der brechende Winkel g des Prismas abnimmt, desto kleiner wird auch der Gränzwerth von x, für welchen noch ein Austritt möglich ist, desto mehr darf also auch der einfallende Strahl li sich dem Einfallslothe nähern. Wenn $g = v$, so ist der Gränzwerth für x gleich Null, es können also alle Strahlen austreten, welche in einer Richtung li einfallen, die innerhalb des Winkels oia liegt. Wenn $g < v$, so können auch noch solche Strahlen austreten, deren Eintrittsrichtung in den Winkel ois fällt.

175 **Von dem Minimum der durch ein Prisma hervorgebrachten Ablenkung.** Wenn ein Lichtstrahl so durch ein Prisma geht, daß er mit den beiden Flächen gleiche Winkel macht, so ist die Totalablenkung, welche der Strahl durch das Prisma erleidet, kleiner als bei jeder andern Lage des gebrochenen Strahls.

Von der Wahrheit dieses wichtigen Satzes kann man sich leicht überzeugen. Der Strahl li, Fig. 477, sey so gebrochen, daß der gebrochene Strahl ii' gleiche Winkel mit den Flächen sa und sa' macht, so ist auch der Brechungswinkel nii' gleich dem Winkel $n'i'i = x$, und die Ablenkung d, die der Strahl bei i erfährt, ist gleich der Ablenkung bei i', folglich ist die totale Ablenkung, d. h. der Winkel, welchen der einfallende Strahl li mit dem austretenden $i'p$ macht,

$$D = 2d.$$

Fig. 477.



Wenn nun die Richtung des einfallenden Strahls verändert wird, wenn er etwa in der Richtung $l'i$ einfiele, so würde der gebrochene Strahl die Richtung im haben, der Brechungswinkel nim wäre also jetzt kleiner als x, während der Winkel den im mit dem in m errichteten Einfallslothe

macht, um eben so viel größer ist als x, die Ablenkung bei i hat also abgenommen, auf der andern Seite aber hat sie zugenommen. Bezeichnen wir die Abnahme der Ablenkung bei i mit α, so ist jetzt hier die Ablenkung $d - \alpha$. Nach der auf Seite 389 angestellten Betrachtung muß aber die Ablenkung bei m um mehr als α zugenommen haben, wir können also die bei m stattfindende Ablenkung mit $d + \alpha + \beta$ bezeichnen. Die Totalablenkung D' ist aber die Summe der an beiden Flächen stattfindenden Ablenkungen, also

$$D' = d - \alpha + d + \alpha + \beta$$

oder

$$D' = 2d + \beta,$$

sie ist also größer als die Ablenkung D.

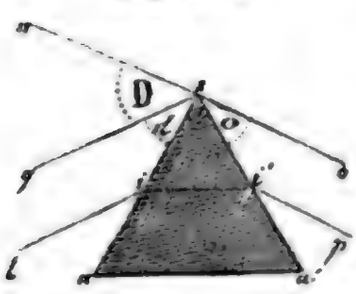
Hätte der einfallende Strahl die Richtung $l''i$ gehabt, so wäre die Ablenkung an der ersten Fläche größer als d, an der zweiten kleiner als d geworden, die Zunahme der Ablenkung an der ersten Fläche ist aber bedeutender als die Abnahme an der zweiten, folglich ist auch in diesem Falle die Totalablenkung größer als bei symmetrischem Durchgange des Strahls.

Wenn man durch ein Prisma das Bild eines Gegenstandes betrachtet, so kann man durch Drehung des Prismas leicht die Stellung ausmitteln, für welche die Ablenkung ein Minimum ist; hat man das Prisma so gestellt, so macht auch der gebrochene Strahl im Prisma gleiche Winkel mit den Seitenflächen, oder mit anderen Worten, er steht rechtwinklig auf der Halbirungslinie des brechenden Winkels.

Kennt man den brechenden Winkel g eines Prismas und das Minimum der Ablenkung, welches durch dasselbe hervorgebracht wird, so reichen diese Data hin, um den Brechungsexponenten des Stoffes zu bestimmen, aus welchem das Prisma gemacht ist.

In Fig. 478 sey $lii'p$ ein Lichtstrahl, welcher das Prisma symmetrisch durchläuft, so ist der Winkel d, den li mit as macht, gleich dem Winkel $a'i'p = 90^0 - a$, wenn mit a der Einfallswinkel bezeichnet wird. Denken wir uns nun durch die Spitze s des Prismas no parallel mit dem austretenden und qs parallel mit dem eintretenden Strahle gezogen, so ist qsn der Ablenkungswinkel D. Nun aber ist

Fig. 478.



$$D = 180 - d - g - c,$$

ferner ist $d = c = 90^0 - a$, also

$$D = 2a - g$$

und daraus

$$a = \frac{D + g}{2}.$$

In der vorigen Nummer haben wir geſehen, daß

$$x + y = g,$$

wenn x und y die Winkel bezeichnen, welche der gebrochene Strahl mit den auf der Eintritts- und Austrittsfläche errichteten Einfallslothen macht. In unſerm Falle iſt aber $x = y$, folglich $x = \frac{g}{2}$. Der Brechungsexponent n wird bekanntlich gefunden, wenn man den Sinus des Einfallswinkels durch den Sinus des Brechungswinkels dividirt, es iſt alſo

$$n = \frac{sin.\ a}{sin.\ x},$$

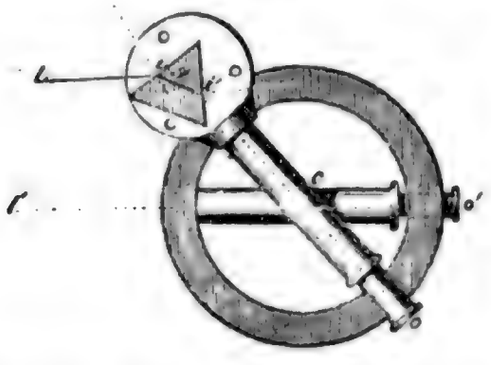
und wenn man für a und x die eben ermittelten Werthe ſetzt,

$$n = \frac{sin.\ \frac{D+g}{2}}{sin.\ \frac{g}{2}}.$$

Nach dieſer wichtigen Formel kann man alſo ſtets den Brechungsexponenten n für ein Prisma berechnen, wenn man das Minimum der Ablenkung beobachtet hat, welche es hervorbringt, und wenn ſein brechender Winkel g gemeſſen worden iſt.

176 **Beſtimmung des Brechungsexponenten feſter und flüſſiger Körper.** Um den Brechungsexponenten feſter Körper zu finden, muß man, wie wir eben geſehen haben, ein Prisma aus demſelben verfertigen. Den brechenden Winkel dieſes Prismas kann man mit Hülfe eines Goniometers, das Minimum der Ablenkung aber auf folgende Weiſe finden. Das Prisma wird vertikal auf eine kleine Platte geſetzt, welche vor dem Objectiv eines Theodolithfernrohrs befeſtigt iſt, wie man dies Fig. 479 ſieht.

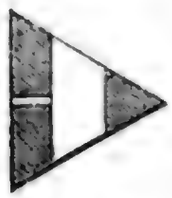
Fig. 479.



Man kann nun leicht das Fernrohr ſo drehen, daß man in der Richtung $i'o$ das Bild eines entfernten Viſirpunktes erblickt, welcher ſeine Strahlen in der Richtung li auf das Prisma ſendet. Sieht man einmal durch das Fernrohr das gebrochene Bild des Viſirpunktes, ſo kann man leicht das Prisma um ſeine vertikale Axe etwas drehen, da die Platte, auf der es ſteht, um eine vertikale Axe drehbar ſeyn muß. Durch eine ſolche Drehung des Prismas ändert ſich aber auch die Lage des Bildes, man kann ihm aber leicht durch gehörige Drehung des Fernrohrs folgen. Nach wenigen Verſuchen findet man auf dieſe Weiſe leicht die Lage, in welcher das Prisma die kleinſte Ablenkung hervorbringt.

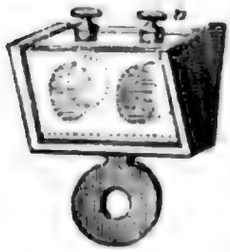
Nun nimmt man das Prisma weg, richtet das Fernrohr direct auf den Visirpunkt und lies't dann auf dem getheilten Kreise den Winkel ab, welchen die beiden Lagen des Fernrohrs oi' und $o'l'$ mit einander machen. Dieser Winkel ist offenbar das Minimum der durch das Prisma hervorgebrachten Ablenkung.

Fig. 480.



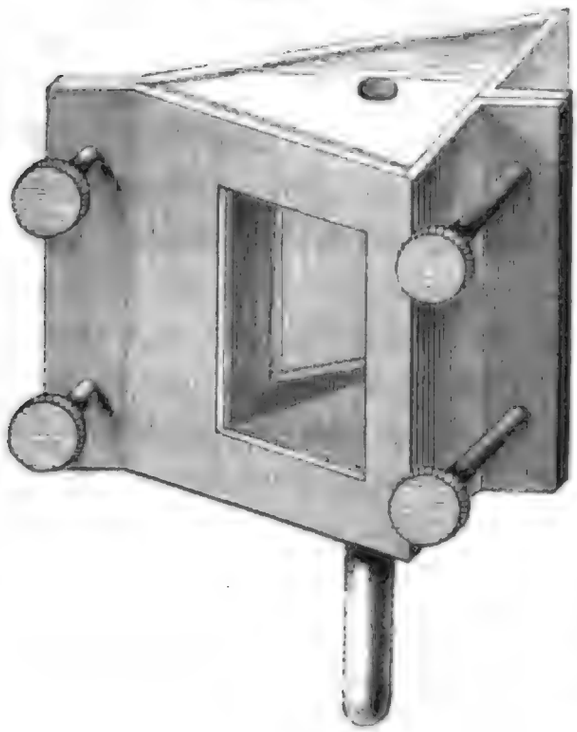
Für Flüssigkeiten bedient man sich genau desselben Verfahrens; um ihnen aber die Gestalt eines Prismas zu geben, verfährt man so: Man bohrt durch zwei Flächen eines Glasprismas ein Loch, wie man Fig. 480 sieht, und dann ein kleineres, von der Basis des Prismas bis auf diese Höhlung. Auf die beiden Flächen, durch welche die Oeffnung geht, werden dann Platten von geschliffenem Spiegelglas aufgelegt und durch eine Messingfassung gehörig festgehalten. Das so gebildete Hohlprisma wird dann durch die kleine Oeffnung mit der Flüssigkeit gefüllt. Fig. 481 stellt ein solches Prisma dar, in welchem sich zwei Hohlprismen neben einander befinden. Die kleinen Seitenöffnungen werden nach der Füllung der Prismen durch eingeriebene Stöpsel verschlossen.

Fig. 481.



Eine andere Form des Hohlprismas ist Fig. 482 dargestellt. Ein dreiseitiges Prisma von Messing (besser wäre Glas, damit man auch Säuren einfüllen kann) ist durchbohrt, wie man es Fig. 482 sieht. Die Oeffnung ist entweder viereckig, wie sie die Figur zeigt, oder sie ist rund; letzteres ist für kleinere Prismen besser. Auf den beiden Seiten, welche die brechenden Flächen des Prismas bilden, sind Platten von Spiegelglas aufgelegt, welche durch Hülsen von Messingblech mit Hülfe von 4 Schrauben auf die Flächen des Hohlprismas aufgepreßt werden. Oben ist eine Oeffnung, durch welche die Flüssigkeit eingefüllt und welche selbst durch einen Stöpsel verschlossen werden kann. An kleineren Prismen ist an jeder Seite nur eine Schraube angebracht.

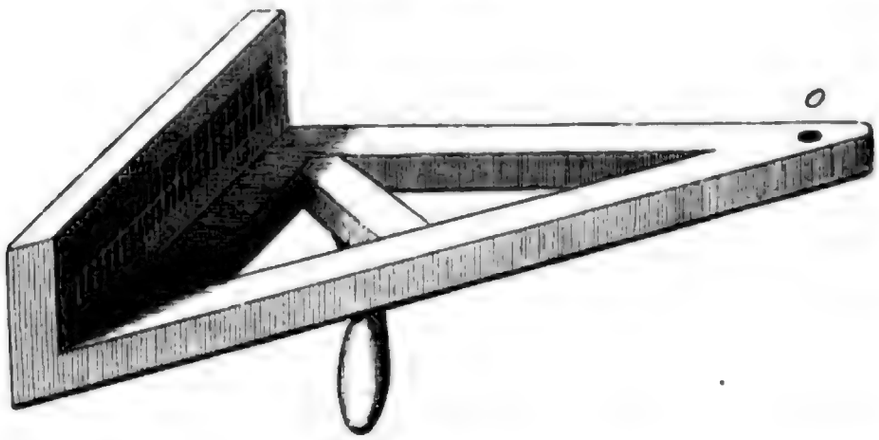
Fig. 482.



Das oben angegebene Meſſungsverfahren, durch welches das Minimum der Ablenkung eines Prismas ermittelt wird, giebt den Werth des Ablenkungswinkels mit großer Genauigkeit; in vielen Fällen aber, in welchen es genügt, den Brechungsexponenten bis auf zwei, vielleicht auch drei Decimalſtellen genau zu haben, iſt dies Verfahren doch etwas umſtändlich und es erfordert doch auch ſchon ziemlich koſtbare Apparate.

In ſolchen Fällen läßt ſich der Apparat Fig. 483 mit Vortheil an-

Fig. 483.



wenden. Er beſteht aus einem hölzernen Dreiecke, an welchem unten ein Griff befeſtigt iſt, ſo daß man es wie einen Spiegelſextanten bequem horizontal halten kann. An einer Seite des rechten Winkels ſteht ein Brettchen vertikal, und auf dieſem befindet ſich eine Theilung. Bei *o* befindet ſich ein Loch, und ein von demſelben auf das vertikale Brettchen gefälltes Perpendikel trifft den Nullpunkt der Theilung. In dieſes Loch wird nun das Prisma eingeſetzt; für Flüſſigkeiten ein kleines Hohlprisma von der Art wie Fig. 482.

Wenn das Hohlprisma bis zur Hälfte mit einer Flüſſigkeit gefüllt iſt, ſo erblickt man durch den unteren Theil deſſelben das gebrochene, nach der linken Seite hin verſchobene Bild des Nullpunktes der Scala, während man durch den oberen Theil die Scala direct ſieht. Die Stelle, an welcher das gebrochene Bild des Nullpunktes erſcheint, iſt veränderlich, je nachdem man das Prisma um ſeine vertikale Axe etwas mehr nach der einen oder der andern Seite dreht, es läßt ſich aber durch ein ſolches Drehen ſtets leicht eine Stellung des Prismas ausfindig machen, für welche die Ablenkung ein Minimum iſt. Wenn z. B. Waſſer in das Prisma gefüllt worden iſt, ſo giebt es eine beſtimmte Stellung, für welche das Bild des Nullpunktes mit dem durch den oberen Theil des Prismas geſehenen 58. Theilſtriche zuſammenfällt, für jede andere Stellung des Prismas wird das Bild des Nullpunktes noch weiter abgelenkt erſcheinen.

Wenn das Prisma ſo geſtellt iſt, daß das Bild des Pfeiles ein Mini-

mum von Ablenkung erfährt, so läßt sich der Brechungsexponent der Flüssigkeit im Prisma leicht aus dem beobachteten Ablenkungswinkel und dem brechenden Winkel des Prismas berechnen.

Der brechende Winkel des Prismas ist für unser Instrument 45°.

Der Ablenkungswinkel ergiebt sich aus der Beobachtung des Theilstriches, mit welchem das Bild des Nullpunktes zusammenfällt; man hat nämlich nur die Zahl dieses Theilstriches durch die Entfernung des Prismas von der Scala zu dividiren, um die Tangente des Ablenkungswinkels zu finden. Die Entfernung des Prismas von der Scala beträgt in unserm Instrumente 200^{mm}, und wenn das Prisma mit Wasser gefüllt ist, so erscheint das Bild des Pfeiles um 58^{mm} nach der Linken gerückt, die Tangente des Ablenkungswinkels ist also in diesem Falle

$$\frac{58}{200} = 0{,}29.$$

Der Ablenkungswinkel selbst ist also in diesem Fall 16° 10′ 20″.

Den Brechungsexponenten der zu untersuchenden Flüssigkeit berechnet man nun nach der Formel

$$n = \frac{sin.\ \frac{D+g}{2}}{sin.\ \frac{g}{2}},$$

in welcher g den brechenden Winkel des Prismas und D das Minimum des Ablenkungswinkels bezeichnet; für unser Instrument ist $g = 45$ und bei dem eben besprochenen Beispiele $D = 16° 10′ 20″$.

Um die jedesmalige Berechnung der Brechungsexponenten zu ersparen, sind in der folgenden Tabelle die Brechungsexponenten zusammengestellt, welche den einzelnen Theilstrichen der Scala von 10 zu 10 entsprechen:

Scalentheile.	Entsprechende Brechungsexponenten.	Differenzen des Brechungsexponenten für einen Scalentheil.
50	1,2875	
		0,00525
60	1,3400	
		0,00504
70	1,3904	
		0,00481
80	1,4385	
		0,00459
90	1,4844	
		0,00435
100	1,5279	
		0,00411
110	1,5690	
		0,00385
120	1,6081	
		0,00368
130	1,6449	
		0,00347
140	1,6796	
		0,00325
150	1,7121	
		0,00309
160	1,7430	
		0,00292
170	1,7715	
		0,00270
180	1,7985	
		0,00255
190	1,8240	
		0,00232
200	1,8572	

Erſchiene z. B. für eine beſtimmte Flüſſigkeit beim Minimum der Ablenkung das Bild des Nullpunktes beim Theilſtriche 80, ſo wäre der Brechungsexponent dieſer Flüſſigkeit 1,4385.

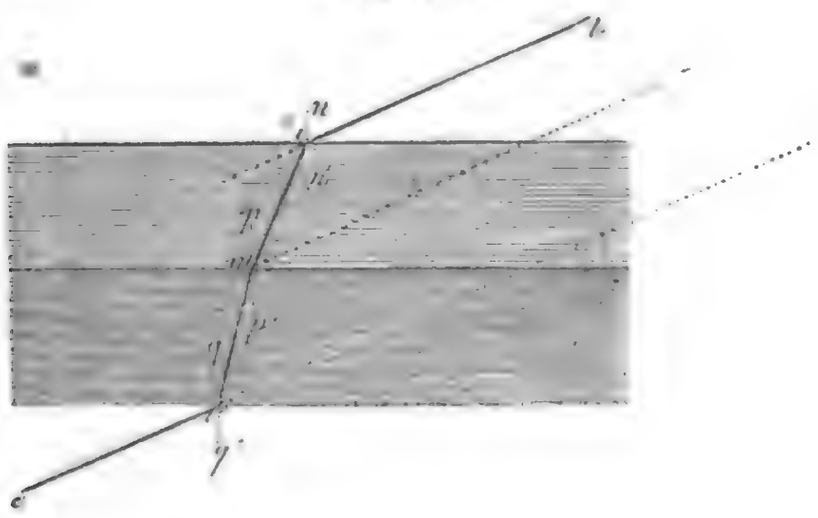
Um auch leicht die Brechungsexponenten für die Zwiſchenabtheilungen der Scala finden zu können, ſind in der letzten Columne der Tabelle die Differenzen der Brechungsexponenten angegeben, welche den einzelnen Theilſtrichen entſprechen. Hätte man z. B. den Nullpunkt beim Theilſtriche 113 beobachtet, ſo hätte man zu dem Brechungsexponenten, welcher dem Theilſtriche 110 entſpricht, alſo zu 1,5690 noch dreimal die Differenz 0,00385 zu addiren, der Brechungsexponent, welcher dem Theilſtriche 113 entſpricht, iſt alſo $1{,}5690 + 0{,}00385 \times 3 = 1{,}5690 + 0{,}01155 = 1{,}58055$.

Da der Brechungsexponent für verſchiedene Farben nicht gleich iſt, ſo muß man, um genaue Reſultate zu erhalten, den Brechungsexponenten für irgend eine beſtimmte Farbe ermitteln, und dies geſchieht am beſten, wenn man durch farbige, etwa durch rothe, Gläſer beobachtet.

Die Zahlen der Tabelle auf S. 386 beziehen ſich auf den Fall, daß die Lichtſtrahlen aus dem leeren Raume in die fraglichen Mittel übergehen; wenn aber ein Strahl z. B. aus Waſſer in Glas überginge, ſo iſt klar, daß für dieſen Fall der Brechungsexponent ein anderer ſeyn wird, als wenn der Strahl aus dem leeren Raume in Glas überginge. Es ſey n der Brechungsexponent für den Uebergang aus dem leeren Raume in Glas, n' für den Uebergang aus dem leeren Raume in Waſſer, ſo iſt $\frac{n}{n'}$ der Brechungsexponent für den Uebergang aus Waſſer in Glas.

Um dies zu beweiſen, braucht man nur zwei parallele Platten auf einander zu legen, und man wird finden, daß der austretende Strahl $e\,i'$ dem eintretenden immer parallel iſt. Wenn nun n und n' die Brechungs-

Fig. 484.



exponenten des ersten und des zweiten Mittels für den leeren Raum sind, so hat man

$$\frac{\sin. a}{\sin. b} = n \text{ und } \frac{\sin. a'}{\sin. b'} = \frac{1}{n'},$$

wenn a = Winkel $l\ i\ n$,
b = Winkel $m\ i\ n' = i\ m\ p$,
a' = Winkel $m\ i'\ q = i'\ m\ p'$,
b' = Winkel $e\ i'\ q'$ ist.

Da nun aber $a = b'$, so folgt

$$\frac{\sin. a'}{\sin. b} = \frac{n}{n'}.$$

Es geht daraus hervor, daß, wenn ein Lichtstrahl eine ganze Reihe von parallelen Platten durchläuft, doch endlich wieder parallel mit seiner ursprünglichen Richtung austreten wird.

Vom Brechungsvermögen und der brechenden Kraft. Man ist 177
übereingekommen, das um die Einheit verminderte Quadrat des Brechungsexponenten, also den Werth $n^2 - 1$, die brechende Kraft, den Quotienten aber, welchen man erhält, wenn man die brechende Kraft eines Körpers mit seiner Dichtigkeit dividirt, also $\frac{n^2 - 1}{d}$, sein Brechungsvermögen zu nennen.

Diese Definitionen sind nicht ganz willkürlich, wie es auf den ersten Blick wohl scheinen möchte. Die brechende Kraft ist nach der Emissionstheorie der Zuwachs, welchen das Quadrat der Geschwindigkeit des Lichts beim Uebergange aus dem leeren Raume in einen brechenden Körper erleidet, denn nach dieser Theorie nimmt die Geschwindigkeit des Lichts beim Uebergange in stärker brechende Mittel zu.

Man kann die brechende Kraft eines Körpers auf absolute und relative Weise bestimmen; so sind z. B. 1,326 und 0,785 die absoluten brechenden Kräfte oder die Werthe von $n^2 - 1$ für Glas und Wasser; dividirt man aber die erstere Zahl durch die zweite, so erhält man 1,690, welches die relativ brechende Kraft des Glases zu der des Wassers ist.

Das Brechungsvermögen, also der Werth von $\frac{n^2 - 1}{d}$ ist für Glas 0,533, für Wasser 0,785; das Brechungsvermögen des Glases auf das des Wassers bezogen ist aber $\frac{0{,}533}{0{,}785} = 0{,}679$.

Wenn ein Körper sich ausdehnt oder verdichtet, so ändert sich sowohl sein Brechungsexponent, als auch seine Dichtigkeit, sein Brechungsvermögen scheint aber constant zu bleiben, so lange der Körper nicht in den gasförmigen Zustand übergeht.

178 **Bestimmung des Brechungsexponenten für Gase.** Um den Brechungsexponenten der Luft zu finden, könnte man einen Lichtstrahl aus dem leeren Raume in ein Luftprisma von bekanntem brechenden Winkel übergehen lassen; der umgekehrte Versuch aber, nämlich den Strahl aus der umgebenden Luft in ein luftleeres Prisma treten zu lassen, ist weit leichter anzustellen.

Arago und Biot wandten ein Glasprisma an, wie es Fig. 485, von oben gesehen, dargestellt ist. Es besteht aus einer Glasröhre $t\,t'$, welche 20 bis 30 Centimeter lang ist und 4 bis 5 Centimeter im Durchmesser hat. Die beiden Enden der Röhre sind nach den Richtungen $t\,f$ und $t'f'$ schräg abgeschliffen und durch Glasplatten, deren Flächen genau parallel sind, hermetisch verschlossen. Der Winkel, welchen diese beiden Platten mit einander machen, also der brechende Winkel des Prismas, muß wegen der schwachen Brechung des Lichts in den Gasen sehr groß seyn. An dem von Biot und Arago angewandten Apparate betrug dieser Winkel 143° 7′ 28″. In der Mitte der Länge der Röhre und parallel mit den Flächen des Prismas sind zwei einander entgegengesetzte Oeffnungen angebracht, um nach Belieben mittelst einer Luftpumpe das Prisma luftleer zu machen, oder ein Gas einzuführen, welches man dem Versuche unterwerfen will. In diesen beiden Oeffnungen sind Röhrchen eingekittet, welche auf passende Weise mit Hähnen versehen sind und die mit einem Barometer communiciren, welches in jedem Augenblicke den Druck des inneren Gases angiebt.

Fig. 485.

Nehmen wir an, das Prisma sey luftleer, die brechende Kante sey vertikal und das Ganze so aufgestellt, daß man nach einem entfernten Punkte visiren kann. Ein Beobachter in o sieht dann in der Richtung $o\,l$ den Visirpunkt direct, in der Richtung $o\,e$ aber das gebrochene Bild desselben. Der Winkel $l\,o\,e$ muß nun mit großer Genauigkeit gemessen werden, da er höchstens 5 bis 6 Minuten beträgt. Ist dieser Winkel und der brechende Winkel des Prismas bekannt, so kann man nach der obigen Formel den Brechungsexponenten berechnen, wenn man dem Prisma eine solche Stellung gegeben hatte, daß die Ablenkung ein Minimum ist; es sind jedoch noch einige Correctionen wegen der noch im Prisma zurückgebliebenen Luft und wegen des unvollkommenen Parallelismus der Flächen der Glasplatten anzubringen.

Durch oft wiederholte genaue Versuche haben Arago und Biot gefunden, daß für den Uebergang des Strahls aus dem absolut leeren

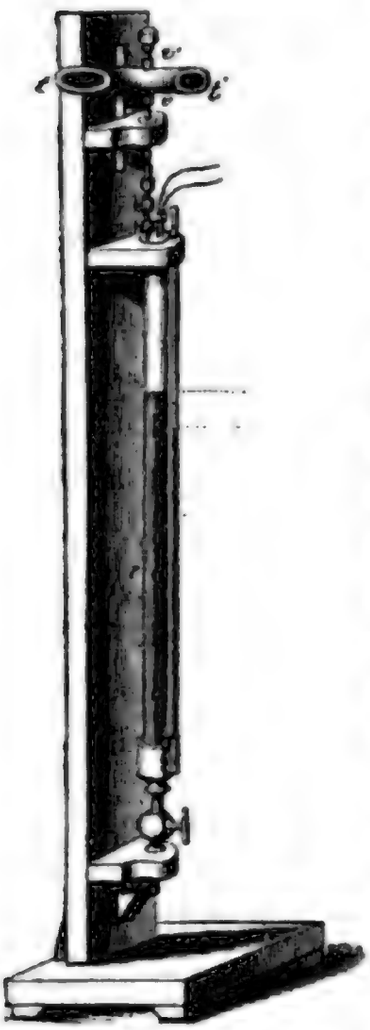
Raume in Luft von 0° und unter einem Drucke von 760 Millimetern der Brechungsexponent

1,000294,

und daß also die brechende Kraft der Luft 0,000588 ist. Dies Resultat stimmt genau mit dem überein, welches Delambre aus der astronomischen Refraction abgeleitet hat.

Ist einmal der Brechungsexponent der Luft bekannt, so füllt man das Prisma mit den zu untersuchenden Gasen, beobachtet die Ablenkung und leitet dann aus dieser Beobachtung ihren Brechungsexponenten ab. Arago und Biot haben diese Versuche mit Sauerstoff, Wasserstoff, Stickstoff, Ammoniak, Kohlensäure und Chlorwasserstoffsäure angestellt und haben gefunden, daß die brechende Kraft der Gase ihrer Dichtigkeit proportinal ist oder, was dasselbe ist, daß das Brechungsvermögen eines Gases constant bleibt, wie sich auch der Druck und die Temperatur ändern möge. Dies gilt auch noch für gemischte Gase, d. h. die brechende Kraft einer solchen Mischung ist die Summe der brechenden Kräfte der gemischten Elemente; wir werden jedoch sogleich sehen, daß dies nach den Untersuchungen von Dulong nicht mehr der Fall ist, wenn die Gase sich chemisch verbinden.

Fig. 486.



Dulong hatte sich hauptsächlich vorgesetzt, das Brechungsvermögen der Gase bei gleichem Drucke und bei gleicher Temperatur zu vergleichen. Ein sinnreicher Kunstgriff, den er anwandte, machte ihm möglich, seinen Resultaten eine wahrhaft bewundernswürdige Genauigkeit zu geben. Dieser Kunstgriff besteht darin, den Gasen eine solche Dichtigkeit zu geben, daß sie genau dieselbe Ablenkung hervorbringen. Zu diesem Zwecke wandte er ein dem vorigen ähnliches Prisma an, dessen brechender Winkel ungefähr 145° betrug, welches mit einem Reservoir *r*, Fig. 486, in Verbindung steht und welches man von der einen Seite her mittelst einer Luftpumpe luftleer machen und von der andern mit einem Gase füllen kann, dessen Druck sich nach Belieben ändern läßt. Zuerst füllt man das Prisma mit trockner Luft vom Drucke und der Temperatur der umgebenden Atmosphäre. Mit einem guten in einiger Entfernung aufgestellten Fernrohre visirt man nun nach dem durch

das Prisma gebrochenen Bilde eines entfernten Viſirpunktes; iſt dies geſchehen, ſo wird das Fernrohr in dieſer Stellung befeſtigt, das Prisma, ohne es zu verrücken, luftleer gemacht und dann ein anderes Gas, etwa Kohlenſäure, eingefüllt. Indem man nun den Druck dieſes Gaſes variirt, kann man es leicht dahin bringen, daß das Bild des Viſirpunktes wieder im Fadenkreuze des Fernrohrs einſteht. Die Temperatur iſt dieſelbe geblieben; der Druck der Kohlenſäure im Prisma mag aber z. B. 498^{mm} betragen. Da die Kohlenſäure unter dieſem Drucke das Licht ebenſo ſtark ablenkt, wie die Luft unter einem Drucke von 760^{mm}, ſo iſt klar, daß ſie unter dieſen Umſtänden denſelben Brechungsexponenten und dieſelbe brechende Kraft hat wie die Luft; da aber die brechende Kraft der Dichtigkeit proportional iſt, ſo hat man

$$498 : 760 = 1 : x,$$

woraus $x = 1{,}526$ folgt, was der Werth der brechenden Kraft der Kohlenſäure für einen Druck von 760^{mm} und die Temperatur der umgebenden Luft iſt.

Durch ſolche Verſuche erhält man die brechende Kraft der Gaſe mit der der Luft verglichen. Die von Dulong erhaltenen Reſultate ſind in folgender Tabelle zuſammengeſtellt.

Namen der Gaſe.	Brechende Kraft im Vergleich mit der der Luft.	Abſolute brechende Kraft.	Brechungsexponenten.
Atmoſphäriſche Luft	1,000	0,000589	1,000294
Sauerſtoff	0,924	0,000544	1,000272
Waſſerſtoff	0,470	0,000277	1,000138
Stickſtoff	1,020	0,000601	1,000300
Ammoniakgas	1,309	0,000771	1,000385
Kohlenſäure	1,526	0,000899	1,000449
Chlor	2,623	0,001545	1,000772
Chlorwaſſerſtoffſäure	1,527	0,000899	1,000449
Stickoxydgas	1,710	0,001007	1,000503
Salpetergas	1,030	0,000606	1,000303
Kohlenoxydgas	1,157	0,000681	1,000340
Cyangas	2,832	0,001668	1,000834
Oelbildendes Gas	2,302	0,001356	1,000678
Sumpfgas	1,504	0,000886	1,000443

Namen der Gase.	Brechende Kraft im Vergleich mit der der Luft.	Absolute brechende Kraft.	Brechungsexponenten.
Salzsäureäther	3,720	0,002191	1,001095
Cyanwasserstoffsäure	1,531	0,000903	1,000451
Schweflige Säure	2,260	0,001331	1,000665
Schwefelwasserstoffgas	2,187	0,001288	1,000644
Schwefelätherdampf	5,197	0,003061	1,00153
Schwefelkohlenstoffdampf . . .	5,110	0,003010	1,00150
Phosphorwasserstoffgas	2,682	0,001579	1,000789

Die Zahlen der ersten Columne sind das directe Resultat der Beobachtung; multiplicirt man sie mit 0,000589, welches die absolute brechende Kraft der Luft ist, so erhält man die Zahlen der zweiten Columne oder $n^2 - 1$; um daraus nun die Brechungsexponenten zu erhalten, hat man 1 zu addiren und dann die Quadratwurzel auszuziehen.

Aus der Vergleichung dieser Zahlen lassen sich folgende Resultate ziehen:

1) Zwischen der Dichtigkeit und der brechenden Kraft eines Gases und den entsprechenden Größen eines andern findet keine Beziehung Statt.

2) Die brechende Kraft einer Mischung ist die Summe der brechenden Kräfte der gemischten Elemente. Die Luft besteht z. B. aus 0,21 Sauerstoff und 0,97 Stickstoff; multiplicirt man nun die brechende Kraft des Sauerstoffs 0,924 mit 0,21, die des Stickstoffs 1,020 mit 0,79, so erhält man die Producte 0,19404 und 0,80580, deren Summe 0,99984 in der That nur sehr wenig von 1 abweicht. Dulong hat auch mehrere Versuche mit künstlichen Mischungen gemacht, welche die Richtigkeit dieses Satzes bestätigten.

3) Wenn ein Gas eine chemische Verbindung ist, so ist seine brechende Kraft bald größer, bald kleiner als die Summe der brechenden Kräfte seiner Elemente, wie man aus der folgenden Tabelle ersieht.

Namen der Gase.	Brechende Kraft		Differenz.
	beobachtet	berechnet	
Ammoniak	1,309	1,216	+ 0,093
Stickstoffoxydgas	1,710	1,482	+ 0,228
Salpetergas	1,030	0,972	+ 0,058
Wasserdampf	1,000	0,933	+ 0,067
	3,936	3,784	+ 0,015
Salzsäureäther	3,720	3,829	— 0,099
	1,521	1,651	— 0,130
Kohlensäure	1,526	1,629	— 0,093
Chlorwasserstoffsäure	1,527	1,547	— 0,020

wobei die brechende Kraft der Luft zur Einheit genommen ist.

Die Differenzen zwischen der beobachteten und der berechneten brechenden Kraft sind zu groß, als daß sie von Beobachtungsfehlern herrühren könnten.

4) Das Brechungsvermögen einer Substanz im flüssigen Zustande ist größer als das Brechungsvermögen desselben Körpers, wenn er sich im gasförmigen Zustande befindet. In der That ist das Brechungsvermögen des Schwefelkohlenstoffdampfes, bezogen auf Luft, gleich $\frac{5,110}{2,644} = 1,932$, denn 2,644 ist die Dichtigkeit des Schwefelkohlenstoffdampfes. Der flüssige Schwefelkohlenstoff hat eine Dichtigkeit 1,263 und einen Brechungsexponenten 1,678, seine absolute brechende Kraft ist also 1,816, sein absolutes Brechungsvermögen 1,438. Da aber die Luft eine absolute brechende Kraft 0,000588 und im Verhältniß zum Wasser eine Dichtigkeit 0,001299 hat, so ist ihr absolutes Brechungsvermögen 0,453. Demnach ist die brechende Kraft des flüssigen Schwefelkohlenstoffs im Verhältniß zur Luft $\frac{1,438}{0,453} = 3,176$; das Brechungsvermögen des flüssigen Schwefelkohlenstoffs ist also größer als 3, das seines Dampfes kleiner als 2.

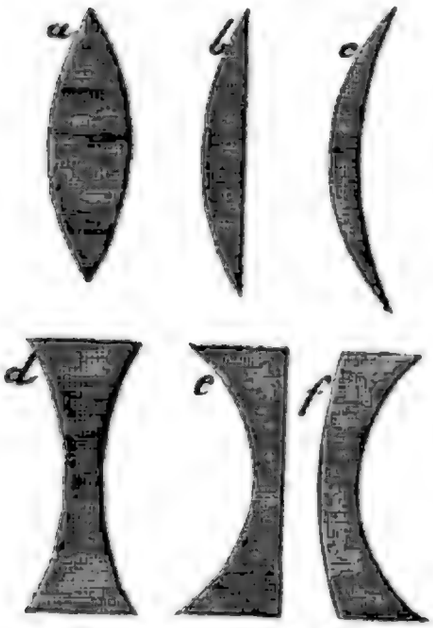
Linsen.

179 Allgemeine Eigenschaften der Linsen. Linsen nennt man durchsichtige Körper, welche die Eigenschaft haben, die Convergenz durchgehender Strahlen zu vergrößern oder zu verkleinern.

Wir beschäftigen uns hier nur mit sphärischen Linsen, d. h. mit solchen, deren Gränzflächen nur Stücke von Kugeloberflächen und Ebenen sind, weil diese allein zu optischen Instrumenten verwendet werden. Man hat außerdem noch elliptische, parabolische, cylindrische u. s. w. Linsen, welche analoge Erscheinungen zeigen wie die sphärischen.

Man unterscheidet 6 verschiedene Arten von Linsen, welche Fig. 487 im Durchschnitte dargestellt sind. *a* stellt eine biconvexe Linse dar, d. h. eine solche, die durch zwei nach außen gewölbte Kugelflächen begränzt ist. Die planconvexe Linse *b* ist durch eine ebene und eine convexe Fläche begränzt. Die concav-convexen Linsen, welche durch eine convexe und eine hohle Fläche begränzt sind, wie *c* und *f*, werden auch Menisken genannt; man unterscheidet zwei Arten derselben, je nachdem die Krümmung der hohlen Fläche geringer ist, wie bei *c*, oder stärker wie bei *f*. *d* stellt eine biconcave, *e* eine planconcave Linse vor.

Fig. 487.



Die drei ersteren, *a*, *b* und *c*, sind in der Mitte dicker als am Rande, und heißen Sammellinsen.

Die drei letzteren, *d*, *e* und *f*, welche in der Mitte dünner sind als am Rande, heißen Zerstreuungslinsen.

Die Axe einer Linse ist die gerade Linie, welche die Mittelpunkte der beiden Kugeloberflächen verbindet, durch welche die Linse gebildet wird. Bei den planconvexen und planconcaven Linsen ist die Axe das von dem Mittelpunkt der Krümmung auf die Ebene gefällte Perpendikel.

Um die wichtigsten Sätze über die Brechung des Lichts durch Linsen zu entwickeln, müssen wir noch einmal zu den Prismen zurückkehren und den Fall näher in's Auge fassen, daß der brechende Winkel des Prismas sehr klein ist.

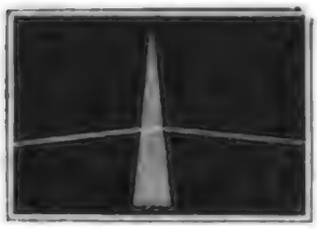
Für den Fall der kleinsten Ablenkung ist der Werth der Ablenkung

$$D = 2a - g,$$

wo a den Einfallswinkel und g den brechenden Winkel des Prismas bezeichnet. Wenn der Brechungswinkel des Prismas sehr klein ist, so trifft der im Fall der kleinsten Ablenkung einfallende Strahl die Einfallsebene sehr nahe rechtwinklig, wie man Fig. 488 (a. f. S.) sehen kann; der Einfallswinkel sowohl als der Brechungswinkel sind alsdann ebenfalls sehr klein. Der Sinus des Brechungswinkels x ist dem Sinus des Einfalls-

winkels a proportional, ſo lange aber x und a klein ſind, verhalten ſich die Sinus wie die Winkel ſelbſt, es iſt alſo $a = nx$, wenn mit n der Brechungsexponent der Subſtanz bezeichnet wird, aus welcher das Prisma verfertigt iſt; wir haben demnach

Fig. 488.



$$D = 2nx - g,$$

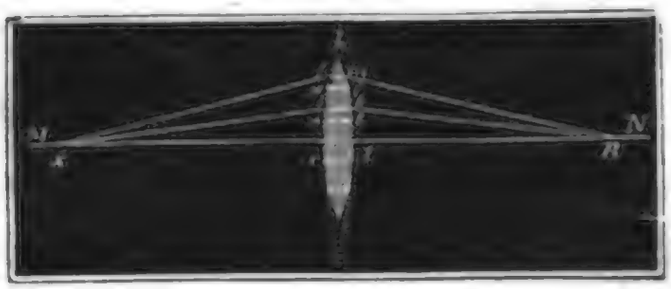
Nun iſt aber $x = \frac{g}{2}$, wie ſchon oben S. 394 gezeigt wurde, alſo

$$D = 2n\frac{g}{2} - g = g\,(n-1),$$

d. h. wenn der brechende Winkel der Prismen klein iſt, ſo iſt die durch ſie hervorgebrachte Ablenkung der Strahlen im Falle des Minimums dem brechenden Winkel des Prismas proportional.

In Fig. 489 iſt $abcd$ ein längliches Rechteck, an welches ſich oben das Paralleltrapez $abgf$, unten aber ein ganz gleiches anſetzt; oben ſetzt ſich dann ein Dreieck fgh und unten ein gleiches an. Die beiden nicht parallelen Seiten der Paralleltrapeze bilden verlängert ein gleichſchenkliges Dreieck, deſſen ſpitzer Winkel halb ſo groß ſeyn ſoll, als der ſpitze Winkel des oberen Dreiecks bei h.

Fig. 489.



Denkt man ſich die ganze Figur um die Axe MN umgedreht, ſo entſteht ein aus mehreren Zonen gebildeter linſenartiger Körper. Die Mitte deſſelben bildet eine ebene Scheibe.

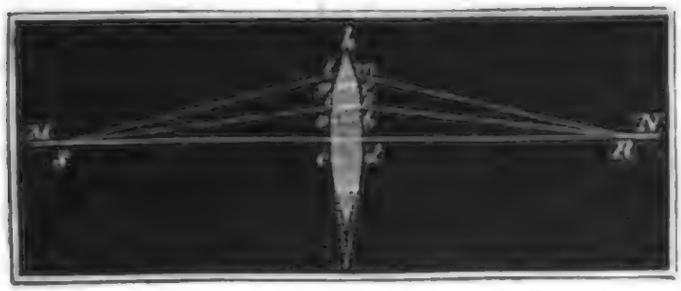
Wenn nun Lichtſtrahlen, von einem Punkte der Axe MN ausgehend, dieſes Zonenſyſtem treffen, ſo kann man die Ablenkung, welche die Lichtſtrahlen in einer jeden Zone erleiden, nach den Geſetzen der Brechung in Prismen entwickeln.

Der Punkt S liege ſo, daß ein von hier ausgehender Lichtſtrahl, welcher die Fläche ag in i trifft, beim Durchgang durch $abgf$ das Minimum der Ablenkung erfährt, ſo wird der austretende Strahl mit dem einfallenden ganz ſymmetriſch ſeyn, er ſchneidet die Axe in einem Punkte R, welcher von der Linſe eben ſo weit abſteht als S.

Ein Lichtſtrahl, welcher in dem Dreieck hfg das Minimum der Ablenkung erleidet, wird von ſeiner urſprünglichen Richtung doppelt ſo ſtark abgelenkt als in $fgad$, weil der brechende Winkel des oberen Prismas

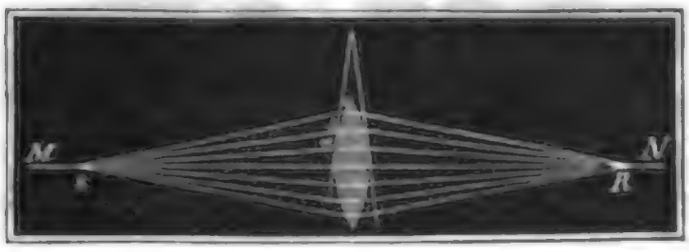
doppelt so groß ist als der des unteren. Ein solcher Lichtstrahl nun, welcher in dem oberen Dreieck das Minimum der Ablenkung erleidet, geht durch dieses Dreieck nach einer Richtung lm, welche mit der Axe MN parallel ist, der eintretende Strahl sowohl als der austretende wird aber mit dieser horizontalen Richtung nothwendig einen doppelt so großen Winkel machen als der eintretende und austretende Strahl, welcher dem Minimum der Ablenkung in $abfg$ entspricht; wenn also von S ein Strahl So ausgeht, welcher mit MN einen doppelt so großen Winkel macht als Si, so wird er in fgh das Minimum der Ablenkung erleiden, und auf der andern Seite symmetrisch austretend nach R gebrochen werden. Der Strahl $SlmR$ passirt die Linse in einer doppelt so großen Entfernung von der Axe als der Strahl $Sikl$, welcher nur eine halb so starke Ablenkung erleidet.

Fig 490.



Denken wir uns nun die gebrochenen Linien $dbfh$ und $cagh$ der vorigen Figur durch Kreisbogen ersetzt, deren Mittelpunkte auf der Axe MN liegen, so erhält man statt des eben betrachteten linsenförmigen Körpers eine förmliche Linse, Fig. 491, und ein Lichtstrahl, welcher an irgend einer Stelle, etwa in a, die Linse trifft, wird gerade so gebrochen, als sey er auf ein Prisma gefallen, dessen Durchschnitt man erhält, wenn man in a und dem gegenüber liegenden Punkte Tangenten an die Kreisbogen zieht.

Fig. 491.



Zöge man nun an einer zweiten Stelle b, welche doppelt so weit von der Axe entfernt ist als a, auf beiden Seiten solche Tangenten, so würden sich diese unter einem Winkel schneiden, welcher doppelt so groß ist als der Winkel, unter welchem sich die bei a gezogenen Tangenten schneiden.

Wenn nun ein Lichtstrahl die Linse bei a parallel mit der Axe durchläuft, so wird er von seinem Eintritt und nach seinem Austritt aus der Linse gleiche Winkel mit der Axe machen, er wird sie in Punkten S und R schneiden, welche zu beiden Seiten gleich weit von der Linse abstehen. Wenn nun von S ein zweiter Lichtstrahl ausgeht, welcher die Linse in b trifft, so wird er eine doppelt so starke Ablenkung erfahren als bei a, und deshalb ebenfalls nach R hin gebrochen werden. Ein Lichtstrahl, welcher, von S ausgehend, in c, d. h. in einem Punkte die Linse trifft, welcher

Digitized by Google

dreimal ſo weit von der Axe entfernt iſt als a, wird eine dreimal ſtärkere Ablenkung erfahren, als die bei a einfallenden, und deshalb auch nach demſelben Punkte R hin gebrochen werden.

Was für die Punkte a, b und c geſagt wurde, gilt auch für die zwiſchenliegenden; für eine ſolche Linſe, wie Fig. 491, giebt es alſo auf der Axe einen Punkt S, welcher die Eigenſchaft hat, daß alle von ihm ausgehenden Strahlen, welche die Linſe treffen, durch dieſelbe nach einem und demſelben Punkte R hin concentrirt werden, welcher auf der andern Seite eben ſo weit von der Linſe abſteht als S.

Dieſe Schlüſſe ſind jedoch nur ſo lange gültig, als die Krümmung der Linſe von der Mitte bis zum Rande nicht bedeutend iſt, denn nur ſo lange ändert ſich die Neigung der Tangenten in demſelben Verhältniſſe, wie die Entfernung ihrer Berührungspunkte von der Axe.

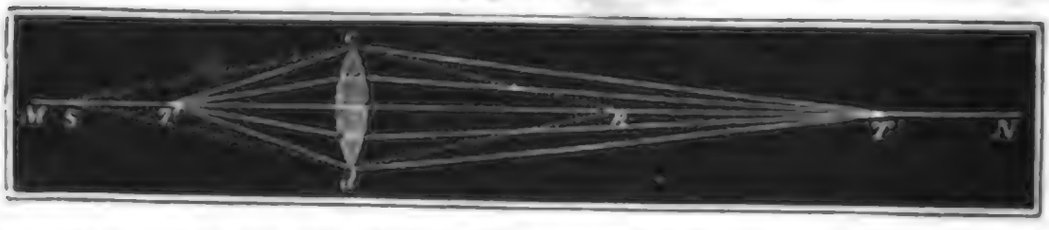
In dem Nächſtfolgenden iſt nur von ſolchen Linſen die Rede, bei denen die Krümmung von der Mitte bis zum Rande unbedeutend iſt.

So lange der Winkel, unter welchem der einfallende Strahl ein Prisma von kleinem brechenden Winkel trifft, von einem rechten nicht viel abweicht, ſo lange alſo die Strahlen nahezu in der Richtung das Prisma treffen, welcher das Minimum der Ablenkung entſpricht, wird die durch das Prisma hervorgebrachte Ablenkung von dem Minimum der Ablenkung nicht merklich verſchieden ſeyn, weil ja Einfalls- und Brechungswinkel noch ſo klein ſind, daß man ohne merklichen Fehler ſtatt der Sinus den Einfallswinkel dem Brechungswinkel ſelbſt proportional ſetzen kann.

Dies gilt nun auch von Linſen. Wenn die Linſe, Fig. 491, in c von einem Lichtſtrahl getroffen wird, deſſen Richtung von der Richtung Sc nicht ſehr bedeutend abweicht, ſo wird die Ablenkung, welche er durch die Brechung in der Linſe erfährt, dieſelbe ſeyn wie die Ablenkung, welche der Strahl Sc erleidet.

In Fig. 492 ſey S derjenige Punkt der Axe MN, welcher ſo liegt, daß

Fig. 492.



die von ihm ausgehenden Strahlen, welche die Linſe treffen, dieſelbe ſymmetriſch durchlaufen und auf der andern Seite in einem Punkte R vereinigt werden, welcher eben ſo weit von der Linſe abſteht als S. Der Strahl Sc, welcher die Linſe nahe am Rande trifft, wird nach cR gebrochen, der einfallende und der gebrochene Strahl machen den Winkel ScR mit einander. Wenn nun ein Lichtſtrahl nicht von S, ſondern von T ausgehend

die Linse in c träfe, so würde nach dem, was eben auseinandergesetzt wurde, der Strahl Tc eine eben so starke Ablenkung erfahren als Sc, man würde also die Richtung des Strahls nach dem Austritt aus der Linse erhalten, wenn man die Linie cT' so zieht, daß der Winkel TcT' so groß ist wie der Winkel ScR oder, mit anderen Worten, wenn man über cR einen Winkel RcT' ansetzt, welcher eben so groß ist wie der Winkel, um welchem Tc unter Sc liegt.

Nach dem Punkte T' der Axe wird aber auch der Strahl Td gebrochen, welcher, von T ausgehend, den unteren Rand der Linse trifft, ja es werden alle Strahlen, welche, von T ausgehend, die Linse treffen, in T' concentrirt werden, denn in demselben Maaße, in welchem die einfallenden Strahlen der Axe näher liegen, werden sie auch weniger abgelenkt und deshalb sämmtlich in T' vereinigt; so lange wenigstens der Winkel, welchen die äußersten einfallenden Strahlen mit der Axe machen, nicht über eine gewisse Gränze hinauswächst (nicht so groß wird, daß man ohne merklichen Fehler noch die Winkel ihren Sinus proportional setzen kann).

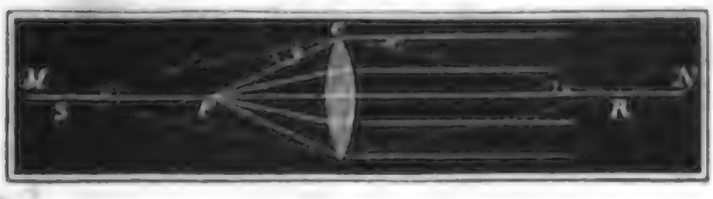
Wenn also der leuchtende Punkt von S aus der Linse genähert wird, so wird sich der Vereinigungspunkt der Strahlen auf die andere Seite der Linse von derselben entfernen, je mehr sich T nähert, desto mehr entfernt sich T', doch entfernt sich T' in einem weit rascheren Verhältniß, als sich T nähert.

Untersuchen wir nun, wie die Strahlen durch die Linse gebrochen werden, welche von einem Punkte F, Fig. 493, der Axe ausgehen, welcher so liegt, daß $Fc = FS$. In diesem Falle ist der Winkel $o = y = z$. Nun aber wird ja der Strahl Fc durch die Linse so gebrochen, daß der Winkel x, welchen der austretende Strahl mit cR macht, gleich y ist, es ist demnach $x = z$, und daraus folgt, daß der Strahl Fc durch die Linse so gebrochen wird, daß er mit der Axe parallel läuft.

Dasselbe gilt von allen übrigen von F ausgehenden Strahlen, welche die Linse treffen, sie treten als ein der Axe paralleles Strahlenbündel aus.

Wenn man, was wohl in den meisten Fällen erlaubt seyn wird, die Dicke der Linse gegen die Entfernungen der Punkte S und F von derselben vernachlässigt, so kann man sagen, der Punkt F liege in der Mitte zwischen S und der Linse.

Fig. 493.



Wenn also ein leuchtender Punkt von S aus der Linse genähert wird, so rückt der Vereinigungspunkt auf der andern Seite von der Linse weg, und wenn der leuchtende Punkt bis F vorrückt, so wird der Vereinigungs-

Digitized by Google

punkt bis in's Unendliche fortgerückt, die Strahlen treten der Axe parallel aus.

Wenn aber umgekehrt von einem auf der Axe liegenden unendlich weit entfernten Punkte Strahlen auf die Linſe fallen, oder, mit anderen Worten, wenn ein Bündel mit der Axe paralleler Strahlen die Linſe trifft, ſo werden ſie durch die Linſe in F vereinigt werden. Dieſer Vereinigungspunkt F der parallel mit der Axe einfallenden Strahlen führt den Namen des *Hauptbrennpunktes*.

Rückt der leuchtende Punkt aus unendlicher Entfernung näher, ſo entfernt ſich der Vereinigungspunkt auf der andern Seite von der Linſe; iſt der leuchtende Punkt in T', Fig. 492, ſo iſt der Vereinigungspunkt in T, rückt der leuchtende Punkt noch näher, bis R, ſo iſt der Vereinigungspunkt in S, nähert er ſich der Linſe ſo, daß er in der Mitte zwiſchen derſelben und R ſteht, nähert er ſich alſo bis auf die *Brennweite*, ſo laufen die Strahlen nach ihrem Durchgange durch die Linſe mit der Axe parallel.

Iſt die Brennweite einer Linſe bekannt, ſo kann man nach den obigen Angaben ſtets durch Conſtruction den Vereinigungspunkt für diejenigen Strahlen finden, welche von irgend einem Punkte auf die Axe, deſſen Entfernung von der Linſe bekannt iſt, ausgehen. Es iſt aber doch in vielen Fällen wünſchenswerth, die Entfernung dieſes Vereinigungspunktes vom Glaſe auch durch Rechnung beſtimmen zu können; eine Formel zur Berechnung dieſer Entfernung läßt ſich aber aus denſelben Principien ableiten, auf welche wir die Conſtruction gegründet haben.

In Fig. 494 ſey dq eine Linſe, deren Brennpunkt in F liegt. Ein

Fig. 494.

parallel mit der Axe einfallender Strahl $v\,d$ wird nach F hin gebrochen; die Richtung, nach welcher ein von t ausgehender Strahl $t\,d$ gebrochen wird, findet man leicht, wenn man den Winkel $F\,d\,s$ = dem Winkel $t\,d\,v$ macht. — Wird nun $l\,d = d\,m = d\,r$ gemacht und in l das Perpendikel $l\,o\,n$, in m aber das Perpendikel $m\,p$ errichtet, ſo wird $m\,p$ jedenfalls ſehr nahe gleich $o\,m$ ſeyn, weil die Winkel $t\,d\,v$ und $F\,d\,s$ gleich ſind und der Winkel $g\,d\,s$ klein iſt, ſo daß $o\,n$ ſehr nahe rechtwinklig auf $s\,d$ ſteht; es iſt alſo

$$l\,n = l\,o + o\,n = l\,o + m\,p \ldots\ldots 1)$$

Wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke Fdr und dln haben wir

$$Fr : rd = dl . ln$$

oder

$$f : 1 = 1 : ln,$$

wenn wir die Brennweite rF mit f und den Halbmesser der Linse $rd = dl$ gleich 1 setzen, es ist demnach

$$ln = \frac{1}{f}.$$

Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke sdr und dlo folgt

$$sr : dr = dl : lo$$
$$a : 1 = 1 : lo,$$

also

$$lo = \frac{1}{a},$$

wenn wir die Entfernung sr mit a bezeichnen.

Ebenso ergiebt sich aus der Aehnlichkeit der Dreiecke dmp und dtr

$$mp = \frac{1}{b},$$

wenn man die Entfernung rt mit b bezeichnet.

Setzt man die eben für ln, lo und mp gefundenen Werthe in die Gleichung 1, so kommt

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

Nach dieser Formel kann man jederzeit berechnen, wie groß die Entfernung a des Punktes s von der Linse ist, in welchem die Strahlen vereinigt werden, welche von einem Punkte t vor der Linse ausgehen, wenn die Entfernung b des Punktes t von der Linse und ihrer Brennweite bekannt ist.

Die Brennweite, d. h. die Entfernung des Brennpunktes F von der Linse, hängt nicht allein von ihrer Gestalt, sondern auch von dem Brechungsexponenten der Substanz ab, aus welcher sie gefertigt ist.

Für eine Glaslinse, deren Brechungsexponent gerade $3/2$ ist, kann man die Brennweite leicht ermitteln.

Wie wir oben gesehen haben, ist das Minimum der Ablenkung in einem Prisma von kleinem brechenden Winkel

$$D = (n-1)\, g,$$

wo n den Brechungsexponenten und g den brechenden Winkel des Prismas bezeichnet; für $n = 3/2$ wird

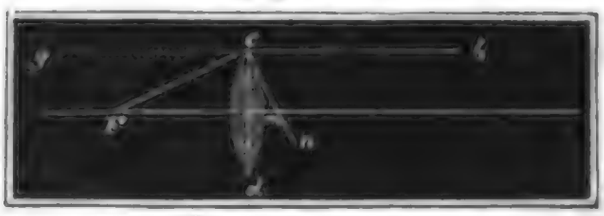
$$D = 1/2\, g.$$

In einem Glasprisma von kleinem brechenden Winkel, dessen Brechungsexponent $3/2$ ist, ist das Minimum der Ablenkung halb so groß als

der brechende Winkel. Wäre alſo der brechende Winkel des Prismas 10^0, ſo würde das Minimum der Ablenkung 5^0, wäre der brechende Winkel 6^0, ſo würde das Minimum der Ablenkung 3^0 ſeyn.

Wenden wir dies auf unſere Linſe an. Wenn ein Lichtſtrahl bc parallel mit der Axe die Linſe in c dicht am Rande trifft, ſo wird er eine Ablenkung erfahren, welche halb ſo groß iſt als der Winkel, unter welchem in c die beiden Kreisbogen zuſammentreffen, oder, mit anderen Worten, der Ablenkungswinkel gcF iſt gleich dem in c, welchen die an einen Kreisbogen gezogene Tangente cn mit der Vertikalen cd macht; wenn aber Winkel $gcF = ncd$, ſo muß cF auf der Tangente cn rechtwinklig ſtehen, weil gc auf cd rechtwinklig ſteht, cF iſt alſo der Radius des Kreisbogens cmd.

Fig. 495.



Für eine ſolche biconvexe Glaslinſe, deren Flächen beide einen gleichen Halbmeſſer haben, fallen die Brennpunkte zu beiden Seiten mit den Mittelpunkten der Kugelſegmente zuſammen.

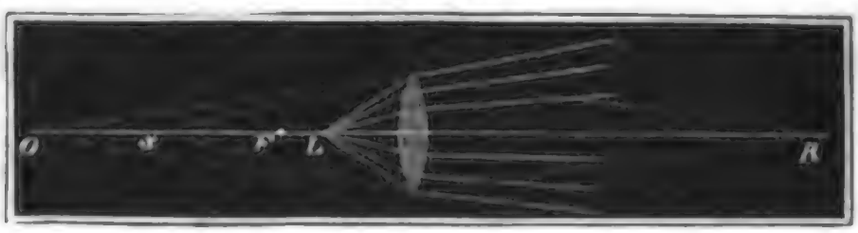
Iſt der Brechungsexponent der Linſe größer, ſo liegt der Brennpunkt der Linſe näher, iſt er aber kleiner, ſo liegt er weiter von derſelben entfernt.

Was von biconvexen Linſen geſagt wurde, gilt auch von convexen Menisken und planconvexen Gläſern, d. h. ſie haben einen Hauptbrennpunkt, in welchem alle von der andern Seite her parallel mit der Axe einfallenden Strahlen concentrirt werden; die Strahlen, welche von einem auf der Axe liegenden Punkte ausgehen, welcher um die doppelte Brennweite von dem Glaſe abſteht, werden auf der andern Seite in einem Punkte vereinigt, welcher ebenfalls um die doppelte Brennweite vom Glaſe abſteht.

Für eine planconvexe Linſe, deren Brechungsexponent $3/2$ iſt, ſteht der Brennpunkt um den doppelten Radius der gekrümmten Fläche von der Linſe ab.

Wenn der leuchtende Punkt L, Fig. 496, der Linſe ſo nahe rückt, daß

Fig. 496.

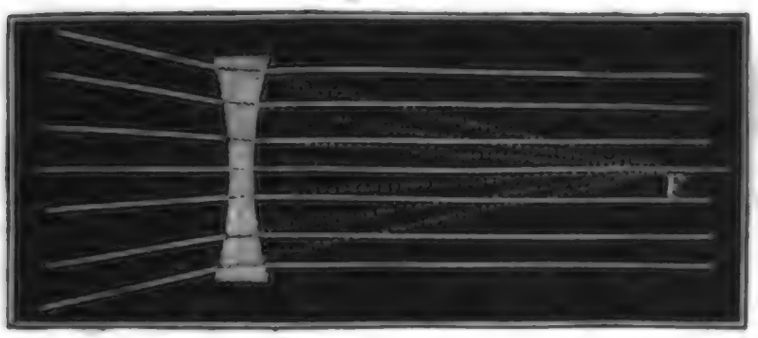


er noch innerhalb der Brennweite liegt, ſo iſt der Strahlenkegel, welcher die Linſe trifft, ſo ſtark divergirend, daß die Linſe nicht mehr im Stande iſt, die Strahlen convergent oder auch nur parallel zu machen, ſie diver-

giren aber nach dem Durchgange durch die Linse weniger als vorher, sie verbreiten sich so, als ob sie von einem Punkte *O* herkämen, welcher weiter von dem Glase absteht als der leuchtende Punkt.

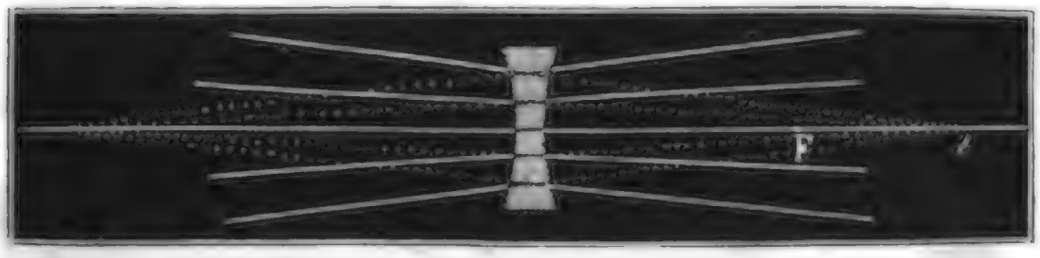
Aehnliche Betrachtungen lassen sich auch für Hohlgläser anstellen. Wenn die einfallenden Strahlen parallel sind, so divergiren die Strahlen so, als kämen sie vom Hauptzerstreuungspunkte *F*, Fig. 497; rückt aber der leuchtende Punkt näher, sind also schon die auffallenden Strahlen divergirend, so werden sie nach dem Durchgange durch das Glas noch stärker divergiren, als es für die parallel eintretenden Strahlen der Fall war, der Zerstreuungspunkt rückt also um so mehr dem Glase näher, als der leuchtende Punkt näher kommt.

Fig. 497.



Es ist jetzt noch der Fall zu betrachten, daß die auffallenden Strahlen convergent sind. Wenn die einfallenden Strahlen nach dem Hauptzerstreuungspunkte *F* auf der andern Seite des Glases hin convergiren, so werden die gebrochenen Strahlen nothwendig einander parallel austreten, es ist dies die Umkehrung des in Fig. 497 dargestellten Falles. Convergiren die einfallenden Strahlen stärker, so werden sie auch nach der Brechung noch convergiren, wenn aber die einfallenden Strahlen nach einem Punkte *t*, Fig. 498, convergiren, der weiter vom Glase absteht als

Fig. 498.



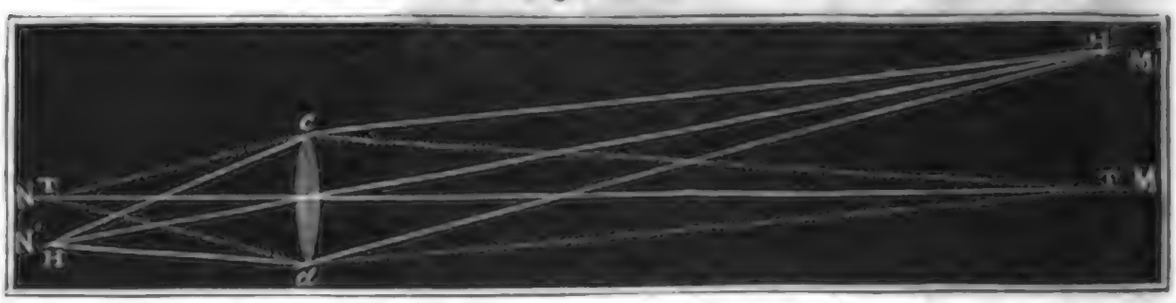
der Hauptzerstreuungspunkt, so divergiren sie noch, als ob sie von einem Punkte vor dem Glase kämen, wie man dies in der Figur sieht. Die Betrachtung dieses letztern Falles ist für das Verständniß des galiläischen Fernrohrs, wovon bald die Rede seyn wird, wichtig.

Secundäre Axen. Bisher haben wir nur solche leuchtende Punkte 180
betrachtet, welche auf der Axe der Linse selbst liegen, es bleibt jetzt noch zu zeigen, daß das Gesagte auch für solche Punkte gilt, welche nicht auf der Hauptaxe liegen, vorausgesetzt, daß die Nebenaxen (secundäre Axen) nur

einen kleinen Winkel mit der Hauptaxe machen. Mit dem Namen der Nebenaxe bezeichnet man die Linie, welche man ſich von einem nicht auf der Hauptaxe liegenden Punkte durch die Mitte der Linſe gezogen denken kann.

In Fig. 499 ſey H ein nicht auf der Hauptaxe liegender leuchtender Punkt, ſo werden alle von ihm ausgehenden Lichtſtrahlen in einem Punkte H' vereinigt werden, welcher auf der Nebenaxe MN' ebenſo weit von der

Fig. 499.



Linſe abſteht wie der Vereinigungspunkt T' der Strahlen, welche von einem Punkte T ausgehen, welcher, auf der Hauptaxe liegend, ebenſo weit von der Linſe entfernt iſt wie H.

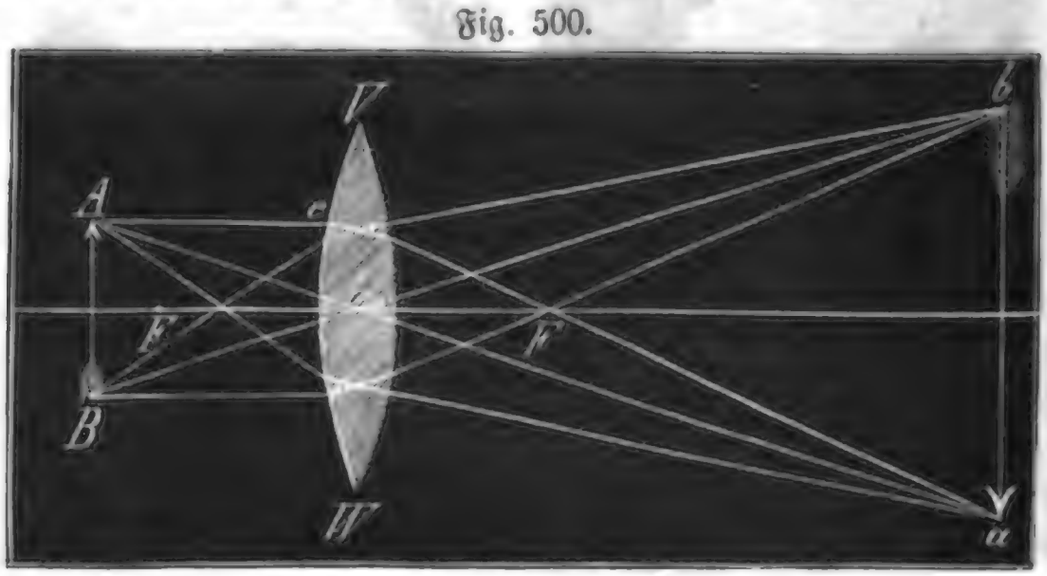
Es iſt dies leicht zu beweiſen. Der mittlere Strahl HM' geht ungebrochen durch die Linſe hindurch; ferner iſt $Hc = Tc$ und Winkel $cTM = cHM'$ (wenn auch nicht ganz genau, doch nahe); da der Strahl Tc in c ebenſo ſtark abgelenkt wird wie Hc, ſo iſt noch Winkel $HcH' = TcT'$, folglich iſt das Dreieck $HcH' =$ Dreieck TcT', folglich $TT' = HH'$, H' iſt alſo ebenſo weit von der Linſe entfernt wie T'.

Daſſelbe ergiebt ſich auch aus der Vergleichung der Dreiecke TdT' und HdH'.

Das Feld einer Linſe iſt der Winkel, welchen zwei der Nebenaxen mit einander noch machen können, ohne daß die Vorausſetzungen unſeres Beweiſes merklich unrichtig werden.

181 **Von den durch Linſen erzeugten Bildern.** In Fig. 500 ſey AB

Fig. 500.



ein Gegenstand, der sich auf der einen Seite vor der Linse VW befindet, aber weiter von ihr absteht als der Brennpunkt F. Die von A ausgehenden Strahlen werden in einem Punkte a auf der von A durch die Mitte O der Linse gezogenen Nebenaxe vereinigt; a ist also das Bild von A; ebenso ist b das Bild von B, mithin ist auch $a\,b$ das Bild des Gegenstandes von AB; das Bild ist in diesem Falle verkehrt und ist ein wahres Sammelbild.

Von der Mitte der Linse aus gesehen, erscheinen Bild und Gegenstand unter gleichem Winkel, denn der Winkel boa ist dem Winkel BoA als Scheitelwinkel gleich; ob nun das Bild oder der Gegenstand größer ist, hängt demnach davon ab, ob Bild oder Gegenstand am weitesten vom Glase entfernt sind. Nehmen wir an, der Gegenstand liege um die doppelte Brennweite von dem Glase entfernt, so wird das Bild auf der andern Seite in gleicher Entfernung entstehen; in diesem Falle ist also Bild und Gegenstand gleich groß. Rückt der Gegenstand dem Glase näher, so entfernt sich das Bild, es wird also größer. Von solchen Gegenständen also, die um mehr als die Brennweite, aber weniger als die doppelte Brennweite von dem Glase abstehen, erhält man verkehrte vergrößerte Bilder; so ist in unserer Figur das Bild $a\,b$ größer als der Gegenstand $A\,B$.

Wenn der Gegenstand weiter vom Glase entfernt ist als die doppelte Brennweite, so liegt das Bild näher; von entfernten Gegenständen erhält man also verkehrte verkleinerte Bilder. Wäre $a\,b$, Fig. 500, ein solcher Gegenstand, der um mehr als die doppelte Brennweite vom Glase absteht, so würde man das verkleinerte Bild $A\,B$ erhalten.

Nennen wir g die Größe des Gegenstandes, g' die des Bildes, b die Entfernung des Gegenstandes und m die Entfernung des Bildes vom Glase, so ist

$$g : g' = b : m,$$

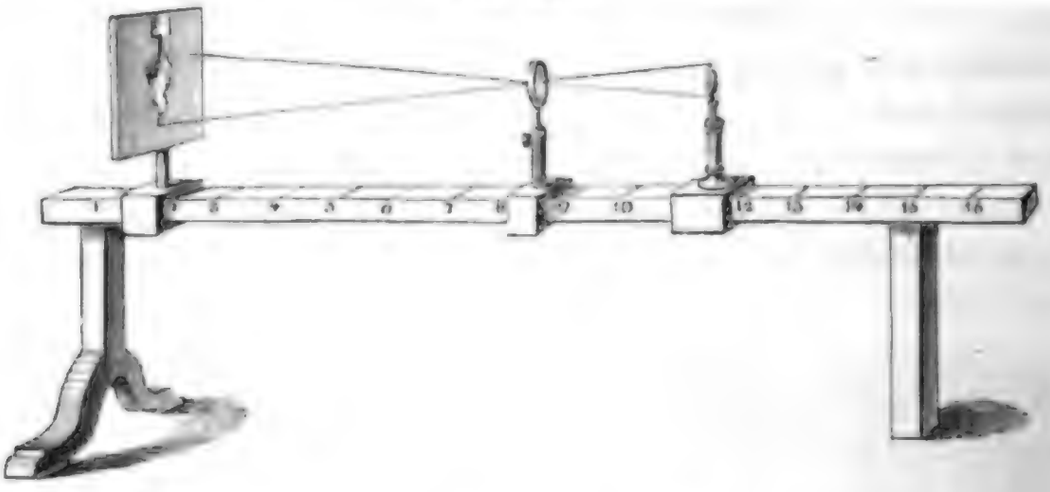
d. h. Bild und Gegenstand verhalten sich wie ihre Entfernungen von der Linse.

Bei einer Linse von kurzer Brennweite liegen die Bilder näher am Glase als bei einer solchen von größerer Brennweite, von entfernten Gegenständen geben also die Linsen um so kleinere Bilder, je kürzer ihre Brennweite ist; umgekehrt ist für den Fall, daß die Linse vergrößerte Bilder kleiner Gegenstände giebt, welche sich in der Nähe ihres Brennpunktes befinden, bei gleicher Entfernung des Bildes von der Linse das Bild derjenigen Linsen das größere, welche eine geringere Brennweite haben, weil bei dieser der Gegenstand näher an die Linse heranrückt.

Digitized by Google

Die Entſtehung der Sammelbilder durch Linſengläſer, ſo wie überhaupt die durch Linſengläſer beſprochenen Erſcheinungen, welche wir bisher be=

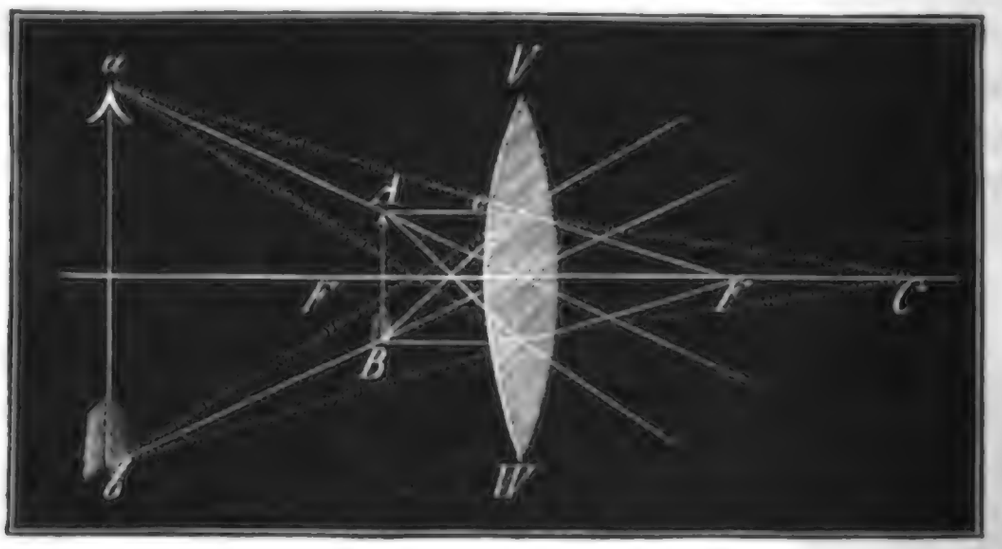
Fig. 501.



trachtet haben, laſſen ſich mit Hülfe des Fig. 501 dargeſtellten Apparates zeigen, welcher wohl keiner nähern Beſchreibung bedarf.

Wenn der Gegenſtand noch innerhalb der Brennweite der Linſe ſich befindet, ſo kann kein Sammelbild von ihm entſtehen, weil die Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte ausgehen, der dem Glaſe näher liegt als der Brennpunkt, nach ihrem Durchgange durch das Glas immer noch divergiren. In Fig. 502 ſey *A B* ein ſolcher innerhalb der Brennweite

Fig. 502.



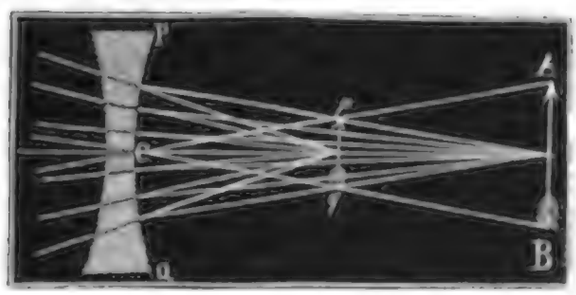
ſich befindender Gegenſtand, ſo divergiren die von *A* ausgehenden Strahlen nach ihrem Durchgange durch das Glas, als ob ſie von *a* kämen. Die Entfernung des Punktes *a* vom Glaſe kann man nach den oben gegebenen Formeln leicht berechnen. Die von *B* ausgehenden Strahlen divergiren nach dem Durchgange durch die Linſe ſo, als ob ſie von *b* kämen; wenn nun ein Auge ſich auf der andern Seite des Glaſes befindet,

Digitized by Google

so wird es von den Lichtstrahlen, die von dem Gegenstande AB ausgehen, so getroffen, als ob sie von ab kämen; ab ist also das Bild von AB. Da Gegenstand und Bild innerhalb desselben Winkels aob liegen, der Gegenstand aber dem Glase näher liegt, so ist offenbar das Bild in diesem Falle größer als der Gegenstand. Wenn man eine Linse als Lupe anwendet, um kleinere Gegenstände dadurch zu betrachten, so ist es das auf diese Weise vergrößerte Bild, welches man sieht. Wir werden darauf später noch zurückkommen.

Die Hohlgläser geben keine Sammelbilder, sondern nur Bilder der Art, wie sie bei Converlinsen entstehen, wenn der Gegenstand sich innerhalb der Brennweite befindet. Da nun eine Hohllinse die Strahlen, welche von einem Punkte ausgehen, noch divergenter macht, als ob sie von einem näher am Glase liegenden Punkte kämen, so ist klar, daß die Hohlgläser verkleinerte Bilder der Gegenstände zeigen, wie man leicht beim Anblicke der Fig. 503 übersehen wird, wo $A\ B$ der Gegenstand, $p\ q$ das Bild ist.

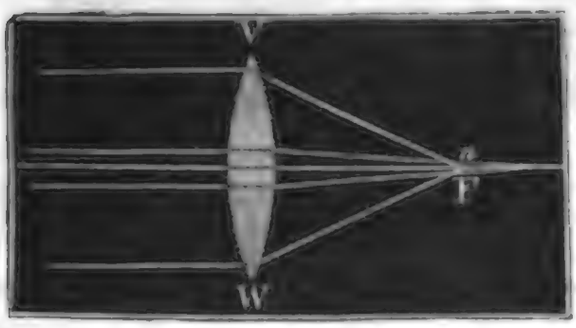
Fig. 503.



Sphärische Aberration. Man nennt den Winkel, unter welchem 182
der Durchmesser einer Linse von ihrem Brennpunkte aus erscheint, die Oeffnung der Linse. Nur so lange dieser Winkel klein ist, werden alle Strahlen, die von einem Punkte vor der Linse ausgehen, auch wirklich in einem Punkte wieder vereinigt; sobald aber die Oeffnung zu groß ist, werden die Randstrahlen in einem Punkte vereinigt, welcher dem Glase näher liegt als der Vereinigungspunkt der centralen Strahlen. Die Oeffnung einer Linse darf im Allgemeinen nie mehr als 10 bis 12 Grade betragen.

In Fig. 504 sey $V\ W$ eine solche Linse von großer Oeffnung, so werden die mit der Axe parallel nahe in der Mitte der Linse auffallenden Strahlen im Brennpunkte F vereinigt; die in der Nähe des Randes auf die Linse fallenden werden aber nach dem Punkte n hin gebrochen, der Brennpunkt der centralen Strahlen liegt weiter vom Glase ab als der Brennpunkt der Randstrahlen.

Fig. 504.



Der Grund davon ist leicht einzusehen. Der oben (Seite 407) geführte

Beweis, daß alle von einem Punkte ausgehenden Strahlen durch eine ſphäriſche Fläche nach einem Punkte hin gebrochen werden, ſtützt ſich auf die Vorausſetzung, daß die Einfallswinkel ſo klein ſind, daß man ohne merklichen Fehler die Sinus der Einfallswinkel den Einfallswinkeln ſelbſt proportional ſetzen kann; in der That würden auch an ſtärker gekrümmten Linſen die Randſtrahlen denſelben Vereinigungspunkt haben wie die centralen Strahlen, wenn die Brechungswinkel immer den Einfallswinkeln proportional wären; nun aber ſteht der Sinus des Brechungswinkels zum Sinus des Einfallswinkels in einem conſtanten Verhältniſſe, und, wie wir oben geſehen haben, wächſt demnach die Ablenkung nicht dem Einfallswinkel proportional, ſondern dem *n*fachen Einfallswinkel entſpricht eine mehr als *n*fache Ablenkung; den Randſtrahlen muß alſo eine kürzere Brennweite zukommen.

183 **Fresnel'ſche Linſen.** Es iſt Fresnel gelungen, verſchieden geformte Linſen zu conſtruiren, mit Hülfe deren das Licht der Leuchtthürme auf 6 bis 7 Meilen auf das Meer mit hinlänglichem Glanze hinausgeworfen werden kann, um den Schiffern genau ihre Lage anzugeben und ihnen ſo die Klippen und die gefährlichen Stellen der Küſte zu bezeichnen. Die Fig. 505 ſtellt eine ſolche Linſe dar; ſie beſteht aus einem Kugelſegmente

Fig. 505.

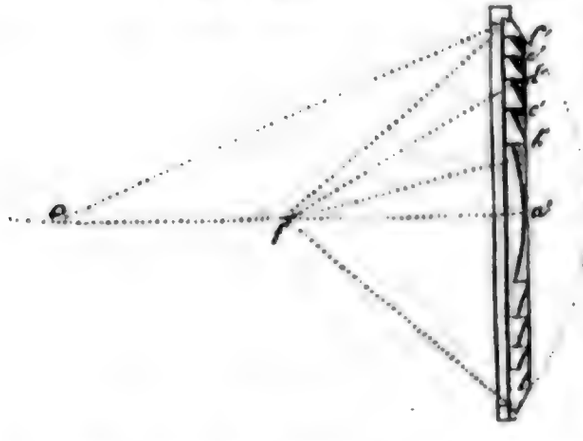
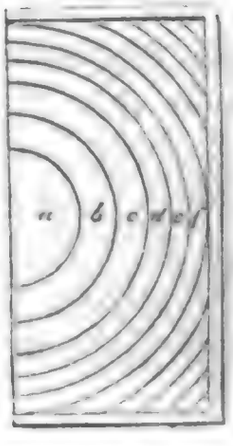


Fig. 506.



a, welches von mehreren Ringen *b*, *c*, *d* umgeben iſt, deren Durchſchnitt man in Fig. 506 ſieht. Die Krümmung dieſer Ringe iſt ſo berechnet, daß der Brennpunkt eines jeden mit dem Brennpunkte *f* des Segmentes *a* zuſammenfällt, ſo daß, wenn ſich in *f* eine Lampenflamme befindet, alles von ihr auf die Linſe geſandte Licht als ein faſt paralleles Lichtbündel austritt; es würde dies genau der Fall ſeyn, wenn ſich die ganze Flamme der Lampe genau im Brennpunkte der Linſe befinden könnte. Da nun die Abnahme der Lichtintenſität bei großer Entfernung vorzugsweiſe eine Folge der Divergenz der Lichtſtrahlen iſt, ſo iſt klar, daß man auf dieſe Weiſe das Licht noch auf bedeutende Entfernungen ſichtbar machen kann. Man könnte vielleicht glauben, daß eine gewöhnliche Linſe dieſelben Vortheile

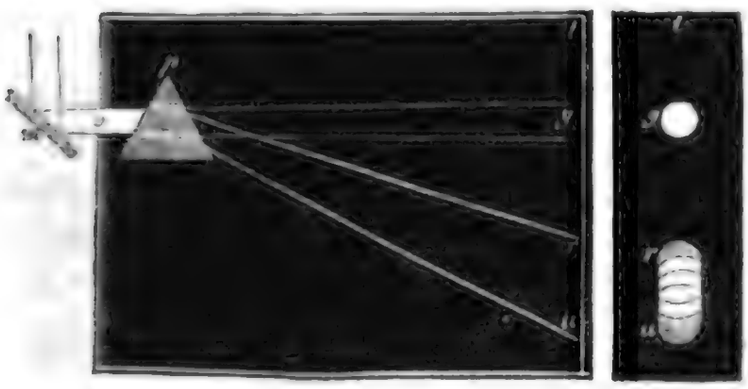
bieten würde; wie wir aber gesehen haben, kann eine gewöhnliche Linse höchstens eine Oeffnung von 12 bis 15 Grad haben, während die Ringe der Fresnel'schen Linsen so berechnet sind, daß ihre Oeffnung 40° beträgt; sie senden also nach einer Richtung hin 9mal so viel Licht, als es durch eine gewöhnliche Linse möglich wäre. Es ist hier nicht der Ort, um weiter in die Beschreibung dieser eben so sinnreichen als zweckmäßigen Einrichtung einzugehen.

Drittes Kapitel.

Zersetzung des weißen Lichts.

Das weiße Sonnenlicht ist aus verschieden gefärbten Strahlen zusammengesetzt. Um dies zu beweisen, braucht man nur auf die schon oben (Seite 390) angegebene Weise ein Sonnenspectrum zu bilden. In Fig. 507 sey *m* ein Spiegel, welcher, vor dem Laden eines dunkeln 184

Fig. 507. Fig. 508.



Zimmers angebracht, die Sonnenstrahlen durch die Oeffnung *o* in das Zimmer hineinwirft; *p* ist das brechende Prisma, *t* eine Wand, welche die Bilder auffängt. Ehe man das Prisma an seine Stelle setzt, sieht man ein weißes rundes Sonnenbild in *g*, durch das Prisma aber erhält man das in die Länge gezogene gefärbte Bild *r u*. Fig. 508 zeigt die Erscheinung, wie man sie auf der Wand *t* beobachtet.

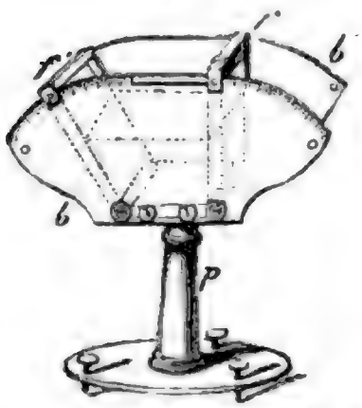
Durch Abänderung des Versuchs läßt sich leicht nachweisen: 1) daß parallel mit der brechenden Kante des Prismas das Spectrum nicht verlängert, d. h. daß es nicht breiter als das directe Sonnenbild in *g* ist; 2) daß die Verlängerung des Spectrums rechtwinklig auf die Kanten des Prismas von dem brechenden Winkel desselben und von der brechende Substanz abhängt.

Um Ersteres zu beweisen, braucht man nur die Stellung des Prismas zu verändern; wenn seine brechende Kante horizontal steht, so ist das

Spectrum in vertikaler, ſteht aber die brechende Kante vertikal, ſo iſt es in horizontaler Richtung verlängert.

Um den zweiten Satz zu beweiſen, hat man nur ein veränderliches Prisma anzuwenden, wie ein ſolches in Fig. 509 dargeſtellt iſt. Der Fuß p und die beiden Seitenwände b und b' ſind von Meſſing, während die beiden Wände f und f' durch Glasplatten gebildet werden, die in Metallrahmen gefaßt ſind. Eine dieſer Glaswände iſt feſt, die andere iſt beweglich und kann mit der erſten parallel oder ſo geſtellt werden, daß ſie verſchiedene Winkel mit derſelben macht. Wenn dieſer Apparat an die Stelle des Prismas p, Fig. 507, geſetzt wird, ſo beobachtet man gar keine Ablenkung, weil jede der beiden Glaswände durch parallele Flächen begränzt iſt; ſobald man aber eine durchſichtige Flüſſigkeit eingießt, ſo werden die einfallenden Strahlen abgelenkt und in farbige Strahlen zerlegt. Je nachdem man nun die Flächen f und f' mehr oder weniger gegen einander neigt, kann man zugleich die Ablenkung und die Färbung des Spectrums verändern. Um zu zeigen, daß die Länge des Spectrums von der Subſtanz des Prismas abhängt, braucht man nur verſchiedene Flüſſigkeiten einzugießen, während man den Winkel des Prismas unverändert läßt. Gießt man z. B. Waſſer ein, ſo iſt das Spectrum bei weitem nicht ſo lang, als wenn man Zimmetöl, Kreoſot oder gar Schwefelkohlenſtoff eingießt.

Fig. 509.



Unter ſonſt ganz gleichen Umſtänden iſt das Spectrum, welches ein Prisma von Flintglas erzeugt, länger als das durch ein Kronglasprisma von gleichem Winkel erzeugte Spectrum.

Bei dieſen Verſuchen wird man bald ſehen, daß ſich in der Mitte des Spectrums ein weißer Streifen bildet, wenn die Länge deſſelben nicht wenigſtens doppelt ſo groß iſt als ſeine Breite; wenn aber das Spectrum ſehr in die Länge gezogen iſt, ſo verſchwindet das Weiß vollſtändig, und man unterſcheidet im Spectrum ſieben Hauptfarben in folgender Ordnung: Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo, Violett.

Dieſe Farben werden die Regenbogenfarben, prismatiſchen Farben oder auch einfache Farben genannt. Wir werden bald ſehen, daß es eigentlich unzählig viele verſchiedene Farben im Spectrum giebt, daß aber unter dieſen das Auge dieſe ſieben Hauptnuancen unterſcheidet.

Das rothe Ende des Spectrums iſt jederzeit der Stelle zugekehrt, an welcher das runde weiße Sonnenbild g, Fig. 508, erſcheinen würde, wenn das Prisma nicht da geweſen wäre, die rothen Strahlen haben alſo die geringſte Ablenkung erfahren.

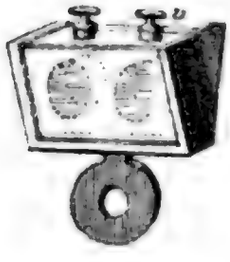
Wenn die Oeffnung im Laden ungefähr 1 Centimeter im Durchmeſſer hat, wenn der brechende Winkel des Prismas 60° iſt und man das Spectrum in einer Entfernung von 6 Metern auffängt, ſo erhält man ſchon eine recht vollſtändige Trennung der Farben, d. h. das Spectrum wird überall lebhaft gefärbt erſcheinen und kein Weiß mehr in der Mitte zeigen; jedoch erſcheinen die einzelnen Farben noch reiner, wenn die Oeffnung noch kleiner iſt.

Um das prismatiſche Farbenbild zu ſehen, iſt es nicht nöthig, daß man durch ein Prisma ein Sonnenſpectrum auf einer weißen Wand hervorbringt, man braucht nur durch ein Prisma nach einem ſchmalen hellen Gegenſtande hinzuſehen. Betrachtet man z. B. eine Kerzenflamme durch ein vertikal gehaltenes Prisma, ſo erſcheint ſie bedeutend in die Breite gezogen und auf die erwähnte Weiſe gefärbt. Wenn man in den Laden eine kleine Oeffnung von ungefähr 1^{cm} Durchmeſſer einſchneidet, ſo ſieht man durch dieſe Oeffnung den hellen Himmel, alſo eine helle Scheibe auf dunklem Grunde. Betrachtet man nun dieſe Scheibe durch das Prisma, ſo ſieht man ſtatt des weißen Kreiſes ein ſehr in die Länge gezogenes farbiges Bild, von welchem Alles gilt, was oben von dem an die Wand geworfenen Spectrum geſagt wurde.

Die verſchiedenfarbigen Lichtſtrahlen ſind ungleich brechbar. 185
Dieſer Satz geht ſchon daraus hervor, daß das weiße Licht durch ein Prisma in verſchiedenfarbige Strahlen zerlegt wird; die rothen Strahlen bilden mit den violetten nach dem Durchgange durch das Prisma einen Winkel, ſie divergiren, und zwar ſind die violetten Strahlen mehr von ihrer urſprünglichen Richtung abgelenkt als die rothen. Die violetten Strahlen ſind unter allen die am ſtärkſten brechbaren, die rothen ſind es am wenigſten. Die grünen Strahlen ſind ſtärker brechbar als die rothen und weniger als die violetten, weil im Spectrum das Grün zwiſchen Roth und Violett liegt.

Denken wir uns für einen Augenblick, daß das weiße Licht nur rothe und violette Strahlen enthielte, ſo iſt klar, daß man ſtatt des Spectrums nur zwei runde, von einander getrennte Sonnenbilder erhalten würde, von denen das eine roth, das andere violet iſt. Man kann in der That ſolche getrennten Bilder ſichtbar machen; manche Körper nämlich haben die Eigenſchaft, nicht alle farbigen Strahlen gleich gut durchzulaſſen, gewiſſe Strahlen alſo zu abſorbiren. Dahin gehören z. B. farbige Gläſer, farbige Flüſſigkeiten. Füllt man z. B. eine Auflöſung von ſchwefelſaurem Indigo in das Hohlprisma Fig. 510 oder Fig. 482, ſieht man alsdann durch daſſelbe nach der in der vorigen Nummer beſprochenen kleinen kreisförmigen Oeffnung im Laden eines dunkeln Zimmers, ſo erblickt man zwei getrennte

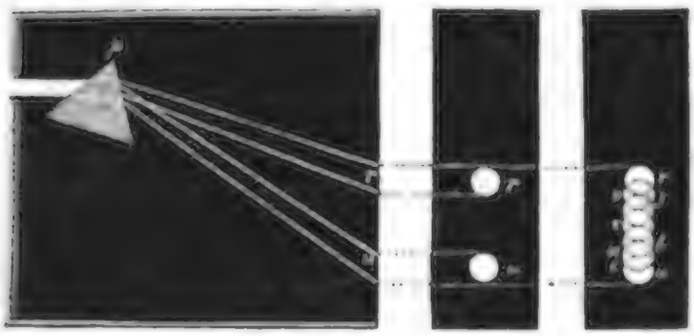
Fig. 510.



Bilder der hellen Scheibe, nämlich ein rothes und ein blaues. Eine Auflöſung von Chromalaun, in das Hohlprisma gefüllt, zeigt ein rothes und ein grünes Bild u. ſ. w. Noch ſchöner zeigen ſich die getrennten farbigen Bilder, wenn man die farbige Flüſſigkeit, zwiſchen zwei parallele Glaswände eingeſchloſſen, dicht vor das Auge hält und dann durch die Flüſſigkeit und ein Glasprisma den hellen Gegenſtand betrachtet. Bei dieſer Form des Verſuchs kann man auch ſtatt der farbigen Flüſſigkeit gefärbte Gläſer anwenden.

Das ganze Spectrum beſteht alſo aus einer Reihe auf einander folgender kreisförmiger Bilder, welche theilweiſe über einander fallen. Je kleiner die Oeffnung iſt, von welcher die weißen Strahlen auf das Prisma fallen, deſto kleiner werden die einzelnen runden Bilder, während doch die Mittelpunkte der einzelnen farbigen Bilder nicht näher rücken, die verſchiedenen Farben fallen alſo weniger über einander; je kleiner die Oeffnung iſt, deſto reiner werden alſo auch die einzelnen Farben erſcheinen.

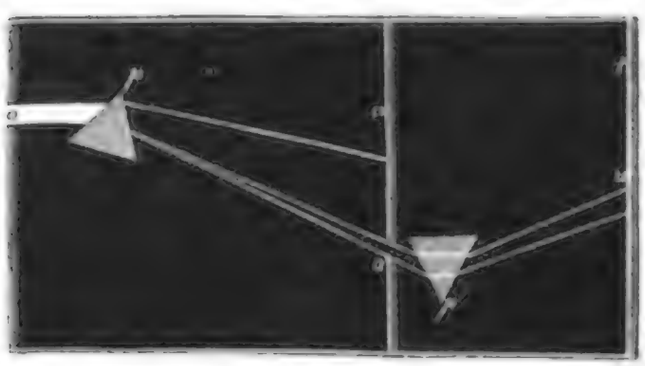
Fig. 511.



186 **Jede Farbe des Spectrums iſt einfach.** Jede Farbe iſt einfach, wenn ſie ſich auf keine Weiſe weiter in andere Farben zerlegen läßt; wir wollen nun zeigen, daß dieſe Eigenſchaft wirklich den prismatiſchen Farben zukommt.

Wenn man ein Spectrum auf einer Wand auffängt, an einer beſtimmten Stelle derſelben, etwa da, wo die violetten Strahlen auffallen, ein Loch macht, ſo werden alle Farben aufgefangen, und nur ein farbiger Strahl geht durch die Oeffnung hindurch; dieſer Strahl nun läßt ſich auf keinerlei Weiſe weiter zerlegen, und wenn man ihn auch abermals durch ein Prisma gehen läßt, ſo bleibt die Farbe doch unverändert.

Fig. 512.

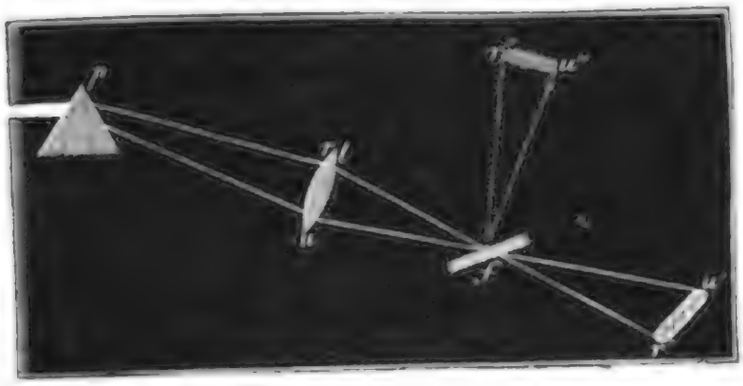


Nach Newton nennt man das einfache Licht auch homogenes Licht.

187 **Aus den einfachen Farben des Spectrums läßt ſich das weiße Licht wieder zuſammenſetzen.** Wenn man das Spectrum mit einer

Linſe *l* auffängt, ſo werden die verſchiedenfarbigen Strahlen durch dieſelbe in einem Punkte *f* vereinigt, und wenn man hier das Sonnenbild auf einem mattgeſchliffenen Glaſe oder auf einem Papierſchirme auffängt, ſo erſcheint es wieder blendend weiß, obgleich verſchiedenfarbige Strahlen auf die Linſe auffielen. Hält man den Schirm nicht in den Brennpunkt *f*, ſondern weiter von der Linſe weg, ſo erhält man wieder ein umgekehrtes Spectrum *r' u'*, ein Beweis, daß ſich die verſchiedenfarbigen Strahlen in *f* kreuzten, und wenn man in *f* einen Spiegel anbringt, ſo bilden die reflectirten Strahlen ebenfalls wieder ein Spectrum *u'' r''*.

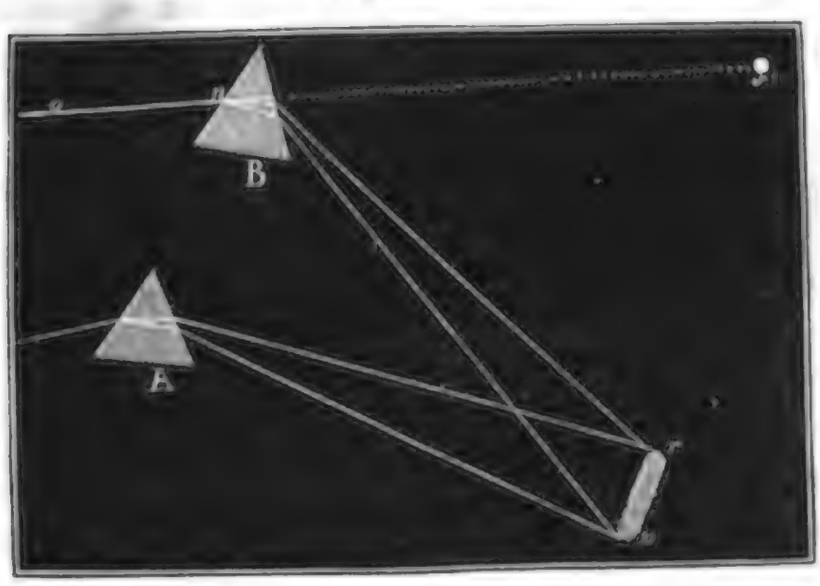
Fig. 513.



Man kann ſich zu dieſen Verſuchen auch eines Sammelſpiegels anſtatt einer Linſe bedienen.

Daß die prismatiſchen Farben zuſammen Weiß geben, geht auch aus dem ſehr überraſchenden, ebenfalls von Newton angegebenen Verſuche hervor, daß das lange prismatiſche Farbenbild, durch ein zweites Prisma geſehen, unter günſtigen Umſtänden wieder als eine vollkommen weiße und runde Scheibe erſcheint. In Fig. 514 ſey *r v* ein Spectrum, welches, durch das Prisma *A* erzeugt, auf einer weißen Wand aufgefangen iſt. Wenn nun ein zweites Prisma *B* ſo aufgeſtellt wird, daß es daſſelbe Spectrum *r v* an derſelben Stelle erzeugen würde, wenn ein Sonnenſtrahl in der Richtung *o n* darauf fiele, ſo iſt klar, daß auch die Strahlen, die von dem Spectrum auf dieſes Prisma *B* fallen, in der Richtung *n o* austreten werden; ein in *o* befindliches Auge muß alſo in der Richtung *o n s* ein rundes weißes Bild des farbigen

Fig. 514.



Spectrums ſehen. Die Stellung, die man dem Prisma *B* geben muß, läßt ſich leicht durch den Verſuch ausmitteln.

Wenn man eine kreisförmige Scheibe in ſieben Sectoren theilt und dieſe mit Farben bemalt, die den prismatiſchen möglichſt ähnlich ſind, ſo erſcheint die Scheibe bei raſcher Rotation nicht mehr farbig, ſondern weißlich; ſie würde vollkommen weiß erſcheinen, wenn die Sectoren mit den reinen prismatiſchen Farben bemalt werden könnten, und wenn die Breite der einzelnen farbigen Sectoren genau in demſelben Verhältniſſe zu einander ſtänden, wie die Breiten der entſprechenden Theile des Spectrums. Um nach demſelben Principe mit reinen prismatiſchen Farben operiren zu können, brachte Münchow das Prisma mit einem Uhrwerke in Verbindung, um es in eine raſche oscillirende Bewegung verſetzen zu können. Durch dieſe Bewegung des Prismas geht nun auch das auf einem Schirme aufgefangene Spectrum raſch hin und her, und da zeigt ſich dann ſtatt des farbigen Spectrums ein weißer Lichtſtreifen, der nur an den Enden noch etwas farbig erſcheint. Das Auge empfängt nämlich an jedem Punkte des Schirms raſch auf einander die Eindrücke aller einzelnen Farben, die einzelnen Eindrücke verwiſchen ſich und bringen ſo die Empfindung von Weiß hervor.

Wenn man einen ſchmalen weißen Streifen durch ein Prisma betrachtet, ſo ſieht man ein in die Breite gezogenes Farbenbild mit Roth an der einen und Violett an der andern Seite; betrachtet man aber eine breite weiße Fläche durch das Prisma, ſo erſcheint ſie in der Mitte weiß und nur an den Rändern gefärbt. Geſetzt, man betrachte den weißen Papierſtreifen *ab*, Fig. 515, durch ein Prisma, deſſen Axe rechtwinklig auf der Längenrichtung des Papiers ſteht, ſo werden die verſchiedenfarbigen Bilder des Streifens zum Theil übereinander fallen. Das rothe Bild des Streifens erſtrecke ſich z. B. von *r* bis *r'*, das orange von *o* bis *o'*, das gelbe von *g* bis *g'* u. ſ. w., das violete endlich von *v* bis *v'*, ſo iſt klar, daß zwiſchen *v* und *r'* Bilder von allen prismatiſchen Farben zuſammenfallen, die ganze Stelle von *v* bis *r'* muß alſo weiß erſcheinen. Zwiſchen *r* und *o* iſt nur rothes Licht, zwiſchen *o* und *g* Roth und Orange, zwiſchen *g* und *gr* Roth, Orange und Gelb; das rothe Ende des Bildes wird alſo in einen gelblichen Ton übergehen. Zu den drei erwähnten Farben kommt nun an der zunächſt nach unten folgenden Stelle noch Grün, dann Blau u. ſ. w. Das obere Ende des Bildes iſt alſo Roth und geht allmälig durch Gelb in Weiß über.

Fig. 515.

Das andere Ende des Bildes iſt violett und geht durch Blau in Weiß über.

Was hier von dem weißen Papierſtreifen geſagt iſt, gilt von jedem weißen Gegenſtande von bedeutenderer Ausdehnung, den man durch ein Prisma betrachtet, er erſcheint nur an den Rändern gefärbt.

Ein breiter ſchwarzer Streifen auf weißem Grunde bietet, durch ein Prisma betrachtet, gerade die umgekehrten Erſcheinungen dar, das prismatiſche Bild erſcheint nämlich an dem Ende, welches am wenigſten abgelenkt iſt, mit einem violetten und blauen Rande, am andern Ende aber mit einem rothen und gelben. Um dieſe Umkehrung zu erklären, braucht man nur zu bedenken, daß die Farben nicht von dem ſchwarzen Streifen ſelbſt, ſondern von den weißen Räumen herrühren, die ihn begränzen. Wenn der ſchwarze Streifen ſelbſt ſehr ſchmal iſt, ſo verſchwindet im Bilde das Schwarz in der Mitte vollſtändig.

188 **Alles zuſammengeſetzte Licht erleidet durch Brechung eine Zerlegung und eine Wiedervereinigung.** Verfolgen wir einen weißen Lichtſtrahl *l i*, welcher ſchief auf einer Glasplatte mit parallelen Wänden fällt, ſo wiſſen wir, daß er beim Eintritt in die Platte in unzählig viele verſchiedenartige Strahlen zerlegt wird, von denen der äußerſte rothe die Richtung *i r*, der äußerſte violette die Richtung *i u* hat. Alle dieſe Strahlen aber treten parallel mit *l i* wieder aus, und ſo entſteht zwiſchen *r e* und *u e* ein Bündel paralleler Strahlen, welche von *r e* bis nach *u e* hin alle möglichen einfachen Farben, vom äußerſten Roth bis zum äußerſten Violett, haben. Dies ſcheint auf den erſten Anblick der Erfahrung zu widerſprechen, denn man weiß, daß weißes Licht nach ſeinem Durchgange durch farbloſe Platten mit parallelen Flächen durchaus weiß bleibt. Dieſer ſcheinbare Widerſpruch iſt aber leicht zu heben; ein zweiter weißer Strahl *l' i'*, welcher mit dem erſten parallel auf die Platte fällt, wird ebenſo wie dieſer eine Zerſtreuung erfahren, und nach dem Austritte wird ſich ebenfalls ein Bündel verſchiedenfarbiger unter ſich paralleler Strahlen zwiſchen *r' e'* und *u' e'* bilden. Ebenſo verhält es ſich nun mit jedem weißen Strahle, der zwiſchen *l i* und *l' i'* parallel mit dieſen auf die Fläche auffällt. Etwas rechts von *l i* wird ein weißer Strahl auffallen, welcher einen blauen Strahl in der Richtung *u e* giebt, noch etwas weiter ein anderer, welcher einen grünen, ein dritter, welcher einen gelben u. ſ. w., endlich auch einer, welcher einen rothen, in derſelben Richtung *u e* austretenden Strahl giebt. Alle dieſe in derſelben Richtung austretenden verſchiedenfarbigen Strahlen, welche freilich von verſchiedenen einfallenden weißen Strahlen herrühren, geben natürlich wieder weiß.

Fig. 516.

189 **Von den complementären Farben und den natürlichen Farben**

der Körper. Da alle einfachen Farben, im richtigen Verhältniſſe (d. h. in dem Verhältniſſe, wie es das Spectrum giebt) vereinigt, weißes Licht bilden, ſo reicht es hin, eine oder mehrere der einfachen Farben zu unterdrücken oder nur ihr Verhältniß zu ändern, um aus Weiß irgend einen Farbenton zu machen. Unterdrückt man z. B. im weißen Lichte das Roth des Spectrums, während alle anderen Farben ungeändert bleiben, ſo wird man eine bläuliche Färbung erhalten, der man nur wieder Roth hinzufügen darf, um das Weiß wieder herzuſtellen. Zwei Farbentöne, welche dieſe Bedingung erfüllen, d. h. welche zuſammengenommen Weiß geben, heißen complementäre Farben. Jede Farbe hat auch ihre complementäre, denn wenn ſie nicht weiß iſt, ſo fehlen ihr gewiſſe Strahlen, um Weiß zu bilden, und dieſe fehlenden Strahlen zuſammengenommen machen die complementäre Farbe aus. Violett, welches mehr oder weniger ins Rothe übergeht, iſt die complementäre Farbe der verſchiedenen grünen Farben. Wir haben oben geſehen, daß eine Löſung von ſchwefelſaurem Indigo, in ein Prisma gebracht, von einem weißen Gegenſtand ein rothes und ein blaues Bild giebt. Das rothe Bild iſt ſehr ſcharf begränzt, das blaue nicht ſo, es geht etwas ins Violett und auch etwas Weniges ins Grün über; es fehlt alſo dem von der Indigolöſung durchgelaſſenen Lichte Gelb und Orange vollſtändig, dann faſt alles Grün und etwas Violett. Dieſe fehlenden Farben zuſammen geben aber offenbar eine Miſchung, in welcher Gelb bedeutend vorherrſcht; Gelb iſt alſo complementär zu dem Blau der Indigoſolution, wie denn überhaupt gelbe Farbentöne die complementären zu blauen ſind. Je mehr das Blau in Grün übergeht, deſto mehr wird das complementäre Gelb ins Roth übergehen.

Wir werden ſpäter noch öfters Gelegenheit haben, von den complementären Farben zu reden.

Das Prisma, welches uns gedient hat, um das Sonnenlicht zu zerlegen, dient uns auch, um die natürlichen Farben der Körper zu analyſiren; man braucht nur von den zu unterſuchenden farbigen Körpern ſchmale Streifen zu ſchneiden und dieſe durch das Prisma zu betrachten.

Fig. 517.

Man klebe auf ein ſchwarzes Papier eine Reihe farbiger Papierſtreifchen, die ungefähr 1 Millimeter breit ſind, ungefähr wie man in Fig. 517 ſieht. 1 ſey weiß, 2 gelb, 3 orange, 4 hochroth, 5 grün und 6 blau; man kann zu dieſem Zweck von ſolchen farbigen Papieren nehmen, wie ſie von den Buchbindern zu den Titeln auf den Rücken der Bücher gebraucht werden, weil dieſe Papiere ſehr geſättigte

ſchöne Farben haben. Betrachtet man nun dieſe farbigen Streifen aus der Entfernung von einigen Fußen durch ein Prisma, deſſen Axe mit der Längenrichtung der Streifen parallel läuft, ſo erſcheinen ſie natürlich von ihrer Stelle verrückt, zugleich aber ſind alle Farben in ihre Elementfarben zerlegt. Das weiße Papier giebt ein vollkommnes Spectrum mit allen Farben, vom äußerſten Roth bis zum äußerſten Violett. Das von dem gelben Papier herrührende Farbenbild kommt dem vollkommnen Spectrum am nächſten. Roth, Orange, Gelb und Grün ſind vorhanden, nur das untere blaue und violette Ende des Spectrums fehlt; der Farbe des gelben Papiers fehlt alſo nur noch Blau und Violett, um Weiß zu bilden. Das Farbenbild des Papierſtücks Nr. 3 (orange) iſt ſchon weit weniger vollſtändig; hier fehlen außer den violetten und blauen Strahlen auch noch die grünen. Am wenigſten ausgebreitet iſt das Farbenbild des rothen Papiers Nro. 4, es zeigt außer Roth nur etwas weniges Orange, das Roth dieſes Papiers iſt alſo faſt reines prismatiſches Roth. In den Farben der bisher betrachteten Papiere 1 bis 4 war Roth enthalten; die Gränzen dieſer 4 Farbenbilder fallen alſo oben in eine gerade Linie zuſammen, während ſie unten treppenförmig abgeſtuft ſind. Die Farben der Papiere 5 und 6 aber (grün und blau) enthalten nur ſehr wenig Roth, deshalb fehlt das rothe Ende ihres Farbenbildes faſt ganz, und daher kommt es auch, daß dieſe beiden letzten Farbenbilder weit mehr abgelenkt erſcheinen als das Bild des rothen Papiers Nro. 4.

Auf ähnliche Weiſe, aber noch viel reiner, laſſen ſich die Farben durchſichtiger Körper analyſiren; man laſſe durch eine ſchmale Spalte ein Bündel Sonnenſtrahlen in ein dunkles Zimmer fallen und fange daſſelbe durch ein Flintglasprisma auf, ſo wird man auf einem Papierſchirm ein ſchönes Farbenſpectrum erhalten. Stellt man nun zwiſchen die Spalte und das Prisma den durchſichtigen farbigen Körper, ſo wird eine Abſorption eintreten und ein größerer oder geringerer Theil des Spectrums erſcheint nun ausgelöſcht.

Fig. 518

Um farbige Flüſſigkeiten zu unterſuchen, bringt man ſie in ein durch zwei parallele Glaswände begränztes Gefäß.

In Fig. 518 ſtellt der oberſte weiße Streifen das Spectrum eines Flintglasprismas dar; bei

a iſt das violette, bei *b* iſt das rothe Ende. Zwiſchen *c* und *d* liegt das Grün; alſo rechts von *d* Gelb, Orange und Roth, links von *c* Blau, Indigo und Violett. Läßt man nun die Lichtſtrahlen, bevor ſie auf das Prisma fallen, durch eine bis auf einen gewiſſen Grad verdünnte Auflöſung von Indigo gehen, ſo erſcheint das Spectrum, wie in Nr. 2; man ſieht nun einen ſchmalen rothen Streifen und einen breiteren von der Gränze zwiſchen Blau und Grün nach den beiden Seiten ſich erſtreckend, es iſt alſo abſorbirt: das violette Ende, ein Theil des Grün, Gelb, Orange und ein Theil des Roth. Berliner Blau in Oxalſäure aufgelöſ't, Nr. 3, läßt nur Blau und etwas Grün durch; ſchwefelſaures Kupferoxydammoniac, Nr. 4, abſorbirt Grün, Gelb, Orange und Roth; Karmin in Salmiak gelöſ't, Nr. 5, läßt nur Roth, etwas Orange durch, ſaures chromſaures Kali nur Roth, Orange, Gelb und etwas Grün.

Fig. 519.

Mit fortſchreitender Verdünnung der Löſung erweitern ſich die hellen Stellen, ſo daß auch die abſorbirten Parthien mehr und mehr hell werden.

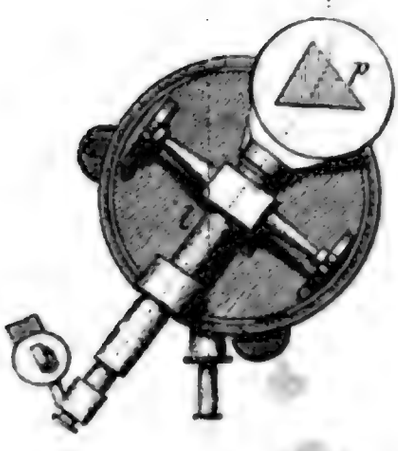
Viertes Kapitel.

Von den Streifen im Spectrum, der Disperſion und dem Achromatismus.

Läßt man in ein dunkles Zimmer durch eine ſehr feine Spalte *o*, Fig. 520, 190

Fig. 520.

einen Sonnenſtrahl eintreten und auf ein Prisma *p* fallen, welches ſehr rein ſeyn muß und deſſen Kanten mit der Spalte parallel ſtehen, ſo beobachtet man durch ein achromatiſches Fernrohr *l* eine große Menge feiner ſchwarzer Streifen im Spectrum, welche auf der Längenrichtung deſſelben rechtwinklig ſtehen, alſo der Spalte, von welcher das Licht kommt, parallel ſind.



Dieſes merkwürdige, von Fraunhofer entdeckte Phänomen iſt Fig. 521 (a. f. S.) dargeſtellt. Man ſieht daß die Linien mit einer gro- Unregelmäßigkeit über das ganze Spectrum verbreitet ſind. Einige dieſer Streifen ſind ſehr fein und erſcheinen als iſolirte kaum ſichtbare ſchwarze Linien, andere hingegen liegen einander ſehr nahe und gleichen eher einem Schatten als getrennten Linien; endlich giebt es einige, welche bei etwas bedeutenderer Ausdehnung ſehr ſcharf und beſtimmt erſcheinen. Um mitten in dieſer Verwirrung einige feſte Punkte zu haben, hat Fraunhofer ſieben Streifen ausgewählt, die er mit *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* und *H* bezeichnete, welche den doppelten Vortheil bieten, daß ſie leicht zu erkennen und daß die durch ſie im Spectrum gemachten Abtheilungen nicht gar zu ungleich ſind. Zwiſchen *B* und *C* liegen 9 feine ſcharfe Linien, von *C* bis *D* zählt man ungefähr 30, von *D* bis *E* 84, von *E* bis *F* mehr als 76, unter denen ſich drei der ſtärkſten im ganzen Spectrum befinden, von *F* bis *G* 185, von *G* bis *H* 190, zuſammen alſo von *B* bis *H* 574. *A*, *B* und

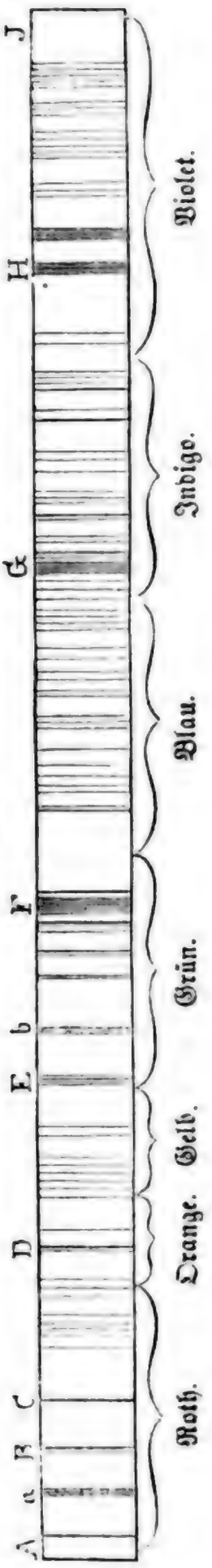


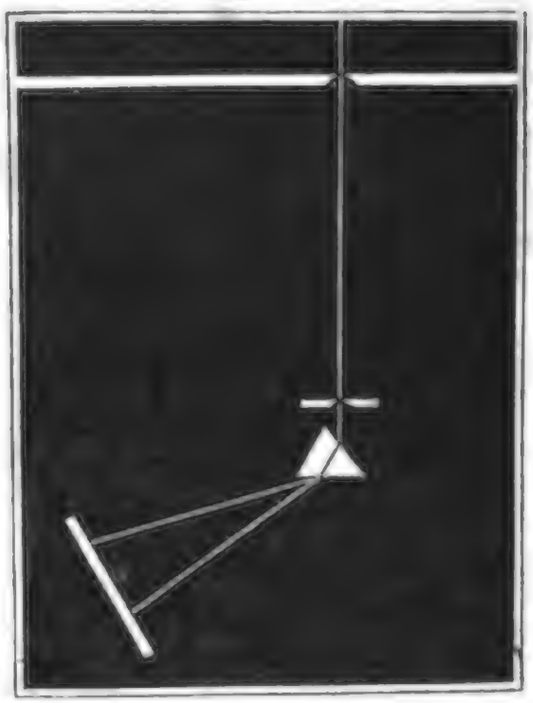
Fig. 521.

C liegen im Roth, *D* im Orange, *E* am Uebergange von Gelb in Grün, *F* im Grün, nahe am blauen Ende, *G* im Indigo, *H* im Violett.

Man kann ſelbſt ohne Fernrohr mit bloßem Auge die Streifen ſehen, wenn man ein Prisma von Flintglas, deſſen brechender Winkel 70 bis 80° iſt, oder ein mit Schwefelkohlenſtoff gefülltes Hohlprisma anwendet.

Auch auf einem Schirme, auf welchem man das Spectrum auffängt, kann man Streifen ſichtbar machen. Man laſſe durch eine etwa $\frac{1}{2}$ Millimeter breite Spalte einen durch den Spiegel des Heliostaten reflectirten Sonnenſtrahl in das dunkle Zimmer fallen und ſtelle das Prisma 6 bis 10 Schritt weit von der Spalte auf, ſo wird man leicht ein ſchönes Spectrum erhalten, und kann daſſelbe auf einem Schirme von halbdurchſichtigem Papiere, Durchzeichenpapier, auffangen. Hier ſieht man nun noch keine dunkle Streifen, es werden jedoch dann mehrere ſichtbar, ſobald man eine zweite Spalte, die jedoch etwas weiter ſeyn kann, unmittelbar vor dem Prisma aufſtellt. Das ganze Arrangement dieſes Verſuchs iſt Fig. 522 dargeſtellt.

Fig. 522.



Nachdem Fraunhofer dieſe wichtige Entdeckung

gemacht hatte, ſtellte er folgende Sätze feſt: 1) daß die Lage der Streifen von den brechenden Winkel des Prismas ganz unabhängig iſt und 2) daß auch die Natur der brechenden Subſtanz auf dieſelben keinen Einfluß hat.

Bis dahin ſchien das Licht der Sonne und das aller übrigen natürlichen oder künſtlichen Lichtquellen ganz identiſch zu ſeyn, und es war wichtig zu unterſuchen, ob dies auch in Beziehung auf die ſchwarzen Streifen der Fall iſt. Von dieſem Geſichtspunkte ausgehend machte Fraunhofer Verſuche mit dem Lichte des elektriſchen Funkens, dem Lampenlichte, dem Lichte der Venus und dem des Sirius.

Das elektriſche Licht giebt helle Streifen anſtatt der ſchwarzen, einer beſonders, der ſich durch ſeine Lebhaftigkeit auszeichnet, befindet ſich im Grün.

Das Lampenlicht giebt ebenfalls helle Streifen, beſonders kann man deren zwei im Roth und Orange unterſcheiden.

Das Licht der Venus giebt dieſelben Streifen wie das Sonnenlicht, nur ſind ſie weniger leicht zu unterſcheiden; das Licht des Sirius endlich giebt ebenfalls dunkle Streifen, die aber von denen der Sonne und den Planeten ganz verſchieden ſind; beſonders bemerklich ſind deren drei, einer im Grün und zwei im Blau.

Andere Sterne erſter Größe ſcheinen Streifen zu geben, die von denen der Sonne und des Sirius verſchieden ſind.

Brechungsexponenten der verſchiedenen Strahlen des Spectrums. 191 Die Beſtimmung des Brechungsexponenten der verſchiedenfarbigen Strahlen iſt für die Theorie der Optik ſowohl, wie für die Conſtruction der optiſchen Inſtrumente von der höchſten Wichtigkeit. Die Unveränderlichkeit der Streifen im Spectrum macht nun dieſe Beſtimmung ungleich genauer als es bis dahin möglich war, da man nur auf die nicht ſcharf begränzten Nüancen einſtellen konnte. Statt nun den Brechungsexponenten der rothen, der gelben, der grünen u. ſ. w. Strahlen zu ermitteln, beſtimmt man jetzt die Brechungsexponenten der mit *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* und *H* bezeichneten Streifen nach den oben erläuterten Methoden.

Die folgende Tabelle enthält die Reſultate einiger ſehr genauen Verſuche von Fraunhofer. Mit n_1, n_2, n_3, ... n, ſind die Brechungsexponenten der Streifen *B*, *C*, *D* ... *H* bezeichnet.

Brechende Substanzen.	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7
Flintglas Nr. 13 . .	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062
Crownglas Nr. 9 . .	1,525832	1,526849	1,529387	1,533005	1,536052	1,541657	1,546566
Wasser	1,330933	1,331712	1,333577	1,333851	1,337818	1,341293	1,344177
id.	1,330977	1,331709	1,333577	1,333849	1,337788	1,341261	1,344162
Kali	1,399629	1,400515	1,402805	1,405632	1,408082	1,412579	1,416368
Terpentinöl	1,470496	1,471530	1,474434	1,478353	1,481736	1,488198	1,493874
Flintglas Nr. 3 . . .	1,602042	1,603800	1,608494	1,614532	1,620042	1,630772	1,640373
Flintglas Nr. 30 . .	1,623570	1,625477	1,630583	1,637336	1,643466	1,655406	1,666072
Crownglas Nr. 13 .	1,524312	1,525299	1,527982	1,531372	1,534337	1,539908	1,544684
Crownglas Lit. M . .	1,554774	1,555933	1,559075	1,563130	1,566741	1,573535	1,579470
Flintglas Nr. 23 . .	1,626396	1,628469	1,633067	1,640945	1,646756	1,658848	1,669886

192 **Von der Dispersion, dem Verhältniß der Dispersion in verschiedenen Mitteln und den zerstreuenden Kräften.** Wenn man mit Aufmerksamkeit die Spectra untersucht, welche durch Prismen verschiedener Substanzen erzeugt werden, so sieht man bald, daß die Farben, obgleich in derselben Ordnung auf einander folgend, doch nicht proportionale Längen einnehmen. Ein Flintglasprisma z. B. giebt verhältnißmäßig weniger Roth und mehr Violett, als ein Prisma von Crownglas; es hängt dies offenbar mit dem Brechungsexponenten der verschiedenen Farben zusammen. Der Unterschied zwischen den Brechungsexponenten der rothen und der violetten Strahlen wird mit dem Namen der Dispersion, der Zerstreuung des Lichtes, bezeichnet; ein Mittel ist um so mehr zerstreuend, je größer diese Differenz ist. So ist z. B. nach der vorhergehenden Tabelle die Dispersion zwischen den Streifen *B* und *H* durch folgende Zahlen ausgedrückt.

Flintglas Nr. 13	0,043313
Crownglas Nr. 9	0,020734
Wasser	0,013242
id.	0,013185
Kali	0,016739
Terpentinöl	0,023378
Flintglas Nr. 3	0,038331
Flintglas Nr. 30	0,042502
Crownglas Nr. 13	0,020372
Crownglas Lit. M.	0,024696
Flintglas Nr. 23	0,043090.

Das Waſſer beſitzt alſo unter allen dieſen Subſtanzen die ſchwächſte Disperſion, das Flintglas die größte. Man kann dies dem Auge leicht ſichtbar machen, wenn man ein Prisma von Waſſer und eins von Flintglas ſo aufſtellt, daß die rothen Strahlen durch beide gleiche Ablenkung erleiden; das Spectrum des Flintglaſes wird alsdann noch bedeutend länger ſeyn als das des Waſſerprismas.

Die folgende Tabelle enthält noch die Differenzen der Brechungsexponenten der rothen und violetten Strahlen für einige andere intereſſante Subſtanzen.

Alkohol	0,011
Aether	0,012
Anisöl	0,044
Tolubalſam	0,065
Peruvianiſcher Balſam	0,058
Caſſiaöl	0,089
Diamant	0,056
Olivenöl	0,018
Phosphor	0,156
Realgar, geſchmolzen	0,394
Steinſalz	0,029
Schwefelkohlenſtoff	0,0308.

Dieſe Reſultate ſind nach Brewſter's Meſſungen von Young berechnet.

Wenn man die totale Disperſion, d. h. den Unterſchied zwiſchen den Brechungsexponenten der äußerſten Strahlen, oder der Streifen *B* und *H* für irgend eine Subſtanz kennt, ſo ſind damit die übrigen Verhältniſſe des Spectrums noch nicht gegeben; um dieſe zu kennen, muß man noch wiſſen, welches der Unterſchied zwiſchen den Brechungsexponenten der Streifen *B* und *C*, *C* und *D* u. ſ. w. iſt. So ſind z. B. die Unterſchiede zwiſchen dem Brechungsexponenten von *B* und *C* für Flintglas 0,001932, für Crownglas 0,001017, für Waſſer 0,000777.

Wenn man die partielle oder totale Disperſion einer Subſtanz durch die entſprechende Disperſion einer andern Subſtanz dividirt, ſo erhält man das Verhältniß der Disperſion für dieſe beiden Subſtanzen. Auf dieſe Weiſe iſt aus der Tabelle Seite 432 die folgende berechnet.

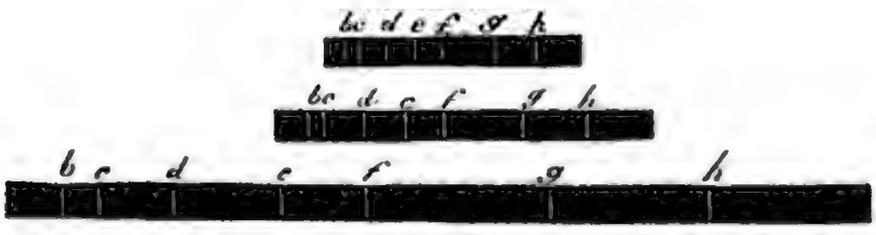
Tabelle des Verhältniſſes der partiellen Dispersion für mehrere Subſtanzen.

Brechende Subſtanzen.	$\frac{n-n_1}{n'_2-n'_1}$	$\frac{n_2-n_0}{n'_2-n'_1}$	$\frac{n_4-n_3}{n'_4-n'_3}$	$\frac{n_5-n_4}{n'_5-n'_4}$	$\frac{n_6-n_5}{n'_6-n'_5}$	$\frac{n_7-n_7}{n_7'-n'_6}$
Flintglas Nr. 13 u. Waſſer . . .	2,562	2,871	3,073	3,193	3,640	3,726
Flintglas Nr. 13 u. Crownglas Nr. 9	1,900	1,956	2,044	2,047	2,145	2,195
Crownglas Nr. 9 u. Waſſer . . .	1,349	1 468	1,503	1,560	1,613	1,697
Terpentinöl und Waſſer	1,371	1,557	1,723	1,732	1,860	1,963
Flintglas Nr. 13 u. Terpentinöl .	1,868	1,844	1,783	1,843	1,861	1,899
Flintglas Nr. 13 u. Kali	2,181	2,388	2,472	2,545	2,674	3,844
Kali und Waſſer	1,175	1,228	1,243	1,254	1,294	1,310
Terpentinöl und Kali	1,167	1,268	1,386	1,381	1,437	1,498
Flintglas Nr. 3 u. Crownglas Nr. 9	1,729	1,714	1,767	1,808	1,914	1,957
Crownglas Nr. 13 u. Waſſer . . .	1,309	1,436	1,492	1,518	1,604	1,651
Crownglas Lit. M u. Waſſer . . .	1,537	1,682	1,794	1,839	1,956	2,052
Crownglas Lit. M u. Crownglas Nr. 13	1,174	1,171	1,202	1,211	1,220	1,243
Flintglas Nr 13 u. Crownglas Lit. M	1,667	1,704	1,715	1,737	1,770	1,816
Flintglas Nr. 3 u. Crownglas Lit. M	1,517	1,494	1,482	1,534	1,579	1,618
Flintglas Nr. 30 u. Crownglas Nr 13	1,932	1,904	1,997	2,061	2,143	2,233
Flintglas Nr. 23 u. Crownglas Nr. 13	1,904	1,940	2,022	2,107	2,168	2,268

Aus dieſer Tabelle erſieht man, daß nicht allein die zerſtreuenden Kräfte verſchiedener Körper ſehr ungleich ſind, ſondern auch, daß die entſprechenden partiellen Dispersionen verſchiedener Subſtanzen nicht für alle Theile des Spectrums in gleichem Verhältniß ſtehen. So iſt z. B. die Differenz der Brechungsexponenten von *B* und *C* im Flintglas 2,562mal, die Differenz der Brechungsexponenten von *G* und *H* aber 3,726mal ſo groß als die entſprechende Differenz für Waſſer.

Um von der Verſchiedenheit der zerſtreuenden Kräfte eine recht klare Vorſtellung zu erhalten, müſſen wir die Spectra verſchiedener Subſtanzen mit einander vergleichen. In Fig. 523 mag der oberſte ſchwarze Streifen

Fig. 523.



das Spectrum eines Waſſerprismas vorſtellen. Um die Vertheilung der

Farben in diesem Spectrum anzugeben, ist die Lage der sieben Streifen durch weiße Linien markirt, welche mit den Buchstaben *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g* und *h* bezeichnet sind. Der Streifen *f*, welcher in der Mitte des Grün liegt, fällt hier auch ziemlich in die Mitte des ganzen Farbenbildes, von *f* bis zum violetten Ende ist nur etwas länger als von *f* zum rothen, von *f* bis *b* ist so weit, als von *f* bis *h*. Ein Prisma, aus Crownglas Nr. 9 verfertigt, würde nun bei gleicher Ablenkung der mittleren Strahlen ein breiteres durch den mittleren Streifen dargestelltes Spectrum geben, aber nicht alle einzelnen Abtheilungen dieses Spectrums sind in demselben Verhältnisse gewachsen wie das ganze Spectrum. Während beim Wasserprisma $fb = fh$, ist nun fb etwas kleiner als fh; bei dem Crownglasprisma ist also das rothe und gelbe Ende des Spectrums im Vergleich gegen das blaue und violette weniger ausgebreitet als beim Wasserprisma. In der That ist die Entfernung von *c* bis *d*, also ungefähr die Breite des Orange, beim Glasprisma 1,349mal so groß als beim Wasserprisma, während die Entfernung von *g* bis *h* für Glas 1,697mal so groß ist als für Wasser.

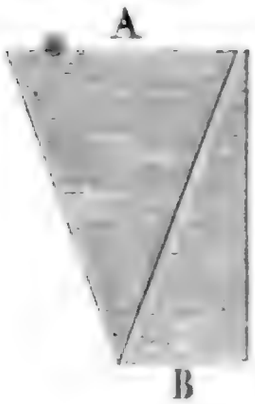
Noch auffallender sind die Unterschiede zwischen dem Spectrum eines Wasser- und Flintglasprismas bei gleicher Ablenkung der mittleren Strahlen. In unserer Figur stellt der unterste Streifen das Spectrum des Flintglasprismas dar; man sieht, daß es bedeutend länger ist als das Spectrum des Wasserprismas, daß aber auch hier, wie bei Crownglas, die Entfernung von *f* bis zum rothen Ende im Vergleiche gegen die Entfernung von *f* bis zum violetten Ende hier kleiner ist als beim Wasser. Die Entfernung *bc* ist für Flintglas 2,562mal, *gh* aber 3,726mal so groß als die entsprechende Entfernung für das Wasserprisma.

Die zerstreuende Kraft einer Substanz ist der Quotient, welchen man erhält, wenn man seine Dispersion durch den um 1 verminderten Brechungsexponenten der mittleren Strahlen dividirt. Man nimmt für den mittleren Brechungsexponenten gewöhnlich den des Streifens *E*.

Vom Achromatismus. Man nennt Prismen achromatisch, wenn 193
sie die Eigenschaft haben, die Lichtstrahlen abzulenken, ohne sich zugleich in Farben zu zerlegen; achromatische Linsen solche, für welche die Brennpunkte der verschiedenfarbigen Strahlen genau zusammenfallen, welche die Gegenstände frei von allen farbigen Rändern zeigen. Man hielt lange Zeit den Achromatismus für unmöglich, d. h. man glaubte, daß das Licht ohne Zersetzung nicht abgelenkt werden könnte. Newton selbst hatte diese Ansicht, weil er glaubte, daß die Dispersion stets der brechenden Kraft der Körper proportional sey. Die Möglichkeit oder Unmöglichkeit des Achromatismus war lange Zeit der Gegenstand von Discussionen zwischen den ausgezeichnetsten Gelehrten, wie Euler, Clairaut und d'Alem-

bert. In der That hatte Hell schon im Jahre 1733 wirkliche achromatische Fernröhren construirt, allein er publicirte seine Erfindung nicht; Dollond machte sie ebenfalls im Jahre 1757 und veröffentlichte sie. Dollond's Entdeckung war ohne Zweifel für die Astronomie ein Ereigniß von der höchsten Wichtigkeit, um ihm aber seine volle Bedeutung zu geben, mußte erst noch die mathematische Theorie des Achromatismus entwickelt werden, ohne welche die nöthigen Verbesserungen in der Praxis nicht möglich waren. Gegenwärtig noch, nachdem so viele Fortschritte in der Optik, in der Bearbeitung der Gläser gemacht worden sind, bei allen Hülfsmitteln, welche der Calcul dem Physiker liefert, gehört der Achromatismus doch noch sowohl für die Theorie als auch für die Praxis zu den delicatesten und schwierigsten Aufgaben. Hier können wir natürlich nur die Principien entwickeln, auf welchen die Construction achromatischer Prismen und Linsen beruht.

Fig. 524.



Wenn man zwei Prismen *A* und *B* so zusammenstellt, daß die brechenden Kanten nach entgegengesetzten Seiten gerichtet sind, so wird das eine die Wirkungen des andern mehr oder weniger vollständig aufheben. Die durch *A* hervorgebrachte Farbenzerstreuung wird offenbar durch das Prisma *B* aufgehoben werden, wenn unter sonst gleichen Umständen ein jedes der beiden Prismen für sich allein ein eben so großes Spectrum giebt als das andere, denn in diesem Falle ist die Wirkung des Prismas *B*, in Beziehung auf die Farbenzerstreuung, der des Prismas *A* genau gleich, und entgegengesetzt.

Wenn die Dispersion wirklich dem Brechungsvermögen proportional wäre, wie dies Newton meinte, so könnten zwei Prismen von verschiedenen Substanzen nur dann gleiche Spectra geben, wenn auch die durch das eine hervorgebrachte Ablenkung der des andern gleich ist, wenn also zwei solcher Prismen in der Art, wie Fig. 524 zeigt, zusammengestellt sind, so würde durch dieses System freilich die Farbenzerstreuung, mit dieser aber auch zugleich die Ablenkung aufgehoben werden.

Nun aber haben, wie bereits erwähnt wurde, spätere genaue Versuche gezeigt, daß Newton's Meinung in diesem Punkte irrig war; so ist z. B. die Dispersion im Flintglase bedeutend größer als beim Crownglase, während doch die mittleren Brechungsexponenten beider Glassorten nicht so sehr verschieden sind; bei gleicher Ablenkung ist ja das Spectrum eines Flintglasprismas Nr. 13 2,089mal so groß, als das eines Crownglasprismas.

Wenn der brechende Winkel der Prismen nicht gar zu groß iſt, ſo kann man ohne merklichen Fehler annehmen, daß die Breite des Farbenbildes dem brechenden Winkel proportional ſey; geſetzt nun, man habe ein Crownglasprisma von 25°, ſo kann man leicht den Winkel eines Flintglasprismas berechnen, welches dieſelbe Farbenzerſtreuung giebt. Da die totale Disperſion des Flintglaſes 2,089mal ſo groß iſt als die des Crownglaſes, ſo muß der brechende Winkel des Flintglasprismas auch 2,089mal kleiner, alſo $\frac{25^0}{2{,}089} = 11^0 58'$ ſeyn. Die Farbenzerſtreuung eines Flintglasprismas von $11^0 58'$ iſt eben ſo groß wie die eines Crownglasprismas von 25°; zwei ſolcher Prismen alſo in der Weiſe combinirt, wie Fig. 524 andeutet, werden keine Farbenzerſtreuung mehr hervorbringen.

Es bleibt jetzt noch zu ermitteln, welche Ablenkung dieſes Syſtem von Prismen hervorbringt. Wir haben oben Seite 393 geſehen, wie dies Minimum der Ablenkung D, welche ein Prisma hervorbringt,

$$D = 2\,a - g$$

iſt, wenn a den Einfallswinkel und g den brechenden Winkel des Prismas bezeichnet; wir wiſſen aber ferner, daß in dieſem Falle der Brechungswinkel den Werth $\frac{g}{2}$ hat, und daß $\sin. a = n \sin. \frac{g}{2}$ iſt. Wenn aber g klein iſt, ſo kann man auch ohne merklichen Fehler $a = n . \frac{g}{2}$ ſetzen, und ſo erhält man für D den Werth

$$D = g\,(n - 1).$$

Setzen wir $g = 25^0$, $n = 1{,}546$, ſo erhalten wir für die Ablenkung der mittleren Strahlen für das Crownglasprisma den Werth

$$D = 13{,}56^0.$$

Auf dieſelbe Weiſe berechnet man aber die Ablenkung durch ein Flintglasprisma von $11^0 58'$, wenn man in obigen Werth von D ſetzt $n = 1{,}671$ und $g = 11^0 58' = 11{,}967$; es ergiebt ſich

$$D' = 8{,}03^0.$$

Die beiden Prismen, in entgegengeſetzter Lage mit einander verbunden, geben alſo noch eine Ablenkung von $13{,}56 - 8{,}03 = 5{,}53 = 5^0 31'$.

Aus dieſen Betrachtungen ergiebt ſich alſo, daß man zwei aus verſchiedenen Subſtanzen conſtruirte Prismen ſo combiniren kann, daß eine Ablenkung erfolgt, und daß dennoch die violetten und rothen Strahlen, nachdem ſie das Syſtem durchlaufen habe, nicht divergiren, ſondern in derſelben Richtung austreten; dadurch iſt aber doch noch kein abſolut vollkommener Achromatismus hervorgebracht; er iſt um ſo unvollkommener, je mehr die Verhältniſſe der partiellen Disperſionen von einander abwei-

chen. Wäre die Vertheilung der Farben im Spectrum des Flintglases genau dieselbe wie beim Crownglase, so würde der Achromatismus vollkommen seyn. Diese Bedingung ist, wie man aus der Tabelle auf Seite 434 sehen kann, für Flintglas Nr. 13 und Terpentinöl fast vollständig erfüllt, aus diesen beiden Substanzen könnte man also sehr nahe vollkommen achromatische Prismen construiren.

Wir haben gesehen, daß der brechende Winkel eines Prismas von Flintglas 2,089mal kleiner seyn muß als der des Crownglasprismas, wenn beide combinirt die Eigenschaft haben sollen, die rothen und violetten Strahlen gleich stark abzulenken. Mit Hülfe der Tabelle auf Seite 434 übersieht man leicht, daß der Winkel des Flintglasprismas 1,900mal kleiner seyn müßte, wenn die Strahlen, welche den Streifen *B* und *C* entsprechen, gleiche Ablenkung erleiden sollen.

Man müßte den Winkel des Flintglasprismas 2,044mal, oder 2,195mal kleiner machen, um diese Bedingung für die Streifen *D* und *E*, oder *G* und *H* zu erfüllen. Dieser Fehler ist jedoch nicht sehr bedeutend.

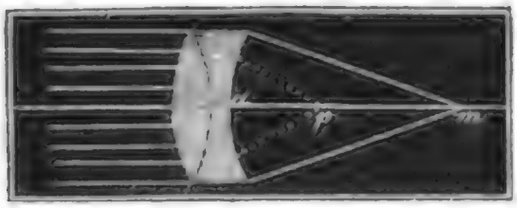
Eine jede einfache Linse, aus welchem Stoffe sie auch gebildet seyn mag, wird für jede andere Strahlenart auch einen anderen Brennpunkt haben, weil die Brechungsexponenten der verschiedenfarbigen Strahlen nicht gleich sind. Der Brennpunkt der rothen Strahlen liegt der Linse näher als der Brennpunkt der violetten. Die Brennpunkte der rothen und violetten Strahlen fallen nicht bei allen Linsen gleichweit auseinander; es hängt dies nämlich einerseits von der Krümmung der Linsen, andererseits von den Zerstreuungsvermögen der Substanz ab. Wenn die Krümmung der Linse von der Mitte bis zum Rande unbedeutend ist, so fallen auch die Brennpunkte für die verschiedenen Farben näher zusammen.

Der eben erwähnte Umstand hat zur Folge, daß die Bilder solcher Linsen mehr oder weniger unrein, daß sie bald mehr oder weniger mit farbigen Säumen eingefaßt erscheinen. Man kann sich davon leicht überzeugen, wenn man durch eine stark gewölbte Linse etwa die Lettern eines Buches betrachtet, oder durch eine solche Linse das Bild entfernter Gegenstände auf einer matten Glastafel erzeugt; man wird Alles mit farbigen Rändern umgeben sehen. Weil nun aber dadurch die Schärfe der Bilder in Mikroskopen sowohl als auch in Fernröhren sehr leidet, so war die Entdeckung der Construction achromatischer Linsen für die practische Optik von der größten Wichtigkeit.

Der Achromatismus der Linsen beruht auf denselben Principien wie der Achromatismus der Prismen; achromatische Linsen sind aus einfachen Linsen verschiedener Glassorten zusammengesetzt. Gewöhnlich ist eine Crownglaslinse mit einer Flintglaslinse combinirt.

Die Wirkung der Linsen auf verschiedenfarbige Strahlen ist von der Art, daß eine Sammellinse die violetten Strahlen stärker convergiren, eine Hohllinse aber sie stärker divergiren macht als die rothen Strahlen; man begreift demnach wohl, wie eine Combination einer Hohllinse und einer Sammellinse, wie in Fig. 525, die Farbenzerstreuung ganz aufheben

Fig. 525.



kann; wenn nun die beiden Linsen von verschiedenen Glassorten sind, so ist die Aufhebung der Farbenzerstreuung möglich, ohne daß deshalb auch die Brechung aufhört.

Wenn eine Sammellinse von Crownglas und eine Hohllinse von Flintglas gleich starke Farbenzerstreuung hervorbringen, so werden beide combinirt gar keine Farbenzerstreuung bewirken; da aber das Flintglas überhaupt stärker farbenzerstreuend wirkt, so wird eine Hohllinse von Flintglas, welche die Farbenzerstreuung einer Sammellinse von Crownglas aufhebt, doch nicht im Stande seyn, auch die durch die Sammellinse bewirkte Convergenz der Strahlen ganz aufzuheben, die beiden Linsen zusammen werden also noch wie eine Sammellinse wirken, während die Farbenzerstreuung aufgehoben worden ist, sie bilden also eine achromatische Linse.

Auf die nähere Entwickelung des Verhältnisses, in welchem die Krümmungen beider Gläser stehen müssen, um eine achromatische Linse zu bilden, können wir hier natürlich nicht eingehen, es kann hier nur das Princip angedeutet werden.

Da die Coincidenz der äußersten Strahlen nicht auch die der mittleren bedingt, so ist klar, daß der Achromatismus der Linsen im Allgemeinen aus denselben Gründen nicht ganz vollkommen seyn wird, warum es bei den Prismen nicht der Fall ist.

Fünftes Kapitel.

Vom Auge und den optischen Instrumenten.

194 Die Empfindung des Lichts und der Farbe rührt von einer Affection besonderer Nerven her, deren feine Enden sich als eine Nervenhaut ausbreiten. Die Empfindung des Dunkeln rührt von einer vollkommenen Ruhe dieser Nervenhaut her, jeder Reiz derselben bringt aber die Empfindung von Helligkeit, von Licht hervor; ganz vorzüglich wird dieser Reiz durch die Lichtstrahlen hervorgebracht, welche die Körper der Außenwelt durch das Auge auf die Nervenhaut, die Netzhaut, senden, doch ist auch die Empfindung von Licht und Farbe durch andere Ursachen ohne Mitwirkung der von außen kommenden Lichtstrahlen möglich, z. B. durch den Druck des Blutes (Flimmern vor den geschlossenen Augen). Ein äußerer Druck auf das geschlossene Auge, eine elektrische Entladung sind ebenfalls im Stande, Lichtempfindungen hervorzubringen.

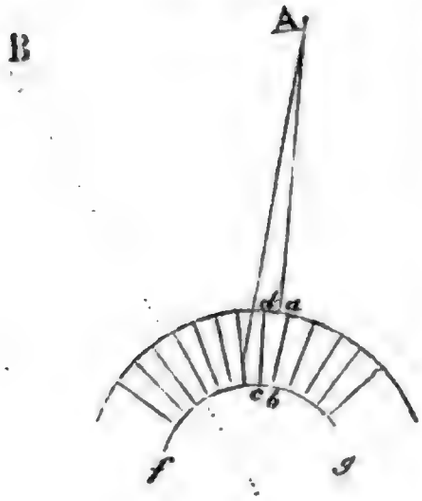
Zum Unterscheiden äußerer Gegenstände durch das Gesicht reicht es nicht hin, daß die von einem Körper ausgehenden Lichtstrahlen auf die Nervenhaut fallen, es sind besondere lichtsondernde Apparate nöthig, welche bewirken, daß die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen nur eine bestimmte Stelle der Nervenhaut treffen, und daß von dieser Stelle die von anderen Punkten herkommenden Lichtstrahlen abgehalten werden; auf diese Weise sind die verschiedenen Stellen der Netzhaut verschieden afficirt, und dadurch wird eine Unterscheidung möglich. Wo solche lichtsondernde Apparate fehlen, wie dies bei vielen niederen Thierklassen der Fall ist, da kann kein eigentliches Sehen, sondern nur eine Unterscheidung von Licht und Dunkel, von Tag und Nacht stattfinden; doch sind selbst für eine solche Lichtempfindung noch besondere Nervenpaare nöthig.

Nicht bei allen Thierklassen, bei denen ein eigentliches Sehen stattfindet, sind die zur Isolirung der Lichteindrücke bestimmten Apparate auf dieselbe Weise eingerichtet; man unterscheidet zwei wesentlich verschiedene Arten von Augen, nämlich 1) die musivisch zusammengesetzten Augen der Insecten und Crustaceen und 2) die mit Sammellinsen versehenen Augen der Wirbelthiere.

195 **Zusammengesetzte Augen.** Erst durch die klassischen Untersuchungen Müller's ist das Wesen der musivisch zusammengesetzten Augen klar gemacht worden (Physiologie des Gesichtssinnes 1826 und Handbuch der Physiologie des Menschen 1837). Auf der convexen Nervenhaut steht eine ungeheuere Menge durchsichtiger Kegel rechtwinklig auf, und nur diejenigen Strahlen können die Basis eines solchen Kegels auf

der Nervenhaut erreichen, die in der Richtung der Axe dieſes Kegels einfallen. Alles ſeitlich einfallende Licht wird abſorbirt, weil die Seitenwände der Kegel mit einem dunkelfarbigen Pigmente bekleidet ſind. In Fig. 526 ſey $fcbg$ ein Durchſchnitt der converen Nervenhaut mit den darauf ſitzenden durchſichtigen Cylindern, ſo iſt klar, daß die von dem leuchtenden Punkte A ausgehenden Strahlen nur in cb, der Baſis des abgeſtumpften Kegels $abcd$, die Nervenhaut treffen können; ſchon die Baſis der beiden neben $abcd$ liegenden Kegel wird nicht mehr von den von A ausgehenden Strahlen getroffen; ein leuchtender Punkt B ſendet ſeine Strahlen wieder an eine andere Stelle der Netzhaut u. ſ. w. Auf die Baſis eines ſolchen durchſichtigen Kegels wird natürlich alles Licht wirken, welches von Punkten herkommt, die in der Verlängerung des Kegels liegen, und die Lichteindrücke von allen Punkten, welche Licht auf die Baſis deſſelben Kegels ſenden, werden ſich auch vermiſchen, und ſomit ſieht man leicht ein, daß die Deutlichkeit des Bildes auf der Nervenhaut um ſo größer ſeyn wird, je größer die Anzahl der Kegel iſt. Sehr treffend charakteriſirt Müller das Sehen ſolcher Augen, indem er ſagt: »Die Darſtellung des Bildes in mehreren tauſenden geſonderten Punkten, wovon jeder Punkt einem Feldchen der Außenwelt entſpricht, gleicht einer Moſaik, und man kann ſich aus einer kunſtreichen Moſaik die beſte Vorſtellung von dem Bilde machen, welches die Geſchöpfe, die eines ſolchen Organs theilhaftig ſind, von der Außenwelt erhalten werden.«

Fig. 526.



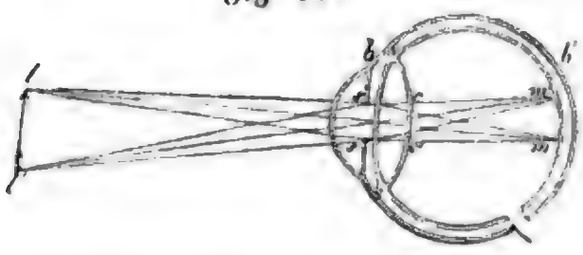
Die Größe des Sehfeldes ſolcher Augen hängt natürlich von dem Winkel, den die Axen der äußerſten Kegel mit einander machen, alſo von der Wölbung der Augen, ab. Die durchſichtige Haut, welche das ganze Auge nach außen hin bedeckt, die Hornhaut, iſt gewöhnlich in Facetten abgetheilt, und jede einzelne Facette entſpricht einem der eben beſprochenen durchſichtigen Kegel. Die Zahl der Facetten eines ſolchen Auges iſt in der Regel ſehr groß; ein einziges Auge enthält oft 12 bis 20 Tauſend ſolcher Facetten.

Nicht alle Inſecten haben ſolche muſiviſch zuſammengeſetzte Augen, die Spinnen z. B. haben einfache linſenhaltige Augen, welche ganz ſo gebaut ſind wie die Augen der Wirbelthiere; ja es giebt viele Inſecten, welche außer den muſiviſch zuſammengeſetzten auch noch einfache linſenhaltige Augen haben, doch läßt der Bau derſelben, ſo wie auch ihre Stellung

vermuthen, daß sie nur zum Sehen der allernächsten Gegenstände bestimmt sind.

196 **Einfache Augen mit Sammellinsen.** Auf der Netzhaut der mit Collectivlinsen versehenen Augen entsteht das Bild ganz auf dieselbe Weise, wie die Sammelbilder der gewöhnlichen Linsen; die von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen, welche die Vorderfläche des Auges treffen, werden nämlich durch die durchsichtigen Medien des Auges nach einem Punkte der Netzhaut hin gebrochen. Fig. 527 soll den Durchschnitt eines menschlichen Auges darstellen. Der ganze Augapfel ist von einer festen harten Haut umgeben, welche nur auf der Vorderseite durchsichtig ist; dieser durchsichtige Theil wird die Hornhaut (cornea), der weiße undurchsichtige Theil die harte Haut (tunica sclerotica) genannt; die durchsichtige Hornhaut ist stärker gewölbt als der übrige Theil des Augapfels. Hinter der Hornhaut liegt die farbige Regenbogenhaut (iris), welche eben ist und die Wölbung der durchsichtigen Hornhaut gleichsam von dem übrigen Theile des Auges abschneidet. In der Mitte der Regenbogenhaut bei ss' befindet sich eine kreisförmige Oeffnung, welche von vorn gesehen vollkommen schwarz (das Schwarze im Auge) erscheint; diese Oeffnung führt den Namen der Pupille. Hinter der Iris und der Pupille befindet sich die Krystalllinse $c\,c'$; sie befindet sich in einer durchsichtigen Kapsel, durch welche sie auch an der äußeren Wand, Hülle des Auges, befestigt ist. Zwischen der Linse und der Hornhaut befindet sich eine klare etwas salzige Flüssigkeit, die wässerige Feuchtigkeit (humor aqueus), der ganze Raum hinter der Linse ist dagegen mit einer durchsichtigen gallertartigen Substanz, der Glasfeuchtigkeit (humor vitreus), angefüllt. Die Krystalllinse selbst ist vorn flacher als hinten.

Fig. 527.



Ueber die Sclerotica ist im Innern des Auges die Aderhaut (tunica choroidea) ausgebreitet, und über dieser endlich liegt die Netzhaut (retina), welche nur eine Ausbreitung des Sehnerven ist. Die Aderhaut, welche die ganze innere Höhlung des Auges bekleidet, ist mit einem schwarzen Pigment überzogen; diese Schwärzung ist nöthig, damit nicht durch Reflexionen im Innern des Auges die Reinheit der Bilder gestört wird. Aus demselben Grunde werden ja auch die Fernröhre innen geschwärzt.

Folgendes sind die Dimensionen der wichtigsten Theile des menschlichen Auges:

Krümmungshalbmesser der Sclerotica . .	10	bis	11mm
Krümmungshalbmesser der Hornhaut . .	7	»	8
Durchmesser der Iris	11	»	12
Durchmesser der Pupille	3	»	7
Dicke der Hornhaut.	1		
Entfernung der Pupille von der Hornhaut .	2		
Entfernung der Pupille von der Linse . .	1		
Vorderer Krümmungshalbmesser der Linse .	7	»	10
Hinterer Krümmungshalbmesser derselben .	5	»	6
Durchmesser der Linse	10		
Dicke derselben	5		
Länge der Augenaxe	22	»	24

Die Lichtstrahlen, welche auf dies Auge fallen, treffen entweder auf den vorderen Theil der Sclerotica, das Weiße im Auge, und werden unregelmäßig nach allen Seiten zerstreut, oder sie dringen durch die Hornhaut in das Auge ein; die äußeren der durch die Hornhaut eingedrungenen Strahlen fallen auf die Iris und werden nach allen Seiten hin unregelmäßig zerstreut, wodurch die Farbe der Regenbogenhaut sichtbar wird. Die centralen Strahlen endlich fallen durch die Pupille auf die Linse und werden durch dieselbe nach der Retina hin gebrochen, und zwar so, daß die von einem Punkte eines äußeren Gegenstandes ausgehenden Strahlen, welche durch die Pupille gehen, in einem Punkte auf der Netzhaut wieder vereinigt werden. So entsteht denn auf der Netzhaut ein Bild der vor dem Auge befindlichen Gegenstände. In Fig. 527 ist z. B. m das Bild des Punktes l, m' das Bild von l'.

Man kann sich leicht durch den Versuch an einem etwas großen Thierauge, etwa an einem Ochsen- oder Pferdeauge, davon überzeugen, daß auf der Netzhaut wirklich ein kleines verkehrtes Bild der vor dem Auge befindlichen Gegenstände entsteht; man braucht es nur oben vorsichtig zu öffnen, um durch die Glasfeuchtigkeit auf die Netzhaut sehen zu können; ist das Auge auf einen hellen Gegenstand, etwa auf ein Fenster, gerichtet, so erkennt man auf der Netzhaut deutlich ein kleines verkehrtes Bildchen desselben. Am leichtesten läßt sich das Bild auf der Netzhaut weißsüchtiger Thiere, z. B. weißer Kaninchen, zeigen, bei welchen der schwarze Ueberzug der Aderhaut fehlt, während zugleich der hintere Theil des Sclerotica durchsichtig ist. An solchen Augen lassen sich die Netzhautbilder ohne weitere Präparation zeigen.

Deutliches Sehen in verschiedenen Entfernungen. Wir haben 197
oben schon gesehen, daß das Bild einer Linse seine Lage ändert, wenn der Gegenstand genähert oder entfernt wird; das Bild entfernt sich nämlich

um so mehr vom Glase, je näher der Gegenstand heranrückt. Da nun das Auge ganz so wirkt wie eine Linse, da wir die Gegenstände nur dann scharf sehen können, wenn die Vereinigungspunkte der gebrochenen Strahlen genau auf die Netzhaut fallen, wenn also auf der Netzhaut ein scharfes Bild entsteht, so sollte man meinen, daß wir nur in einer bestimmten Entfernung die Gegenstände deutlich sehen könnten; doch zeigt die Erfahrung das Gegentheil, ein gesundes Auge kann alle Gegenstände deutlich sehen, die mehr als 8 Zoll weit entfernt sind, das Auge muß also offenbar die Fähigkeit haben, sich den verschiedenen Entfernungen zu accommodiren.

Man kann dies auch durch einen ganz einfachen Versuch darthun: man mache auf eine durchsichtige Glastafel einen kleinen schwarzen Fleck und halte die Tafel 10 bis 12 Zoll weit vom Auge, so kann man willkürlich den Fleck, oder durch die Glastafel hindurch die entfernteren Gegenstände deutlich sehen. Sieht man die entfernten Gegenstände deutlich, so erscheint der Fleck neblig und unbestimmt, umgekehrt aber erscheinen die fernen Gegenstände verwaschen, wenn man den Fleck deutlich sieht; wenn also die fernen Gegenstände deutlich erscheinen, so werden die vom dunklen Flecke ausgehenden Strahlen nicht auf der Netzhaut vereinigt, und umgekehrt; das Auge hat also die Fähigkeit, sich selbst für ein Sehen in die Nähe und in die Ferne einzurichten.

Wenn die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen vor oder hinter der Netzhaut vereinigt werden, so wird auf der Netzhaut statt des hellen Punktes ein kleiner Zerstreuungskreis gebildet, und dies ist die Ursache, warum Gegenstände, die sich in einer Entfernung befinden, für welche das Auge nicht gerade accommodirt ist, undeutlich erscheinen. Das Accommodationsvermögen hat aber seine Gränzen, denn wenn die Gegenstände dem Auge gar zu nahe gebracht werden, so sind die inneren Veränderungen, deren das Auge fähig ist, nicht mehr hinreichend, um zu machen, daß das Bild auf die Netzhaut fällt, in diesem Falle liegen die Vereinigungspunkte hinter der Netzhaut, und auf der Netzhaut selbst bilden sich statt des scharfen Bildes Zerstreuungskreise der einzelnen leuchtenden Punkte, so daß keine scharfe Unterscheidung mehr möglich ist. Einen Stecknadelknopf z. B., den man nur 1 bis 2 Zoll weit vom Auge hält, kann man nicht deutlich sehen.

Da sich die Vereinigungsweite der Strahlen von der Linse entfernt, wenn die Gegenstände näher rücken, so ließe sich das deutliche Sehen in verschiedenen Entfernungen durch die Annahme erklären, daß man die Länge der Augenaxe willkürlich vergrößern und verkleinern könne; für nahe Gegenstände müßte dann die Augenaxe länger seyn als für entfernte oder, mit anderen Worten, für nahe Gegenstände wäre die Netzhaut weiter von

der Hornhaut entfernt. Olbers hat berechnet, wie groß die Verlängerung der Augenaxe ſeyn müßte, um das deutliche Sehen von einer Entfernung von 4 Zoll bis ins Unendliche zu erklären; aus dieſen Rechnungen ergeben ſich die Zahlen der folgenden kleinen Tabelle:

Entfernung des Gegenſtandes.	Entfernung des Bildes von der Hornhaut.
Unendlich	0,8997 Zoll
27 Zoll	0,9189 »
8 »	0,9671 »
4 »	1,0426 »

Demnach würde bei unveränderter Krümmung der Linſe und der Hornhaut nur eine Verlängerung der Augenaxe von ungefähr 1 Linie hinreichen, um das deutliche Sehen von einer Entfernung von 4 Zoll bis in's Unendliche zu erklären.

Wollte man die Accommodationsfähigkeit des Auges aus einer Veränderung der Krümmung der Hornhaut erklären, ſo müßte man, nach den Rechnungen von Olbers, folgende Variationen annehmen:

Entfernung des Gegenſtandes.	Radius der Hornhaut.
Unendlich	0,333 Zoll
27 Zoll	0,321 »
20 »	0,303 »
5 »	0,273 »

Wenn ſich alſo der Krümmungshalbmeſſer der Hornhaut nur von 0,333 bis 0,300 änderte und die Augenaxe ſich um $\frac{1}{2}$ Linie verlängern und verkürzen könnte, ſo würde ſich daraus die Accommodationsfähigkeit des Auges für alle Entfernungen von 4 Zoll bis in's Unendliche erklären laſſen.

Wenn ſich auch durch ſolche Annahmen die Accommodationsfähigkeit erklären läßt, ſo iſt doch die Richtigkeit dieſer Anſicht durchaus noch nicht bewieſen, ja es ſind mancherlei Einwürfe dagegen erhoben worden, wenigſtens iſt eine ſo ſtarke Veränderung in der Krümmung der Hornhaut ziemlich unwahrſcheinlich.

Andere Phyſiologen nehmen eine Zuſammendrückung und Ortsveränderung der Linſe zu Hülfe, um die Accommodation des Auges zu erklären; es iſt dies wohl möglich, doch nicht erwieſen. Vielleicht iſt die Accommodationsfähigkeit in einem Zuſammenwirken aller bisher erwähnten Urſachen zu ſuchen.

Die Pupille erweitert sich bekanntlich im Dunkeln und zieht sich mit zunehmender Helligkeit mehr und mehr zusammen; man beobachtet aber auch, daß die Pupille beim Betrachten naher Gegenstände kleiner ist, als wenn man einen fernen Gegenstand fixirt; dies bringt nun Pouillet mit dem Accommodationsvermögen in Zusammenhang, welches er auf folgende Weise erklärt: die Linse besteht nämlich nicht aus concentrischen Schichten, sondern aus Schichten von ungleicher Krümmung und Dichtigkeit; dadurch ist es nun nach Pouillet's Meinung möglich, daß die Brennweite des mittleren Theils der Linse kleiner ist als die Brennweite für die Randstrahlen; beim Betrachten naher Gegenstände sind die Randstrahlen, deren Vereinigungspunkt jenseits der Netzhaut liegen würde, durch die Kleinheit der Pupille ausgeschlossen, während bei Fixirung ferner Gegenstände gerade Randstrahlen das Bild geben. Bei weit geöffneter Pupille würden freilich die centralen Strahlen fernerer Gegenstände sich vor der Netzhaut vereinigen und auf derselben einen Zerstreuungskreis bilden; die Ausbreitung vom Vereinigungspunkte bis zur Retina würde aber nach Pouillet's Meinung nur unbedeutend seyn, dann wäre aber auch die Helligkeit der Zerstreuungskreise zu gering, um das lichtstarke Bild der Randstrahlen undeutlich zu machen.

Wäre Pouillet's Ansicht richtig, so müßte jede Veränderung im Durchmesser der Pupille auch eine Veränderung des Accommodationsvermögens zur Folge haben, was nicht der Fall ist. Am entschiedensten spricht aber gegen diese Ansicht folgender Versuch:

Man mache in ein Kartenblatt ein Loch von ungefähr 1 Linie Durchmesser, also kleiner noch als die kleinste Oeffnung der Pupille, und halte diese Oeffnung dicht vor's Auge, so kann man durch sie nach Belieben immer noch nahe oder ferne Gegenstände deutlich sehen, das Auge kann sich also für's Sehen ferner Gegenstände accommodiren, obgleich durch das Kartenblatt alle Randstrahlen von der Linse abgehalten sind.

198 **Weite des deutlichen Sehens, Kurzsichtigkeit und Fernsichtigkeit.** Es ist schon oben angeführt worden, daß man Gegenstände, die dem Auge gar zu nahe gebracht werden, nicht mehr deutlich sehen kann. Für ein jedes Auge giebt es eine bestimmte Entfernung, über welche hinaus man die Gegenstände dem Auge nicht nähern darf, wenn man sie ohne Anstrengung noch deutlich sehen will; in diese Entfernung, welche die Weite des deutlichen Sehens oder auch nur die Sehweite genannt wird, hält man unwillkürlich beim Lesen ein Buch, welches mit Lettern von gewöhnlicher Größe gedruckt ist. Bringt man die Gegenstände näher, so kann man sie nur mit Anstrengung deutlich sehen, bei noch größerer Nähe endlich ist gar kein deutliches Sehen mehr möglich. Bei einem ganz gesunden Auge beträgt die Weite des deutlichen Sehens 8 bis 10 Zoll.

Ein Auge, deſſen Sehweite geringer iſt, nennt man kurzſichtig, wenn ſie aber größer iſt, weitſichtig.

Die Undeutlichkeit des Sehens ganz naher Gegenſtände rührt, wie ſchon erwähnt wurde, daher, daß die von einem Punkte des nahen Gegenſtandes ausgehenden Strahlen ſo ſtark divergiren, daß die brechenden Medien des Auges nicht im Stande ſind, ſie ſo ſtark convergent zu machen, daß ihre Vereinigung auf der Netzhaut ſtattfände; da die Vereinigungsweite in dieſem Falle hinter die Netzhaut fällt, ſo erſcheinen ſie mit einem Zerſtreuungskreiſe. Wenn man nun die Bildung dieſes Zerſtreuungskreiſes zu verhindern im Stande iſt, ſo kann man ſelbſt ganz nahe vor's Auge gebrachte Gegenſtände noch deutlich ſehen.

Man mache mit einer Stecknadel ein feines Loch in ein Kartenblatt und halte es dicht vor das Auge, ſo wird man durch daſſelbe die Lettern eines ganz nahe gehaltenen Buches noch ganz deutlich, und zwar bedeutend vergrößert ſehen, während man nach Entfernung des Kartenblattes durchaus keinen Buchſtaben mehr zu erkennen im Stande iſt. Der Grund liegt darin, daß von einem Punkte des ganz nahen Gegenſtandes aus nur in einer einzigen Richtung, durch die feine Oeffnung Strahlen in's Auge dringen können, und dieſe werden auch nur in einer einzigen Stelle die Netzhaut treffen, während, wenn das Kartenblatt die übrigen Strahlen nicht abhält, von einem Punkte des Gegenſtandes aus ein ganzes Strahlenbündel durch die Pupille in's Auge gelangt, welches auf der Netzhaut einen Zerſtreuungskreis bildet.

Hierher gehört auch der intereſſante und lehrreiche Verſuch des Pater Scheiner (oculus sive fundamentum opticum etc. 1652). Wenn man in ein Kartenblatt zwei feine Nadellöcher macht, deren Entfernung von einander kleiner ſeyn muß als der Durchmeſſer der Pupille, und die Oeffnungen dicht vor das Auge hält, ſo ſieht man einen kleinen Gegenſtand, etwa einen Nadelknopf, den man innerhalb der Sehweite vor die Löcher hält, doppelt. Von dem kleinen Gegenſtande gelangen nämlich nur zwei ganz feine Strahlenbündel durch die beiden Löcher in's Auge; dieſe beiden Strahlen convergiren aber nach einem Punkte, der hinter der Netzhaut liegt, ſie treffen alſo die Netzhaut in zwei verſchiedenen Punkten; es ſind dies zwei iſolirte Punkte des Zerſtreuungskreiſes, welcher auf der Retina entſtehen würde, wenn die übrigen Strahlen nicht durch das Kartenblatt aufgefangen würden.

Wenn man den kleinen Gegenſtand mehr und mehr entfernt, ſo nähern ſich die Bilder, weil die beiden durch die Löcher in's Auge fallenden Strahlen nun weniger divergiren und alſo auch nach einem Punkte hin gebrochen werden, welcher der Retina näher liegt. Hat man den Gegenſtand bis auf die Weite des deutlichen Sehens vom Auge entfernt, ſo fallen

die beiden Bilder vollkommen zusammen, weil ja alle Strahlen, die von einem Punkte ausgehen, der gerade um die Weite des deutlichen Sehens vom Auge entfernt ist, in einem Punkte der Netzhaut vereinigt werden.

Durch eine feine Oeffnung in einem Kartenblatte, welche dicht vor's Auge gehalten wird, sieht man begreiflicherweise nahe und ferne Gegenstände gleich scharf, ohne daß das Auge nöthig hätte, sich den Entfernungen zu accommodiren, da ja ohnehin die von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen auch nur in einem Punkte die Netzhaut treffen; durch eine solche Oeffnung kann man deshalb auch zu gleicher Zeit nahe und ferne Gegenstände deutlich sehen. Es fragt sich nun, in welchem Accommodationszustande sich das Auge beim Sehen durch eine feine Oeffnung befindet? offenbar in dem normalen Zustande, zu dessen Erhaltung gar keine Thätigkeit erfordert wird, das Auge befindet sich in dem Zustande, wie es dem Sehen von Gegenständen, die sich in der Weite des deutlichen Sehens befinden, entspricht.

Kehren wir jetzt zum Scheiner'schen Versuche zurück; wenn ein fernerer Gegenstand durch die beiden Oeffnungen betrachtet wird, so müssen offenbar die von ihm ausgehenden durch die beiden Löcher in's Auge gelangenden Strahlen schon in einem Punkte vor der Netzhaut zusammentreffen, da ja der Accommodationszustand des Auges sich nicht ändert; hinter dem Kreuzungspunkte divergiren aber die beiden Strahlen wieder, sie treffen die Netzhaut in zwei verschiedenen Punkten, mithin wird man auch fernere Gegenstände doppelt sehen. Durch die beiden kleinen Oeffnungen also sieht man einen feinen Gegenstand nur dann einfach, wenn er sich in der Weite des deutlichen Sehens befindet.

Auf den Scheiner'schen Versuch hat man Instrumente gegründet, welche zur Ermittelung der Sehweite dienen sollen und den Namen Optometer führen. Young's Optometer besteht aus einem gespannten feinen Faden, welcher durch die kleinen Löcher betrachtet wird.

Die Kurzsichtigkeit (Myopie) und die Weitsichtigkeit (Presbyopie) sind Fehler, deren Grund wohl am richtigsten in einem mangelhaften Accommodationsvermögen zu suchen ist, was besonders daraus hervorgeht, daß die Gewöhnung einen großen Einfluß auf diese Fehler ausübt; Kurzsichtigkeit entsteht oft dadurch, daß das Sehen in der Ferne vernachlässigt wird, und Kinder, welche beim Lesen und Schreiben das Gesicht zu dicht auf das Papier halten, werden in Folge dessen kurzsichtig. Auch dadurch, daß man längere Zeit durch ein Mikroskop sieht, wird ein sonst gutes Auge vorübergehend kurzsichtig, ja dieser Zustand dauert oft mehrere Stunden lang (Müller's Physiologie).

Das einfachste Mittel, die Fernsichtigkeit und Kurzsichtigkeit zu ver-

beſſern, beſteht, wie ſchon bemerkt wurde, darin, daß man eine feine, etwa in ein Kartenblatt gemachte Oeffnung dicht vor das Auge hält. Durch dieſes Mittel, welches ſchon in dem bisher Geſagten ſeine Erklärung gefunden hat, wird die Schärfe des Bildes freilich auf Koſten der Helligkeit hergeſtellt.

Ein zweites Mittel ſind die Brillengläſer, und zwar wendet man bei kurzſichtigen Augen Hohlgläſer, bei fernſichtigen Convergläſer an. Bei einem kurzſichtigen Auge fallen die Bilder ferner Gegenſtände vor die Netzhaut, und das Auge hat nicht das Vermögen, ſich ſo zu accommodiren, daß ſie auf die Netzhaut ſelbſt gebracht würden; man verändert deshalb das Refractionsvermögen des Auges durch vorgeſetzte Hohlgläſer in der Weiſe, daß die in's Auge gelangenden Strahlen weniger ſtark convergiren, und macht dadurch ihre Vereinigung auf der Netzhaut möglich.

Bei fernſichtigen Augen fällt das Bild naher Gegenſtände hinter die Netzhaut, ohne daß das Auge im Stande iſt, ſich dieſem Refractionsvermögen zu accommodiren; man wendet deshalb Convergläſer an, um die Strahlen convergenter zu machen und dadurch ihren Vereinigungspunkt auf die Netzhaut zu bringen.

Je nachdem ein Auge mehr oder weniger kurzſichtig oder weitſichtig iſt, muß man ſtärkere oder ſchwächere Gläſer anwenden; man wählt die Gläſer ſo, daß die Weite des deutlichen Sehens, welche entweder größer oder kleiner iſt als bei einem ganz geſunden Auge, durch Mitwirkung der Gläſer ebenfalls 8 bis 10 Zoll, alſo eben ſo groß iſt wie bei einem guten Auge.

Die Kurzſichtigkeit kommt am häufigſten im mittleren Lebensalter, die Fernſichtigkeit aber im höheren Alter vor.

Achromatismus des Auges. Bei gewöhnlichen Linſen fallen die 199
Brennpunkte der verſchiedenen farbigen Strahlen nicht zuſammen, und daher rühren die farbigen Säume, welche man an den Rändern der durch eine gewöhnliche Linſe betrachteten Gegenſtände wahrnimmt, namentlich, wenn die Oeffnung der Linſen groß iſt und die Gegenſtände ſich nicht in der Mitte des Geſichtsfeldes befinden. Wir haben auch ſchon oben geſehen, wie man achromatiſche Linſen, d. h. ſolche conſtruiren kann, für welche dieſer Fehler aufgehoben iſt. Unſer Auge iſt nun ebenfalls ein achromatiſches Inſtrument, denn wir ſehen die Gegenſtände rein und ohne farbige Säume.

Da der Achromatismus der Linſen durch eine Combination verſchiedener brechender Subſtanzen von ungleicher zerſtreuender Kraft hervorgebracht wird, ſo läßt ſich die Möglichkeit der Achromaſie des Auges ſehr wohl einſehen, da ja ein Lichtſtrahl auf ſeinem Wege durch's Auge der

Reihe nach drei verſchiedene Media zu durchlaufen hat, welche zuſammen wie eine achromatiſche Linſe wirken.

Das Auge iſt jedoch nicht ganz vollkommen achromatiſch, denn wir ſehen einen Gegenſtand nur dann rein, wenn ſich das Auge der Entfernung dieſes Gegenſtandes gehörig accommodirt hat. Man erblickt z. B. ſehr lebhafte Farbenſäume an einem nahe vor dem Auge befindlichen dunklen Gegenſtande, wenn man an ihm vorbei das Auge auf ferne Gegenſtände richtet und dieſe deutlich ſieht; wenn man z. B. in ein Kartenblatt ein Loch von etwa 1 Linie Durchmeſſer macht, es 5 bis 6 Zoll weit vom Auge hält und durch daſſelbe nach einem fernen Gegenſtande viſirt, ſo erſcheinen die Ränder der Oeffnung farbig.

200 **Beziehungen zwiſchen den Empfindungen des Auges und der Außenwelt.** Der Act des Sehens beruht lediglich darauf, daß die Affectionen der Nervenhaut auf eine uns freilich unerklärliche Weiſe zum Bewußtſeyn kommen. Eigentlich nehmen wir alſo nur einen beſtimmten Zuſtand, eine gewiſſe Affection der Netzhaut wahr; daß wir aber dieſe Wahrnehmung nach außen verlegen, daß wir die Netzhautbilder gleichſam in Anſchauungen der Außenwelt verwandeln, iſt Sache eines unmittelbaren Urtheils; in dieſem Urtheile haben wir durch fortwährende übereinſtimmende Erfahrungen eine ſolche Sicherheit erlangt, daß wir die Netzhaut gar nicht als wahrnehmendes Organ empfinden, daß wir die unmittelbaren Empfindungen mit dem verwechſeln, was nach unſerem Urtheile die Urſache derſelben iſt. Dieſe Subſtitution des Urtheils für die Empfindung geſchieht ganz unwillkürlich, ſie iſt uns ſo zu ſagen zur andern Natur geworden.

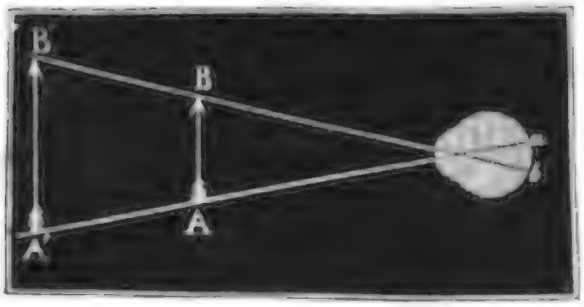
Da wir überhaupt für die Empfindung auf der Netzhaut eine Vorſtellung der Außenwelt ſetzen, ſo ſubſtituiren wir auch für jedes Netzhautbild einen Gegenſtand außer uns. Daß wir den Gegenſtand, welcher einem beſtimmten Netzhautbildchen entſpricht, nach einer beſtimmten Richtung hin ſuchen, iſt aber ſicherlich ebenſo das Reſultat fortgeſetzter conſequenter Erfahrung, wie das nach außen Wirken des Geſichtsſinnes überhaupt. Denken wir uns den Gegenſtand und ſein Netzhautbildchen durch eine gerade Linie verbunden, ſo iſt dies die Richtung, nach welcher wir die Bilder nach außen hin projiciren. Volkmann hat gezeigt, daß, wenn man von jedem Punkte des Netzhautbildchens eine gerade Linie nach dem entſprechenden Punkte der Außenwelt zieht, daß alle dieſe Linien ſich in einem Punkte ſchneiden, welcher im Innern des Auges und zwar etwas hinter der Linſe liegt; dieſen Punkt nennt er den Kreuzungspunkt (Neue Beiträge zur Phyſiologie des Geſichtsſinnes. 1836. und Pogg. Ann. XXXVII. Bd.).

Es iſt oben gezeigt worden, daß von den äußeren Gegenſtänden auf der Netzhaut verkleinerte und verkehrte Bilder entſtehen, und es iſt deshalb die Frage aufgeworfen worden, warum wir nicht alle Dinge *verkehrt* ſehen? Dieſe Frage findet nun in den eben angeſtellten Betrachtungen ihre genügende Antwort; zu dem Bewußtſeyn, daß überhaupt ein Netzhautbild exiſtirt, daß ein Bildchen auf dem oberen oder unteren Theile der Netzhaut liegt, daß es ſich auf der rechten oder linken Seite derſelben befindet, gelangen wir erſt durch optiſche Unterſuchungen; die Empfindung der Nervenhaut kommt nicht als ſolche zum Bewußtſeyn, ſondern ſie wird unwillkürlich nach einer beſtimmten Richtung nach außen hin projicirt, und zwar in derjenigen Richtung, in welcher ſich die Gegenſtände befinden, welche die Netzhautbilder veranlaſſen. Nach dieſer Richtung hin finden wir aber die Gegenſtände auch durch andere ſinnliche Wahrnehmungen, z. B. durch den Taſtſinn, es beſteht alſo zwiſchen den verſchiedenen ſinnlichen Wahrnehmungen in Beziehung auf die Ortsbeſtimmung die vollkommenſte Harmonie; wir würden die Gegenſtände verkehrt ſehen, wenn dieſe Uebereinſtimmung nicht ſtattfände.

Mit der durch das Geſichtsorgan vermittelten Vorſtellung der außer uns befindlichen Dinge verbinden wir auch eine Vorſtellung von ihrer Größe und Entfernung. Die Bildchen auf der Netzhaut liegen neben einander, und wenn wir die entſprechenden Gegenſtände nicht als unmittelbar neben einander, ſondern auch hinter einander befindlich erkennen, kurz, wenn wir uns von der flächenhaften Wahrnehmung zu einer Vorſtellung der Tiefe des Raumes erheben, ſo iſt das nicht Sache der Empfindung, ſondern des Verſtandes. Das Kind hat noch keine Vorſtellung von den Entfernungen, es greift nach dem Monde, wie es nach Dingen in ſeiner Umgebung greift. Die Vorſtellung von der Tiefe des Sehraums erhalten wir erſt dadurch, daß wir uns im Raume bewegen, daß ſich die Bilder bei dieſer Bewegung ändern und daß wir durch unſere eigene Ortsveränderung einen Begriff von der Entfernung der Gegenſtände bekommen.

Die ſcheinbare Größe der Gegenſtände hängt von der Größe des Netzhautbildchens ab. Denken wir uns von den beiden Endpunkten eines Netzhautbildchens Linien nach den entſprechenden Endpunkten des Gegenſtandes gezogen, ſo ſchneiden ſich dieſe Linien im Kreuzungspunkte unter einem Winkel x, den man den *Sehwinkel* nennt; die Größe dieſes Winkels iſt aber der Größe des Netzhautbildes proportional; man kann deshalb auch ſagen, daß die ſcheinbare Größe der Gegenſtände von der Größe des Sehwinkels abhängt, unter welchem ſie erſcheinen. Zwei Gegenſtände von

Fig. 528.



verſchiedener Größe, wie AB und $A'B'$, können gleiche ſcheinbare Größe haben, wenn ihre Größe ihrer Entfernung vom Auge proportional iſt; verſchiedene Gegenſtände alſo, deren Größe ſich verhält wie 1 : 2 : 3 u. ſ. w., werden in einfacher, doppelter, dreifacher Entfernung unter gleich großem Geſichtswinkel erſcheinen.

Unſer Urtheil über die wahre Größe der Gegenſtände und ihrer Entfernung wird erſt durch fortgeſetzte Erfahrung erlangt und kann durch Uebung einen bewundernswürdigen Grad von Sicherheit erreichen.

201 **Sehen mit zwei Augen.** Wenn wir beide Augen auf einen Gegenſtand richten, ſo ſehen wir ihn *einfach*, wenn die Augen für die Entfernung eingerichtet ſind, in welcher er ſich befindet; wir ſehen ihn aber jederzeit *doppelt*, ſobald ſich die Augen einer größeren oder kleineren Entfernung accommodiren; wir ſehen den Gegenſtand ſcharf und deutlich, wenn wir ihn einfach ſehen, undeutlich und verwaſchen, ſobald er doppelt erſcheint.

Wir können ganz nach Willkür einen Gegenſtand einfach oder doppelt ſehen; man halte z. B. zwei Finger gerade hinter einander vor das Geſicht, und zwar ſo, daß der eine ungefähr 1 Fuß, der andere 2 Fuß weit entfernt iſt, ſo ſieht man den hintern doppelt, wenn man die Augenaxen auf den erſtern richtet; den vordern aber, wenn man den hintern Finger fixirt.

In Fig. 529 ſeyen L und R die beiden Augen, A und B zwei in ver-

Fig. 529.

Fig. 530.

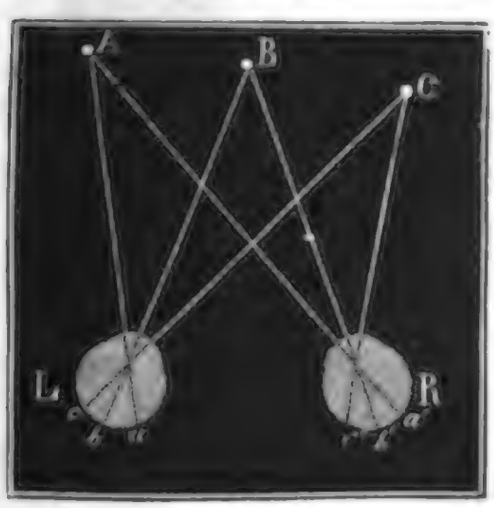
Digitized by Google

ſchiedenen Entfernungen vor dem Auge befindliche Gegenſtände. Wenn man den Gegenſtand *A* fixirt, ſo ſind die Axen beider Augen (die Augenaxe iſt die gerade Linie, welche die Mitte der Netzhaut mit dem Mittelpunkte der Linſe und der Pupille verbindet) nach *A* gerichtet, ſie machen alſo einen ziemlich bedeutenden Winkel mit einander, das Bild von *A* erſcheint aber in jedem Auge auf der Mitte der Netzhaut; fixirt man nun den entfernteren Gegenſtand *B*, wie dies in Fig. 530 dargeſtellt iſt, ſo wird der Winkel der Augenaxen kleiner, und nun erſcheint das Bild von *B* in jedem Auge auf der Mitte der Netzhaut.

Wenn *A* fixirt iſt, wie Fig. 529, ſo liegt das Bild von *B* im linken Auge rechts, im rechten aber links von der Mitte der Netzhaut; die Bilder *b* und *b'* liegen alſo in beiden Augen nicht auf entſprechenden Stellen der Netzhaut, und darin iſt wohl auch der Grund zu ſuchen, warum der Gegenſtand *B* hier doppelt geſehen wird. Da das Bild *b* im linken Auge rechts von *a* liegt, ſo ſcheint uns *B* links von *A* zu liegen, während das rechte Auge den Gegenſtand *B* rechts von *A* ſieht, weil das Bild *b'* links von *a'* iſt. Hat man den Gegenſtand *A* mit beiden Augen ſo fixirt, daß man ihn nur einmal ſieht, *B* aber doppelt erſcheint, ſo kann man das linke oder rechte Bild von *B* verſchwinden machen, je nachdem man die von *B* auf das linke oder rechte Auge fallenden Strahlen auffängt. Hat man hingegen den entfernteren Gegenſtand *B* fixirt, ſo daß *A* doppelt geſehen wird, wie in Fig. 530, ſo verſchwindet das rechts erſcheinende Bild von *A*, wenn man das linke Auge verdeckt.

Um einen Gegenſtand mit beiden Augen einfach zu ſehen, iſt es nicht nöthig, daß die beiden Augenaxen genau auf ihn gerichtet ſind, daß alſo ſein Bild in jedem Auge auf die Mitte der Netzhaut fällt, denn ſonſt könnte man ja nur einen einzigen Gegenſtand einfach ſehen, alles Andere würde doppelt erſcheinen. Eine ganze Reihe von Gegenſtänden kann zu gleicher Zeit mit beiden Augen einfach geſehen werden, wenn ſie nur ihre Bilder in beiden Augen auf entſprechende Stellen der Netzhaut werfen. In Fig. 531 ſtellen *L* und *R* wieder die beiden Augen dar, *A*, *B* und *C* drei verſchiedene Gegenſtände vor denſelben; die Bilder der drei Gegenſtände folgen ſich in beiden Augen in derſelben Ordnung, auf der Netzhaut beider Augen nämlich liegt das Bild von *B* in der Mitte, das Bild von *C* links, das von *A* rechts. Weil die Netzhautbilder *c* und *c'* links von *b* und *b'* liegen, ſo erblicken beide Augen

Fig. 531.



den Gegenſtand C rechts von B; ebenſo ſehen beide Augen den Gegenſtand A links von B, weil die Netzhautbilder a und a' rechts von b und b' liegen.

Wenn man einen Gegenſtand mit beiden Augen einfach ſieht, wenn alſo ſein Bild auf entſprechende Stellen beider Netzhäute fällt, ſo ſieht man ihn heller als mit einem Auge; man kann ſich davon leicht überzeugen, wenn man einen Streifen von weißem Papier anſieht und vor das eine Auge einen dunkeln Schirm ſo hält, daß für dieſes Auge die eine Hälfte des Papierſtreifens bedeckt wird; der Theil des Papiers, welcher mit beiden Augen zugleich geſehen wird, erſcheint heller als die andere Hälfte, die man nur mit einem Auge ſieht.

Der Grund, warum wir mit beiden Augen einfach ſehen können, iſt wohl jedenfalls ein innerer, alſo im Verlaufe der Nervenfaſern zu ſuchen und nicht eine Folge der Gewohnheit. »Beide Augen ſind gleichſam zwei Zweige mit einfacher Wurzel, und jedes Theilchen der einfachen Wurzel iſt gleichſam in zwei Zweige für beide Augen geſpalten,« ſagt Müller, in deſſen Schriften man auch Näheres über die verſchiedenen Verſuche findet, die zur Erklärung dieſer wunderbaren Verkettung gemacht wurden.

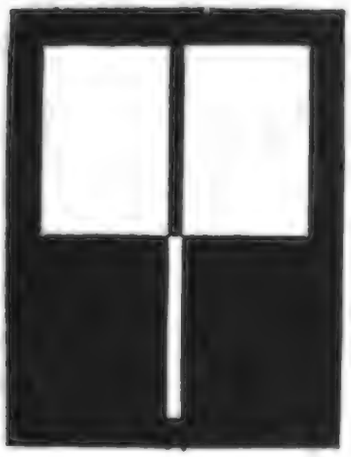
202 **Gränzen der Sichtbarkeit.** Wenn ein Gegenſtand noch geſehen werden ſoll, ſo darf der Geſichtswinkel, unter welchem er erſcheint, nicht unter einer gewiſſen Gränze liegen, die ſehr von der Erleuchtung und der Farbe des Gegenſtandes, der Natur des Hintergrundes und der Individualität der Augen abhängt. Für ein gewöhnliches Auge iſt bei mäßiger Beleuchtung ein Gegenſtand noch unter einem Sehwinkel von 30 Sekunden ſichtbar, ein ſehr heller Gegenſtand, wie ein glänzender Silberdraht, wird aber auf dunklem Grunde noch unter einem Geſichtswinkel von 2 Sekunden geſehen. Auch dunkle Körper können auf weißem Grunde ſehr deutlich geſehen werden, ſelbſt wenn ſie auch ſehr fein ſind; ein mittelmäßiges Auge kann ein Haupthaar vor dem mäßig hellen Himmel noch in einer Entfernung von 4—6 Fuß deutlich unterſcheiden.

203 **Irradiation.** Wenn der Mond ſichelförmig erſcheint und zugleich der Reſt ſeiner Scheibe durch ſchwache Beleuchtung von aſchfarbigem Lichte wahrnehmbar iſt, ſo ſcheint die Sichel überzugreifen, d. h. ſie ſcheint einer Scheibe von größerem Halbmeſſer anzugehören als der Reſt des Mondes. Eine ſolche ſcheinbare Vergrößerung wird faſt überall beobachtet, wo man einen hellen Gegenſtand auf dunklem Grunde ſieht; umgekehrt aber erſcheint ein dunkler Gegenſtand auf hellem Grunde verkleinert. Man hat die hierher gehörigen Erſcheinungen mit dem Namen der Irradiation bezeichnet. Ganz beſonders hat Plateau die Geſetze der Irradiation zu ermitteln geſucht (Pogg. Ann. Ergänzungsband 1842).

Die folgende Vorrichtung iſt ſehr geeignet, dieſe intereſſante Erſcheinung zu zeigen. Die obere Hälfte einer Pappſcheibe von 7″ Höhe und 5″

Breite überziehe man mit weißem Papiere, während die untere Hälft ſchwarz angeſtrichen wird. Die obere Hälfte theilt man dann durch einen ſchwarzen Streifen von 2 Linien Breite, die untere durch einen ebenſo breiten weißen Streifen, ſo daß der weiße Streifen in der Verlängerung des dunklen liegt, wie man Fig. 532 ſieht. Dieſen Apparat ſtelle man neben einem Fenſter auf, ſo daß er wohl beleuchtet iſt, und entferne ſich 12 bis 15 Fuß davon, ſo wird der weiße Streifen auffallend breiter erſcheinen als der ſchwarze. Noch auffallender kann man die Erſcheinung machen, wenn man die weißen Felder und den weißen Streifen ganz ausſchneidet und den Apparat an einer der oberen Scheiben eines Fenſters ſo befeſtigt, daß man durch die ausgeſchnittenen Stellen den hellen Himmel erblickt.

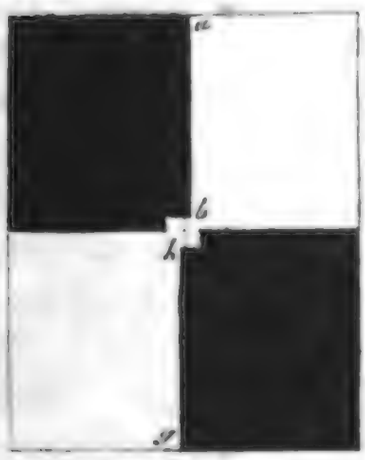
Fig. 532.



Der Grund der Irradiation iſt in einer Ausbreitung des Lichteindrucks auf der Netzhaut zu ſuchen, ſie iſt alſo in Beziehung auf den Raum, was das Beharren der Eindrücke auf der Netzhaut, wovon ſogleich die Rede ſeyn wird, in Beziehung auf die Zeit iſt.

Da die Irradiation keine objective, ſondern eine rein ſubjective Erſcheinung iſt, ſo wird ſie auch nicht für alle Perſonen gleich ſtark ſeyn. Auf eine weiße Papptafel von denſelben Dimenſionen, wie die Fig. 533 dargeſtellte, male man zwei ſchwarze Felder ſo, daß der Rand ab ein Millimeter rechts, der Rand gh 1^{mm} links von der vertikalen Mittellinie der Tafel liegt. Aus einiger Entfernung betrachtet, ſcheinen nun die Ränder ab und gh in eine vertikale Linie zu fallen; doch iſt dieſe Entfernung für verſchiedene Individuen ſehr ungleich. Plateau fand, »daß bei einer Perſon dieſe Coincidenz ſchon bei einer Entfernung von 2,5 Metern ſtattfand, was für den Winkelwerth der Irradiation 1′22″ giebt; bei einer andern Perſon trat aber die Coincidenz erſt bei einer Entfernung von 12 Metern ein, bei dieſer betrug alſo der Winkelwerth der Irradiation nur 17″.

Fig. 533.



Der Winkelwerth der Irradiation iſt unabhängig von der Entfernung des Gegenſtands vom Auge; die abſolute Breite alſo, welche wir der Irradiation beilegen, iſt unter übrigens gleichen Umſtänden der Entfernung des Gegenſtandes proportional.

Die Irradiation zeigt ſich bei allen Entfernungen, von der Weite des deutlichen Sehens bis zu unendlicher Entfernung.

Die Größe der Irradiation wächst mit zunehmender Lichtstärke, doch wächst sie nicht in demselben Verhältnisse wie die Helligkeit, sondern in einem bei zunehmender Helligkeit stets abnehmenden Verhältnisse.

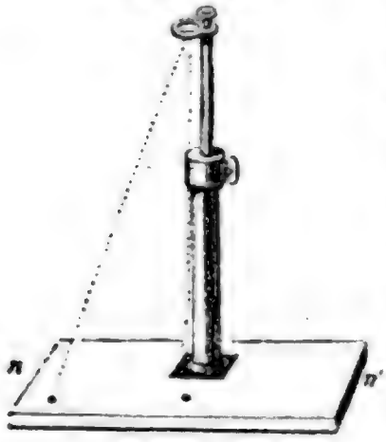
Die Existenz der Irradiation wurde einige Zeit hindurch selbst von ausgezeichneten Astronomen und Physikern bezweifelt; weil die mit den besten Fernröhren angestellten Beobachtungen von dem Einflusse der Irradiation ganz frei waren, so fand man z. B. den Durchmesser des Mondes ganz gleich, man mochte die Messung bei Tage machen, wo er nur ganz matt auf dem blauen Himmel erscheint, oder des Nachts, wo er glänzend auf dem dunklen Grunde steht. Dies ist aber sehr wohl erklärlich. Der Gesichtswinkel, unter welchem wir den Durchmesser des Mondes sehen, beträgt ungefähr 30 Minuten; wenn nun der Winkelwerth der Irradiation für das beobachtende Auge 1 Minute beträgt, so erscheint offenbar der Durchmesser des Mondes durch die Irradiation um zwei Minuten, also um $^1/_{15}$, vergrößert. Betrachtet man nun den Mond durch ein gutes Fernrohr, so wird wohl der Durchmesser des Mondes, aber nicht die Irradiation, vergrößert; nehmen wir an, das Fernrohr bewirke eine 100malige Vergrößerung, so wird der Durchmesser des Mondes unter einem Gesichtswinkel von 3000′ erscheinen; wenn nun dieser Winkel durch die Irradiation noch um 2′ vergrößert wird, so beträgt doch diese Vergrößerung nur $\frac{1}{1500}$, sie übt also hier einen verhältnißmäßig sehr geringen Einfluß aus. Bedenkt man nun außerdem noch, daß die Intensität des Lichts durch die starke Vergrößerung geschwächt wird, daß also auch deshalb noch der Einfluß der Irradiation geringer ausfällt, so begreift man sehr gut, wie bei Beobachtungen mit guten Fernröhren der Einfluß der Irradiation ganz verschwindet.

204 **Verschwinden schmaler Gesichtsobjecte.** Die Ausbreitung des Lichteindrucks auf der Nervenhaut erklärt auch, warum schmale Körper auf weißem Grunde, bis zur Ermüdung der Augen betrachtet, endlich ganz verschwinden, so daß man nur den weißen Grund noch wahrnimmt. Es gelingt dies auf den seitlichen Theilen der Netzhaut leichter als in der Mitte. Schmale farbige Körper, etwa farbige Papierstreifen auf weißem Grunde sind zu diesem Versuche am geeignetsten; eine schwarze Linie auf weißem Grunde verschwindet sehr schwer.

Am auffallendsten ist das Verschwinden der Gesichtsobjecte an der Stelle der Netzhaut, wo der Sehnerv eintritt; man hielt früher diese Stelle der Netzhaut für ganz unempfindlich und nannte sie deshalb auch das punctum coecum; diese Meinung ist jedoch irrig. Wenn das Bild eines Gegenstandes gerade auf das punctum coecum fällt, so wird er deshalb nicht wahrgenommen, weil der auf den umgebenden Theilen der Netzhaut hervorgebrachte Lichteindruck sich so leicht dieser Stelle mittheilt.

Auf die folgende Weiſe läßt ſich am leichteſten das Verſchwinden der Geſichtsobjecte auf dem punctum coecum zeigen: auf eine weiße horizontale Fläche $n\,n'$ legt man zwei kleine dunkle Scheibchen von 1 bis 1,5 Linien Durchmeſſer, welche ungefähr 3 Zoll weit von einander entfernt ſind, und bringt dann das rechte Auge vertikal über den Punkt links oder das linke vertikal über den Punkt rechts, und zwar ſo hoch, daß die Entfernung des Auges von dem nächſten Punkte ungefähr 5mal ſo groß iſt, als die Entfernung der beiden Scheibchen von einander; dann aber muß die Verbindungslinie der beiden Augen auch der Verbindungslinie der beiden Scheibchen parallel ſeyn. Nehmen wir an, man habe das linke Auge mit Beobachtung der angegebenen Bedingungen vertikal über den Flecken rechts gebracht, ſo wird alsdann das rechte Auge geſchloſſen und mit dem offenen der gerade unter ihm liegende Fleck fixirt; wenn man nun gleichzeitig das Scheibchen links noch wahrnimmt, ſo hat man nur nöthig, es etwas links oder rechts zu rücken, um es gänzlich verſchwinden zu machen. Hat man das Scheibchen in dieſe Stellung gebracht, ſo fällt ſein Bild gerade auf das punctum coecum; rückt man das Scheibchen wieder aus dieſer Stelle heraus, ſo daß ſein Bild wieder auf eine andere Stelle kommt, ſo wird es alsbald wieder wahrgenommen.

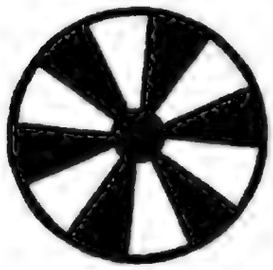
Fig. 534.



Dieſe Erſcheinung iſt ſchon von Mariotte entdeckt worden.

Dauer des Lichteindrucks. Wenn man mit einer glühenden Kohle 205
raſch einen Kreis beſchreibt, ſo kann man die Kohle ſelbſt nicht unterſcheiden, ſondern man ſieht einen feurigen Kreis. Der Grund dieſer Erſcheinung liegt darin, daß eine durch einen Lichteindruck afficirte Stelle der Retina nicht augenblicklich wieder zur Ruhe kommt, wenn der Lichteindruck ſelbſt aufgehört hat; aus demſelben Grunde kann man auch die Speichen eines ſchnell laufenden Rades nicht unterſcheiden, und die obere Fläche eines Kreiſels, welcher mit abwechſelnd weißen und ſchwarzen Sectoren bemalt iſt, wie Fig. 535, erſcheint bei raſcher Rotation gleichförmig grau. Wenn aber der Kreiſel, im Dunkeln rotirend, momentan erleuchtet wird, etwa durch einen Blitz oder einen elektriſchen Funken, ſo kann man die einzelnen Sectoren deutlich unterſcheiden.

Fig. 535.



Macht man in eine Pappſcheibe von 2—3 Zoll Durchmeſſer diametral gegenüberſtehend zwei Löcher, durch welche man Fäden zieht, wie

Fig. 536 und Fig. 537 zeigen, ſo kann man mit Hülfe dieſer Fäden die

Fig. 536.

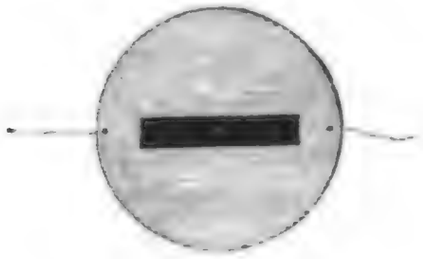
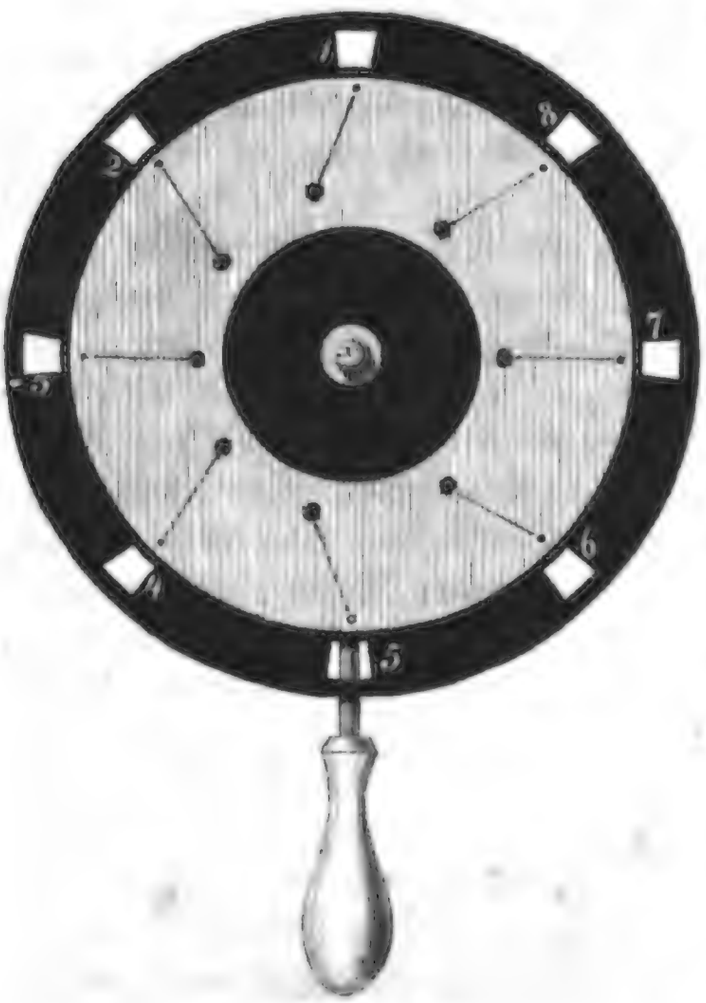


Fig. 537.

Scheibe raſch drehen, ſo daß man abwechſelnd die eine und dann wieder die andere Seite ſieht. Macht man nun auf die eine Seite einen ſchwarzen Streifen in der Richtung der beiden kleinen Löcher, auf die andere Seite einen Streifen, welcher auf dieſer Richtung rechtwinklig ſteht, ſo ſieht man bei raſcher Umdrehung ein Kreuz, weil der Eindruck des horizontalen Streifens im Auge noch nicht erloſchen iſt, wenn der vertikale Streifen ſichtbar wird. Iſt auf die eine Seite ein Käfig, auf die andere ein Vogel gemalt, ſo erſcheint bei raſcher Drehung der Vogel im Käfig u. ſ. w.

Ein recht ſinnreicher und artiger Apparat, welcher ſich ebenfalls auf die Dauer des Lichteindrucks gründet, iſt die ſogenannte Wunderſcheibe oder das Phenakiſtoſkop. Eine Scheibe von 20 bis 25 Centimeter Durchmeſſer kann um eine horizontale Axe x in eine raſche Rotationsbewegung verſetzt werden; am Rande dieſer Scheibe befindet ſich eine Reihe von Oeffnungen, welche in gleichen Abſtänden auf einander folgen; in der Fig. 538 dargeſtellten Wunderſcheibe befinden ſich 8 ſolcher Löcher. Innerhalb des durch die 8 Löcher gebildeten Ringes iſt nun eine kleinere bemalte Scheibe befeſtigt, auf welcher ein und derſelbe Gegenſtand in 8 auf einander

Fig. 538.



folgenden Stellungen abgebildet ist, so daß jedem Loche eine andere Stellung entspricht. In unserer Figur ist ein ganz einfacher Gegenstand gewählt, nämlich ein Pendel. Unter der mit 1 bezeichneten Oeffnung ist das Pendel dargestellt, wie es eben seine äußerste Stellung links erreicht hat; unter der Oeffnung 2 sehen wir das Pendel, wie es sich der Gleichgewichtslage schon wieder genähert hat, bei 3 hat es die Gleichgewichtslage erreicht u. s. w. Dieser Apparat wird nun so vor einen Spiegel gehalten, daß die bemalte Fläche dem Spiegel zugekehrt ist und man durch eine Oeffnung, etwa durch die oberste, das Bild der bemalten Scheibe im Spiegel sieht. Wenn nun die Scheibe rotirt, so geht eine Oeffnung nach der andern vor dem Auge vorüber, während aber die Zwischenräume vor dem Auge hergehen, sieht man nichts. Nehmen wir an, daß in einem bestimmten Momente die Oeffnung 1 vor dem Auge vorübergeht, so erblickt man unter derselben das Bild des Pendels in seiner größten Ausweichung; der in diesem Moment in's Auge gelangende Lichteindruck bleibt nun, bis die zweite Oeffnung vor's Auge kommt, und nun erscheint das Pendel an derselben Stelle, an welcher man es eben erst in seiner größten Ausweichung gesehen hatte, der Gleichgewichtslage etwas genähert; das Bild dieser zweiten Lage bleibt im Auge, bis die dritte Oeffnung vor dasselbe gelangt, und nun sieht man das Pendel in seiner Gleichgewichtslage u. s. w.; die auf diese Weise der Reihe nach dem Auge vorgeführten Stellungen des Pendels machen nun täuschend den Eindruck, als ob man ein Pendel wirklich oscilliren sähe. Statt des Pendels kann man auch andere Gegenstände wählen, die man der Reihe nach in eben so viel verschiedenen Stellungen dargestellt hat, als Löcher vorhanden sind, so daß jeder Oeffnung eine andere Stellung entspricht. Sehr täuschend lassen sich auf diese Weise Bewegungen von Menschen und Thiergestalten darstellen, die man in den verschiedenen auf einander folgenden Stellungen aufgezeichnet hat.

Ebenso wie die Gegenstände eine gewisse Größe haben müssen, um durch das Auge wahrnehmbar zu seyn, ebenso muß auch der Lichteindruck eine namhafte Zeit andauern, um eine Wirkung auf die Netzhaut hervorzubringen; aus diesem Grunde wird ein sehr schnell sich bewegender Körper, z. B. eine Kanonenkugel, nicht gesehen; das Bild der fliegenden Kugel bewegt sich auf der Netzhaut mit solcher Geschwindigkeit, daß es an keiner Stelle derselben wahrgenommen werden kann.

Die Nachwirkungen auf der Netzhaut sind um so stärker und dauern um so länger fort, je intensiver und andauernder die primitive Einwirkung war. Die Nachbilder heller Gegenstände sind hell, die Nachbilder dunkler Gegenstände dunkel, wenn das Auge einer ferneren Lichteinwirkung entzogen wird. Sieht man z. B längere Zeit unverwandt durch ein Fenster nach dem hellen Himmel, wendet man alsdann das Auge weg, indem man

es zugleich schließt, so sieht man noch immer die hellen Zwischenräume begränzt durch die dunklen Fensterrahmen; wendet man dagegen das Auge auf eine weiße Wand, so erscheint im Nachbilde hell, was im ursprünglichen dunkel war, und umgekehrt; man sieht z. B. die Fensterrahmen hell und die Zwischenräume dunkel. Diese Umkehrung ist leicht zu erklären: wird das geblendete Auge auf die weiße Wand gerichtet, so sind die vorher durch das helle Licht afficirten Stellen der Netzhaut weniger empfindlich gegen das weiße Licht der weißen Wand, als diejenigen Stellen der Netzhaut, auf welche das Bild der dunklen Fensterrahmen gefallen war.

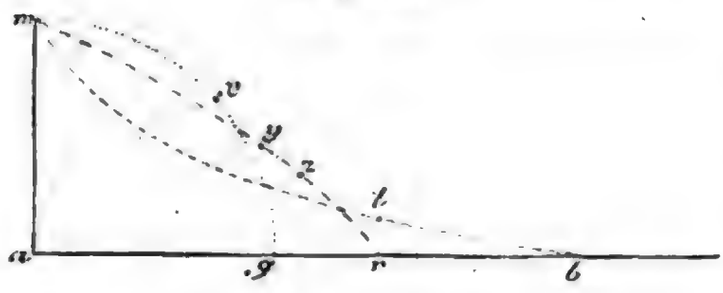
206 **Farbige Nachbilder.** Unser Gesichtsorgan empfindet oft Farbeneindrücke, die nicht unmittelbar durch äußere Objecte hervorgebracht sind, sondern in einem eigenthümlich gereizten Zustande der Netzhaut ihren Grund haben. Man nennt solche Farben *subjective* oder auch *physiologische*. Die farbigen Nachbilder sowohl als auch die Farben, welche durch Contraste hervorgebracht werden, gehören hierher.

Die Nachbilder, von denen in voriger Nummer die Rede war, sind immer mehr oder weniger gefärbt, und zwar ist diese Färbung um so entschiedener, je intensiver der primitive Lichteindruck war, welcher die Nachbilder veranlaßte. Man fixire z. B. einige Zeit lang ein Kerzenlicht recht scharf, schließe dann die Augen und wende sie nach einer dunklen Stelle des Zimmers, so glaubt man noch immer die Flamme vor den Augen zu haben, aber sie verändert nach und nach ihre Farbe; sie wird alsbald ganz gelb, geht dann durch Orange in Roth, von Roth durch Violet in grünliches Blau über, welches immer dunkler wird, bis das Nachbild endlich ganz verschwindet. Wendet man hingegen das durch das Kerzenlicht geblendete Auge auf eine weiße Wand, so folgen sich die Farben des Nachbildes in fast entgegengesetzter Ordnung, d. h. man sieht anfangs ein ganz dunkles Nachbild auf dem hellen Grunde, welches alsbald blau, grün, gelb wird und ist endlich vom weißen Grunde nicht mehr zu unterscheiden, wenn das Nachbild ganz verschwunden ist, d. h. wenn die Netzhaut sich ganz wieder erholt hat. Der Uebergang von einer Farbe zur andern beginnt am Rande und verbreitet sich von da aus nach der Mitte. Dieselbe Reihe von Farbenerscheinungen beobachtet man an den Blendungsbildern weißer Papiere, die auf schwarzem Grunde liegend von der Sonne beschienen sind u. s. w.

Der Grund dieser Erscheinungen ist wohl darin zu suchen, daß die Nachwirkung auf der Netzhaut nicht für alle Farben des Spectrums gleich lange dauert und daß die Abnahme der Intensität der Nachwirkung nicht für alle Farben dasselbe Gesetz befolgt. Um das *Abklingen* der Farben im Nachbild eines weißen Gegenstandes zu erklären, müßte man annehmen, daß der Eindruck des Gelben am ersten verlischt, dann Roth und endlich Blau; daß aber das Gelb anfangs langsam, dann rascher, das Blau aber

umgekehrt anfangs raſch und ſpäter langſam an Intenſität abnimmt, ungefähr ſo wie es in Fig. 539 durch eine graphiſche Darſtellung erläutert wird. Die Abſciſſen ſind der Zeit, die Ordinaten der Intenſität der Nachwirkung proportional; es ſtellt alſo ag die Zeit dar, welche von dem Augenblick an vergeht, in welchem das Auge der Einwirkung des blendenden weißen Gegenſtandes entzogen wird, bis zu dem Momente, in welchem die Nachwirkung der in dem weißen Licht enthaltenen gelben Strahlen gänzlich erloſchen iſt; ar und ab ſtellen die entſprechenden Zeiten für das rothe und blaue Licht dar; die Kurven mg, mr und mb ſtellen das Geſetz dar, nach welchem die Intenſität der Nachwirkung für Gelb, Roth und Blau abnimmt; die übrigen Farben des Spectrums wollen wir der Einfachheit wegen vor der Hand noch unberückſichtigt laſſen. In dem Moment, in welchem das Auge der Einwirkung des blendenden Gegenſtandes entzogen wird, hat das Auge noch die Empfindung von Weiß, weil es durch alle Farben gleichmäßig afficirt iſt; nun nimmt aber anfangs die Nachwirkung aller anderen Farbenſtrahlen raſcher ab als die der gelben, deshalb wird das Nachbild bald eine gelbe Färbung annehmen müſſen. Die gelbe Färbung geht aber alsbald durch Orange in Roth über, weil nach einiger Zeit die Intenſität des gelben Nachbildes ſo raſch abnimmt, daß bald das rothe Nachbild überwiegend wird; da aber dieſes auch eher ganz verſchwindet als das blaue Nachbild, ſo wird ſich endlich die blaue Färbung geltend machen müſſen.

Fig. 539.



Die Kurve für Orange würde ſo zu legen ſeyn, daß ſie die Kurve mg in x, mr aber in y ſchnitte; die Kurve für Grün würde mr in z, mb in l ſcheiden.

Wendet man das geblendete Auge auf eine weiße Fläche, ſo erſcheint das Nachbild dunkel, weil die geblendeten Stellen der Netzhaut für das weiße Licht der Fläche unempfindlicher ſind; nun aber bleibt anfangs die Nachwirkung der rothen und gelben Strahlen noch vorherrſchend, während die der blauen raſch abnimmt, das Auge wird alſo für blaues Licht eher wieder etwas empfindlich, das auf dem hellen Grund zuerſt ganz dunkel erſcheinende Nachbild wird alſo zunächſt eine blaue Färbung annehmen. Die Nachwirkung des Gelb erliſcht auf der Netzhaut zuerſt, ſie erhält alſo ihre volle Empfindlichkeit für die gelben Strahlen zuerſt, in dieſer Periode alſo wird das geblendete Auge, auf eine weiße Fläche ſehend, ein gelbes Nachbild wahrnehmen, nachdem daſſelbe Nüancen durchlaufen hat, welche

immer denen complementär sind, welche man in denselben Momenten bei geschlossenem Auge würde wahrgenommen haben. In der That braucht man nur das bis dahin geschlossene Auge zu öffnen, wenn das Nachbild auf dunklem Grunde eine bestimmte Farbe erlangt hat, und es auf eine weiße Fläche zu richten, um sogleich das complementäre Nachbild auf weißem Grunde zu sehen. Nachdem das Auge seine volle Empfindlichkeit für Gelb wieder erlangt hat, erlangt es alsbald auch der Reihe nach seine volle Empfindlichkeit für die anderen Farben wieder, und somit geht das gelbe Nachbild auf dem hellen Grunde in ein weißes über, d. h. man kann es endlich nicht mehr von dem hellen Grunde unterscheiden.

Wenn man längere Zeit einen farbigen Fleck auf weißem Grunde scharf fixirt und dann das Auge seitwärts auf die weiße Fläche richtet, so sieht man ein complementär gefärbtes Nachbild; war der Fleck blau, so ist das Nachbild gelb, war er roth, so ist es grün u. s. w. Diese Erscheinung erklärt sich dadurch, daß die Netzhaut für die Farbe des Objectes abgestumpft und also für diejenigen im weißen Licht enthaltenen Farben empfindlicher wird, die nicht in der Nüance des Objectes enthalten sind, welches die Blendung veranlaßte.

Daß die Retina durch das längere Betrachten eines stark erleuchteten farbigen Gegenstandes allmälig gegen diese Farbe abgestumpft wird, geht auch daraus hervor, daß sie nach und nach immer matter und unscheinbarer wird. Man kann sich davon am leichtesten auf folgende Weise überzeugen. Man fixire längere Zeit ein farbiges, etwa ein rothes Quadrat, welches sich auf einem weißen Grunde befindet, und wende dann das Auge nur etwas seitwärts, so daß das complementäre Nachbild zum Theil noch auf das farbige Quadrat fällt, wie dies Fig. 540 angedeutet ist. Der freie Theil des Nachbildes erscheint jetzt grün, der frei gewordene Theil des ursprünglichen Bildes, d. h. derjenige Theil, welcher seine Strahlen jetzt auf Stellen der Netzhaut sendet, die vorher noch nicht von dem rothen Lichte getroffen waren, erscheint lebhaft roth; da aber, wo beide Quadrate über einander fallen, sieht man ein weit matteres Roth, denn die von diesem Theile des objectiven rothen Quadrates ausgehenden Strahlen treffen noch immer solche Stellen der Netzhaut, welche gegen den Eindruck des rothen Lichtes schon mehr abgestumpft sind.

Fig. 540.

Sehr auffallend ist das Unscheinbarwerden der Farben bei einem von Brewster angegebenen Versuche. Betrachtet man das Spectrum einer Kerzenflamme anhaltend durch ein Prisma, so werden nach und nach die Farben immer unscheinbarer; zuerst verschwindet Roth und Grün, dann Blau, endlich auch das Gelb, und man sieht statt des farbigen Spectrums

nur noch einen langen weißlichen Streifen; am ſicherſten gelingt der Verſuch, wenn man mit der Hand das obere Augenlied feſthält, um es am Herunterfallen zu verhindern.

Sollte man es bei einer Kerzenflamme nicht zum Verſchwinden der Farben bringen können, denn dieſe, wie alle ſubjectiven Geſichtserſcheinungen, entwickeln ſich nicht bei allen Individuen mit gleicher Intenſität, ſo nehme man eine intenſivere weiße Flamme zum Object. Auf jeden Fall gelingt der Verſuch, wenn man durch das Prisma direct das Sonnenbild betrachtet; das Licht iſt ſo intenſiv, daß man ſogleich nur einen weißen Streifen ohne alle Färbung wahrnimmt.

Man hat gegen die eben gegebene Erklärung der complementären Nachbilder eingewendet, daß man das complementäre Nachbild ſelbſt dann wahrnimmt, wenn man das Auge nicht auf eine weiße, ſondern auf eine ſchwarze Fläche richtet, daß alſo das weiße Bild hier gar nicht in Betracht zu ziehen ſey.

Wenn man aber auch auf einer dunklen Fläche das complementäre Nachbild wahrnimmt, ſo iſt es doch ſehr dunkel und ungleich weniger intenſiv, als wenn man das Auge auf eine helle Fläche richtet; ſchon dieſer Umſtand beweiſ't, welch wichtigen Antheil das objective Weiß an der Erſcheinung hat. Daß man auf der dunklen Fläche überhaupt noch ein complementäres Nachbild unterſcheiden kann, rührt wohl größtentheils daher, daß eine ſolche Fläche noch nie abſolut dunkel iſt und immer noch etwas weißes Licht in's Auge ſendet. Da man jedoch auch unter ſolchen Umſtänden complementäre Nachbilder beobachtet hat, bei welchen jedenfalls gar kein weißes Licht in's Auge fiel, ſo ſuchen Andere die Urſache der complementären Nachbilder lediglich in der Thätigkeit der Netzhaut, und man muß auch zugeben, daß die Netzhaut ſelbſt, durch einen primitiven Farbenreiz afficirt, in einen ſolchen Zuſtand übergehen kann, als ob ſie durch das complementäre Licht getroffen würde. Für ſich allein reicht keine der beiden Anſichten aus, um alle hierher gehörigen Erſcheinungen zu erklären, eine genügende Theorie wird wohl beide Urſachen zugleich berückſichtigen müſſen. Unter den Gelehrten, welche über die eben beſprochenen Erſcheinungen, ſo wie über die Contraſtfarben gearbeitet haben, ſind beſonders Plateau und Fechner zu nennen. Pogg. Ann. XXXII. XLIV. und L.

Contraſtfarben. Ein grauer Fleck erſcheint auf einer weißen Fläche 207
dunkler, auf einer ſchwarzen heller, als wenn die ganze Fläche mit demſelben grauen Tone überzogen wäre. Ein Verſuch, welcher dies recht deutlich zeigt, iſt folgender: man bringe einen ſchmalen undurchſichtigen Körper, etwa einen Bleiſtift, zwiſchen eine Kerzenflamme und eine weiße Fläche, ſo wird man einen dunklen Schatten auf hellem Grunde ſehen; bringt man nun eine zweite Kerzenflamme neben die erſtere, ſo ſieht man zwei dunkle Schatten auf dem hellen Grunde; jeder dieſer Schatten iſt aber jetzt durch

eine Kerze also eben so stark erleuchtet, als vorher die ganze Fläche war, und doch hielt man vorher die Fläche für hell und jetzt den Schatten für dunkel; dieser Versuch beweis't den bedeutenden Einfluß des Contrastes.

Noch auffallender sind die Contrasterscheinungen bei Betrachtungen farbiger Gegenstände, wobei man oft complementäre Farben sieht, welche objectiv gar nicht vorhanden sind.

Legt man einen schmalen grauen Papierschnitzel auf ein lichtgrünes Papier, so erscheint der Streifen röthlich, legt man ihn auf ein blaues Papier, so erscheint er gelb, kurz er erscheint immer complementär zur Farbe des Grundes. Sehr deutlich nimmt man die Erscheinung wahr, wenn man einen ungefähr 1^{mm} breiten Streifen von weißem Papier auf eine Tafel von farbigem Glase klebt und dann durch dasselbe nach einer weißen Fläche, etwa nach einem Blatt weißen Papiers sieht, oder auch, indem man die eine Seite des Glases ganz mit einem dünnen Papier bedeckt, auf die andere den schmalen Streifen befestigt und dann das Glas vor eine Kerzenflamme hält; der Streifen erscheint dann complementär zur Farbe des Glases, also roth auf einem grünen Glase, blau auf einem gelben u. s. w.

Hierher gehören auch die sogenannten farbigen Schatten, welche erscheinen, wenn in farbigem Lichte ein schmaler Körper einen Schatten wirft und dieser Schatten durch weißes Licht beleuchtet ist. Man erhält solche farbigen Schatten am leichtesten auf folgende Weise: man läßt Lichtstrahlen durch ein farbiges Glas auf eine weiße Fläche, etwa auf weißes Papier, fallen, so daß sie nun farbig erscheint; fängt man nun an irgend einer Stelle die das Papier beleuchtenden farbigen Strahlen durch einen schmalen Körper auf, so erhält man einen schmalen Schatten, welcher nur durch das ringsum verbreitete weiße Tageslicht erhellt ist; dieser Schatten erscheint nun complementär zum Grunde; wendet man ein rothes Glas an, so erscheint der Schatten grün; er erscheint blau, wenn man ein gelbes Glas anwendet u. s. w. Die Farben dieser Schatten sind rein subjectiv.

Manchmal beobachtet man auch farbige Schatten, welche wirklich objectiv verschiedenfarbig sind; sie entstehen, wenn ein Körper bei doppelter Beleuchtung zwei Schatten wirft und die beiden Lichtquellen verschiedene Farben haben, denn alsbald ist der eine Schatten nur durch Licht von der einen, der andere Schatten nur durch Licht von der anderen Farbe beleuchtet. Solche farbigen Schatten entstehen, wenn in der Dämmerung das bläuliche Himmelslicht in ein Zimmer fällt, in welchem sich eine brennende Kerze befindet; hält man ein Stäbchen so, daß es einen Schatten im Kerzenlicht, einen zweiten im Tageslicht auf eine weiße Fläche wirft, so erscheint der eine Schatten blau, der andere gelb, weil der eine nur durch das bläuliche Tageslicht, der andere nur durch das gelbliche Kerzenlicht beleuchtet ist; doch möchte auch bei diesem Falle der Contrast einen großen Einfluß

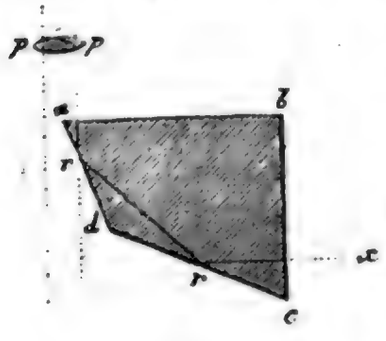
auf die Intenſität der Farbenerſcheinung und ſomit die Erſcheinung einen theils objectiven, theils ſubjectiven Grund haben.

Was die Erklärung der farbigen Nebenbilder betrifft, ſo iſt ſie wohl darin zu ſuchen, daß, wenn irgend ein Theil der Netzhaut durch farbiges Licht afficirt wird, dieſe directe Wirkung auch auf die benachbarten Stellen der Netzhaut in der Weiſe reagirt, daß ſie in einen dem primitiven Eindrucke complementären Zuſtand verſetzt werden.

Jede Zuſammenſtellung von Farben, welche complementär zu einander ſind, macht einen angenehmen Eindruck auf das Auge, was leicht begreiflich iſt, wenn man bedenkt, daß, wenn irgend ein Theil der Netzhaut direct durch irgend eine Farbe afficirt wird, ſie ja ſelbſt ein Beſtreben zeigt, auf den benachbarten Stellen dieſen Gegenſatz hervorzurufen. Jede Zuſammenſtellung nicht complementärer Farben iſt dagegen unharmoniſch und macht einen um ſo unangenehmeren Eindruck, je intenſiver die Farben ſind; man nennt ſolche Zuſammenſtellungen grell oder ſchreiend. So wird z. B. eine grüne Uniform mit carmoiſinrothen Aufſchlägen einen angenehmen Eindruck machen, eine rothe Uniform mit gelben Aufſchlägen würde dagegen Jedermann für geſchmacklos erklären. Ueber die Contraſtfarben hat Chevreul ein höchſt intereſſantes Werk geſchrieben.

Wollaſton's camera lucida oder clara. Dieſer Apparat dient, 208
um die Umriſſe irgend eines Gegenſtandes, etwa eines Hauſes, einer Landſchaft u. ſ. w. nachzuzeichnen. Er beſteht im Weſentlichen aus einem vierſeitigen Prisma $a\,b\,c\,d$, Fig. 541, welches bei b einen rechten und bei d einen ſtumpfen Winkel von 135° hat; die Fläche $c\,b$ iſt gegen das Object gekehrt, deſſen Zeichnung man entwerfen will. Ein vom Gegenſtande kommender Lichtſtrahl dringt zuerſt an der Fläche $c\,b$ rechtwinklig in das Prisma ein, erleidet an der Fläche $c\,d$ eine erſte und an der Fläche $a\,d$ eine zweite totale Reflexion und tritt endlich nahe bei dem Eck a rechtwinklig zur Fläche $a\,b$ wieder aus. Wird nun das Auge etwas über dieſe Fläche gehalten, ſo daß ſich die Pupille etwa in $p\,p'$ befindet, ſo iſt klar, daß man durch die eine Hälfte der Pupille das reflectirte Bild des Gegenſtandes x ſehen wird, während man durch die andere Hälfte der Pupille direct an dem Eck a vorbei nach einem horizontalen weißen Blatt Papier ſieht, auf welchem ſich dieſes Bild projicirt. Wenn man nun mit der Hand den Bleiſtift auf das Papier hält, ſo ſieht man zugleich die Spitze des Bleiſtiftes und das Bild, man kann alſo leicht die Contouren des letzteren mit dem Bleiſtift nachfahren.

Fig. 541.



Damit dieſes Inſtrument für die Anwendung bequemer ſey und das Auge nicht ermüde, muß man gefärbte Gläſer anwenden, um zu machen

daß beide Bilder ungefähr gleiche Helligkeit haben, und Linsen, um zu bewirken, daß die Strahlen von beiden mit gleicher Divergenz auf das Auge fallen, damit das Auge sich für beide accommodiren kann.

Nach Sömmering's Angabe kann man eine camera clara ganz einfach aus einem kleinen Metallspiegel machen, der in der Mitte ein Loch von 3 bis 4 Millimetern Durchmesser hat. Man sieht die Gegenstände direct durch das Loch und das Bild des Bleistiftes und des Papiers im Spiegel.

209 **Die camera obscura.** Die von dem Neapolitaner Porta um die Mitte des 17ten Jahrhunderts erfundene camera obscura besteht im Wesentlichen aus einer Sammellinse von etwas großer Brennweite, durch welche ein Bild entfernter Gegenstände, etwa einer Landschaft, entworfen wird; um den Effect dieses Bildes möglichst zu heben, muß von der Fläche, auf welcher es aufgefangen wird, alles seitliche, nicht hierher gehörige Licht sorgfältig ausgeschlossen werden, d. h. es muß in einer dunklen Kammer aufgefangen werden.

Die bisher gebräuchlichsten Formen der camera obscura sind in Fig. 542 und Fig. 543 dargestellt. Fig. 542 stellt einen Kasten dar, an dem sich ein Hals $a\,b\,c\,d$ befindet, in welchem eine Sammellinse $b\,c$ angebracht ist; die durch diese Linse in den dunklen Kasten eindringenden Strahlen werden durch einen, in einem Winkel von 45° gegen die Axe der Linse geneigten ebenen Spiegel nach oben reflectirt, so daß das Bild eines entfernten Gegenstandes bei $i\,k$ auf einer matt geschliffenen Glastafel aufgefangen werden kann. Der Deckel $g\,h$ dient, um das fremde Licht von dem Bilde möglichst abzuhalten. Wenn die mattgeschliffene Seite des Glases nach oben gekehrt ist, so kann man auf demselben mit Bleistift die Umrisse des in $i\,k$ entstehenden Bildes nachfahren und so eine naturgetreue Zeichnung der Gegenstände erhalten.

Fig. 542.

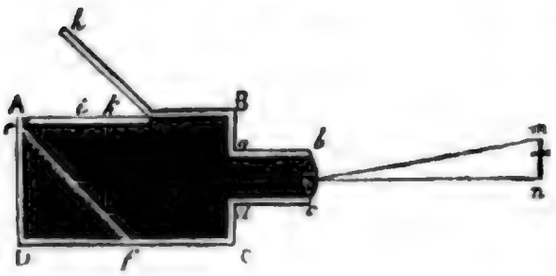


Fig. 543.

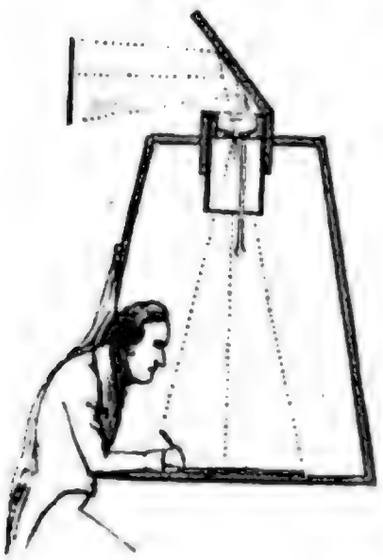


Fig. 543 stellt einen ziemlich hohen Kasten dar, auf dessen Boden ein Blatt weißes Papier gelegt wird; durch die obere Fläche des Kastens geht eine Röhre, welche die Sammellinse enthält, über welcher sich dann ein in einem Winkel von 45° gegen die Vertikale geneigter ebener Spiegel befindet. Die von dem Gegenstande kommenden Strahlen werden durch den Spiegel nach unten reflectirt, so daß das Bild auf der Fläche des Papiers entsteht.

Dieſes Bild iſt ſehr lebhaft, weil durch die Wände des Kaſtens alles ſeitliche Licht ausgeſchloſſen iſt, und man kaun deshalb die Contouren dieſes Bildes leicht mit Bleiſtift nachfahren.

Die Nettigkeit der in einer camera obscura entſtehenden Bilder hat wohl ſchon oft den Wunſch erregt, dieſe Bilder gewiſſermaßen fixiren zu können; und wenn wohl auch die Meiſten dieſen Wunſch als ein pium desiderium betrachteten, ſo hat es doch auch nicht an ſolchen gefehlt, welche ſich beſtrebten ihn zu realiſiren. Da das Licht chemiſche Wirkungen hervorbringt, da es z. B. das Chlorſilber ſchwärzt, ſo lag wenigſtens die Möglichkeit vor, durch das Bild der camera obscura bleibende Eindrücke hervorzubringen. Von der Erfindung Daguerre's, welcher bekanntlich eine ſolche Methode erfand, durch welche die Bilder der camera obscura auf eine wahrhaft bewundernswürdige Weiſe fixirt werden, ſoll weiter unten die Rede ſeyn.

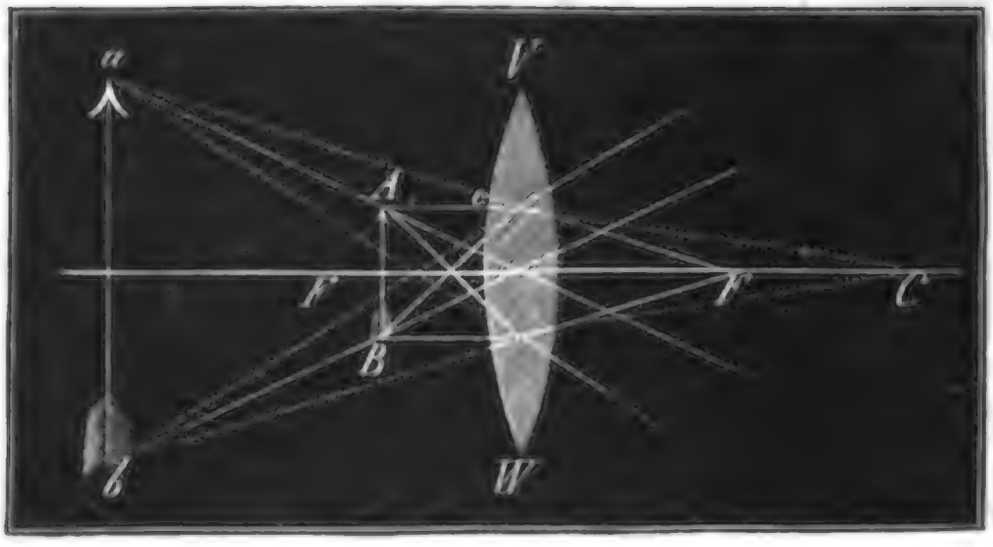
Die für die Anfertigung Daguerre'ſcher Bilder vortheilhafteſte Conſtruction der camera obscura iſt diejenige, welche Voigtländer in Wien dieſem Apparate gegeben hat. Die Linſe, die er zu ſeinem Apparate anwendet, beſteht aus einer Combination von Crownflintglaslinſen, welche nach Petzwal's Angaben geſchliffen ſind und durch welche das auf einer Ebene aufgefangene Bild ungleich ſchärfer wird, als es bei einer gewöhnlichen achromatiſchen Linſe der Fall iſt.

Die Luppe oder das einfache Mikroſkop. Wir haben oben geſehen, daß 210
die ſcheinbare Größe eines Gegenſtandes von der Größe des Sehwinkels abhängt, unter welchem er erſcheint; der Sehwinkel wird aber um ſo größer, je mehr der Gegenſtaud dem Auge genähert wird; nun aber können wir ihn nur bis zu einer gewiſſen Gränze, der Weite des deutlichen Sehens, dem unbewaffneten Auge nähern, wenn noch eine ſcharfe Unterſcheidung der Gränzen und der einzelnen Theile möglich ſeyn ſoll, und dadurch iſt auch einer weiteren Vergrößerung des Sehwinkels eine Gränze geſetzt. Ein jedes Inſtrument, welches eine weitere Vergrößerung für den Sehwinkel kleiner naher Gegenſtände möglich macht, als es bei unbewaffnetem Auge der Fall iſt, wird ein Mikroſkop genannt. Nach dieſer Erklärung iſt auch die kleine Oeffnung im Kartenblatt, welche oben auf Seite 447 beſprochen wurde, ein Mikroſkop und zwar ein einfaches, doch bezeichnet man mit dem Namen des einfachen Mikroſkopes in der Regel nur Collectivlinſen von kurzer Brennweite.

Um zu begreifen, wie eine einfache Sammellinſe als Mikroſkop dienen kann, braucht man nur einen Blick auf Fig. 544 (a. f. S.) zu werfen. Es ſey *VW* eine Sammellinſe, *AB* ein Gegenſtand, der ſich innerhalb der Brennweite des Glaſes befindet, ſo divergiren alle von einem Punkte des Gegenſtandes *AB* ausgehenden Strahlen nach ihrem Durchgange durch die Linſe gerade ſo, als ob ſie von dem entſprechenden Punkte des Bildes *ab* herkämen, wie dies ſchon oben auf Seite 416 gezeigt wurde; ein hinter der Linſe be-

findliches Auge wird aber den Gegenſtand durch die Linſe deutlich ſehen

Fig. 544.



können, wenn ſich das Bild $a\,b$ in der Weite des deutlichen Sehens befindet; in dieſem Falle aber liegt der Gegenſtand ſelbſt dem Auge weit näher; ohne die Linſe würde man ihn alſo nicht mehr deutlich ſehen können. Die vergrößernde Kraft der Linſe iſt alſo im Weſentlichen darin zu ſuchen, daß ſie es möglich macht, den Gegenſtand dem Auge ſehr nahe zu bringen, wodurch denn natürlich auch der Sehwinkel vergrößert wird.

Um die durch die Luppe hervorgebrachte Vergrößerung zu beſtimmen, müſſen wir die Größe des Sehwinkels, unter welchem das Bild $a\,b$ dem Auge erſcheint, wenn es ſich in der Entfernung des deutlichen Sehens befindet, mit der Größe des Sehwinkels vergleichen, unter welchem der Gegenſtand ſelbſt erſcheinen würde, wenn er eben ſo weit vom Auge entfernt wäre.

Genau läßt ſich der Winkel, unter welchem das Bild $a\,b$ erſcheint, nur dann ermitteln, wenn die Entfernung des Glaſes vom Kreuzungspunkte im Auge bekannt iſt; da man aber das Auge dicht hinter das Glas hält und die Dicke der Linſe ſelbſt unbedeutend iſt, ſo kann man ohne merklichen Fehler den Kreuzungspunkt mit dem Mittelpunkte O der Linſe zuſammenfallend annehmen; unter dieſer Vorausſetzung iſt nun die Vergrößerung leicht zu berechnen.

Von O aus geſehen erſcheint der Gegenſtand $A\,B$ und das Bild $a\,b$ unter gleichem Geſichtswinkel, wir finden alſo die Vergrößerung, wenn man den Geſichtswinkel, unter welchem $A\,B$ erſcheint, mit demjenigen vergleicht, unter welchem derſelbe Gegenſtand erſcheinen würde, wenn er bis in die Weite des deutlichen Sehens vom O entfernt, wenn er alſo an die Stelle des Bildes $a\,b$ geſetzt wäre. Da die ſcheinbare Größe eines Gegenſtandes ſeiner Entfernung vom Auge umgekehrt proportional iſt, ſo verhält ſich der Geſichtswinkel $A\,O\,B$ zu dem Winkel, unter welchem $A\,B$ von O aus betrachtet erſcheinen würde, wenn dieſer Gegenſtand bis $a\,b$ fortgerückt

wäre, umgekehrt wie die Entfernungen des Gegenſtandes AB und des Bildes ab von O. Bezeichnen wir die Entfernung des Bildes von O mit d, die Entfernung des Gegenſtandes AB vom Auge mit x, ſo iſt die Vergrößerung $\frac{d}{x}$, wo für d die Weite des deutlichen Sehens zu ſetzen iſt.

Zwiſchen der Entfernung d des Bildes, der Entfernung x des Gegenſtandes und der Brennweite beſteht aber die Beziehung

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{d} = \frac{1}{f}$$

und daraus folgt

$$x = \frac{d\,f}{d+f}$$

Setzt man dieſen Werth von x in den Quotienten $\frac{d}{x}$, ſo erhält man für die Vergrößerung den Werth

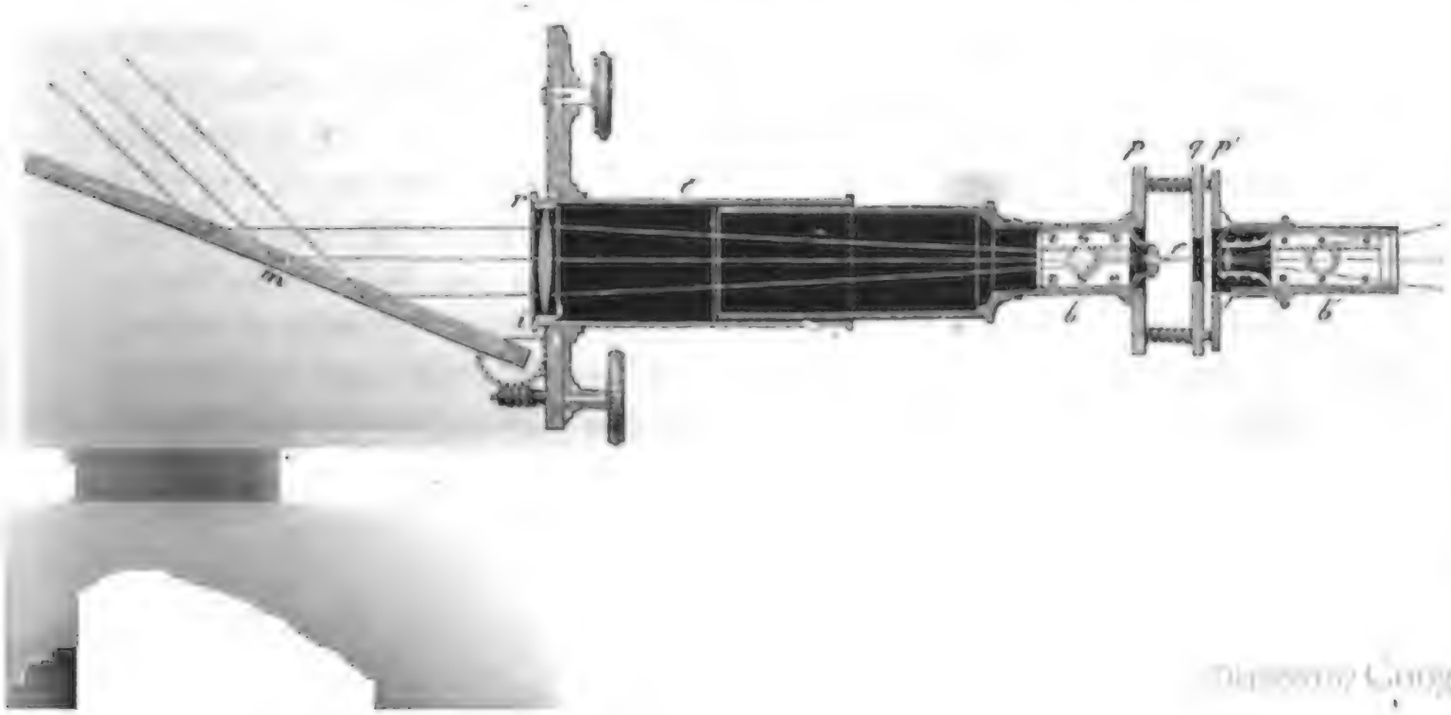
$$\frac{d+f}{f}$$

Das heißt mit Worten, man findet die Vergrößerung durch die Luppe, wenn man zur Weite des deutlichen Sehens die Brennweite des Glaſes addirt und die erhaltene Summe durch die Brennweite dividirt. Wäre z. B. die Weite des deutlichen Sehens 10 Zoll, die Brennweite der Luppe 2 Zoll, ſo würde die Vergrößerung $\frac{12}{2} = 6$ ſeyn.

Der Quotient $\frac{d+f}{f}$ wird um ſo größer, je kleiner f iſt; je kleiner alſo die Brennweite der Luppe iſt, deſto ſtärker vergrößert ſie.

Das Sonnenmikroſkop. Dieſes Inſtrument, deſſen Wirkung zu 211
den intereſſanteſten und inſtructivſten in der Optik gehört, beſteht aus einem Syſteme von Gläſern, welche zur Erleuchtung der Objecte dienen, und aus einem Syſteme von Linſen von kurzer Brennweite, welche ein Sammelbild der Objecte geben. Fig. 545 ſtellt ein ſolches Sonnenmikroſkop dar.

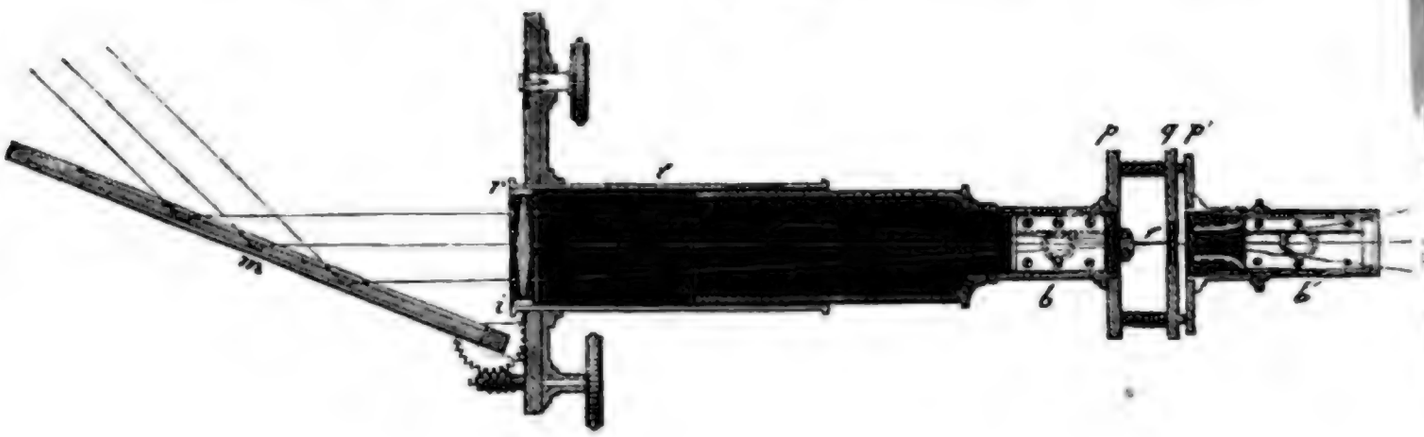
Fig. 445.



Digitized by Google

Der Spiegel *m* reflectirt das Sonnenlicht nach der Röhre *t*, parallel

Fig. 546.



mit der Axe derſelben. Die Linſe *i r* macht die Strahlen etwas convergirend, eine zweite Linſe *f* vermehrt aber noch dieſe Convergenz, ſo daß die Strahlen in einem Brennpunkte vereinigt werden, welcher ſich ſehr nahe bei dem, dem Verſuche zu unterwerfenden Objecte befindet. Damit dies nun jederzeit möglich ſey, muß die Linſe *f* beweglich gemacht werden; die Bewegung wird durch ein Getriebe hervorgebracht, deſſen Knopf ſich außerhalb der Röhre befindet, und welches in eine kleine gezahnte Stange eingreift, welche an der Faſſung der Linſe *f* befeſtigt iſt.

Die Ajuſtirung des Objects iſt ein ſehr wichtiger Punkt. Will man z. B. kleine Körper beobachten, welche ſich in Flüſſigkeiten befinden, wie Blutkügelchen, Infuſorien, kleine Kryſtällchen, die ſich in der verdampfenden Auflöſung bilden u. ſ. w., ſo reicht es hin, einen Tropfen der Flüſſigkeit auf ein Glas mit parallelen Flächen zu ſetzen und dann dieſe Platte in den Apparat zu bringen, in dem man den Tropfen den Erleuchtungslinſen zukehrt. In anderen Fällen wird das Object nur zwiſchen zwei Glasplatten gebracht, in noch anderen Fällen endlich werden die Gegenſtände in ein mit ebenen Glaswänden verſehenes Gefäß gebracht, welches eine Flüſſigkeit enthält; letzteres Verfahren wird z. B. angewandt, wenn man die Circulation des Blutes im Schwanze der Kaulquappe oder die Saftbewegung in der Chara u. ſ. w. beobachten will. Alle dieſe Gegenſtände können nun leicht in dem Mikroſkope mit Hülfe eines in Fig. 546 dargeſtellten Mechanismus befeſtigt werden; *p* und *p'* ſind viereckige Platten von Meſſing, welche an ihren Ecken durch Stäbchen deſſelben Metalls verbunden ſind. Um jedes Stäbchen geht eine ſpiralförmig gewundene Feder herum, welche eine dritte Platte *q* gegen die Platte *p'* drückt. Zwiſchen die Platten *q* und *p'* nun werden die Glasplatten mit den Objecten eingeſchoben. Dieſes ganze Syſtem von Platten iſt nun noch um die Axe der Röhre *t*

drehbar, so daß man den Gegenstand in verschiedene Lagen bringen kann, ohne dadurch das Bild zu stören.

Ist nun so das Object gehörig ajustirt und beleuchtet, so ist es leicht, ein vergrößertes Bild davon zu erhalten. Dazu dient nämlich die achromatische Linse *l*, welche in der That die Objectivlinse ist. An der Fassung dieser Linse ist eine gezahnte Stange befestigt, in welche ein Getriebe eingreift, wodurch die Linse *l* nach Belieben verschoben werden kann. Man nähert oder entfernt nun die Linse von dem Gegenstande, bis man endlich ein scharfes helles Bild auf einer weißen Wand, einem Leinentuch oder einem Papierschirm in einer Entfernung von 10, 15 bis 20 Fuß auffängt. Da hier ein wirkliches Bild entsteht, so versteht sich von selbst, daß das Object jenseits des Brennpunktes der Linse *l* sich befinden muß. Man kann die Vergrößerung berechnen, wenn man die Entfernung des Gegenstandes von der Linse in die Entfernung des Bildes von derselben dividirt. Will man aber die Vergrößerung direct beobachten, so muß man als Object ein Glasmikrometer anwenden, dessen Theilung eine bekannte Größe hat, und dann die Abtheilungen in dem Bilde messen.

Man hat auch ähnliche Mikroskope construirt, in denen das Licht der Sonne durch künstliches Licht, etwa durch das Licht eines im Knallgasgebläse glühend gemachten Kalkstückchens (Drummond'sches Kalklicht), oder auch nur durch das Licht einer intensiv leuchtenden Lampe ersetzt ist. Die Vergrößerung muß um so geringer seyn, je weniger intensiv das beleuchtende Licht ist.

Die Zauberlaterne (laterna magica) beruht auf denselben Principien, nur sind die Gegenstände in größeren Dimensionen auf Glas gemalt und werden durch das Licht einer Lampe erleuchtet, die höchstens eine 15 bis 20fache Vergrößerung erlaubt.

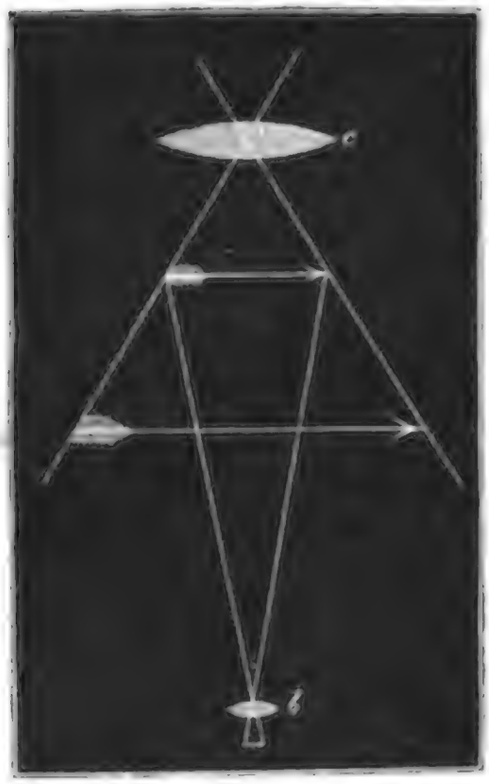
Das zusammengesetzte Mikroskop. Die Principien, auf welchen 212
die Construction aller, wenn auch in ihrer sonstigen Einrichtung noch so sehr abweichenden Mikroskopen beruht, sind folgende:

1) Die Gegenstände, welche man dem Versuche unterwerfen will, befinden sich nahe bei einer Sammellinse *b* von kurzer Brennweite, und zwar etwas jenseits des Brennpunktes. Diese Linse, sie mag nun einfach oder zusammengesetzt, achromatisch oder nicht seyn, wird die Objectivlinse oder das Objectiv des Mikroskops genannt.

2) Die wirklichen und vergrößerten Bilder, welche von den Objecten durch das Objectiv entworfen werden, werden durch eine Sammellinse *c* betrachtet, welche hier als Luppe dient; diese zweite Linse, welche ebenfalls

einfach oder zuſammengeſetzt, achromatiſch oder nicht achromatiſch ſeyn kann, wird das Oculargla s oder das Ocular des Mikroſkops genannt.

Fig. 447.



So iſt denn jedes dioptriſche Mikroſkop im Weſentlichen aus einem Objectiv und einem Ocular zuſammengeſetzt, und die Vergrößerung des Mikroſkops iſt das Product der Vergrößerungen, welche jedes dieſer Gläſer hervorbringt. Wenn z. B. das Objectiv im Durchmeſſer 5mal, das Ocular aber 10mal vergrößerte, ſo würde ein ſolches Mikroſkop den Durchmeſſer der Gegenſtände 50mal, die Oberfläche alſo 2500mal vergrößern. Eine 1000fache Vergrößerung des Durchmeſſers, alſo eine 1,000,000fache Vergrößerung der Oberfläche würde man erhalten, wenn die Vergrößerungen des Objectivs und des Oculars reſpective wären 100 und 10, oder 50 und 20, oder 40 und 25 u. ſ. w.

Nach dieſen Grundſätzen iſt es leicht, aus den Dimenſionen eines Mikroſkops ſeine Wirkungen zu berechnen. Nehmen wir z. B. an, das Objectiv habe 5 Millimeter, das Ocular 20 Millimeter Brennweite, das Object befinde ſich $^1/_{10}$ Millimeter weit von dem Brennpunkte des Objectivs, ſo wird das Bild in einer Entfernung von 255 Millimetern entſtehen, das Bild iſt alſo 40mal ſo weit von der Linſe als das Object, die Vergrößerung des Objectivs iſt alſo eine 40fache; ein Gegenſtand von $^1/_{10}$ Millimeter Durchmeſſer wird alſo im Bilde einen Durchmeſſer von 4 Millimetern haben. Um nun das Bild durch das Ocular zu betrachten, muß es 18,62 Millimeter weit vom Bilde ſich befinden (wenn man eine mittlere Sehweite von 10 Zoll oder 270 Millimetern annimmt), durch das Ocular wird alſo auch eine 14,5fache Vergrößerung hervorgebracht, das ganze Mikroſkop vergrößert alſo $40 \times 14{,}5$, d. h. 580mal. Unter dieſen Vorausſetzungen muß das Inſtrument eine Länge von $255 + 18{,}62 = 273{,}62$ Millimetern haben.

Mit demſelben Objectiv und demſelben Oculare könnte man auch noch ſtärkere oder ſchwächere Vergrößerungen hervorbringen, wenn man das Object näher oder weiter von dem Brennpunkte des Objectivs anbrächte; zu gleicher Zeit aber müßte man das ganze Inſtrument verlängern oder verkürzen, d. h. man müßte die beiden Linſen von einander entfernen oder

nähern, weil das durch das Objectiv hervorgebrachte Bild sich von demselben entfernt oder nähert, wenn man das Object näher oder weiter rückt.

Darauf gründet sich die Construction der sogenannten pankratischen Mikroskope, welche im wesentlichen folgende Construction haben. Das Objectiv befindet sich am unteren Ende einer Röhre, welche durch ein Getriebe dem festen Gegenstande genähert oder entfernt werden kann; in dieser Röhre steckt die Ocularröhre so, daß sie der Objectivlinse näher oder ferner gebracht werden kann.

Nehmen wir an, man sehe bei einer bestimmten gegenseitigen Entfernung des Gegenstandes, Objectivs und Oculars ein deutliches Bild. Nähert man nun das Objectiv dem Gegenstande, so wird das durch die Objectivlinse entworfene Bild desselben weiter vom Glase wegfallen, man muß also das Ocular jetzt vom Objectiv entfernen, um nur wieder ein deutliches Bild zu erhalten, welches aber jetzt größer seyn wird als vorher.

Je mehr man also das Objectiv dem Gegenstande nähert, desto mehr muß man das Ocular vom Objective entfernen und desto größer werden die Bilder; mit einem solchen Instrumente erhält man also sehr verschiedene Vergrößerungen, ohne die Linsen zu wechseln.

Wir haben oben ein zusammengesetztes Mikroskop von möglichster Einfachheit beschrieben, wie es aus den Händen der ersten Erfinder um das Jahr 1620 hervorging; seit dieser Zeit aber ist es bedeutend verbessert und vervollkommnet worden; in der neueren Zeit hat sich ganz besonders Amici in Modena um die Verbesserung der Mikroskope verdient gemacht. Ganz Vorzügliches leisten die Mikroskope von Chevalier und Oberhäuser in Paris. Unter den deutschen Künstlern haben sich in der neueren Zeit Plößl in Wien und Schieck in Berlin durch Anfertigung trefflicher Mikroskope einen großen Ruf erworben.

Fig. 548 (a. f. S.) stellt ein Chevalier'sches Mikroskop in $\frac{1}{4}$ der natürlichen Größe dar. Das Objectiv befindet sich bei *b*, das Ocular bei *c*. Die vom Objecte kommenden Strahlen gehen in vertikaler Richtung durch das Objectiv hindurch, werden durch die totale Reflexion, welche sie an der Hypotenuse des Prismas *r* erleiden, in horizontaler Richtung gegen das Ocular geworfen; dadurch aber wird die Beobachtung weit bequemer und weniger ermüdend, als es bei solchen Mikroskopen der Fall ist, in welche man in vertikaler Richtung von oben herunter sieht.

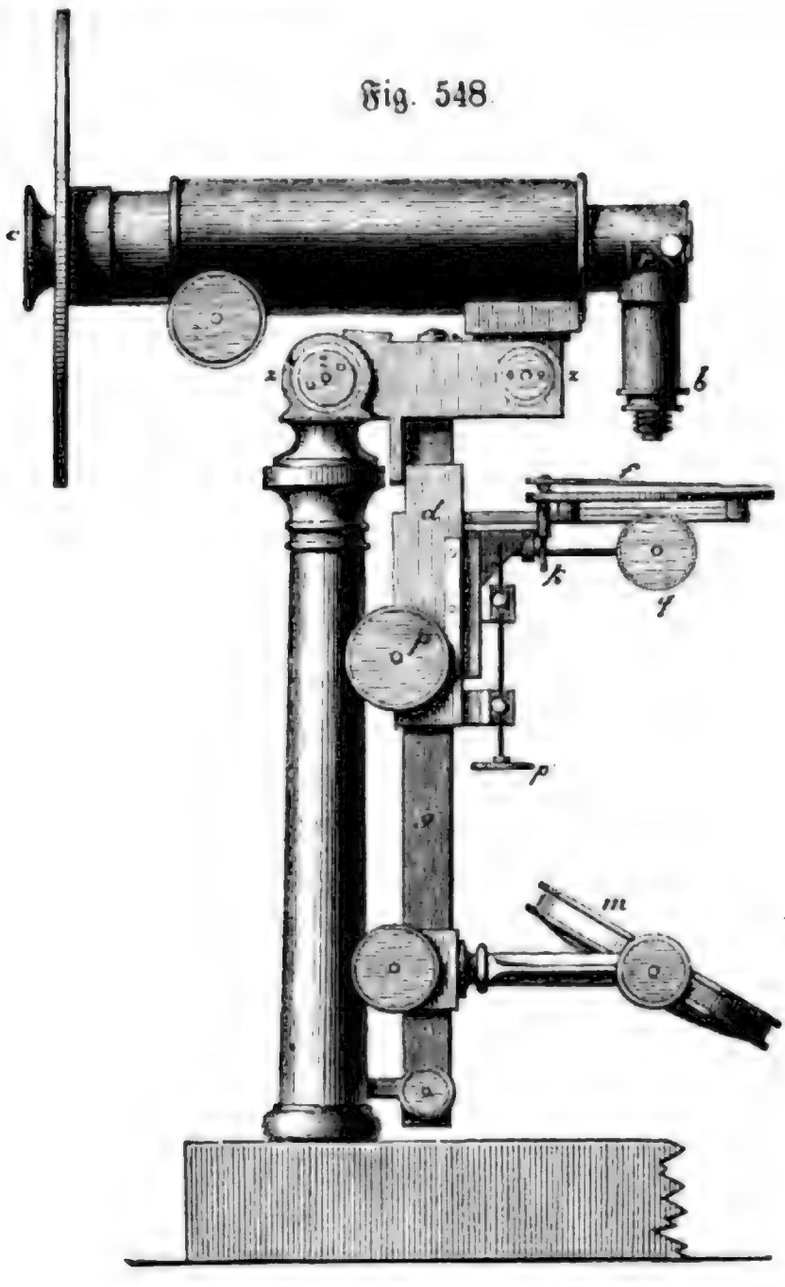
Wir wollen jetzt die einzelnen Theile dieses Mikroskopes näher betrachten.

Das Objectiv besteht entweder aus einer einzigen, oder aus zwei, oder aus drei achromatischen Linsen, deren Brennweite 8 bis 10 Millimeter beträgt. Man kann jede der drei mit den Zahlen 1, 2 und 3

bezeichneten Linsen für sich allein an die Röhre schrauben, oder die Linsen 1 und 2 zusammen, so aber, daß die Linse 1 zuerst an die Röhre, dann aber die Linse 2 auf die Fassung der Linse 1 angeschraubt wird. Wenn alle drei Linsen zusammen angewendet werden, so müssen sie gleichfalls in der Ordnung auf einander folgen, wie sie numerirt sind. Mit einer Linse 1 allein erhält man die geringste Vergrößerung, bei welcher auch der Gegenstand am weitesten von dem Objectiv entfernt ist; die Vergrößerung ist bedeutender, wenn die Linsen 2 und 3 allein angewandt werden, sie wächst noch mehr bei zwei Linsen und ist für die drei Linsen zusammen am stärksten; in diesem Falle muß aber der Gegenstand ganz nahe an das Objectiv gebracht werden.

Mit zunehmender Vergrößerung muß begreiflicher Weise die Helligkeit des Bildes abnehmen.

Fig. 548.



Für jede der verschiedenen Combinationen des Objectivs kann man eines der sechs Oculare anwenden, welche mit den Nummern 1, 2, 3, 4, 5 und 6 bezeichnet sind; die Oculare Nr. 5 und 6 sind einfache, am besten achromatische Linsen von ziemlich kurzer Brennweite, die übrigen Oculare aber sind aus zwei Collectivlinsen zusammengesetzt, die an den entgegengesetzten Enden eines Metallröhrchens befestigt sind; beide Gläser sind planconvex, und die gewölbte Seite ist dem Objective zugekehrt. Das erste,

dem Objective zugekehrte Glas fängt die vom Objective kommenden Strahlen noch eher auf, als sie sich zum Bilde vereinigt haben; diese Linse rückt also das Bild selbst dem Objective etwas näher und macht es dadurch kleiner und schärfer; die zweite Linse der Ocularröhre dient als Luppe, um dieses Bild zu betrachten.

Der Hauptvortheil, den solche zusammengesetzten Oculare gewähren, besteht darin, daß der Fehler, welcher bei einer einfachen Ocularlinse durch die Farbenzerstreuung entstehen würde, durch diese Combination größtentheils aufgehoben wird.

Die Objecte werden auf ein durchbrochenes Tischchen *f* gelegt, dieses ist an einer Hülse *d* befestigt, welche den Metallstab *g* umfassend an demselben durch Umdrehung eines kleinen Zahnrades, welches mit Hülfe des Knopfes *p* umgedreht wird, auf und nieder geschoben werden kann. Dadurch ist man im Stande, die auf dem Tischchen liegenden Objecte in die gehörige Entfernung vom Objective zu bringen. Die feinere Einstellung geschieht mit Hülfe der Stellschraube *p'*.

Die Stellschrauben *k* und *q* dienen, um das Tischchen mit den darauf befindlichen Objecten rechts oder links, vorwärts oder rückwärts zu schieben, und so die Objecte genau unter den Mittelpunkt der Objectivlinse zu bringen.

Die durchsichtigen Gegenstände werden zwischen zwei Glasplatten gebracht und wo möglich mit einem Tropfen reinen Wassers befeuchtet, so daß sie ganz von dieser Flüssigkeit umgeben sind. Wenn man genöthigt ist, das Object nur auf eine Glasplatte zu legen, so kann man zwar auch noch die Beobachtung anstellen, allein das Bild ist doch weniger klar.

Der Hohlspiegel *m* reflectirt das Licht des hellen Himmels, der Wolken, oder einer Flamme nach dem Gegenstande hin, so daß er durch das concentrirte Licht stark erleuchtet ist.

Undurchsichtige Gegenstände werden durch eine Sammellinse oder durch einen Hohlspiegel, oder auch durch beide zusammen von oben her erleuchtet.

Eins der besten Mittel, die vergrößernde Kraft eines Mikroskops zu bestimmen, besteht darin, daß man vor dem Ocular eine camera lucida anbringt, so daß man zu gleicher Zeit durch das Mikroskop eine Mikrometertheilung und in der camera lucida das Bild eines vertikal über dem Ocular in passender Entfernung angebrachten Maßstabes sieht; das vergrößerte Bild der Mikrometertheilung und das Bild des Maßstabes fallen auf diese Weise über einander, und man kann leicht sehen, wie viel Abtheilungen der Mikrometertheilung auf eine Abtheilung des Maßstabes kommen.

Manchmal begnügt man sich damit, die wirkliche Größe der kleinen Objecte mit Hülfe der Mikrometerschrauben *q* und *k* zu bestimmen. Die

Gänge dieser Schrauben sind sehr flach, so daß eine Umdrehung der Schraube das Tischchen mit dem Objecte nur sehr wenig weiter schiebt; außerdem aber sind noch die Köpfe dieser Schrauben eingetheilt, so daß man auch noch die Unterabtheilungen einer Umdrehung mit Genauigkeit bestimmen kann. Gesetzt nun, ein im Ocular angebrachter Mikrometerfaden berühre gerade die linke Seite des kleinen Gegenstandes, so kann man ihn durch Umdrehung der einen Mikrometerschraube unter dem Faden wegschieben, bis dieser auf der rechten Seite des kleinen Objectes tangirt; die Länge nun, um welche man den Gegenstand verschieben mußte, um ihn aus der einen Lage in die andere zu bringen, ist offenbar seinem Durchmesser gleich; diese Länge ist aber durch die Anzahl der Umdrehungen der Schraube gegeben, wenn man einmal die Höhe eines Schraubenganges kennt.

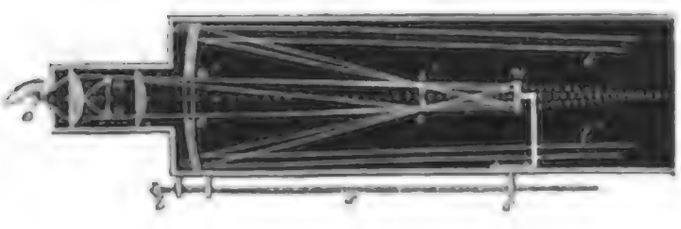
Wenn man will, kann man das Fig. 548 dargestellte Mikroskop auch vertikal stellen; man braucht nur das Prisma r herauszuschrauben, das Röhrchen mit den Objectivlinsen in die Verlängerung der Röhre zu bringen und dann das Ganze um die Axe z zu drehen, bis die Röhre vertikal steht.

Bei den katoptrischen oder Spiegelmikroskopen ist die Objectivlinse durch einen kleinen Hohlspiegel ersetzt. Besonders ausgezeichnet ist Amici's katoptrisches Mikroskop; da jedoch diese Mikroskope weit seltener gebraucht werden als die dioptrischen, so ist wohl hier eine nähere Beschreibung dieser Instrumente nicht nöthig.

213 **Das Spiegelteleskop.** Teleskope nennt man alle Instrumente, welche dazu dienen, entfernte Gegenstände vergrößert zu zeigen. Sie bestehen aus einem Hohlspiegel oder einer Sammellinse, durch welche ein Bild der entfernten Gegenstände entsteht, welches durch ein einfaches oder zusammengesetztes Ocular betrachtet wird. Wird das Bild durch einen Hohlspiegel erzeugt, so nennt man das Instrument ein Spiegelteleskop. Das wesentlichste Stück desselben ist ein Hohlspiegel von Metall, welcher dem Gegenstande zugekehrt ist, und von welchem also, nach den oben Seite 377 besprochenen Gesetzen, ein verkehrtes Bild entsteht. Die verschiedenen Spiegelteleskope unterscheiden sich nur in der Art und Weise, wie dieses Bild beobachtet wird.

Der Hohlspiegel $m\,m$ des Gregory'schen Teleskops, Fig. 549, hat in der Mitte eine kreisförmige Oeffnung $c\,c'$; die einfallenden Strahlen werden so reflectirt, daß in $i\,i'$ ein reelles verkehrtes Bild des fernen Gegen-

Fig. 549.

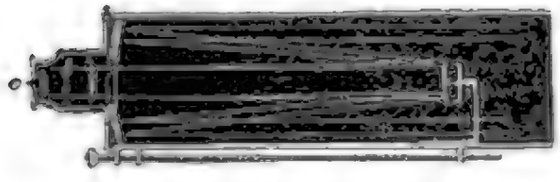


ſtandes entſteht; dieſes Bild nun befindet ſich innerhalb der Brennweite des kleinen Hohlſpiegels *v*, durch welchen vor dem Ocular ein aufrechtes Bild des verkehrten Bildes *i i'* entworfen wird. Das Ocular iſt hier, wie bei dem Mikroſkope, gewöhnlich aus zwei Linſen zuſammengeſetzt. Die erſte macht die von dem Spiegel *v* kommenden Strahlen etwas convergenter und rückt alſo das Bild *n n'* dem Spiegel *v* etwas näher, als es ohne dieſe Linſe der Fall ſeyn würde; das Bild *n n'* wird nun endlich durch die unmittelbar vor dem Auge ſtehende Linſe betrachtet.

Je nachdem die zu betrachtenden Gegenſtände näher oder ferner ſind, muß der Spiegel *v* vom Ocular entfernt oder demſelben genähert werden. Dies geſchieht mit Hülfe der Schraube *b s*.

Caſſegrain's Teleſkop unterſcheidet ſich von dem Gregory'ſchen dadurch, daß der Hohlſpiegel *v* durch einen Converſpiegel erſetzt iſt, Fig. 550, welcher die von dem großen Hohlſpiegel kommenden Strahlen auffängt, ehe ſie ſich zum Bilde vereinigt haben; ſie werden alſo mit verringerter Convergenz reflectirt, ſo daß zwiſchen den beiden Linſen des Oculars ein verkehrtes Bild *i i'* entſteht, welches durch die unmittelbar vor dem Auge befindliche Sammellinſe betrachtet wird.

Fig. 550.



Im Newton'ſchen Teleſkop werden die vom großen Hohlſpiegel kommenden Strahlen durch einen Planſpiegel *p*, Fig. 551, aufgefangen, welcher mit der Axe des Inſtrumentes einen Winkel von 45° macht; auf dieſe Weiſe iſt es möglich, das Bild durch ein ſeitwärts angebrachtes Ocular *o* zu betrachten.

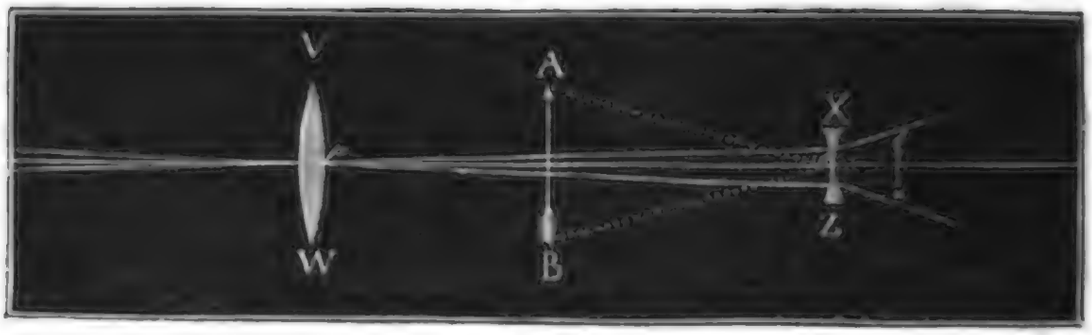
Fig. 551.

Fernröhre nennt man gewöhnlich ſolche Teleſkope, in welchen ſtatt 214
des Hohlſpiegels eine Sammellinſe angewandt wird. Damit das durch das Objectiv entworfene Bild der fernen Gegenſtände rein und ſcharf ſey, muß man dazu eine achromatiſche Linſe wählen; ein ſolches Objectiv muß alſo immer aus zwei ungleich zerſtreuenden Subſtanzen verfertigt ſeyn; gewöhnlich iſt es aus zwei ſich unmittelbar berührenden Linſen zuſammengeſetzt, wie wir ſchon oben Seite 439 geſehen haben; bei den dialithiſchen Fernröhren aber iſt die achromatiſirende Flintglaslinſe von der vorderen Krownglaslinſe ab und dem Oculare näher gerückt, ſo daß die Flintglaslinſe einen kleineren Durchmeſſer haben kann. Die verſchiedenen Arten der Fernröhren unterſcheiden ſich durch die verſchiedene Einrichtung des Oculars. Bei dem Galiläi'ſchen Fernrohre beſteht das Ocular aus

einer einfachen Zerstreuungslinse; das Ocular des astronomischen Fernrohrs hat eine oder zwei Sammellinsen, das Ocular des Erdfernrohrs endlich hat deren vier.

Die Einrichtung des holländischen oder Galiläi'schen Fernrohrs ist Fig. 552 dargestellt. *V W* ist das Objectiv, welches in *a b* ein verkehrtes verkleinertes Bild entwerfen würde, wenn die Strahlen nicht schon vorher durch das Hohlglas *XZ* aufgefangen würden. Nun aber wird das Ocular so gestellt, daß die Entfernung des Bildes *a b* etwas größer ist als die Zerstreuungsweite des Hohlglases, folglich werden alle nach einem Punkte des Bildes *a b* convergirenden Strahlen durch das Hohlglas so gebrochen, daß sie nach ihrem Durchgange durch dasselbe so divergiren, als ob sie von einem Punkte vor dem Glase herkämen (Seite 413); die nach

Fig. 552.



b convergirenden Strahlen divergiren also in der Weise, als ob sie von *B*, die nach *a* convergirenden, als ob sie von *A* kämen, man sieht also durch das Fernrohr das aufrechte vergrößerte Bild *A B*.

Die durch dies Fernrohr hervorgebrachte Vergrößerung ist leicht zu berechnen, wenn man die Brennweite des Objectivs und die Zerstreuungsweite des Oculars kennt. Der Winkel, unter welchem der Gegenstand ohne Fernrohr erscheinen würde, ist gleich dem Winkel, unter welchem das Bild *a b* von dem Mittelpunkte des Objectivs aus gesehen erscheint, also gleich dem Winkel *b p a*; denken wir uns nun das Auge in den Mittelpunkt *o* des Oculars versetzt, so erscheint, durch das Fernrohr gesehen, der Gegenstand unter dem Winkel *A o B*, welcher dem Winkel *b o a* gleich ist; um zu bestimmen, wie vielmal das Fernrohr vergrößert, haben wir also nur zu ermitteln, wie vielmal der Winkel *b o a* größer ist als der Winkel *b p a*.

Die Entfernung des Bildes *a b* vom Objectiv ist gleich der Brennweite *f* desselben, wenn der Gegenstand sehr weit entfernt ist; die Entfernung des Bildes *a b* vom Ocular ist aber nur unmerklich größer als die Zerstreuungsweite *f'* dieses Glases, und wir können also ohne merklichen Fehler die Entfernung des Bildes *a b* von *o* gleich *f'* setzen. Nun aber

verhalten sich die Winkel bpa und boa sehr nahe umgekehrt wie diese Entfernungen, also

$$bpa : boa = f' : f,$$

oder

$$\frac{boa}{bpa} = \frac{f}{f'}.$$

Setzen wir den Winkel bpa, unter welchem der Gegenstand ohne Fernrohr erscheint, $= 1$, so ist der Winkel, unter welchem er in dem Fernrohre erscheint,

$$boa = \frac{f}{f'},$$

d. h. man findet die Vergrößerung, wenn man die Brennweite des Objectivs durch die Zerstreuungsweite des Oculars dividirt; die Vergrößerung ist also um so größer, je größer die Brennweite des Objectivs und je kleiner die Zerstreuungsweite des Oculars ist.

Die Entfernung der beiden Gläser ist offenbar sehr nahe gleich $f - f'$; wenn man also verschiedene Oculare mit demselben Objective verbindet, so wird die Entfernung der beiden Gläser um so größer seyn müssen, je kürzer die Zerstreuungsweite des Oculars, je stärker also die Vergrößerung ist.

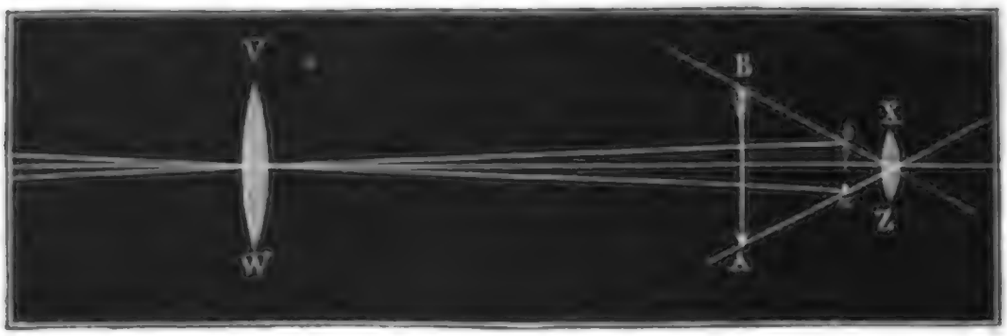
Die bekannten Plößli'schen Feldstecher sind solche Galiläi'sche Fernröhre; sie sind mit mehreren (3 bis 4) auf einer Drehscheibe befindlichen verschieden starken Hohlgläsern versehen, so daß man nach Belieben das eine oder das andere vor die Ocularöffnung bringen und so leicht mit der Stärke der Vergrößerung wechseln kann. Für die stärkeren Vergrößerungen muß das Fernrohr natürlich weiter ausgezogen seyn; eben so muß man auch bei Betrachtung näherer Gegenstände das Rohr weiter ausziehen, als wenn man sehr ferne Gegenstände betrachtet. Weil die Axen der aus dem Oculare kommenden Strahlenbündel divergiren, so haben diese Fernröhre bei etwas starker Vergrößerung nur ein kleines Gesichtsfeld. Die Galiläi'schen Fernröhre können auch nur dann eine stärkere, etwa 20 bis 30fache Vergrößerung vertragen, wenn sie in hohem Grade vollkommen construirt sind.

Bei dem astronomischen Fernrohre kommt das Bild des Oculars wirklich zu Stande, und es wird durch eine einfache oder zusammengesetzte Luppe betrachtet, wie man es Fig. 553 (auf folgende Seite) sieht; ab ist das durch das Objectiv VW entworfene verkehrte Bild eines Gegenstandes, welches, durch die Luppe XZ betrachtet, in AB vergrößert erscheint.

Die Vergrößerung eines solchen Fernrohrs ist leicht zu berechnen, wenn

man die Brennweite des Objectivs und des Oculars kennt, denn der Sehwinkel, unter welchem der Gegenſtand dem bloßen Auge erſcheint, iſt gleich dem Winkel, unter welchem das Bild $a\,b$ von der Mitte des Objectivs $V\,W$ geſehen wird; durch das Fernrohr erſcheint er aber unter demſelben

Fig. 553.



Winkel, wie das Bild $b\,a$ von der Mitte des Oculars $X\,Z$ aus betrachtet; der eine dieſer Winkel verhält ſich aber zum andern umgekehrt wie die Entfernung des Bildes $a\,b$ vom Objective zu der vom Oculare; nun aber ſteht das Bild vom Objective um die Brennweite f deſſelben, vom Ocular aber um die Entfernung f' ab, wenn wir mit f' die Brennweite des Oculars bezeichnen; der Geſichtswinkel, unter welchem der ferne Gegenſtand durch das Fernrohr erſcheint, verhält ſich alſo zu dem Winkel, unter welchem er mit bloßem Auge geſehen wird, wie f zu f', die durch das Fernrohr hervorgebrachte Vergrößerung iſt alſo $\frac{f}{f'}$.

Die Länge des Fernrohrs iſt $f + f'$, d. h. ſie iſt gleich der Summe der Brennweite der beiden Gläſer.

In der Regel wendet man keine einfache Linſe als Ocular an, wie wir dies bis jetzt angenommen haben, ſondern eine Combination von zwei Linſen. Die zuſammengeſetzten Oculare der aſtronomiſchen Fernröhre ſind entweder ganz ſo eingerichtet wie die zuſammengeſetzten Oculare der Mikroſkope; in dieſem Falle entſteht das Bild zwiſchen den beiden Gläſern des Oculars, oder die beiden Linſen ſtehen näher zuſammen, ſo daß das Bild ſchon vor dem Ocular entſteht und durch die beiden Linſen wie durch eine einzige ſtärkere betrachtet wird.

Daß man durch ein aſtronomiſches Fernrohr die Gegenſtände verkehrt ſieht, iſt klar, denn durch das Objectiv wird ein verkehrtes Bild des entfernten Gegenſtandes entworfen, und dieſes Bild wird dadurch, daß man es durch eine Luppe betrachtet, nicht umgekehrt.

Die Helligkeit des Bildes hängt von der Größe des Objectivs, die Größe des Geſichtsfeldes von dem Ocular ab.

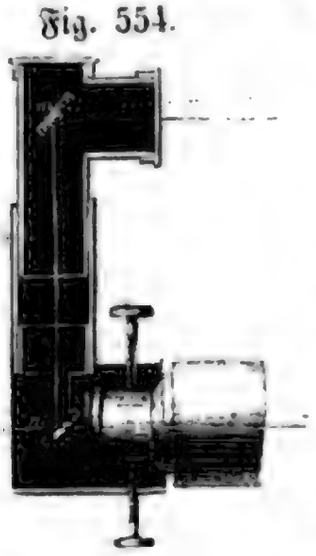
Um die Gegenſtände genau einviſiren zu können, muß in dem aſtronomiſchen Fernrohre ein Fadenkreuz angebracht ſeyn; es befindet ſich dies genau

an der Stelle, an welcher durch das Objectiv das Bild des zu betrachtenden Gegenstandes entsteht.

Beim Betrachten irdischer Gegenstände ist es unangenehm, Alles verkehrt zu sehen, was bei astronomischen Beobachtungen, so wie auch bei Vermessungen gleichgültig ist. Um nun bei starker Vergrößerung die Gegenstände doch noch aufrecht sehen zu können, hat man nun das Ocular des astronomischen Fernrohrs durch eine Röhre ersetzt, welche in der Regel vier Converlinsen enthält, und so erhält man das Erdfernrohr. Die vier Linsen in der Ocularröhre bilden gewissermaßen ein nicht gar stark vergrößerndes zusammengesetztes Mikroskop, durch welches man das verkehrte Bild wieder verkehrt, also in aufrechter Stellung sieht. Die beiden vorderen Gläser in der Ocularröhre bilden gewissermaßen das Objectiv dieses Mikroskops, die beiden anderen das Ocular.

Die Vergrößerung des Galiläi'schen und des astronomischen Fernrohres läßt sich, wie wir gesehen haben, aus der Brennweite der Gläser berechnen; da aber diese Brennweite selbst erst durch einen Versuch ermittelt werden muß, so ist es vorzuziehen, die Vergrößerung der Fernröhre unmittelbar durch den Versuch zu bestimmen. Ganz einfach geschieht dies auf folgende Weise: Man stelle in einiger Entfernung vom Fernrohre einen getheilten Stab, etwa eine Latte, wie man sie zum Feldmessen braucht, auf und betrachte denselben gleichzeitig mit dem einen Auge direct, mit dem andern durch das Fernrohr; man sieht auf diese Weise, wie viel Abtheilungen des mit bloßem Auge gesehenen Maßstabes auf eine durch das Fernrohr vergrößerte Abtheilung fallen, und erhält so unmittelbar den Werth der Vergrößerung. Man kann zu dem eben angegebenen Verfahren auch die Ziegelreihen eines Daches anwenden. Weil es einige Uebung erfordert, mit einem Auge durch das Fernrohr zu sehen, während man mit dem andern danebenher sieht, so möchte auch folgendes Verfahren sehr zu empfehlen seyn. In einer Entfernung von 50 bis 60 Meter stelle man einen getheilten Stab auf, dessen Abtheilungen abwechselnd weiß und schwarz sind; vor dem Ocular bringe man sodann einen kleinen Metallspiegel m an, welcher mit der Axe des Rohres einen Winkel von 45^0 macht und in der Mitte eine Oeffnung von 2 Millimeter Durchmesser hat, so daß man durch diese Oeffnung und das Fernrohr die Latte vergrößert sehen kann. Wenn nun ein zweiter Spiegel m' parallel mit dem ersten so angebracht ist, daß die von dem Gegenstande kommenden Strahlen durch denselben nach dem Spiegel m reflectirt werden, so sieht man in dem Spiegel m das

Fig. 554.



unvergrößerte und gleichzeitig durch die Oeffnung das vergrößerte Bild des getheilten Stabes, und kann danach leicht die Stärke der Vergrößerung bestimmen.

Die erste Erfindung des Fernrohrs ist einem Zufalle zu verdanken. Die Kinder eines Brillenmachers in Middelburg spielten mit optischen Gläsern und brachten zufällig zwei in eine Röhre, in welcher der Vater die Gläser aufzubewahren pflegte, so zusammen, daß sie dadurch den Hahn auf dem Kirchthurme vergrößert erblickten; voller Verwunderung zeigten sie es auch ihrem Vater, welcher den Zufall zu benutzen wußte. Galiläi erhielt Nachricht von der in den Niederlanden gemachten Entdeckung, errieth die Combination der Gläser und construirte so das nach ihm genannte Fernrohr, mit welchem er auch die Trabanten des Jupiters entdeckte.

Der Erfinder des astronomischen Fernrohrs ist Keppler; wenn er es auch nicht selbst ausführte, so hat er doch die Construction desselben in seiner »Dioptrik« bekannt gemacht. Fatana hat, ohne Keppler's Dioptrik zu kennen, ein aus Sammellinsen gebildetes Fernrohr zuerst im Jahre 1625 construirt.

Gewöhnlich werden Picard und Huyghens als die Erfinder des Fadenkreuzes angegeben; doch soll nach Herschel diese Ehre einem englischen Astronomen Gascoigne zukommen, welcher zu Cromwell's Zeit in der Schlacht von Marston Moor einen frühen Tod fand. Da das Fadenkreuz an der Stelle ausgespannt ist, an welcher das durch das Objectiv erzeugte Sammelbild ist, so ist klar, daß man in dem Galiläi'schen Fernrohre kein Fadenkreuz anbringen kann, weil ja hier dieses Sammelbild gar nicht zur Entstehung kommt.

In früheren Zeiten waren die dioptrischen Fernröhre noch sehr unvollkommen, weil man noch keine achromatischen Objective in Anwendung bringen konnte; man ersetzte deshalb die Objectivlinse durch einen Hohlspiegel, und so entstanden die Spiegelteleskope.

Sechstes Kapitel.

Interferenz und Beugung des Lichts.

215 **Hypothesen über das Wesen des Lichts.** Indem wir bisher die allgemeinen Gesetze der Reflexion, der Brechung und der Zerlegung des Lichts besprachen, haben wir uns nur an die Erfahrung gehalten und haben dabei jede theoretische Ansicht über die Natur des Lichts ganz aus dem Spiele gelassen. Diese rein experimentelle Methode läßt sich nun bei den Beugungserscheinungen nicht mehr mit derselben Einfachheit anwenden,

weil es ganz unmöglich ist, die Gesetze derselben übersichtlich zu machen, ohne eine theoretische Ansicht über das Wesen des Lichts zu Hülfe zu nehmen. Wir wollen zunächst einige Worte über die beiden Hypothesen reden, welche von den Physikern in Beziehung auf das Wesen des Lichts aufgestellt worden sind. Diese Hypothesen sind unter dem Namen der Emissions- oder Emanationstheorie und der Vibrations- oder Undulationstheorie bekannt.

Die Emissionstheorie nimmt an, daß es eine eigenthümliche Lichtmaterie gebe, und daß ein leuchtender Körper nach allen Seiten hin Theilchen dieser feinen Materie mit so ungeheurer Geschwindigkeit aussende, daß ein solches Lichttheilchen in 8 Minuten und 13 Sekunden von der Sonne zur Erde gelangt. Diese Lichtmaterie muß man natürlich als äußerst fein und den Wirkungen der Schwere nicht unterworfen, also als imponderabel annehmen. Die Verschiedenheit der Farben rührt von einer Verschiedenheit in der Geschwindigkeit her; die Reflexion ist nach dieser Ansicht dem Abprallen elastischer Körper analog. Um nach dieser Theorie die Brechung zu erklären, müßte man annehmen: 1) daß sich in den durchsichtigen Körpern hinreichend große Zwischenräume befinden, um den Lichttheilchen den Durchgang zu gestatten, und 2) daß die wägbaren Molekule auf die Lichttheilchen eine anziehende Kraft ausüben, welche, combinirt mit der einmal erlangten Geschwindigkeit der Lichttheilchen, ihre Ablenkung bewirkt.

Die Vibrationstheorie nimmt an, daß sich das Licht durch die Schwingungen der Theilchen eines unwägbaren Stoffes fortpflanzt, welcher den Namen Aether führt. Nach dieser Theorie ist das Licht etwas dem Schalle Analoges; der Schall wird aber durch die Schwingungen der wägbaren Materie, das Licht durch die Schwingungen eines Aethers fortgepflanzt. Der Aether erfüllt den ganzen Weltraum, da das Licht alle Räume des Himmels durchdringt. Der Aether ist aber nicht bloß in den sonst leeren Räumen verbreitet, welche die Gestirne trennen, er durchdringt alle Körper und füllt die zwischen den wägbaren Atomen befindlichen Räume aus.

Wenn der Aether in dem ganzen Weltraume in Ruhe wäre, so würde überall vollkommene Finsterniß herrschen; an einer Stelle aber gleichsam erschüttert, pflanzen sich die Lichtwellen nach allen Seiten hin fort, wie sich die Schwingungen einer Saite in einer ruhigen Atmosphäre weithin verbreiten. Das Licht, welches erst durch eine Bewegung entsteht, ist also wohl von dem Aether selbst zu unterscheiden, wie die Vibrationsbewegung, welche den Schall hervorbringt, von den oscillirenden Theilchen der wägbaren Materie unterschieden wird.

Lange Zeit hindurch zählten beide Theorien Anhänger unter den Physikern. Newton hatte die Emanationstheorie aufgestellt, Huyghens ist

als Schöpfer der Undulationstheorie zu betrachten, die auch Euler vertheidigte; doch erst in neueren Zeiten haben besonders Young's und Fresnel's Arbeiten der Undulationstheorie einen so entschiedenen Sieg verschafft, daß die Emanationstheorie jetzt allgemein als unhaltbar verlassen ist.

Die wichtigste Stütze für die Vibrationstheorie liefern die sogenannten Interferenzerscheinungen, die wir sogleich näher betrachten werden. Die erste hierhergehörige Thatsache wurde von dem Jesuiten Grimaldi beobachtet und in seiner »physico-mathesis de lumine, coloribus et iride. Bologna 1665.« beschrieben. Er beobachtete, daß, wenn man durch eine feine Oeffnung einen Sonnenstrahl in ein dunkles Zimmer eindringen läßt und diesem Strahle einen schmalen Körper aussetzt, alsdann der Schatten dieses Körpers breiter ist, als man nach dem geradlinigen Fortgange der Lichtstrahlen erwarten sollte; ebenso fand er, daß, wenn man die durch die feine Oeffnung eindringenden Strahlen auf einer weißen Fläche auffängt, der erleuchtete Raum größer ist, als ihn, bei Voraussetzung geradliniger Fortpflanzung des Lichts, die geometrische Construction giebt; er beobachtete auch farbige Säume, sowohl im Schatten des schmalen Körpers, als auch am Umfange des erleuchteten Fleckes, und schrieb diese Erscheinungen einer Ablenkung von dem geradlinigen Wege zu, welche die Lichtstrahlen erleiden, wenn sie an den Rändern undurchsichtiger Körper vorübergehen. Diese Ablenkung nannte er Diffraction, später wurde sie auch Beugung und Inflexion genannt.

Diese Versuche sind jedoch für die Vibrationstheorie nicht so direct beweisend wie der folgende: Grimaldi ließ die Sonnenstrahlen durch zwei feine nahe bei einander stehende Oeffnungen in das dunkle Zimmer eintreten und fing sie auf einem Papierblatte in einer solchen Entfernung auf, daß die von den beiden Oeffnungen herrührenden hellen Kreise theilweise über einander fielen. Die durch das Licht beider Oeffnungen erleuchtete Stelle war allerdings heller als die Stellen, welche nur von einer Oeffnung Licht empfingen, doch fand er an den Gränzen dieses stärker erleuchteten Raumes dunkle Streifen an solchen Stellen des Schirmes, welche offenbar Licht von beiden Oeffnungen empfingen, und dennoch waren diese Streifen dunkler als diejenigen Stellen des Papierschirms, welche nur von einer Oeffnung beleuchtet waren. In der That verschwanden diese dunklen Linien, sobald die eine Oeffnung zugehalten wurde, so daß nur durch die andere das Licht einfallen konnte. Grimaldi schloß aus dieser Erscheinung, daß ein erleuchteter Körper dunkler werden kann, wenn neues Licht zu dem hinzukommt, welches ihn schon erleuchtet, und suchte diese sonderbare Erscheinung durch Annahme von Lichtwellen zu erklären.

Während Grimaldi's Beugungsversuche vielfach wiederholt und abge-

ändert wurden, während man eifrig bemüht war, die Gesetze der Inflexion durch genaue Messungen zu ermitteln, ließ man die von Grimaldi ausgesprochene Idee, daß Dunkelheit durch das Zusammenwirken zweier Lichtstrahlen entstehen könne, ganz unbeachtet, man übersah gerade die Erscheinung, welche den Schlüssel zur Erklärung der Beugungsphänomene hätte geben können. Erst Young nahm diesen Gegenstand wieder auf; er beobachtete die hellen und dunklen Streifen, welche hinter einem schmalen Körper entstehen, wenn man sie den von einem leuchtenden Punkte oder einer schmalen Lichtlinie ausgehenden Strahlen aussetzt, und fand, daß diese Streifen alsbald verschwinden, sobald das Licht an der einen Seite des schmalen Körpers vorbeizugehen hindert. Young hatte also durch diesen Versuch ebenfalls dargethan, daß zwei Lichtstrahlen, die sehr nahe nach einerlei Richtung fortgehen, bei ihrem Zusammentreffen nicht immer zur Verstärkung der Erleuchtung beitragen, sondern daß sie sich unter Umständen verstärken oder ihre Wirkung gegenseitig vernichten können. Diese gegenseitige Einwirkung der Lichtstrahlen bezeichnete Young mit dem Namen der Interferenz.

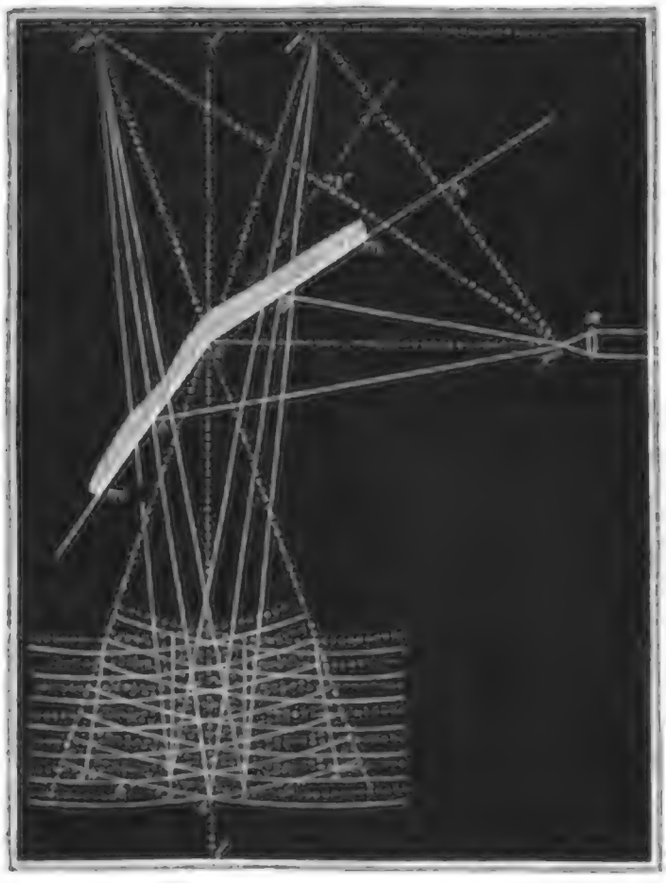
Solche Interferenzen lassen sich nun nach der Emanationstheorie durchaus nicht erklären. Young aber zeigte, daß der Weg, welchen die Lichtstrahlen durchlaufen, um von der Lichtquelle zu einem Punkte hinter dem schmalen Körper zu gelangen, der nicht gerade in der Mitte des geometrischen Schattens liegt, ungleich ist, je nach dem sie auf der einen oder andern Seite des schmalen Körpers vorbeigehen; wenn sich also das Licht durch eine Wellenbewegung fortpflanzt, so begreift man sehr wohl, wie die beiden Lichtstrahlen, welche in einem Punkte hinter dem schattengebenden Körper zusammentreffen, hier je nach der Differenz der durchlaufenen Wege bald mit gleichen, bald mit entgegengesetzten Schwingungszuständen ankommen, sich also gegenseitig verstärken oder aufheben können.

Fresnel's Spiegelversuch. Young's Interferenzversuch spricht ent- 216
scheidend für die Undulationstheorie; man könnte dagegen nur noch etwa einwenden, daß die ganze Erscheinung durch die Beugung des Lichts hervorgebracht wurde, deren Wesen selbst noch nicht gehörig erkannt worden war. Wollte man die Beugung des Lichts und alle damit zusammenhängenden Erscheinungen durch das Princip der Interferenzen erklären, so war zu wünschen, solche Interferenzen auch ohne Beugung hervorzubringen. Fresnel, der durch seine klassischen Arbeiten die Undulationstheorie vollkommen begründete, lös'te diese Aufgabe auf folgende Weise.

Zwei Metallspiegel sind neben einander so aufgestellt, daß die Ebenen beider vertikal sind, daß sie also in einer vertikalen Linie zusammenstoßen; der Winkel, den die beiden Spiegelebenen mit einander machen, muß sehr stumpf seyn, er darf nur wenig kleiner seyn als 180°. Die Fig. 555 stellt

den horizontalen Durchſchnitt dieſer beiden Spiegel dar; $m\,c$ iſt die ſpiegelnde Fläche des einen, $m'\,c$ die des andern; c iſt die in der Figur zum Punkte verkürzte Kante, in welcher die beiden Spiegelebenen zuſammentreffen.

Fig. 555.

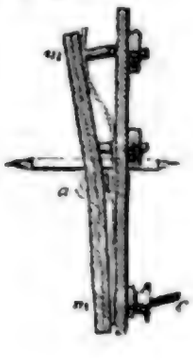


Wenn ſich nun in f ein leuchtender Punkt befindet, ſo ſendet er Strahlen auf beide Spiegel, es werden alſo zwei Spiegelbilder des leuchtenden Punktes entſtehen, und zwar das eine in p, das andere in p'; dieſe beiden Bilder werden ſehr nahe zuſammen liegen, weil die Spiegelebenen faſt zuſammenfallen. In einiger Entfernung von den Spiegeln treffen nun die reflectirten Strahlen zuſammen und bilden dadurch abwechſelnd helle und dunkle vertikale Streifen. Iſt b ein Punkt, welcher gleichweit von p und p' entfernt iſt, ſo bildet ſich in b ein heller Streifen, zu beiden Seiten deſſelben in s und s' ein dunkler, auf dieſe folgen wieder zwei helle in den Punkten b' und b'', zwei dunkle in s'' und s''' u. ſ. w.

Da dieſer Verſuch ein Fundamentalverſuch für die Undulationstheorie iſt, ſo iſt es nöthig, die Art und Weiſe, wie er anzuſtellen iſt, näher auseinanderzuſetzen.

Die Fig. 556 zeigt die Art und Weiſe, wie Fresnel ſeine Spiegel befeſtigte; durch eine Feder und mehrere Schrauben iſt es möglich, den Winkel der beiden Spiegel nach Belieben größer oder kleiner zu machen.

Fig. 556.



Sehr leicht laſſen ſich Interferenzſpiegel auf folgende Weiſe herrichten: Auf die obere Fläche eines Holzklötzchens, welches ungefähr 10 Centimeter lang, 2^{cm} hoch und 3^{cm} breit iſt, klebe man an drei Stellen, nämlich in der Mitte und gegen jedes Ende hin, etwas weiches Wachs auf und lege darauf zwei Stücke von geſchliffenem Spiegelglas, von denen jedes nahe 5^{cm} lang und

faſt 3^{cm} breit iſt. Dieſe beiden Spiegel müſſen auf dem mittleren Wachsſtücke zuſammenſtoßen. Wenn man nun hier, wo beide Spiegel an einander gränzen, dieſelben etwas ſtärker auf das Wachs aufdrückt als an den Enden, ſo kann man es leicht dahin bringen, daß die Ebenen der beiden Spiegel einen ſehr ſtumpfen Winkel mit einander machen. Ganz beſonders kommt es darauf an, daß da, wo die beiden Spiegel zuſammenſtoßen, keiner über den anderen auch nur im Mindeſten vorſtehe, wovon man ſich durch das Gefühl der Fingerſpitzen überzeugen kann; man darf hier nicht die mindeſte Unterbrechung fühlen, wenn man mit dem Finger (nicht mit dem Nagel) über dieſe Stelle hinfährt. Die Spiegel müſſen natürlich auf der Rückſeite geſchwärzt ſeyn.

Was den Winkel betrifft, den die Spiegel mit einander machen ſollen, ſo muß er ſo groß ſeyn, daß die beiden Bilder einer ungefähr 8 bis 10 Schritte entfernten Kerzenflamme nur um den Durchmeſſer dieſer Kerzenflamme von einander getrennt erſcheinen; wird der Winkel noch größer, ſo daß die beiden Bilder noch näher rücken, ſo wird die Interferenzerſcheinung noch deutlicher.

Fig. 557.

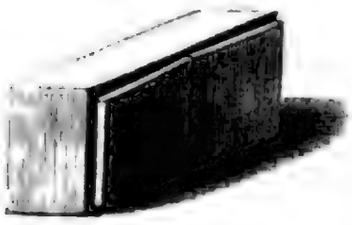
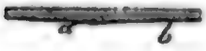


Fig. 557 ſtellt ein Paar auf dieſe Weiſe hergerichtete Interferenzſpiegel dar.

Fig. 558.

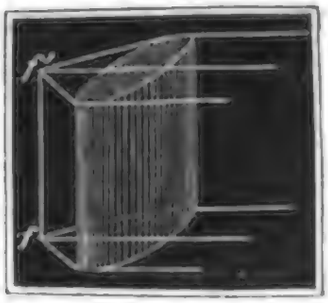


Pouillet erſetzte die Interferenzſpiegel durch ein Interferenzprisma, welches Fig. 558 im Durchſchnitte dargeſtellt iſt. Die beiden Facetten *a* und *b* machen einen ſehr ſtumpfen Winkel mit einander, ſo daß die von einem leuchtenden Punkte hinter dem Prisma ausgehenden Strahlen nach dem Durchgange durch daſſelbe ſo fortgehen, als ob ſie von den zwei nahe bei einander liegenden Punkten ausgegangen wären; die durch die eine Facette gegangenen Strahlen werden alſo mit den von der andern Facette her kommenden gerade ſo unter einem ſehr ſpitzen Winkel zuſammentreffen, wie dies auch bei den Interferenzſpiegeln der Fall iſt.

Zum leuchtenden Gegenſtande wendet man am beſten eine feine Lichtlinie an; man kann ſich dieſelbe auf mancherlei Art verſchaffen; entweder bringt man in dem Laden eines dunkeln Zimmers einen ungefähr 1^{mm} breiten vertikal ſtehenden Spalt an, durch welchen die von einem vor den Laden angebrachten Spiegel reflectirten Strahlen in horizontaler Richtung eintreten, oder man ſetzt einen ſolchen Spalt vor die Flamme einer argandiſchen Lampe, ja es reicht eine hell brennende Kerzenflamme ohne allen Schirm ſchon hin, wenn man dieſelbe wenigſtens in einer Entfernung von 10 bis 12 Schritten von den Spiegeln oder dem Interferenzprisma aufſtellt.

Fresnel erzeugte die feine Lichtlinie durch eine Cylinderlinse; eine solche Linse, Fig. 559, ist durch zwei Cylindersegmente gebildet, während eine gewöhnliche Linse durch zwei Kugelsegmente gebildet wird; dem Brennpunkte der gewöhnlichen Linse entspricht bei diesen eine Brennlinie *ff'*. Diese Brennlinie bildet den leuchtenden Streifen.

Fig. 559.



Auch der Lichtstreifen auf einem in der Sonne liegenden glänzenden Metallstäbchen oder einem innen geschwärzten Glasröhrchen kann sehr gut zu diesem Interferenzversuche angewandt werden.

Selbst wenn die Lichtquelle keine Lichtlinie, sondern nur ein leuchtender Punkt ist, lassen sich die Interferenzstreifen noch sehr gut zeigen; einen leuchtenden Punkt erhält man, wenn man statt des Schirmes mit dem Spalte einen Schirm mit einer kleinen runden Oeffnung von 1 bis 2 Millimeter Durchmesser vor den Spiegel, welcher die Sonnenstrahlen reflectirt, oder vor die Lampenflämmen setzt. Ferner ist zu diesem und zu vielen der folgenden Versuche ein sehr brauchbarer Lichtpunkt das Sonnenbildchen im Focus einer gewöhnlichen Linse von kurzer Brennweite; dann das Sonnenbildchen auf einer Metallkugel, einem Metallknopfe, einer etwas großen Thermometerkugel, einem innen geschwärzten Uhrglase u. s. w.

Fig. 560 zeigt die Anordnung des Versuchs für die Interferenzspiegel:

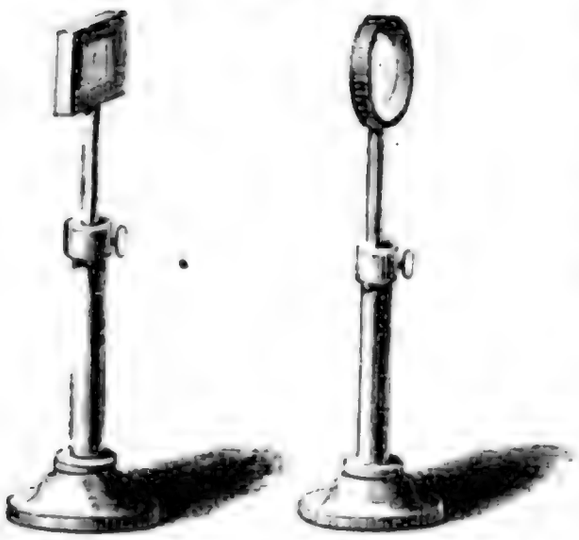
Fig. 560.

l ist die Lichtquelle, *s* sind die Spiegel, *o* ist die Luppe, durch welche man die Streifen beobachtet, denn sie sind doch meistens zu fein, um mit bloßem Auge wahrgenommen werden zu können.

Es versteht sich von selbst, daß sich die Lichtquelle, die Spiegel und das Auge in einer Horizontalebene befinden müssen.

Will man die Interferenzstreifen mit dem Prisma beobachten, so befestigt man am besten das Interferenzprisma mit seiner Fassung auf einem Stativ und stellt dahinter die Luppe in einer Entfernung von 2 bis 3 Decimeter auf, wie man Fig. 561 a. f. S. sieht; die Lichtquelle, die Mitte des Prismas und die Axe der Luppe müssen in einer geraden Linie liegen.

Fig. 561.



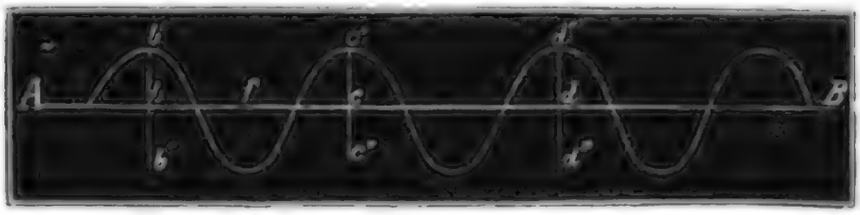
Bringt man vor das Auge ein ziemlich homogenes, etwa ein rothes Glas, so sieht man nur abwechselnd helle und dunkle Streifen, wendet man dagegen kein homogenes, sondern nur weißes Licht an, so erscheinen die Streifen mit verschiedenen Farben gesäumt.

Wir wollen jetzt sehen, wie die Undulationstheorie diese Erscheinung zu erklären im Stande ist.

Elemente der Vibrationstheorie. 217. Die Theilchen eines leuchtenden Körpers vibriren auf ähnliche Weise, wie dies bei den schallenden Körpern der Fall ist, nur sind die Lichtvibrationen ungleich schneller als die Schallschwingungen, dann aber werden sie auch nicht durch die wägbare Materie selbst, sondern durch den Lichtäther fortgepflanzt.

Wenn sich ein Lichtstrahl in der Richtung von A nach B, Fig. 562,

Fig. 562.

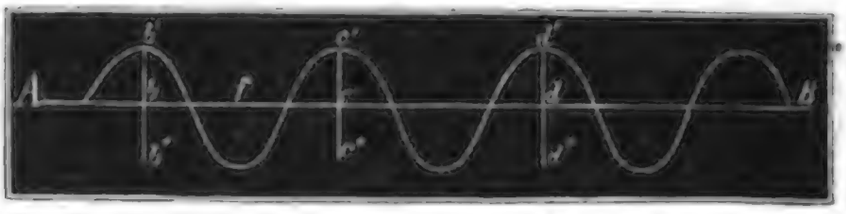


verbreitet, so vibriren alle Aethertheilchen, welche im Zustande des Gleichgewichts auf der geraden Linie AB liegen würden, in Richtungen, welche rechtwinklig auf AB stehen, ungefähr so, wie die Theile eines gespannten Seiles schwingen, wenn man an dem einen Ende einen kräftigen Schlag gegen dasselbe geführt hat. Die Kurve in Fig. 562 stellt die gegenseitige Stellung der vibrirenden Molekûle in einem bestimmten Momente der Bewegung dar.

Betrachten wir die Schwingungen eines Aethermolekûls etwas genauer. Das Theilchen, dessen Gleichgewichtslage in b ist, vibrirt beständig zwischen den Punkten b' und b''. In b' ist seine Geschwindigkeit Null, je mehr sich aber das Theilchen der Gleichgewichtslage nähert, desto mehr wächst seine Geschwindigkeit, welche ihr Maximum in dem Momente erreicht, in welchem das Molekûl die Gleichgewichtslage passirt; von nun an nimmt die Geschwindigkeit wieder ab, bis sie endlich in b'' wieder Null wird, worauf dann die Bewegung nach entgegengesetzter Richtung beginnt.

Obgleich sich das Licht mit außerordentlicher Geschwindigkeit fortpflanzt, so geschieht diese Fortpflanzung doch nicht momentan; die Vibrationen eines Aethermolekûls theilen sich also auch nicht momentan den in der Richtung des Strahls ihm folgenden Molekûlen mit. Stellen wir uns vor, die ganze Reihe von Molekûlen auf der Linie *A B* sey in Ruhe. Wenn nun das

Fig. 563.



Molekûl in *b* in einem bestimmten Momente seine Vibrationen beginnt, so werden alle weiter nach *B* hin liegenden Molekûle später zu vibriren beginnen, und zwar um so später, je weiter sie von *b* liegen; während das Molekûl *b* eine vollständige Oscillation macht, d. h. während es von *b'* nach *b''* und wieder zurück nach *b'* sich bewegt, wird sich die Bewegung bis zu irgend einem Molekûle *c* fortpflanzen, so daß dieses Molekûl seine erste Vibration in demselben Momente beginnt, in welchem *b* seine zweite anfängt. Von nun an werden die Molekûle *b* und *c* stets in gleichen Schwingungszuständen sich befinden, d. h. sie werden gleichzeitig nach derselben Seite hin sich bewegend die Gleichgewichtslage passiren, gleichzeitig das Maximum der Ausweichung auf der einen und auf der andern Seite von *A B* erreichen.

Die Entfernung *b c* zweier Aethermolekûle, welche sich stets in gleichen Schwingungszuständen befinden, heißt, wie wir schon früher gesehen haben, eine Wellenlänge. Wenn *c d* auch eine Wellenlänge ist, so wird das Molekûl *d* seine erste Oscillation in demselben Augenblicke beginnen, in welchem *c* seine zweite und *b* seine dritte Oscillation beginnt; *d* wird von nun an mit *c* und *b* sich stets in gleichen Schwingungszuständen befinden.

Wenn *f* in der Mitte zwischen *b* und *c* liegt, d. h. wenn es um eine halbe Wellenlänge von *b* entfernt ist, so befindet sich das Molekûl in *f* stets in Schwingungszuständen, welche denen der Molekûle in *b* und *c* entgegengesetzt sind. Wenn *b* und *c* das Maximum der Ausweichung oberhalb *AB* erreichen, so erreicht *f* das Maximum der entgegengesetzten Seite. Das Molekûl *f* passirt mit *b* und *c* gleichzeitig die Gleichgewichtslage, allein in entgegengesetzter Richtung sich bewegend.

Wenn zwei Aethertheilchen auf dem Wege eines Lichtstrahls um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge von einander entfernt sind, so sind sie stets von gleichen, aber entgegengesetzten Geschwindigkeiten afficirt. Dasselbe gilt von solchen Theilchen, die um $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{2}$ u. s. w. Wellenlängen von einander abstehen.

Die Wellenlänge ist für die verschiedenen Farben nicht gleich; am

größten ist die Wellenlänge der rothen, am kleinsten die Wellenlänge der violetten Strahlen. Wir werden bald sehen, wie es möglich war, die Wellenlänge der verschiedenfarbigen Strahlen mit außerordentlicher Genauigkeit zu bestimmen.

Mit der ungleichen Wellenlänge hängt auch die ungleiche Schwingungsdauer zusammen; die Vibrationen der violetten Strahlen sind die schnellsten, die der rothen dagegen die langsamsten.

Man sieht also, daß beim Lichte die Verschiedenheit der Farben der ungleichen Höhe und Tiefe der Töne entspricht.

Die Intensität des Lichts hängt von der Vibrationsintensität, der Größe der Oscillationsamplitude ab. Je größer die Entfernung der Punkte $b'b''$, $c'c''$ u. s. w. ist, zwischen welchen ein Aethertheilchen hin und her schwingt, desto größer ist die Intensität des Lichtstrahls, welcher durch diese Schwingungen fortgepflanzt wird. Aus Gründen, deren Entwickelung uns hier zu weit führen würde, nimmt man an, daß die Intensität des Lichts dem Quadrate der Vibrationsintensität und nicht der Vibrationsintensität selbst proportional ist; einer 2, 3, 4mal größeren Vibrationsintensität entspricht also eine 4, 9, 16fache Intensität des Lichts.

Von der Art und Weise, wie sich von einem leuchtenden Punkte aus die Lichtwellen ringsum verbreiten, kann man sich ein recht deutliches Bild machen, wenn man die Wellen betrachtet, welche auf der Oberfläche eines stillstehenden Wassers entstehen, wenn man einen Stein hineinwirft, und die wir auch schon oben betrachtet haben. Von der Stelle aus, an welcher der Stein in das Wasser einsank, verbreiten sich ringsum kreisförmige Wellen; das Fortschreiten dieser Wellen von dem Mittelpunkte der Bewegung aus rührt aber nicht daher, daß die einzelnen Wassertheilchen eine solche fortschreitende Bewegung haben, denn wenn ein leichter Körper, etwa ein Stückchen Holz, in dem Bereiche der Wellenbewegung auf dem Wasser schwimmt, so sieht man dasselbe nur auf- und niedergehen. Die Wassertheilchen an der Stelle, an welcher der Stein in's Wasser fiel, gehen abwechselnd auf und nieder, und diese Bewegung pflanzt sich ringsum mit gleicher Geschwindigkeit fort; alle Wassertheilchen also, welche gleichweit von dem Mittelpunkte entfernt sind, werden sich auch in gleichen Schwingungszuständen befinden, d. h. sie werden gleichzeitig ihre höchste und gleichzeitig ihre tiefste Stellung erreichen, es werden sich also concentrische Wellenberge und Wellenthäler bilden, wie dies durch Fig. 564 anschaulich gemacht werden soll. Wenn für einen

Fig. 564.

bestimmten Moment die ausgezogenen Kreise den Wellenbergen, die punktirten aber den Wellenthälern entsprechen, so werden die Wellenberge nach außen hin in der Weise fortschreiten, daß nach einer kurzen Zeit gerade an den punktirten Stellen sich die Wellenberge befinden, die Thäler aber in den ausgezogenen Kreisen.

Sämtliche Wassertheilchen, welche zwischen zwei auf einander folgenden Wellenbergen oder zwei Wellenthälern liegen, bilden eine Welle, die Wellenlänge aber ist die Entfernung von einem Wellenberge zum nächsten oder von einem Wellenthale zum folgenden. Während ein Wassertheilchen, etwa a, von seiner höchsten Stellung niedergeht und dann wieder bis zur Gipfelhöhe eines Wellenberges aufsteigt, wird der Wellenberg um eine Wellenlänge fortschreiten; bezeichnen wir mit v die Geschwindigkeit, mit welcher die Wellen fortschreiten, mit t die Schwingungsdauer, also die Zeit, welche während des Nieder- und Aufgangs eines Wassertheilchens vergeht, so ist offenbar

Fig. 565.

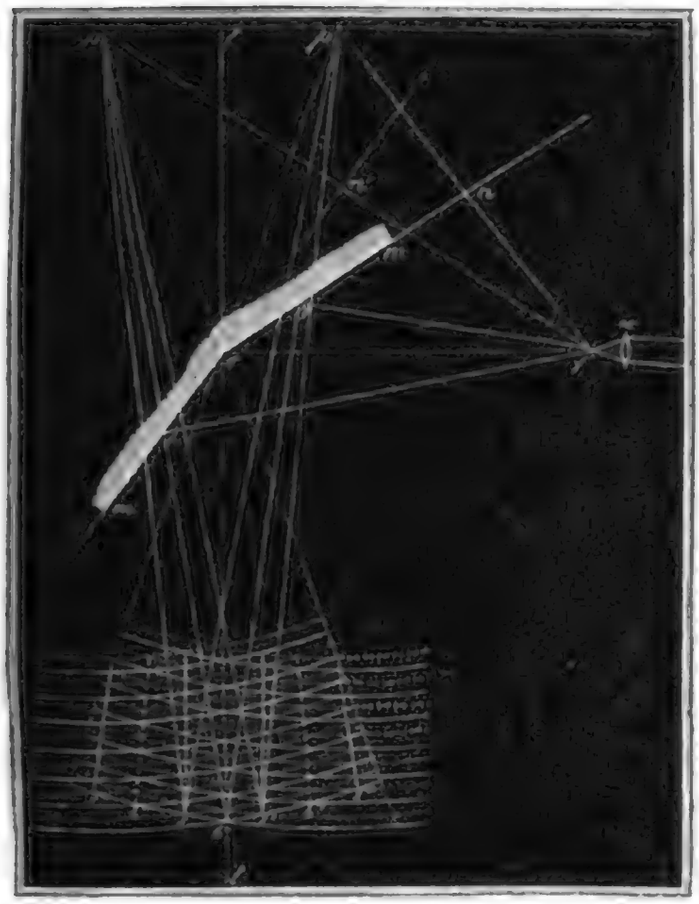
$$\lambda = v \,.\, t,$$

wenn λ die Wellenlänge bezeichnet. Diese Beziehung zwischen Wellenlänge, Schwingungsdauer und Fortpflanzungsgeschwindigkeit findet auch bei den Lichtvibrationen Statt.

So wie sich die Wasserwellen in concentrischen Kreisen um den Oscillationsmittelpunkt verbreiten, so verbreiten sich die Lichtvibrationen in concentrischen Kugelschichten um die Lichtquelle; die Oberfläche der Lichtwellen ist kugelförmig, wenigstens so lange die Elasticität des Aethers nach allen Richtungen hin dieselbe bleibt.

Diese Principien reichen hin, die Fresnel'schen Interferenzstreifen zu erklären. Die von f, Fig. 566, ausgehenden Strahlen werden durch den Spiegel cm so reflectirt, als ob sie von p ausgegangen wären. Betrachten wir zunächst den reflectirten Strahl gb, so müssen alle Vibrationen, welche diesen Strahl fortpflanzen, rechtwinklich auf der Richtung gb seyn, ein Aethertheilchen in b wird etwa abwechselnd auf und nieder vibriren. Durch b ist nun ein Kreis um den Mittelpunkt p gezogen, und alle auf diesem Kreise liegenden Punkte s, b', s'' werden durch die vom Spiegel cm reflectirten Strahlen gleichzeitig in denselben Schwingungszustand versetzt, d. h. in demselben Augenblicke, in welchem das Theilchen b durch den in der Richtung gb reflectirten Strahl aufwärts getrieben wird, sind die Aethertheilchen in s, b', s'' u. s. w. in derselben Weise afficirt.

Fig. 566.



Ein zweiter Kreis ist um p durch den Punkt s' gezogen; der Halbmesser dieses Kreises ist kleiner, und zwar wollen wir annehmen, daß die Differenz der beiden Radien $^1/_2$ Wellenlänge betrage, so ist klar, daß alle auf diesem letztern Kreise liegenden Aethertheilchen sich stets in Schwingungszuständen befinden, welche denen der Aethertheilchen auf dem zuerst besprochenen Kreise entgegengesetzt sind.

So sind nun noch mehrere Kreise um p gezogen, und zwar beträgt die Entfernung zwischen zwei ausgezogenen Kreisen eine ganze, die Entfernung zwischen einem ausgezogenen und einem punktirten Kreise $^1/_2$ Wellenlänge.

Eine ähnliche Reihe von Kreisen ist um den Punkt p' gezogen, und aus diesen Kreisen ersieht man, in welchen Schwingungszustand die Aethertheilchen durch die vom Spiegel $c\,m'$ reflectirten Wellen versetzt werden.

Betrachten wir nun den Effect, welcher durch das Zusammenwirken der beiden Wellensysteme hervorgebracht wird.

Der Punkt b liegt gleichweit von p und p' entfernt, folglich ist der Weg $f\,g\,b$ gleich dem Wege $f\,h\,b$, das Aethertheilchen b wird also gleichzeitig durch die beiden Wellensysteme nach derselben Seite hin getrieben; hier wird sich also die Wirkung der beiden Wellensysteme summiren, die Vibrationsintensität des Aethertheilchens b wird also doppelt so groß seyn, als wenn es durch ein Wellensystem afficirt worden wäre.

Das Theilchen in s wird durch die vom Spiegel $c\,m$ reflectirten Lichtwellen ebenso afficirt wie b, durch das andere Wellensystem aber gerade in entgegengesetzter Richtung, die Wirkung des einen Wellensystems wird also hier durch die des andern aufgehoben, in s also wird Dunkelheit entstehen.

Ebenso wird in b und b'', kurz in allen Punkten, in denen sich zwei ausgezogene oder zwei punktirte Kreise schneiden, das Zusammenwirken der beiden Wellensysteme eine Vermehrung der Lichtintensität zur Folge haben,

während in allen Stellen, in welchen sich ein ausgezogener und ein punktirter Kreis schneiden, gar keine Vibrationen stattfinden, also Dunkelheit herrscht.

Fresnel hat mit der größten Genauigkeit die Breite der Streifen, d. h die Entfernung eines dunklen Streifens vom andern, den Winkel, den die Spiegel mit einander machen, und die Entfernung der Lichtquelle gemessen, und konnte auf diese Weise zeigen, daß in der That die Strahlen, welche, von f ausgehend, durch den Spiegel cm nach b, nach $s'.b'.s'''$ u. s. w. gelangen, ungleiche Wege zurückgelegt haben, daß die Differenz dieser Wege gleich ist, daß also $pb - ps' = ps' - pb'' = pb'' - ps'''$ u. s. w.

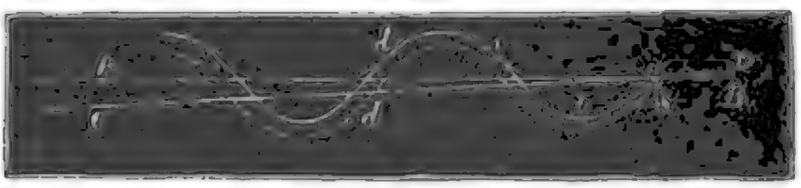
Diese Differenz, welche sich aus den Messungen berechnen läßt, ist aber nichts anderes als die halbe Wellenlänge.

Betrachtet man die Streifen durch ein rothes Glas, so sind sie breiter, als wenn man ein grünes anwendet, daraus folgt aber, daß die Wellenlänge für die rothen Strahlen größer ist als für die grünen. Ueberhaupt sind die Wellenlängen der farbigen Strahlen um so kürzer, je brechbarer diese Strahlen sind. Da die hellen und dunklen Streifen für die verschiedenfarbigen Strahlen nicht genau an dieselben Stellen fallen, so können die Streifen bei Anwendung von weißem Licht auch nicht rein weiß und schwarz erscheinen, sondern sie müssen farbige Säume zeigen, die um so deutlicher werden, je breiter überhaupt die Streifen sind. Nähere Auskunft über diese farbigen Säume findet man weiter unten.

Durch den Fresnel'schen Spiegelversuch ist also das Princip der Interferenzen begründet. Dieses Princip ist für die physikalische Theorie des Lichts von der größten Wichtigkeit, wir wollen deshalb versuchen, dasselbe durch Zeichnungen möglichst anschaulich zu machen.

In Fig. 567 mögen die Linien $A\ B$ und $C\ D$ zwei elementare Licht-

Fig. 567.



strahlen darstellen, welche, von einer Lichtquelle ausgehend, auf verschiedenen Wegen zu dem Punkte a gelangen und sich hier unter einem sehr spitzen Winkel schneiden. Wenn der Weg, welchen der Lichtstrahl $C\ D$ von der Lichtquelle an bis zu dem Punkte a zurückgelegt hat, gerade eben so groß oder um 1, 2, 3 u. s. w. ganze Wellenlängen größer ist als die Länge von der Lichtquelle bis zum Punkte a auf dem Wege des andern Strahls, so werden die beiden Strahlen in a in der Weise zusammenwirken, wie es die Fig. 567 darstellt.

Die Wellenlinie *a b c d* u. s. w. stellt für irgend einen Moment die gegenseitige Lage der Aethertheilchen dar, welche den Strahl in der Richtung *A B* fortpflanzen. Das Theilchen *b* hat eben seine äußerste Stellung unterhalb *A B* erreicht, das Theilchen *a* passirt eben die Gleichgewichtslage in der Richtung, welche der kleine Pfeil andeutet.

Die punktirte Wellenlinie zeigt uns den gleichzeitigen Oscillationszustand der Aethertheilchen, welche den Lichtstrahl *C D* fortpflanzen. Wenn beide Strahlen von der Lichtquelle bis zum Punkte *a* gleiche Wege durchlaufen haben, so wird das Theilchen *a* gleichzeitig durch die Vibrationen beider Strahlen auf dieselbe Weise afficirt werden; in dem durch unsere Zeichnung dargestellten Momente wird das Theilchen *a* durch das zweite Wellensystem ebenfalls nach unten getrieben, die Vibrationsintensität ist also doppelt so groß, als wenn seine Bewegung nur durch die Vibrationen des einen Lichtstrahls bedingt wäre.

In derselben Weise müssen sich auch die Vibrationen zweier Lichtstrahlen unterstützen, welche in einem Punkte zusammentreffen und die in ihrem Gange um irgend ein ganzes Vielfaches einer ganzen Wellenlänge von einander abweichen.

Die Fig. 568 versinnlicht das Zusammenwirken zweier Strahlen, von

Fig. 568.

denen der eine dem andern um eine halbe oder irgend ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge vorausgeeilt ist. Durch die Vibrationen des einen Strahls (die ihm entsprechende Wellenlinie ist ausgezogen, während die dem andern Strahle entsprechende punktirt ist) wird das Theilchen *a* in demselben Augenblicke nach oben getrieben, in welchen die Vibrationen des andern Strahls dasselbe mit gleicher Kraft abwärts zu bewegen streben, die beiden entgegengesetzten Kräfte heben sich also auf, das Theilchen *a* bleibt in Ruhe.

Wir haben bisher nur diejenigen Fälle betrachtet, in welchen der Gangunterschied der interferirenden Strahlen ein Vielfaches einer ganzen Wellenlänge oder ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt. Wenn der Gangunterschied zwischen diese Gränzen fällt, so wird durch die Interferenz der beiden Strahlen auch eine Wirkung hervorgebracht, welche zwischen den Wirkungen der besprochenen Gränzfälle liegt, d. h. es wird keine vollkomme Vernichtung der Vibrationen, aber auch keine Verdoppelung der Vibrationsintensität eintreten können. Die wirklich hervorge-

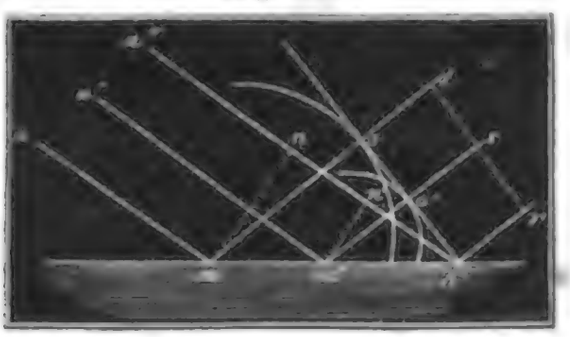
brachte Vibrationsintenſität nähert ſich mehr dem einen oder dem andern dieſer Gränzwerthe, je nachdem die Gangunterſchiede ſich mehr einem ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge oder einen Vielfachen einer ganzen Wellenlänge nähern.

218 **Erklärung der Spiegelung, der Brechung und der Disperſion des Lichts durch die Vibrationstheorie.** Wenn eine Lichtwelle auf irgend ein Medium trifft, in welchem die Elaſticität des Aethers größer oder kleiner iſt als in dem Mittel, in welchem ſie ſich bis dahin fortpflanzte, ſo theilt ſie ſich in zwei Wellenſyſteme, von welchen das eine in das Mittel zurückgeht, welches bis dahin die Wellen fortpflanzte, während das zweite Wellenſyſtem in das andere Mittel übergeht; die Richtung beider Wellenſyſteme weicht von der der einfallenden Wellen ab; das eine Syſtem erzeugt die reflectirten, das andere die gebrochenen Strahlen.

Betrachten wir zunächſt die Reflexion etwas näher.

In Fig. 569 ſey am ein Lichtſtrahl, welcher in m die Trennungsfläche zweier Mittel trifft; durch die Vibrationen dieſes Strahls wird nun offenbar das in m befindliche Aethertheilchen erſchüttert; die Vibrationen des Aethertheilchens in m pflanzen ſich aber nach allen Seiten hin fort, gerade ſo, als ob m ſelbſt ein leuchtender Punkt wäre. Man ſollte demnach meinen, daß ſich von m aus nach allen Seiten hin Lichtſtrahlen verbreiten würden; gewiſſermaßen iſt dies auch der Fall, aber die Vibrationen eines einzigen elementaren Strahls bringen für ſich noch keine Wirkung hervor; das, was wir einen Lichtſtrahl nennen, beſteht aus einer Reihe paralleler elementarer Strahlen, in welchen die entſprechenden Theilchen ſich in gleichen Schwingungszuſtänden befinden, ſo daß ſich ihre Vibrationen gegenſeitig unterſtützen.

Fig. 569.



Es ſey nun $a'\ m'$ ein zweiter, $a''\ k$ ein dritter elementarer Lichtſtrahl, welcher von derſelben Lichtquelle kommt; wenn dieſe Lichtquelle hinlänglich weit entfernt iſt, ſo können die Strahlen $a\ m$, $a'\ m'$, $a''\ k$ als parallel, und die durch m und n gehende Wellenoberfläche zwiſchen m und n als eben betrachtet werden. Dieſe ebene Welle wird nun in m zuerſt, ſpäter in n und noch ſpäter in k die trennende Oberfläche treffen. Während nun die ebene Welle von n bis k fortſchreitet, verbreitet ſich von dem ſchon früher getroffenen Punkte m aus eine ſphäriſche Welle, deren Halbmeſſer

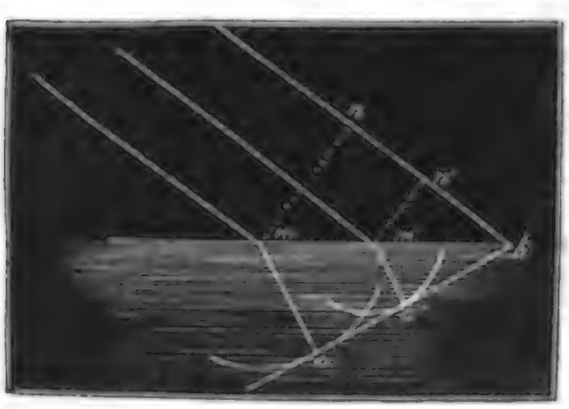
no der Entfernung nk gleich ist. Denken wir uns ferner $m'n'$ parallel mit mn gezogen, so wird die von m' aus divergirende Welle eine Kugeloberfläche erreichen, deren Radius $m'o'$ gleich $n'k$ ist, während der obere Strahl von n' nach k geht. Auf dieselbe Weise werden nun von allen zwischen m und k liegenden Punkten elementare Kugelwellen ausgehen, und eine Fläche, welche alle diese elementare Kugelwellen gleichzeitig berührt, ist die reflectirte Welle.

Da sich nun mo und $m'o'$ verhalten wie mk und $m'k$, so ist klar, daß die Fläche, welche alle entsprechenden elementaren Kugelflächen berührt, eben ist. Diese reflectirte Welle schreitet nun parallel mit sich selbst fort, und die Richtung der Lichtstrahlen, welche sie erzeugt, ist rechtwinklig auf ok; das reflectirte Lichtbündel wird durch die elementaren Strahlen ml, $m's$, kr und die dazwischen liegenden gebildet, welche sich gegenseitig unterstützen, also einen wirksamen Lichtstrahl bilden, weil die entsprechenden Aethertheilchen, wie l, s und r, sich stets in gleichen Schwingungszuständen befinden.

Das Dreieck mnk, ist dem Dreik mok gleich, denn mk ist beiden gemeinschaftlich, $nk = mo$ und der Winkel bei o gleich dem bei n, denn beide sind rechte; daraus folgt nun aber, daß der Winkel nkm gleich ist dem Winkel omk, d. h. daß die einfallenden und reflectirten Strahlen gleiche Winkel mit der spiegelnden Ebene machen. Das Spiegelungsgesetz ergiebt sich also als eine nothwendige Folge aus der Undulationstheorie.

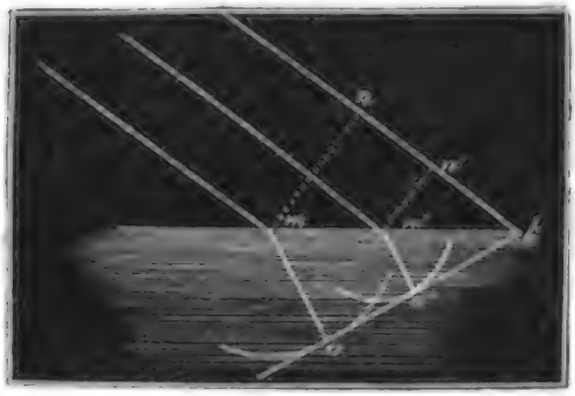
Das Brechungsgesetz läßt sich auf ganz ähnliche Weise ableiten. Es sey in einem bestimmten Momente mn die Lage der einfallenden ebenen Welle; in demselben Momente, in welchem die ebene Welle in n ankommt, wird m der Mittelpunkt eines sphärischen Wellensystems, welches sich auch in dem anderen Mittel verbreitet; weil aber die Elasticität des Aethers in diesem zweiten Mittel eine andere ist als in dem Mittel, in welchem sich die Lichtstrahlen bis dahin bewegten, so pflanzen sich die Lichtwellen in beiden Mitteln auch nicht mit gleicher Geschwindigkeit fort; während sich die ebene Welle von n bis k fortbewegt, gelangt die von m ausgehende entsprechende Elementarwelle bis zu der Oberfläche einer Kugel, deren Radius mo kleiner ist als nk, wenn das zweite Mittel stärker brechend ist als das erste. Die einfallende ebene Welle kommt

Fig 570.



auch gleichzeitig in m' und n' an, und während sie von n' bis k fortgeht, verbreitet sich die entsprechende elementare Welle von m' bis zu der Oberfläche einer Kugel, deren Halbmesser $m'o'$ sich zu mo verhält wie $n'k$ zu nk. Alle die von den verschiedenen zwischen m und k liegenden Punkten ausgehenden sphärischen Elementarwellen, welche von derselben einfallenden ebenen Welle herrühren, werden also sämmtlich durch eine und dieselbe Ebene $ko'o$ berührt, und parallel mit dieser Ebene pflanzt sich die gebrochene Welle fort.

Fig. 571.



Die Längen nk und mo verhalten sich wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Lichtwellen in den beiden Mitteln, sie stehen also unter einander in einem constanten Verhältnisse; nehmen wir nun aber die Länge mk zur Längeneinheit, so ist $nk = \sin. nmk$ und $mo = \sin. mko$; wir sehen also, daß der Undulationstheorie zufolge die Sinus der Winkel nmk und mko, d. h. die Sinus der Winkel, welche die einfallende und die gebrochene Welle mit der brechenden Fläche machen, in einem beständigen Verhältnisse stehen müssen. Es ist aber der Winkel, welchen die einfallende Welle mn mit der brechenden Oberfläche macht, gleich dem Einfallswinkel, der Winkel aber, welchen die gebrochene Welle ko mit der brechenden Fläche macht, gleich dem Brechungswinkel; folglich muß nach der Undulationstheorie der Sinus des Brechungswinkels zum Sinus des Einfallswinkels in einem constanten Verhältnisse stehen, was auch mit der Erfahrung vollkommen übereinstimmt.

Diese Ableitung der Spiegelungs- und Brechungsgesetze ist schon von Huyghens entwickelt worden. Der Grundsatz, daß wirksame Lichtstrahlen zuerst durch das Zusammenwirken von Elementarstrahlen gebildet werden, ist nach ihm das Huyghens'sche Princip genannt worden.

Die Dispersion (Farbenzerstreuung) des Lichtes erklärt sich dadurch, daß die Wellen derjenigen Strahlen, welchen eine größere Schwingungsgeschwindigkeit zukommt, beim Eintritte in ein brechendes Mittel in einem stärkern Verhältnisse verkürzt werden. Cauchy (Mémoire sur la dispersion de la lumière, Prague 1836) hat gezeigt, daß überhaupt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Lichtwellen von ihrer Schwingungsdauer abhängt, und daß die Art der Abhängigkeit durch die Natur des Mittels bedingt sey, in welchem sich die Wellen fortpflanzen. Ohne Anwendung höherer Rechnung ist hier ein weiteres Eingehen nicht wohl möglich.

Die Beugungserscheinungen. Es ist schon oben bemerkt worden, 219
daß zuerst Grimaldi die Ablenkung beobachtete, welche die Lichtstrahlen bei ihrem Vorübergange an den Rändern undurchsichtiger Körper erleiden. Nach ihm wurden die Beugungserscheinungen besonders von Newton studirt; durch seine Bemühungen, sowie durch die Untersuchungen mehrerer späteren Physiker wurden allerdings die empirischen Gesetze derselben ermittelt, allein erst Young, indem er die Diffractionsphänomene durch die Wellentheorie zu erklären versuchte, fand einen inneren Zusammenhang dieser merkwürdigen Erscheinungen auf. Fresnel ging auf dem betretenen Wege weiter und entwickelte in seinem Mémoire sur la diffraction de la lumière eine Theorie der Beugungserscheinungen, welche durch Fraunhofer, Herschel und Schwerd noch weiter ausgebildet, ja wir können sagen, vollendet wurde. Fresnel untersuchte und erklärte alle Beugungserscheinungen, welche durch einen ganz schmalen Spalt oder durch einen ganz schmalen undurchsichtigen Körper hervorgebracht werden. Fraunhofer bereicherte die Wissenschaft durch die Untersuchungen der durch Gitter hervorgebrachten Erscheinungen. Herschel begann die Phänomene zu untersuchen, welche sowohl durch eine als auch durch mehrere dreieckige, quadratische und kreisförmige Oeffnungen hervorgebracht werden. Schwerd endlich gab eine vollständige Erklärung aller Beugungserscheinungen, welche man durch Oeffnungen von beliebiger Form, von beliebiger Zahl und gegenseitiger Stellung beobachtet.

Gehen wir nun zur näheren Betrachtung der Erscheinungen über.

Läßt man durch eine kleine runde feine Oeffnung einen Sonnenstrahl in ein dunkles Zimmer eintreten, bringt man in die Axe dieses Lichtstrahls 2 bis 3 Meter von der Oeffnung eine dünne Metallplatte, in welcher sich ein rundes Loch von ohngefähr $\frac{1}{2}$ Linie Durchmesser befindet, so kann man das durch diese zweite Oeffnung hindurchgegangene Licht auf einem weißen Schirme in einiger Entfernung auffangen. Man sieht aber unter diesen Umständen nicht bloß einen einfachen weißen runden Fleck, sondern dieser Fleck ist von mehreren Ringen umgeben, deren Durchmesser weit größer ist als es möglich wäre, wenn die Lichtstrahlen ihre geradlinige Richtung verfolgt hätten.

Hätte man statt der feinen kreisförmigen Oeffnung einen feinen Spalt angewandt, so würde man auf der Tafel statt der concentrischen Ringe abwechselnd helle und dunkle mit dem Spalte parallele Streifen gesehen haben.

Auf ähnliche Weise kann man die Streifen im Schatten schmaler Körper beobachten.

Fresnel ersann eine andere Beobachtungsmethode, welche die Streifen und Ringe ungleich deutlicher und schärfer zeigt, als es bei dem Auffangen auf einem Schirme möglich ist; als Lichtquelle benutzte er die im Brennpunkte

einer gewöhnlichen oder in der Brennlinie einer Cylinderlinse concentrirten Sonnenstrahlen und betrachtete die Beugungserscheinungen durch eine Luppe ganz in der Weise, die wir schon bei Versuchen mit den Interferenzspiegeln kennen gelernt haben.

Fraunhofer setzte die beugende Oeffnung unmittelbar vor das Objectiv eines Fernrohrs, und sah durch dasselbe nach der Lichtquelle hin. Diese Beobachtungsmethode ist unstreitig die vollkommenste und gestattet zugleich eine sehr genaue Messung, von der noch weiter unten die Rede sein wird.

Die einfachsten Vorrichtungen zur Beobachtung der Beugungserscheinungen hat Schwerd angegeben. Die wesentlichste Erleichterung besteht darin, daß er das dunkle Zimmer entbehrlich machte; einen Lichtpunkt liefert das innen geschwärzte Uhrglas oder ein Metallknopf, eine Lichtlinie ein innen geschwärztes Glasröhrchen.

Wenn die Oeffnungen sehr fein sind, so sieht man die Beugungserscheinungen schon sehr schön, wenn man die Oeffnung unmittelbar vor das Auge hält und nach dem Lichtpunkte hinsieht. Solche feine Oeffnungen kann man am leichtesten nach Schwerd's Angaben in Staniolblättchen machen. Kreisförmige Oeffnungen macht man mit Hülfe einer feinen Nadel. Legt man ein Blättchen Staniol auf eine Glasplatte, so kann man mit der Spitze eines scharfen Federmessers einen kurzen feinen Spalt einschneiden; eine parallelogrammatische Oeffnung erhält man, wenn man zwei mit einem feinen Spalte versehene Staniolblättchen quer über einander legt; um eine dreieckige Oeffnung zu erhalten, legt man drei Staniolblättchen so auf einander, daß ihre Ränder nur eine sehr kleine dreieckige Oeffnung zwischen sich lassen.

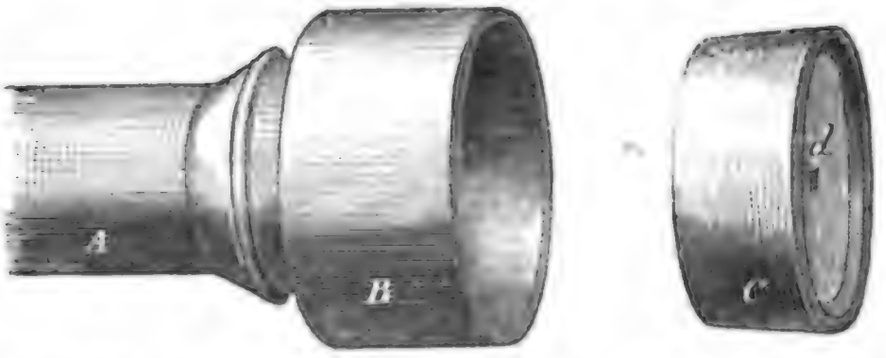
Um die Staniolblättchen gehörig zu schützen und bequem zum Versuche anwenden zu können, werden sie mit ihrem Rande auf einen Ring (Fig. 572 zeigt einen solchen ungefähr in ½ der natürlichen Größe) von Messingblech aufgeklebt.

Fig. 572.

Auch die größeren Oeffnungen, wie man sie zu den Versuchen mit dem Fernrohre anwendet, werden aus Staniolblättchen ausgeschnitten, auch sie sind auf einen Ring von Messingblech geklebt und in einer Fassung von Holz befestigt sind, die an das Ende des Fernrohrs paßt, durch welches man beobachten will.

Fig. 573 (a. f. S.) zeigt die Art und Weise, wie man die Oeffnungen vor dem Fernrohre anbringt. *A* ist das Objectivende des Fernrohrs, auf welchem ein Holzring *B* aufgesteckt wird, dessen innere Höhlung mit Leder ausgefüttert ist, damit der etwas conische Holzring *C* ganz genau hinein-

Fig. 573.

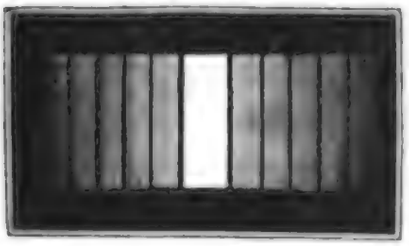


paßt. In dieſen letzteren Holzring iſt der Meſſingrahm mit dem Staniolblatte *d* eingelaſſen, in welches die Oeffnungen eingeſchnitten ſind.

Wenn man mit dem Fernrohre beobachtet, muß es ſo weit ausgezogen werden, daß man den Lichtpunkt deutlich ſieht; auch bei der Beobachtung mit bloßem Auge muß man ſich in einer ſolchen Entfernung vom Lichtpunkte aufſtellen, daß man ihn deutlich ſehen kann.

In Fig. 574 iſt die Erſcheinung abgebildet, welche man wahrnimmt, wenn man durch einen ſchmalen Spalt nach einer Lichtlinie hinſieht, und zwar für den Fall, daß man nicht weißes, ſondern einfarbiges Licht anwendet, alſo z. B. durch ein rothes Glas ſieht. In der Mitte der ganzen Erſcheinung ſieht man einen ſehr hellen Streifen, dem zu beiden Seiten, immer durch dunkle Zwiſchenräume von einander getrennt, andere folgen, deren Lichtſtärke ſehr merklich abnimmt, je weiter ſie von der Mitte entfernt ſind.

Fig. 574.



Nach Fraunhofer nennt man dieſe Seitenbilder Spectra erſter Ordnung; ſie werden um ſo ſchmäler, je weiter die Oeffnung iſt, deshalb ſind ſie auch bei einigermaßen breiten Spalten mit bloßem Auge nicht mehr ſichtbar.

Für rothes Licht erſcheinen dieſe Streifen breiter als für andere Farben. Fig. 575 zeigt, in welchem Verhältniß die Streifen ſchmäler werden und einander

Fig. 575.

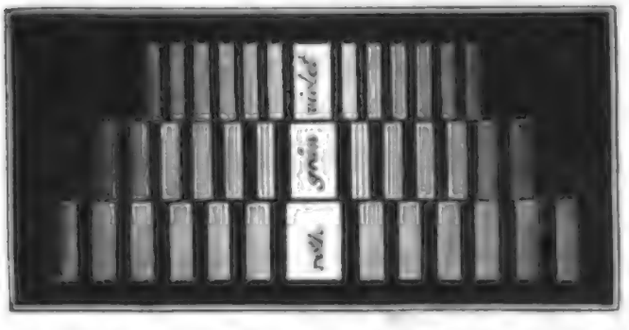


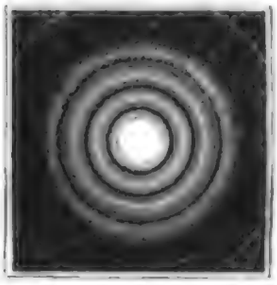
Fig. 576.

näher rücken, wenn man ſtatt des rothen Lichts grünes oder violettes anwendet.

Durch die parallelogrammatiſche Oeffnung ſieht man die Erſcheinung Fig. 576; durch eine kreisförmige Oeffnung einen hellen Fleck mit concen-

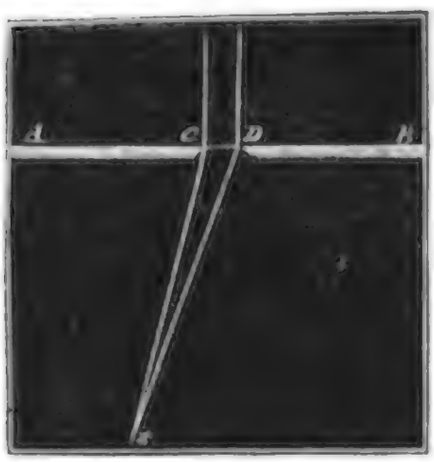
trischen Ringen umgeben, Fig. 577; durch eine dreieckige Oeffnung sieht man einen sechsseitigen Stern. Wir gehen hier auf die genauere Beschreibung der Phänomene nicht ein, weil sie sich ohnehin aus der Erläuterung derselben ergeben wird.

Fig. 577.



220 **Erklärung der Beugungserscheinungen, welche man durch eine Oeffnung beobachtet.** Wenn das Licht von einem hinlänglich weit entfernten Punkte senkrecht auf die Ebene des Schirms AB fällt, in welchem sich die Oeffnung CD befindet, so kann man alle in dieser Oeffnung befindlichen Aethertheilchen als gleichweit von der Lichtquelle entfernt betrachten, alle diese Aethertheilchen befinden sich also in gleichen Schwingungszuständen. Jedes dieser Aethertheilchen pflanzt aber seine Vibrationen jenseits des Schirms nach allen Seiten hin fort, als ob es ein selbstleuchtendes Theilchen wäre; die Stärke der Erleuchtung in irgend einem hinter dem Schirme gelegenen Punkte s hängt also nur davon ab, welche Wirkung durch die Interferenz aller in s zusammentreffenden von den verschiedenen Punkten der Oeffnung $C\ D$ ausgehenden Strahlen hervorgebracht wird.

Fig. 578.



Wenn man eine enge Oeffnung dicht vor das Auge hält, welches wir als fernsichtig annehmen wollen, so werden alle Strahlen, welche von den verschiedenen Punkten der Oeffnung CD einander parallel ausgehen, in einem Punkte der Netzhaut vereinigt; wir haben also zu untersuchen, unter welchen Umständen alle Elementarstrahlen eines solchen parallelen Strahlenbündels sich gegenseitig vernichten oder unterstützen werden. Auch wenn die Oeffnung vor dem Objective eines Fernrohrs angebracht ist, werden alle diejenigen Strahlen zur Interferenz kommen, welche als parallele Strahlenbündel von der Oeffnung auf das Objectiv fallen, denn alle Strahlen eines solchen Bündels werden in der Brennweite des Objectivs in einem Punkte vereinigt; die sich hier bildende Erscheinung wird dann durch das Ocular betrachtet.

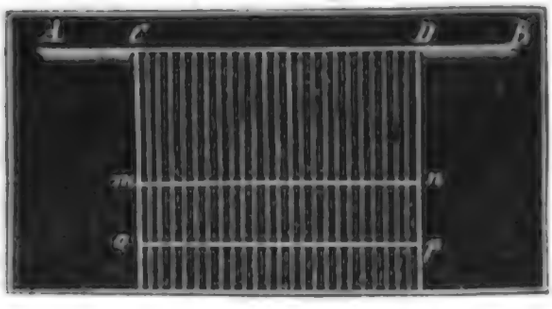
Wenn man die Beugungserscheinung auf einem Schirme auffängt, so kommen an jeder Stelle dieses Schirmes solche Strahlen zur Interferenz, welche von den verschiedenen Punkten der Oeffnung nach einem Punkte des Schirmes convergiren; die Convergenz der interferirenden Strahlen nimmt aber natürlich um so mehr ab, je weiter der Schirm von der

Digitized by Google

Oeffnung entfernt wird; die Erscheinung, wie man sie mit bloßem Auge oder mit dem Fernrohre wahrnimmt, entspricht also dem Falle, daß der Schirm im Vergleich zur Größe der Oeffnung sehr weit von derselben entfernt ist. Die folgenden Erklärungen beziehen sich auch nur auf diesen Fall.

Betrachten wir zuerst ein solches Strahlenbündel, welches sich rechtwinklig zu CD, also in der Richtung der einfallenden Strahlen auch jenseits der Oeffnung, fortpflanzt, wie dies in Fig. 579 der Fall ist. Da alle Aethertheilchen in CD sich in gleichen Schwingungszuständen befinden, so wird dies auch für alle Aethertheilchen der Fall seyn, welche auf einer Linie mn, op u. s. w. liegen, die auf der Richtung der Strahlen rechtwinklig steht; die Strahlen dieses Bündels werden also, in unendlicher Entfernung zusammentreffend, sich gegenseitig unterstützen; ebenso werden die Strahlen dieses Bündels bei ihrer Vereinigung in einem Punkte der Netzhaut oder in der Brennweite des Objectivs eine Vibrationsintensität erzeugen, welche der Summe der Vibrationsintensitäten aller elementaren Strahlen gleich ist.

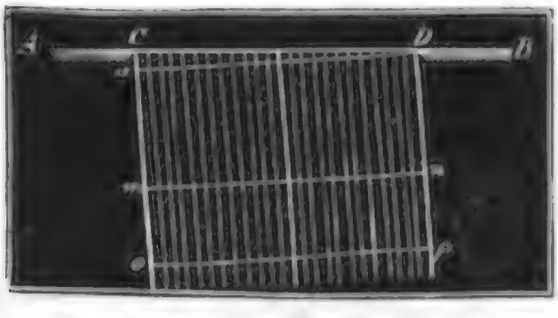
Fig. 579.



Ein so vollständiges Zusammenwirken findet für kein anderes von CD ausgehendes Strahlenbündel Statt.

Wenn das von der Oeffnung CD, Fig. 580, ausgehende Strahlenbündel so gegen diese Oeffnung geneigt ist, daß der Fußpunkt a eines von D auf den von C ausgehenden Strahl gefällten Perpendikels Da gerade um eine halbe Wellenlänge von C entfernt ist, wenn also $Ca = \frac{1}{2}$ Wellenlänge ist, so werden die entsprechenden Punkte der von C und D ausgehenden Randstrahlen, wie m und n, o und p u. s. w., sich stets in entgegengesetzten Schwingungszuständen befinden, diese beiden Randstrahlen werden also ihre Wirkung gegenseitig vernichten, alle übrigen Strahlen des Bündels aber wirken in der Weise zusammen, daß die Lichtintensität dieses Bündels ungefähr 0,4 von der Intensität des ungebeugten Bündels ist.

Fig. 580.



Ist der Gangunterschied der Randstrahlen gleich 2 halben Wellenlängen,

wie in Fig. 581, so kann man sich die Breite der Oeffnung in zwei gleiche Theile getheilt denken; der von *D* ausgehende Randstrahl ist alsdann mit dem von der Mitte *M* ausgehenden in seinem Gange um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge verschieden, beide Strahlen werden also ihre Wirkung gegenseitig vernichten; derselbe Gegensatz findet aber auch zwischen dem ersten, zweiten, dritten u. s. w. Strahle des von der einen Hälfte *DM* der Oeffnung ausgehenden Strahlenbündels und den entsprechenden Strahlen des von der andern Hälfte *MC* ausgehenden Strahlenbündels Statt, die Totalwirkung ist also in diesem Falle gleich Null.

Fig. 581.

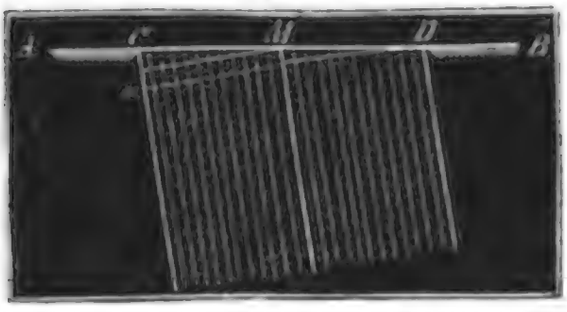
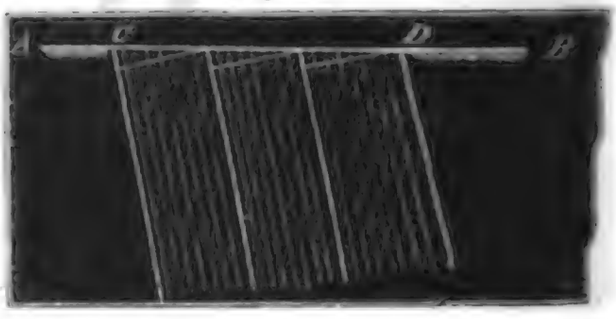


Fig. 582.



Sind die Randstrahlen um 3 halbe Wellenlängen in ihrem Gange verschieden, wie in Fig. 582, so kann man sich das ganze Strahlenbündel in 3 gleiche Theile getheilt denken, und es findet dann zwischen den entsprechenden Strahlen der beiden ersten Drittel ein vollkommener Gegensatz Statt, sie vernichten sich also gegenseitig, und nur die Strahlen des letzten Drittels bringen eine Wirkung hervor. Die Vibrationsintensität, welche durch dieses letzte Drittel hervorgebracht wird, ist offenbar 3mal schwächer als die Vibrationsintensität in dem durch Fig. 580 dargestellten Falle. Die Lichtintensität, welche durch das gebeugte Strahlenbündel, Fig. 582, hervorgebracht wird, ist also 9mal geringer als in dem Falle, daß die Differenz der Randstrahlen nur 1 halbe Wellenlänge betrug.

Beträgt der Gangunterschied der Randstrahlen 4 halbe Wellenlängen, so ist die Lichtintensität, welche durch das Zusammenwirken aller Strahlen dieses Bündels hervorgebracht wird, abermals Null.

Auf dieselbe Weise kann man weiter schließen, und man wird finden, daß die Totalwirkung aller Strahlen eines gebeugten Bündels jedesmal

Fig. 583.

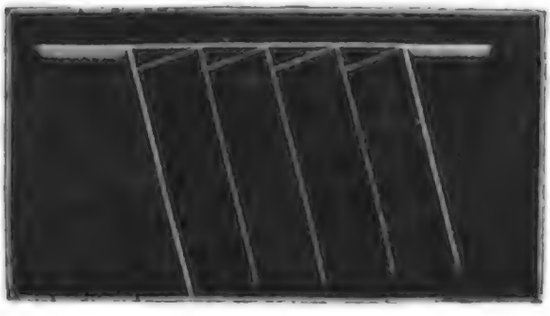
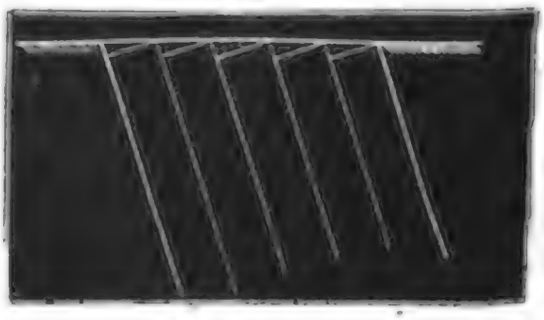


Fig. 584.



O ist, wenn die Differenz im Gange der Randstrahlen ein gerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt; so oft aber der Gangunterschied der Randstrahlen ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge ist, wird immer noch ein Theil der Strahlen zur Wirkung kommen, allein diese Wirkung ist um so geringer, je größer der Gangunterschied der Randstrahlen wird.

Aus diesen Betrachtungen läßt sich nun leicht die ganze Erscheinung ableiten, wie man sie durch einen Spalt wahrnimmt.

Der Gangunterschied der Randstrahlen eines gebeugten Lichtbündels hängt offenbar von dem Winkel ab, den das gebeugte Strahlenbündel mit der Richtung der einfallenden Strahlen macht; und so lange die Ablenkungswinkel klein sind, wie dies bei diesen Versuchen der Fall ist, kann man den Gangunterschied der Randstrahlen ohne merklichen Fehler dem Ablenkungswinkel proportional setzen; wenn also für einen Ablenkungswinkel b die Differenz im Gange der Randstrahlen 2 halbe Wellenlängen beträgt, so wird die Differenz im Gange der Randstrahlen 4 halbe, 6 halbe, 8 halbe u. s. w. Wellenlängen betragen, wenn der Ablenkungswinkel $2b$, $3b$; $4b$ u. s w. ist.

Daraus folgt nun, daß in dem durch einen engen Spalt erzeugten Beugungsbilde in der Mitte ein heller Streifen sichtbar seyn muß, auf welchen zu beiden Seiten eine Reihe heller und dunkler Streifen in der Weise auf einander folgen, daß je zwei Minima der Lichtstärke immer um gleiche Winkelabstände von einander entfernt sind, wie dies auch in Fig. 574 der Fall ist. Ist die Entfernung des ersten dunklen Strifens von der Mitte des Bildes auf jeder Seite gleich n, so ist die Entfernung des zweiten, dritten, vierten u. s. w. dunklen Streifens $2n$, $3n$, $4n$ u. s. w., also der Zwischenraum zwischen je zwei dunklen Streifen stets gleich n; die Entfernung des ersten dunklen Streifens auf der linken Seite von dem ersten auf der rechten ist dagegen gleich $2n$, da ja die Entfernung eines jeden von der Mitte des Bildes gleich n ist.

Zwischen je zwei dunklen Streifen liegen die hellen Stellen des Bildes. Alle Seitenspectra sind gleich breit, weil ja die sie begränzenden dunklen Streifen in gleichen Abständen auf einander folgen, nur das Mittelbild ist doppelt so breit als alle übrigen.

Wenn man den beugenden Spalt vor das Objectiv des Fernrohrs eines Theodolithen bringt, welcher die Winkel noch bis auf eine Sekunde angiebt, so kann man leicht die Winkelabstände der dunklen Streifen von der Mitte des Bildes messen; man stellt zu diesem Zwecke das Fernrohr zuerst so, daß der vertikale Faden des Fadenkreuzes genau durch die Mitte des Beugungsbildes geht, und dreht es alsdann aus dieser Lage heraus, bis der erste, der zweite, der dritte u. s. w. dunkle Streifen mit jenem

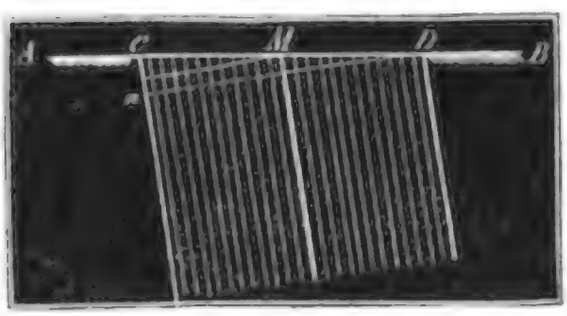
Faden zusammenfällt; die Winkelwerthe der Drehung werden am Nonius des horizontalen Theilkreises des Theodolithen abgelesen. Schwerd fand für einen Spalt, welcher 1,353 Millimeter breit war, auf die angegebene Weise folgende Winkelabstände der dunklen Streifen von der Mitte des Bildes:

Für den	1sten	dunklen	Streifen	.	.	1′ 41″
» »	2ten	»	»	.	.	3′ 48″
» »	3ten	»	»	.	.	4′ 55″
» »	4ten	»	»	.	.	6′ 27″.

In der That ist der für den 2ten, 3ten, 4ten dunklen Streifen gefundene Winkelabstand nahe 2, 3, 4mal so groß als der Winkelabstand des ersten dunklen Streifens von der Mitte des Bildes. Als Mittel erhält man aus diesen Messungen für den Winkelabstand zweier auf einander folgenden dunklen Streifen den Werth 1′ 38,1″.

Aus diesen Messungen kann man nun sehr leicht die Länge einer Lichtwelle berechnen. Wenn Fig. 585 das gebeugte Strahlenbündel vorstellt, welches dem ersten dunklen Streifen entspricht, so muß die Entfernung Ca einer Wellenlänge gleich seyn; diese Länge läßt sich aber leicht berechnen, da ja die Länge $CD =$ 1,353^{mm} und die Größe des Ablenkungswinkels $CDa =$ 1′ 38″ bekannt ist; es ist nämlich $Ca = CD \times sin.CDa = 1{,}353 . sin.1'38'' = 0{,}000643$.

Fig. 585.



Die Länge der Lichtwelle läßt sich sogar ohne trigonometrische Tafeln berechnen. Denken wir uns um D mit dem Halbmesser 1,353 einen Kreis gezogen, so wird wegen der Kleinheit der Winkel Ca als ein kleines Stück dieses Kreises betrachtet werden können; der halbe Umfang dieses Kreises hat aber die Länge 3,14 . 1,353 = 4,24842^{mm}. Die Länge dieses Halbkreises wird sich aber zur Länge des Bogenstücks Ca verhalten wie 180^0 zu 1′ 38″ oder wie 648000″ zu 98″. Aus der Proportion

$$648000 : 98 = 4{,}24842 : \times$$

ergiebt sich aber für die Länge der Lichtwellen ebenfalls der schon oben angeführte Werth

$$0{,}000643^{mm}.$$

Das von Schwerd zu diesem Versuche angewandte rothe Glas ließ nur solche Strahlen durch, welche zwischen die Fraunhofer'schen

schwarzen Streifen *B* und *D* fallen, die Wellenlänge 0,000643^{mm} entspricht also ungefähr dem Roth, welches zwischen *B* und *D* in der Mitte liegt.

Da für die anderen farbigen Strahlen die Streifen näher zusammenrücken, findet man auch für die Wellenlänge dieser Strahlen kleinere Werthe als für das rothe Licht; die Werthe der Wellenlängen, wie sie den schwarzen Streifen des Spectrums entsprechen, sind folgende

B	0,0006897^{mm}	=	0,00002541 Zoll
C	0,0006559	=	0,00002422
D	0,0005888	=	0,00002175
E	0,0005265	=	0,00001945
F	0,0004856	=	0,00001794
G	0,0004296	=	0,00001587
H	0,0003963	=	0,00001464.

Da nach den obigen Betrachtungen die Wellenlänge λ gefunden wird, wenn man die Breite g des beugenden Spaltes mit dem Sinus des Winkelabstandes b des ersten dunklen Streifens von der Mitte des Bildes multiplicirt, da also

$$\lambda = g \sin. b,$$

so ist auch

$$\sin. b = \frac{\lambda}{g},$$

d. h. der Sinus des Ablenkungswinkels für den ersten dunklen Streifen oder, was dasselbe ist, die Breite der Seitenspectra ist der Breite der Oeffnung umgekehrt proportional. Für eine 2, 3, 4mal breitere Oeffnung werden also die Spectra 2, 3, 4mal schmäler werden.

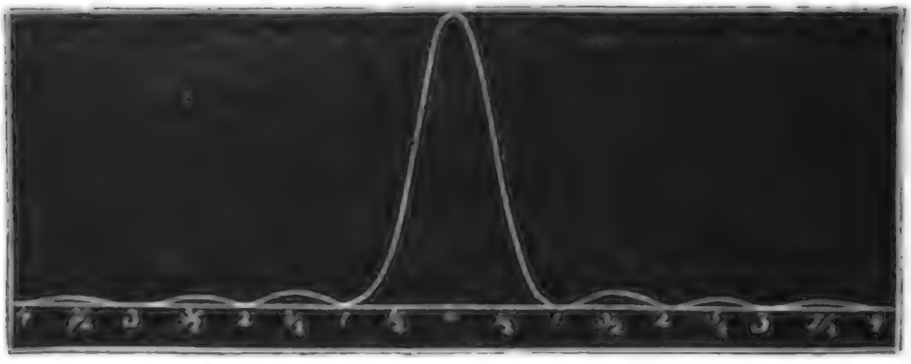
Schwerd fand für die Breite der Spectra im rothen Lichte, bei Anwendung von Spalten verschiedener Breite, folgende Werthe:

Breite des Spaltes.	Winkelbreite der Spectra.
1,353	1′ 38,1″
1,274	1′ 45,7″
0,689	3′ 7,0″.

In der That verhalten sich hier die Winkelbreiten der Spectra sehr nahe umgekehrt wie die Breite des Spaltes. Dieses Verhältniß zwischen der Breite der Spectra und des Spaltes war durch genaue Messungen älterer Physiker schon lange ausgemittelt worden, ehe man die Beugungserscheinungen überhaupt zu erklären wußte.

Das Geſetz, nach welchem die Intenſität der Seitenſpectra mit ihrer Entfernung von der Mitte des Bildes abnimmt, iſt in Fig. 586 graphiſch

Fig. 586.



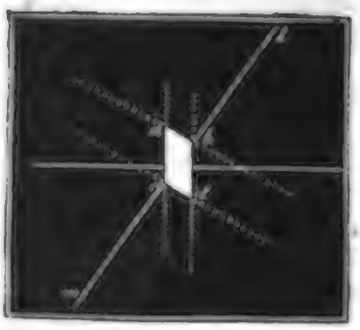
dargeſtellt. Der Punkt *o* der Abſciſſenlinie entſpricht der Mitte des Bildes, die Punkte 1, 2, 3, 4 dem 1ſten, 2ten, 3ten und 4ten dunklen Streifen. Von der Mitte des Bildes an nimmt die Intenſität des Lichts ab; ſie iſt, wie wir geſehen haben, für die Stelle, welche dem Punkte $^1/_2$ entſpricht, nur noch 0,4 von der Lichtſtärke in der Mitte des Bildes. Es iſt ferner ſchon oben gezeigt worden, daß die Intenſität des Lichts bei $^3/_2$ 9mal geringer iſt als bei $^1/_2$, aus ähnlichen Betrachtungen aber ergiebt ſich, daß in den Punkten $^5/_2$ und $^7/_2$ die Lichtſtärke 25mal, 49mal ſchwächer iſt als an der mit $^1/_2$ bezeichneten Stelle.

Mit abnehmender Breite des Spaltes wird natürlich auch die ganze Erſcheinung lichtſchwächer. Die Oeffnungen, die man vor das Objectiv eines Fernrohrs ſetzt, können weit größer ſeyn als diejenigen, welche zur Beobachtung mit dem bloßen Auge beſtimmt ſind, weil ja die Erſcheinung durch das Ocular vergrößert geſehen wird; da aber die vergrößerte Oeffnung eine größere Lichtſtärke zur Folge hat, ſo bietet auch hierin wieder die Beobachtung durch das Fernrohr einen großen Vortheil.

Im Weſentlichen erklärt ſich auch nun die Erſcheinung Fig. 587, wie man ſie durch eine parallelogrammatiſche Oeffnung wahrnimmt. Das

Fig. 587.

Fig 588.



Parallelogramm *a b c d*, Fig. 588, bildet einen Theil eines vertikalen Spaltes (und dieſer Stellung des Parallelogramms entſpricht unſere

Beugungsfigur), es wird also offenbar eine horizontale Reihe von Spectren bilden; die Kanten ab und cd bilden aber einen Theil eines schrägstehenden Spaltes, und ein solcher wird eine Reihe von Spectren erzeugen, die in der Richtung der Linie lm auf einander folgen, welche auf der Richtung der Kanten ab und cd rechtwinklig steht.

Wenn die Entfernung der vertikalen Kanten von einander halb so groß ist als die Entfernung der schrägen, so werden die horizontalen Spectra doppelt so breit werden als die schrägen.

Wir können hier nicht weiter auf die Erklärung dieser Erscheinung, so wie derjenigen, welche durch dreieckige, kreisförmige u. s. w. Oeffnungen hervorgebracht werden, eingehen; denn wenn es auch möglich ist, die Grundsätze der Beugungserscheinungen elementar zu entwickeln, so ist doch bei complicirteren Fällen die Anwendung höherer Rechnung nicht zu entbehren; wir müssen in dieser Beziehung auf Schwerd's classisches Werk über die Beugungserscheinungen verweisen. (Die Beugungserscheinungen aus den Fundamentalgesetzen der Undulationstheorie analytisch entwickelt von F. M. Schwerd. Mannheim 1835.)

Wir haben bis jetzt nur von den Beugungserscheinungen geredet, wie sie bei Anwendung von homogenem Lichte beobachtet werden. Es ist schon mehrfach angeführt worden, daß die Spectra für die verschiedenen Farben nicht gleiche Breite haben, und daraus geht hervor, daß bei Anwendung von weißem Lichte die Maxima und Minima der Lichtstärke für die verschiedenen Farben nicht zusammenfallen; man wird also an keiner Stelle des Beugungsbildes vollkommene Dunkelheit sehen und an keiner Stelle, die Mitte ausgenommen, Weiß erblicken, überall sieht man Farbentöne, in welchem diejenigen Farben vorherrschen, welche an dieser Stelle gerade einen hellen Streifen bilden, während gerade die Farben fehlen, welche hier im Minimum sind. Die Aufeinanderfolge dieser Farbentöne ist ganz dieselbe wie die, welche wir bald bei den Newton'schen Farbenringen werden kennen lernen.

Interferenz verschiedenfarbiger Strahlen. Wir haben bisher 221
stillschweigend angenommen, daß nur gleichfarbige Strahlen interferiren, ungleichfarbige aber nicht; daß also rothe Strahlen weder mit gelben, noch mit grünen, noch mit blauen Strahlen interferiren. Die Richtigkeit dieser Annahme wird schon dadurch bestätigt, daß man in der That nirgends eine Interferenz verschiedenfarbiger Strahlen wahrnimmt; aber auch theoretisch läßt sich der Grund davon leicht nachweisen. Zu diesem Zwecke wollen wir die analogen Erscheinungen bei der Interferenz der Schallwellen betrachten. Wir haben in der Lehre vom Schall, daß, wenn nicht isochrone Schallwellen interferiren, ein abwechselndes Anschwellen und Nachlassen

des Tones entsteht; etwas ähnliches muß auch bei der Interferenz ungleichfarbiger Lichtstrahlen entstehen.

Wir haben aber ferner gesehen, daß die Anzahl der Stöße in jeder Sekunde davon abhängt, wie viel Schwingungen der eine Ton in jeder Sekunde mehr macht als der andere, und daß, wenn die Schwingungszahlen bei den Tönen sehr verschieden sind, die Stöße so rasch folgen, daß man sie nicht mehr unterscheiden kann.

Dies ist nun auch bei der Interferenz ungleichfarbiger Lichtstrahlen der Fall. Die äußersten rothen Strahlen machen 458, die äußersten violetten 727 Billionen Schwingungen in der Sekunde; die violetten also 269 Billionen Schwingungen in der Sekunde mehr als die rothen; die mittleren orangefarbenen Strahlen werden also ungefähr 30 Billionen Schwingungen in der Sekunde mehr machen als die rothen; man sieht daraus, daß bei der Interferenz verschiedenfarbiger Strahlen die Stöße so ungeheuer rasch folgen, daß das abwechselnde Stärker- und Schwächerwerden des Lichts nicht unterschieden werden kann. Aber auch etwas den Kombinationstönen Analoges kann hier nicht beobachtet werden. Die Interferenz der äußersten rothen und der äußersten violetten Strahlen bringt 269 Billionen Stöße in der Sekunde hervor. Einzelne sind daher natürlich nicht zu unterscheiden; aber auch ihr Totaleindruck kann vom Auge nicht als eine besondere Farbe wahrgenommen werden, weil 458 Schwingungen in der Sekunde die langsamsten sind, welche im Auge noch den Eindruck des Lichtes hervorbringen.

222 **Beugungserscheinungen, welche man durch mehrere neben einander liegende Oeffnungen beobachtet.** Wenn zwei oder mehrere gleiche beugende Oeffnungen neben einander stehen, so erscheint im Wesentlichen dieselbe Beugungsfigur, die man auch durch eine dieser Oeffnungen beobachtet haben würde; nur erscheint die Hauptfigur von vielen schwarzen Streifen durchschnitten. So beobachtet man z. B. das Beugungsbild Fig. 589 durch zwei parallelogrammatische Oeffnungen, welche so neben einander stehen, wie man es neben dem Beugungsbilde angedeutet findet. Die Fig. 590 (a. f. S.) zeigt die Erscheinung, wie sie durch zwei kreisförmige Oeffnungen beobachtet wird; drei kreisförmige Oeffnungen, deren Mittelpunkte ein gleichseitiges Dreieck bilden, bringen die Erscheinung Fig. 591 (a. f. S.) hervor.

Fig. 589.

Betrachten wir zunächst die durch zwei Oeffnungen hervorgebrachten Beugungserscheinungen, so sehen wir, daß die Spectra erster Ordnung,

welche eine solche Oeffnung hervorgebracht haben würde, durch diese

Fig. 590.

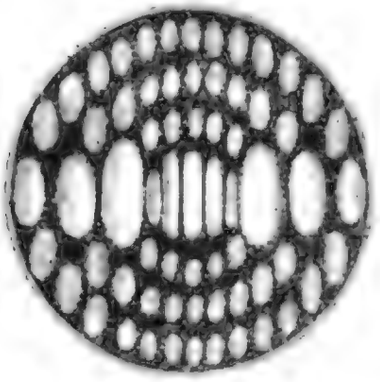
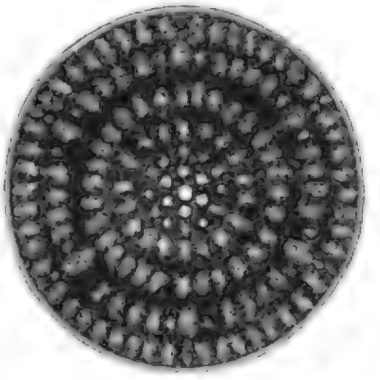


Fig. 591.



schwarzen Streifen in mehrere kleinere Spectra abgetheilt sind, welche Fraunhofer Spectra zweiter Klasse nannte. Besonders scharf und deutlich sind die Spectra zweiter Klasse, welche in dem mittleren Theile der Figur entstehen.

Suchen wir nun die Entstehung dieser schwarzen Streifen, durch welche die Spectra zweiter Klasse gebildet werden, zu erklären.

Die Fig. 592 stellt einen Schirm mit zwei Oeffnungen vor, welche wir der Einfachheit wegen gleich breit und um die Breite einer Oeffnung von einander entfernt annehmen wollen. Solche Strahlenbündel nun, welche, wie die in unserer Figur dargestellten, in paralleler Richtung von den beiden Oeffnungen ausgehen, werden in einem und demselben Punkte der Netzhaut oder in einem Punkte in der Brennweite des Fernrohrobjectivs vereinigt. Wenn nun die Ablenkung der gebeugten Strahlenbündel gerade eine solche ist, daß die Elementarstrahlen eines jeden Bündels sich schon unter einander selbst vernichten, so wird auch durch das Zusammenwirken der beiden Strahlenbündel kein Licht erzeugt werden können, die dunklen Stellen also, welche man im Beugungsbilde beobachtet, wenn bloß eine Oeffnung vorhanden ist, werden auch dunkel bleiben, wenn man eine zweite Oeffnung derselben Art neben die erstere macht.

Fig. 592.

Die hellen Streifen im Beugungsbilde einer Oeffnung werden hingegen durch das Hinzukommen der zweiten nicht so ganz unverändert bleiben können; denn es kann ja der Fall eintreten, daß jedes der beiden Strahlenbündel für sich allein eine bestimmte Vibrationsintensität erzeugen, also eine helle Stelle im Beugungsbilde hervorbringen würde, daß aber zwischen den beiden Bündeln ein vollkommener Gegensatz stattfindet, so daß beide ihre Wirkung gegenseitig vernichten. Es ist demnach klar, daß durch das Hinzutreten der zweiten Oeffnung an solchen Orten dunkle Streifen ent-

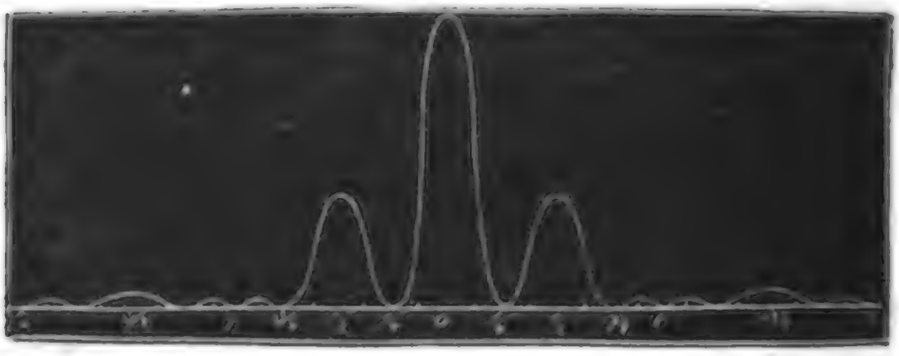
stehen können, welche im Beugungsbilde einer Oeffnung hell erschienen, also Streifen, welche die Spectra erster Klasse durchschneiden.

Wir wollen nun genau die Stellen bestimmen, an welchen diese neuen schwarzen Streifen auftreten.

Diejenigen Strahlenbündel, welche sich rechtwinklig zur Oeffnung, also ungebeugt, fortpflanzen, sind in ihrem Gange vollkommen übereinstimmend, sie werden sich also unterstützen, die Mitte des ganzen Bildes bleibt also vor wie nach hell.

Von der Mitte des Bildes an gerechnet wird durch die Interferenz der beiden Strahlenbündel das erste Minimum dann entstehen, wenn die entsprechenden Strahlen beider Bilder in ihrem Gange um $1/2$ Wellenlänge von einander verschieden sind, wenn also ein von dem Randstrahle auf den Randstrahl e gefälltes Perpendikel ca den Randstrahl e in einem Punkte a trifft, welcher von e um $1/2$ Wellenlänge entfernt ist. Dasselbe Perpendikel trifft aber den Randstrahl d in einem Punkte i, welcher von d um $1/4$ Wellenlänge absteht. Die beiden Strahlenbündel werden sich also gegenseitig vernichten, wenn der Gangunterschied der Randstrahlen eines und desselben Strahlenbündels gerade $1/4$ Wellenlänge beträgt; die Ablenkung der Strahlenbündel ist also für diesen Fall 4mal kleiner als die Ablenkung des Strahlenbündels, welches den ersten dunklen Streifen erzeugt, wenn nur eine Oeffnung vorhanden ist. Wenn also in Fig. 593

Fig. 593.



o der Mitte des Bildes entspricht, wenn die Punkte 1 links und rechts von o diejenigen sind, in welchen die ersten dunklen Streifen für einen Spalt beobachtet werden, so wird für die beiden Oeffnungen das erste Minimum bei $1/4$ liegen.

Ein zweiter, ein dritter, ein vierter u. s. w. dunkler Streifen wird durch die Interferenz der beiden Strahlenbündel erzeugt, welche die Länge ea, Fig. 592, $3/2$, $5/2$, $7/2$ Wellenlängen beträgt; in diesem Falle ist aber di gleich $3/4$, $5/4$, $7/4$ Wellenlängen, die neuen schwarzen Streifen werden also in den Punkten $3/4$, $5/4$, $7/4$, Fig. 594, entstehen.

Wir sehen also, daß durch diese dunklen Streifen jedes Seitenspectrum

erster Klasse in drei Theile getheilt wird, von welchen der mittlere doppelt so breit ist als die beiden anderen.

Nennen wir die Zwischenräume zwischen je zwei dieser neuen dunklen Streifen Spectra zweiter Klasse, so sehen wir, daß die Spectra zweiter Klasse theils in die Mitte der Spectra erster Klasse fallen, theils aber durch die dunklen Linien halbirt werden, welche je zwei Spectra erster Klasse von einander trennen.

Es bleibt jetzt nur noch die Intensität des Lichts an den verschiedenen Stellen des Beugungsbildes zu bestimmen. In der Mitte des ganzen Bildes, in dem Punkte, welcher mit $1/2$ bezeichnet ist, und überall da, wo die Mitte eines Spectrums zweiter Klasse mit der Mitte eines Spectrums erster Klasse zusammenfällt, ist der Gang der von den beiden Oeffnungen kommenden Strahlenbündel vollkommen harmonirend; sie werden also hier eine Vibrationsintensität hervorbingen, welche doppelt so groß ist als für eine Oeffnung; die Lichtstärke ist also an dieser Stelle 4mal größer als wenn nur eine solche Oeffnung da wäre, an den Zwischenstellen hingegen hat im Ganzen die Lichtstärke bedeutend abgenommen.

In Fig. 593 ist die Intensitätskurve für zwei Oeffnungen dargestellt; es ist bei der Construction dieser Kurve angenommen worden, daß jede der beiden Oeffnungen halb so breit sey als diejenige, deren Intensitätskurve in Fig. 586 dargestellt ist; aus diesem Grunde sind die Punkte $1/2$, 1, $3/2$, 2 u. s. w. hier doppelt so weit von *o* entfernt als dort; ferner ist an den Stellen, in welchen die beiden Lichtbündel zusammenwirken, also in den Punkten 0, $1/2$, $3/2$ u. s. w., die Lichtstärke gerade so groß als an den entsprechenden Stellen von 586. Die Minima der Lichtstärke finden sich hier in den Punkten $1/4$, $3/4$, $1\,1/4$, $7/4$, 2, $9/4$ u. s. w.

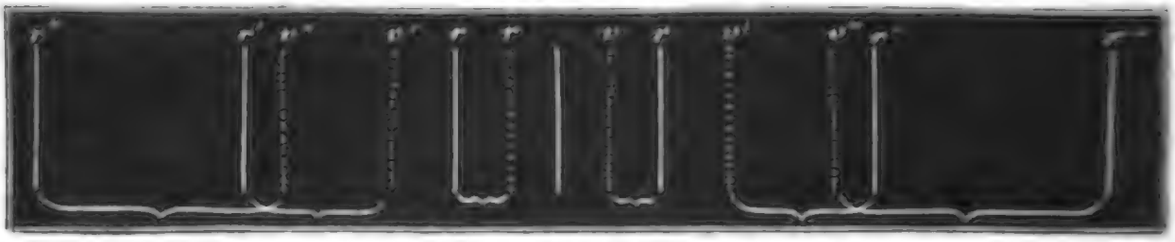
Sind noch mehr als zwei Spalten neben einander, so wird die Zahl der schwarzen Streifen, welche die Spectra erster Klasse durchschneiden, noch vermehrt, und dadurch entstehen die Spectra dritter Klasse. Wären z. B. 4 solcher Spalten neben einander wie die beiden, für welche die Intensitätskurve Fig. 593 construirt ist, so würden neue Minima in den Punkten $1/8$, $3/8$, $5/8$, $7/8$ u. s. w., welche in unserer Figur noch angedeutet sind, auftreten; dadurch würde aber fast alles Licht zwischen $1/8$ und $3/8$, ferner zwischen $5/8$ und $11/8$ verschwinden; der Lichtstreifen in der Mitte des Bildes, ferner die Reste der Spectra zweiter Klasse bei $1/2$, $3/2$ u. s. w. würden also immer schmäler werden; dagegen würde gerade hier die Intensität des Lichts 4mal größer sein, weil die doppelte Anzahl von Oeffnungen hier die doppelte Vibrationsintensität hervorbringt.

Man begreift nach dieser Auseinandersetzung recht gut, wie die Lichtstreifen bei 0, die Reste der Spectra zweiter Klasse bei $1/2$, bei $3/2$ u. s. w. immer schmäler und lichtstärker werden, und wie das Licht der zwischen-

liegenden Stellen immer mehr verschwindet, wenn man die Zahl der Oeffnungen vermehrt.

Dadurch erklären sich nun die von Fraunhofer zuerst beobachteten Beugungserscheinungen, welche durch Gitter, d. h. durch eine Reihe paralleler schmaler Spalten, hervorgebracht werden. Setzt man ein solches Gitter vor das Fernrohr, sieht man dann nach einer Lichtlinie, welche den Spalten parallel ist, so beobachtet man bei Anwendung von homogenem Lichte, etwa wenn man durch ein hinlänglich homogenes Glas sieht, in der Mitte, Fig. 594, das schmale Licht der Lichtlinie, und zu beiden Seiten

Fig. 594.



bei r, r', r'' u. s. w. die Reste der übrig bleibenden Spectra zweiter Klasse als einfarbige helle Lichtstreifen; wenn man auch an anderen Stellen noch schmale Streifen wahrnehmen kann, so sind sie doch im Vergleiche gegen die eben erwähnten sehr lichtschwach. Für violettes Licht rücken die entsprechenden Lichtstreifen der Mitte des Bildes in dem Verhältnisse näher, in welchem die violetten Lichtwellen kürzer sind als die rothen, sie werden also bei v, v', v'' u. s. w. wahrzunehmen sein.

Wenn man weißes Licht anwendet, so gehen die Bilder stetig in einander über, d. h. man sieht zwischen r und v, zwischen r' und v', zwischen r'' und v'' in ununterbrochener Folge eine Reihe von Lichtstreifen verschiedener Farben, welche in derselben Ordnung auf einander folgen, wie die Farben des prismatischen Farbenbildes. Das Spectrum zwischen r und v wird dem Spectrum eines Prismas ganz ähnlich seyn.

Fig. 1 auf der Taf. I. stellt die Erscheinung dar, wie sie bei Anwendung von weißem Lichte durch ein Gitter beobachtet wird. In der Mitte sieht man das directe Bild der Lichtlinie, und zwar weiß, weil ja hier die Maxima aller Farben zusammenfallen; auf beiden Seiten dieser Lichtlinie sind ganz dunkle Räume, auf diese folgt ein dem prismatischen Spectrum ähnliches Farbenband, dessen violettes Ende nach innen gekehrt ist. Darauf folgt nach einem zweiten ganz dunklen Zwischenraume ein zweites breiteres Farbenband, dessen rothes Ende über das violette Ende eines dritten Farbenbandes fällt.

Streng genommen, kann an keiner Stelle dieser Spectra vollkommen homogenes Licht seyn, wenn man auch die Zahl der Spalten sehr vermehrt, weil ja außer den Resten der Spectra zweiter Klasse doch nicht alles Licht vollkommen ausgelöscht ist; doch sind die Farben dieser Bänder hinlänglich

Digitized by Google

rein, um in denselben die Fraunhofer'schen Linien zu erkennen, wenn nur die Anzahl der Spalten des Gitters groß genug ist. Einige dieser Streifen sieht man mit Hülfe des Fernrohrs schon durch ein Drahtgitter mit 90, sehr viele aber schon durch ein Gitter mit 200 bis 300 Oeffnungen auf 1 Zoll.

Die Gitter zu diesen Versuchen erhält man, wenn man die cylindrischen Theile von Stecknadeln parallel neben einander und in gleichen Entfernungen auf einen viereckigen messingenen Rahmen befestigt; feinere Drahtgitter verfertigte Fraunhofer, indem er auf den gegenüberstehenden Enden eines solchen Rahmens die Gänge einer feinen Schraube einschnitt und zwischen diesen Gängen feine Metalldrähte ausspannte; die feinsten Gitter erhielt er, indem er auf ein mit Goldblättchen belegtes Planglas mit Hülfe einer Theilmaschine Parallellinien radirte, oder solche Linien mit einem Diamant in ein Planglas einschnitt.

Durch feinere Gitter sieht man die Spectra schon sehr schön mit bloßem Auge, ja man kann durch hinlänglich feine Gitter auf diese Weise selbst mehrere der Fraunhofer'schen Linien erkennen.

Wir haben bei den bisherigen Betrachtungen angenommen, daß die dunklen Zwischenräume des Gitters so breit sind wie die Spalten; wenn dies nicht der Fall ist, so treten in den Beugungsbildern Modificationen ein, deren Betrachtung uns hier zu weit führen würde.

Aus den Erscheinungen, welche man durch einfache Gitter beobachtet, erklärt sich auch die prachtvolle in Fig. 2 Taf. I. dargestellte Erscheinung, welche man sieht, wenn man vor dem Objective des Fernrohrs zwei solcher Gitter kreuzt und nach einem Lichtpunkte sieht. Die Mitte der Erscheinung nimmt das weiße Bild des Lichtpunktes ein, welcher von einer Menge von Farbenbildern umgeben ist, die ihr violettes Ende nach innen kehren.

Aehnliche Erscheinungen beobachtet man, wenn man ein Stück Mousselin, Flor, Drahttuch oder Seidenband vor das Fernrohr bringt. Auch die schönen Farbenbilder, welche man sieht, wenn man durch die Fahne einer Vogelfeder (besonders gut dazu sind die Flügel- oder Schwanzfedern kleiner Vögel) nach einem Lichtpunkte sieht, gehören hierher. Ebenso ist die Glorie von mehreren farbigen Ringen, welche man um die Flamme eines Kerzenlichtes erblickt, wenn man nach demselben durch ein mit einem feinen Staube, etwa mit semen lycopodii, bestreutes Glas sieht, eine Beugungserscheinung.

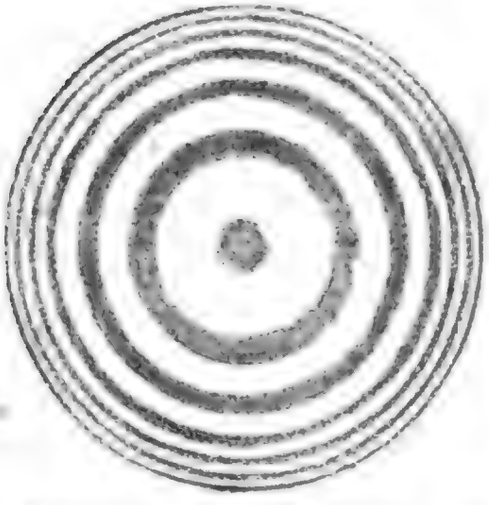
Feine Gitter zeigen bei reflectirtem Lichte ähnliche Farbenerscheinungen wie bei durchgelassenem; dadurch erklärt sich das schöne Farbenspiel fein gestreifter Oberflächen, z. B. der Barton'schen Irisköpfe, der Perlmutter u. s. w.

Farben dünner Blättchen. Jeder durchsichtige Körper erscheint leb- 223

haft gefärbt, wenn er nur hinlänglich dünne Schichten bildet, wie man dies am leichtesten an den Seifenblasen sehen kann. Die Flitterchen einer vor der Glasbläserlampe bis zum Zerplatzen aufgeblasenen Glaskugel schillern in den glänzendsten Farben; ähnliche Farben beobachtet man, wenn ein Tropfen Oel (am besten ein ätherisches Oel, z. B. Terpentinöl) sich auf einer Wasserfläche ausbreitet; wenn ein glänzendes Metallstück, im Feuer erhitzt, sich allmälig mit einer Oxydschicht überzieht (Anlassen des Stahls). Auch dünne Schichten von Luft bringen solche Farben hervor, wie man oft an Sprüngen in etwas dicken Glasmassen sieht.

In der größten Regelmäßigkeit zeigen sich diese Farben in Form von Ringen, wenn man eine Glaslinse von großer Brennweite auf eine ebene Glastafel, oder umgekehrt die ebene Glastafel auf die Linse legt. Newton, welcher diese Farbenringe, die auch nach ihm gewöhnlich die Newton'schen Ringe genannt werden, beobachtete, wandte Linsen an, deren Krümmungshalbmesser 40 bis 60 Fuß betrug. Da, wo die Glastafel die Linse berührt, sieht man im reflectirten Lichte einen schwarzen Flecken, der mit farbigen concentrischen Ringen umgeben ist, die nach außen hin immer schmäler und matter werden, ungefähr wie Fig. 595 zeigt. Die Farben folgen von der Mitte aus in folgender Ordnung:

Fig. 595.



Schwarz, bläulich Weiß, gelblich Weiß, bräunlich Orange, Roth. — Violett, Blau, gelblich Grün, Gelb, Roth. — Purpurroth, Blau, gelblich Grün, Roth, Carmoisinroth. — Grünlich Blau, Blaßgrün, Gelbgrün, Roth u. s. w.

Die folgenden Ringe sind abwechselnd blaßgrün und blaßroth, sie werden immer matter, so daß man in der Regel nur noch den achten oder neunten Ring unterscheiden kann.

Man sieht diese Ringe auch schon, wenn man Linsen von stärkerer Krümmung, etwa sehr schwache convexe Brillengläser oder Objectivgläser aus Fernröhren anwendet; doch sind alsdann die Ringe weit kleiner, und die Uebergänge der Farben lassen sich nicht mehr gut verfolgen, doch kann man solche Ringe durch eine Luppe vergrößert sehen.

Ritchie schlägt zur Erzeugung der Newton'schen Ringe folgenden Apparat vor: Man nehme zwei Scheiben von dünnem Tafelglase, welche etwa 6 bis 8 Zoll Durchmesser haben, vergolde den Rand der einen auf einer Seite ungefähr $\frac{1}{4}$ Zoll breit durch aufgelegtes Blattgold und lege

dann die Platten so auf einander, daß der Goldring zwischen sie kommt. Man kann dann die Ringe dadurch hervorbringen, daß man die Glasplatten in der Mitte auf einander preßt.

Statt der kreisförmigen Scheiben kann man auch ungefähr 1 Zoll breite, 5 bis 6 Zoll lange Glasstreifen anwenden. Wenn sie an dem einen Ende durch ein Goldblättchen getrennt sind und an dem andern Ende zusammengepreßt werden, so entstehen statt der Ringe farbige Streifen.

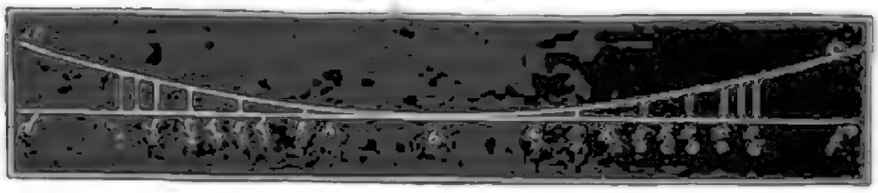
Sehr brillant sind die Newton'schen Farben an Seifenblasen wahrzunehmen, obgleich sie hier selten in regelmäßiger Ordnung auf einander folgen. Was der näheren Beobachtung der Farben an Seifenblasen besonders im Wege steht, ist ihre große Zerbrechlichkeit. Böttger empfiehlt, die Seife in destillirtem Wasser in einem weißen ungefähr 1 Schoppen haltenden Arzneiglase durch Erwärmung über einer Weingeistlampe aufzulösen. Wenn die Temperatur nahe zum Siedpunkte gestiegen ist, verschließt man das Glas schnell mit einem passenden Korke und überzieht denselben mit Siegellack. Wird das Glas nach dem Erkalten etwas geschüttelt, so bilden sich dünne Häutchen von Seifenwasser, welche die herrlichsten Farben zeigen und oft Tage lang erhalten werden können.

Die Farben dünner Blättchen lassen sich, ebenso wie die Beugungserscheinungen, vollständig durch das Princip der Interferenzen erklären. Bei der Entwickelung dieser Erklärung müssen wir aber wieder, wie wir dies bisher immer gethan haben, von dem einfachsten Falle ausgehen; wir müssen zuerst die Erscheinung bei homogenem Lichte betrachten.

Sieht man die Newton'schen Ringe durch ein möglichst homogenes Glas an, oder läßt man statt des weißen Lichts das Licht einer Weingeistflamme auf den Apparat fallen, so sieht man natürlich nur abwechselnd helle und dunkle Ringe. Newton hat mit der größten Genauigkeit den Durchmesser der verschiedenen Ringe gemessen, und da ihm auch der Krümmungshalbmesser der Linse bekannt war, so konnte er die Dicke der Luftschicht an der Stelle berechnen, an welcher man den ersten, den zweiten, den dritten u. s. w. hellen oder dunklen Ring für eine bestimmte Farbe beobachtet. Auf diese Weise fand er das wichtige Resultat, daß für ein und dieselbe einfache Farbe, etwa für Roth, die dunkelste Stelle des zweiten, dritten, vierten u. s. w. dunklen Ringes an solchen Stellen beobachtet wird, wo die Luftschicht zweimal, dreimal, viermal u. s. w. so dick ist als an der dunkelsten Stelle des ersten dunklen Ringes. Bezeichnen wir diese Dicke mit $2d$, so erscheint, von der Mitte aus gerechnet, das erste Maximum des rothen Lichts an einer Stelle, an welcher die Dicke der Luftschicht d ist. Die dem zweiten, dritten, vierten u. s. w. Maximum der Lichtstärke entsprechende Dicke der Luftschicht ist alsdann $3d$, $5d$, $7d$ u. s. w.

Die Fig. 596 mag das eben Gesagte näher erläutern. In Fig. 59

Fig. 596.



stelle abc den Durchschnitt der gekrümmten Glasfläche dar, welche auf der ebenen Fläche dbf liegt. b ist der Berührungspunkt, in b erscheint also der centrale dunkle Fleck; die Stellen, an welchen man für eine bestimmte Farbe das erste, zweite, dritte u. s. w. Maximum der Lichtstärke beobachtet, sind mit h_1, h_2, h_3 u. s. w., die Stellen, welche dem ersten, zweiten, dritten Minimum der Lichtstärke, also den dunkelsten Stellen der dunklen Ringe entsprechen, sind mit s_1, s_2, s_3 u. s. w. bezeichnet. Vergleicht man nun die Entfernung zwischen den beiden Gläsern, so findet man, daß sie bei s_1, s_2, s_3, u. s. w. zweimal, viermal, sechsmal u. s. w., bei h_2, h_3, h_4 u. s. w. aber dreimal, fünfmal, siebenmal u. s. w. so groß ist als bei h_1.

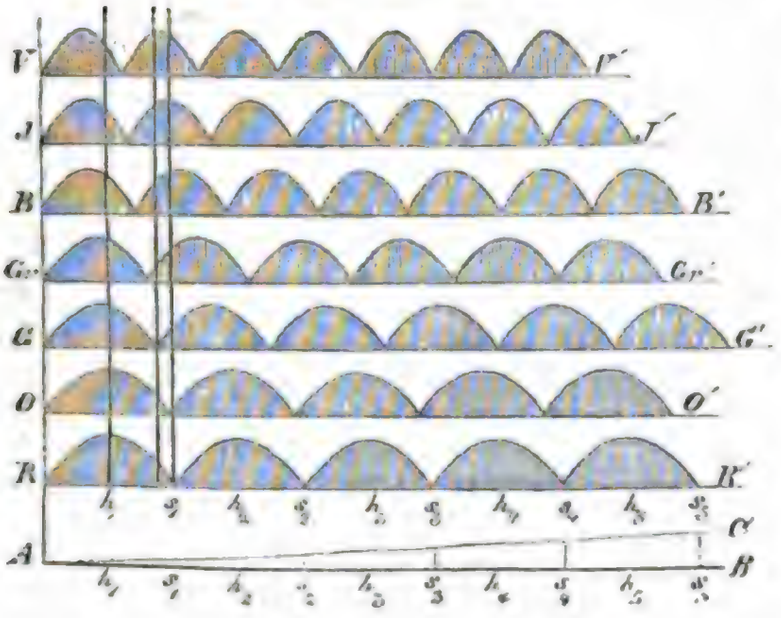
Für verschiedene Farben sind die Durchmesser der hellen und dunklen Ringe nicht gleich; sie sind am größten für rothes Licht, am kleinsten für violettes; demnach ist auch die absolute Dicke der Luftschicht, welche der Mitte des ersten hellen Ringes für verschiedene Farben des Spectrums entspricht, nicht gleich. Für die Mitte des ersten hellen Ringes ergeben sich aus den Messungen folgende Werthe für die Dicke der Luftschicht:

Namen der Farben.	Dicke der Luftschicht in Millionentheilen des engl. Zolles.	des Millimeters.
Aeußerstes Roth	6,344	161,15
Gränze zwischen Roth und Orange.	5,866	148,95
» » Orange und Gelb.	5,618	142,70
» » Gelb und Grün .	5,237	133,01
» » Grün und Blau .	4,841	122,97
» » Blau und Indigo.	4,513	114,64
» » Indigo und Violett	4,323	109,80
Aeußerstes Violett	3,997	101,51.

Der Zwischenraum zwischen der ebenen Tafel und der Linse nimmt nicht in demselben Verhältnisse zu, wie die Entfernung von dem Berührungspunkte, anfangs wächst die Entfernung langsam, dann rascher, deshalb sind die ersten Ringe auch breiter als die folgenden; könnte man aber die Erscheinung bequem mit zwei ganz ebenen Glastafeln hervorbringen, so daß die Dicke des Zwischenraumes gleichförmig zunimmt, so müßte auch ein Ring so breit werden wie der andere

Der bequemeren Uebersicht wegen wollen wir die ganze Erscheinung für einen solchen Apparat näher betrachten, bei welchem die Dicke der farbengebenden Schicht gleichförmig zunimmt. In Fig. 597 sey AB die eine, AC die andere Gränzfläche der dünnen Schicht; bei s_1 sey die Stelle, an welche die Mitte des ersten dunklen Streifens für Roth fällt, so wird nach obiger Tabelle hier die Luftschicht eine Dicke von 156 Milliontel Millimeter haben; das zweite Minimum liegt dann bei s_2, das dritte bei s_3 u. s. w. Die Maxima der Lichtstärke fallen aber gerade in die Mitte zwischen s_1 und s_2, zwischen s_2 und s_3.

Fig. 597.



Das Gesetz, nach welchem mit zunehmender Dicke der Luftschicht die Lichtstärke zu- und abnimmt, ist auf der Linie RR' dargestellt; die Punkte s_1, s_2, s_3 u. s. w. entsprechen auch hier dem Minimum, h_1, h_2, h_3 u. s. w. dem Maximum der Lichtstärke. Von R an nimmt die Lichtstärke allmälig zu, sie erreicht bei h_1 ihr erstes Maximum, nimmt dann wieder bis s_1 ab u. s. w.

Für violettes Licht ist die Dicke der Luftschicht, welche dem 1sten, 2ten, 3ten u. s. w. Minimum der Lichtstärke entspricht, geringer; der 1ste, der 2te, der 3te dunkle Streifen wird also dem Berührungspunkte näher liegen, als es beim rothen Lichte der Fall ist. Obiger Tabelle zufolge muß die Entfernung von einem Minimum zum nächsten für die mittleren violetten Strahlen nahe 0,68mal kleiner seyn als für rothes Licht. Auf der Linie VV' ist die Intensitätskurve für violettes Licht gerade so construirt wie auf der Linie RR' die Intensitätskurve für rothes Licht. Vergleicht man die Kurven für rothes und violettes Licht, so sieht man, daß für Violett das 5te Minimum fast an dieselbe Stelle fallen muß, wo man das 3te Minimum für die rothen Strahlen findet.

Auf dieselbe Weise sind in unserer Figur die Intensitätskurven für die übrigen Farben des Spectrums construirt, und zwar, indem stets darauf Rücksicht genommen wurde, daß die Entfernung von einem Minimum zum andern für die verschiedenen Farben des Spectrums nicht gleich ist, sondern

daß sie mit der größeren Brechbarkeit der Strahlen in einem Verhältnisse abnimmt, welches man aus der Tabelle Seite 518 leicht berechnen kann.

Aus der Betrachtung der Fig. 597 läßt sich nun auch leicht einsehen, wie die Erscheinung modificirt wird, wenn man statt des einfarbigen Lichts weißes Licht anwendet. Keine Stelle der immer dicker werdenden Luftschicht erscheint absolut dunkel, keine ganz weiß, überall sieht man Farben, die nicht reine Farben des Spectrums, sondern Mischfarben sind.

Errichtet man in s_1 ein Perpendikel, welches durch die Intensitätskurven aller Farben geht, so läßt sich mit Hülfe desselben bestimmen, wie groß die Intensität der verschiedenen Farben an der Stelle ist, in welcher für rothes Licht der erste dunkle Streifen erscheint. Roth ist hier im Minimum, Orange dem Minimum nahe, Gelb etwas stärker. Ein Maximum liegt zwischen Indigo und Blau, ungefähr so stark wie Blau wirkt Violett, etwas weniger Grün, es wird also die Luftschicht an der Stelle, an welcher im rothen Lichte der erste dunkle Streifen erscheint, im weißen Lichte eine Färbung zeigen, in welcher Blau vorherrscht.

An der Stelle der Platte, welche dem Punkt h_1 entspricht, ist Roth im Maximum, alle anderen Farben nehmen an Färbung um so weniger Antheil, je mehr sie sich dem Violett nähern, welches fast im Minimum ist; hier wird also Roth vorherrschen.

Durch ähnliche Schlüsse läßt sich die Farbe der Platte an jeder Stelle bestimmen.

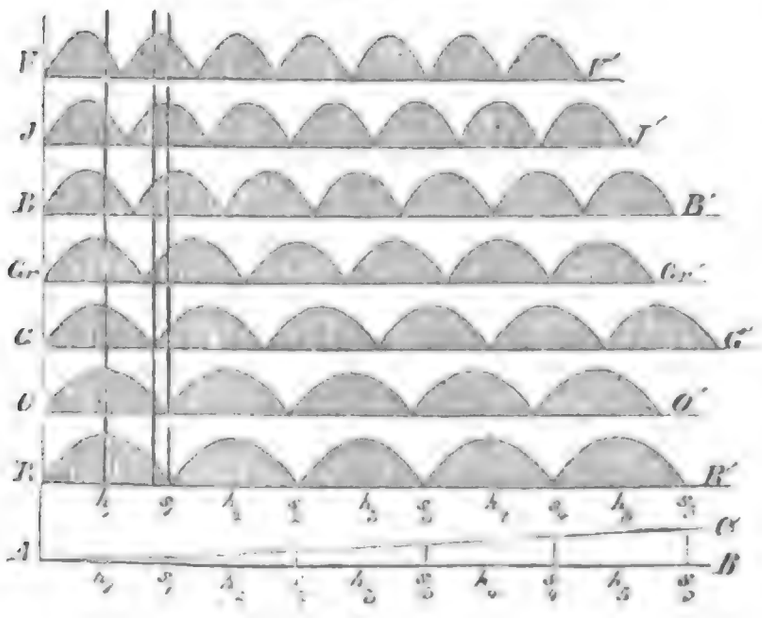
Die verschiedenen Farben des Spectrums zeigen, unter einander verglichen, sehr große Verschiedenheit hinsichtlich ihrer Lichtstärke. Die gelben Strahlen sind die leuchtendsten, die violetten sind am wenigsten leuchtend. Es geht daraus hervor, daß die Stellen der keilförmigen Luftschicht am hellsten erscheinen werden, in welchen Gelb im Maximum ist; wo aber Gelb im Minimum ist, werden die dunkelsten Stellen seyn. An diesen dunklen Stellen erscheint die Schicht freilich nicht schwarz, sondern farbig, nur sind hier Farben von geringerer Leuchtkraft vorherrschend.

Die Stellen der erwähnten Minima machen gleichsam Abtheilungen unter den auf einander folgenden Farben, nach denen man Farben verschiedener Ordnung unterscheidet. Alle Farben der Schicht, von ihrem dünnen Ende bis zu dem ersten dunklen Streifen (dessen Farbe ein dunkles Purpur ist), heißen Farben der *ersten Ordnung*; die der folgenden Abtheilung Farben der *zweiten Ordnung* u. s. w.

Wir haben gesehen, daß bei einer bestimmten Dicke der Luftschicht die verschiedenen Farben des Spectrums nicht gleichen Antheil an der Färbung haben; diejenigen Farben, welche gerade im Minimum ihrer Intensität vorhanden sind, für welche also das Blättchen dunkel erschiene, wenn man sie statt des weißen Lichts anwendete, tragen nichts zur Färbung bei. Die-

jenigen Farben sind vorherrschend, welche in ihrem Intensitätsmaximum vorhanden sind, oder sich doch demselben nähern. Welchen Antheil die verschiedenen Farben an der Färbung des Blättchens bei bestimmter Dicke haben, kann man aus Fig. 598 ersehen, und man kann danach auch, wie schon gezeigt wurde, auf die Färbung der Schicht bei gegebener Dicke schließen. Um diesen Schluß jedoch zu erleichtern, dient Fig. 599. Diese Figur zeigt eine Reihe von Intensitätskurven, wie sie den auf den rechten Seiten notirten Dicken der Luftschicht zukommen. Die Art und Weise, wie diese Kurven construirt sind, wird auch ihre Bedeutung vollkommen klar machen.

Fig. 598.



Alle Abscissenlinien sind in 7 Abtheilungen getheilt, welche den 7 Hauptfarben des Spectrums entsprechen. In der Mitte jeder Abtheilung ist die der neben notirten Dicke entsprechende Intensität dieser Farbe als Ordinate aufgetragen, wie sie aus Fig. 598 entnommen ist.

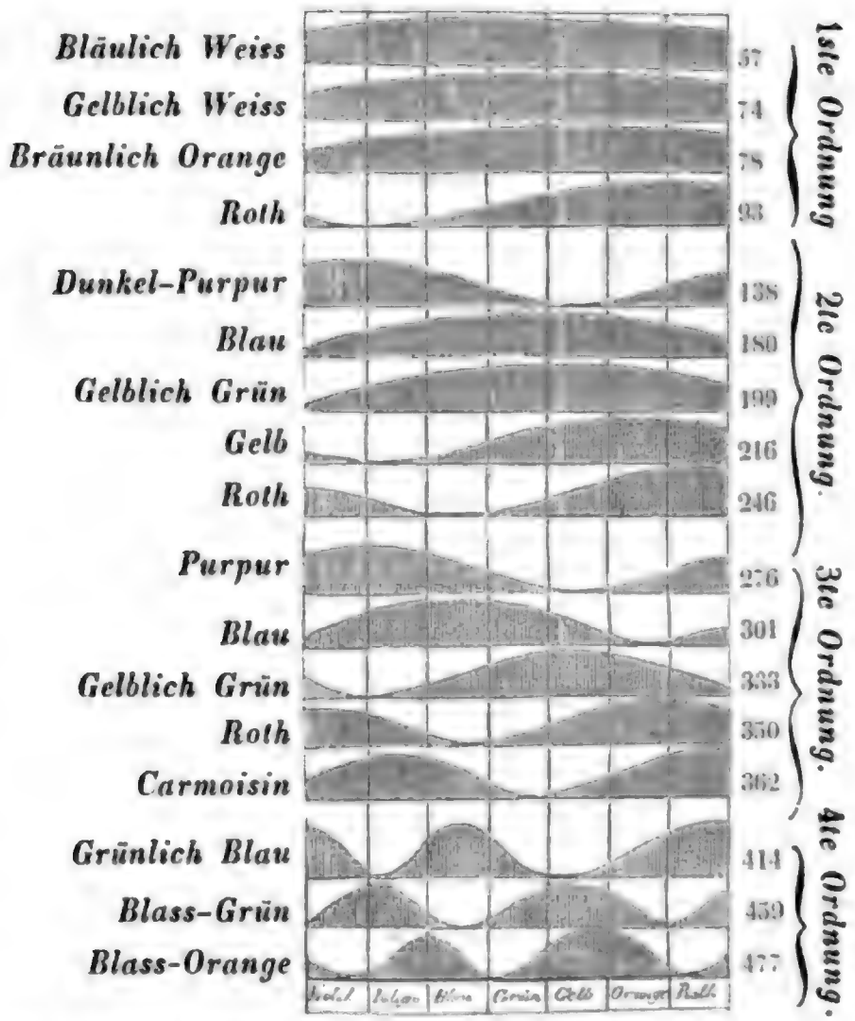
Der Dicke von 0,000138^{mm} entspricht das erste Minimum des gelben Lichts, deshalb ist in Fig. 599 (a. f. S.) bei 138 die Ordinate in der Mitte der gelben Abtheilung gleich Null. In der Mitte der orangenfarbigen Abtheilung ist ebenfalls die aus Fig. 598 entnommene, derselben Dicke entsprechende Ordinate der orangefarbigen Strahlen aufgetragen. Ebenso sind die in der Mitte der rothen, violetten, blauen und grünen Abtheilungen aufgetragenen Ordinaten diejenigen, wie sie uns Fig. 598 für die Intensitäten dieser Farben an der Stelle angiebt, an welchen das erste Minimum für Gelb fällt. Aus dieser Kurve ersehen wir, daß für die erwähnte Dicke Violett im Maximum ist, Indigo und Blau wirken noch stark zur Färbung mit, Grün, Gelb und Orange sehr wenig, Roth wieder stärker. Die Färbung des Blättchens ist also eine Mischung von Blau, Violett und Roth, d. h. ein dunkles Purpur.

Gerade so wie diese sind auch alle Kurven der Fig. 599 nach Fig. 598 construirt. Aus der Betrachtung dieser Kurven ergiebt sich aber leicht die Färbung des Blättchens. So überzeugt man sich leicht, daß bei einer Dicke

von 0,000216^{mm} Gelb vorherrſcht. Ein Blättchen von 0,000301^{mm} Dicke wird blau erſcheinen u. ſ. w.

Während die Kurven Fig. 599 für die erſte Ordnung wenig gekrümmt

Fig. 599.



ſind, nimmt dieſe Krümmung für die zweite Ordnung ſchon merklich zu. Die Farben der zweiten und dritten Ordnung ſind ſehr rein, weil hier, die letzten Farben der dritten Ordnung ausgenommen, nur eine Farbe im Maximum iſt, und dieſe alſo entſchieden vorherrſchen kann. In der vierten Ordnung nimmt die Krümmung der Kurven ſo zu, daß zwei Farben im Maximum ſind; keine dieſer Farben kann alſo ſo entſchieden vorherrſchen wie in der zweiten und dritten Ordnung. Je mehr aber die Dicke des Blättchens wächſt, deſto näher rücken ſich die Maxima, ſo daß bei noch größeren Dicken drei, vier Farben im Maximum ſeyn werden. Je mehr Farben aber im Maximum ſind, deſto mehr wird die reſultirende Färbung ſich dem Weißen nähern. Bei immer zunehmender Dicke wird es endlich dahin kommen, daß innerhalb der Gränzen einer jeden Farbe des Spectrums ein Maximum und ein Minimum liegt. Fände ſich z. B. ein Minimum im äußerſten Violett, eines an der Gränze zwiſchen Violett und Indigo, zwiſchen Indigo und Blau, zwiſchen Blau und Grün, zwiſchen Grün und

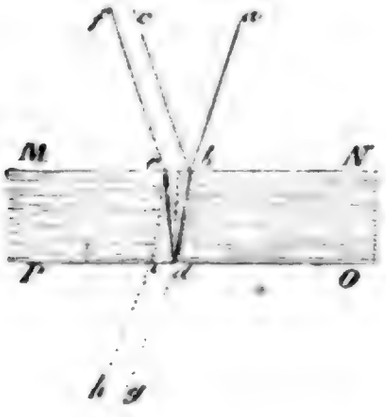
Gelb, zwiſchen Gelb und Orange, zwiſchen Orange und Roth, ein Maximum aber im mittleren Violet, Indigo, Blau, Grün, Gelb, Orange und Roth, ſo könnte das Reſultat der Miſchung offenbar nur Weiß geben. So erklärt ſich denn, daß die Farben höherer Ordnungen blaſſer und blaſſer werden, bis ſie endlich ganz in Weiß übergehen, ſo daß über eine gewiſſe Dicke hinaus die Blättchen gar keine Farben mehr zeigen.

Wir haben bisher nur die Farben dünner Luftſchichten näher betrachtet; für andere durchſichtige Subſtanzen ſind die Geſetze der Erſcheinungen dieſelben, nur iſt die abſolute Dicke der Schicht, welche einer beſtimmten Farbe entſpricht, je nach der Natur dieſer Schicht veränderlich. Newton hat gezeigt, daß für verſchiedene Subſtanzen die Dicke, welche derſelben Farbe entſpricht, ſich umgekehrt verhält wie die Brechungsexponenten dieſer Subſtanzen. Erzeugt man z. B. auf die gewöhnliche Weiſe die Ringe durch Auflegen einer Linſe auf eine ebene Glastafel, bringt man dann auf der einen Seite einen Waſſertropfen zwiſchen die beiden Gläſer, ſo wird dieſer bald durch die Capillarität bis zum Berührungspunkte der beiden Gläſer fortgetrieben, und man hat ſo auf der einen Seite zwiſchen den beiden Gläſern eine Waſſer-, auf der andern eine Luftſchicht; auf der Waſſerſeite ſind aber nun die Ringe weit enger, und zwar ſtehen die Durchmeſſer der Ringe für die Waſſerſchicht zu den Durchmeſſern der entſprechenden Ringe in der Luftſchicht im Verhältniß von 3 zu 4; $^3/_4$ iſt aber das Verhältniß der Brechungsexponenten von Waſſer und Luft.

Erklärung der Farben dünner Blättchen durch die Vibrationstheorie. 224 Wenn man mit einiger Aufmerkſamkeit die oben beſprochenen empiriſchen Geſetze der Farben dünner Schichten betrachtet, ſo kann man unmöglich überſehen, daß ſie manche Aehnlichkeit mit den Geſetzen der Beugungserſcheinungen haben, und ſomit drängt ſich auch die Idee auf, daß die Farben dünner Blättchen gleichfalls ein Interferenzphänomen ſeyen, wie dies auch Young und Fresnel vollſtändig bewieſen haben.

Wenn Lichtſtrahlen auf irgend eine Schicht eines durchſichtigen Körpers fallen, ſo werden ſie theilweiſe an der oberen, theilweiſe an der unteren Fläche derſelben reflectirt, und die von beiden Flächen reflectirten Lichtſtrahlen werden interferiren und ſich je nach der Differenz der durchlaufenen Wege bald gegenſeitig vernichten, bald verſtärken.

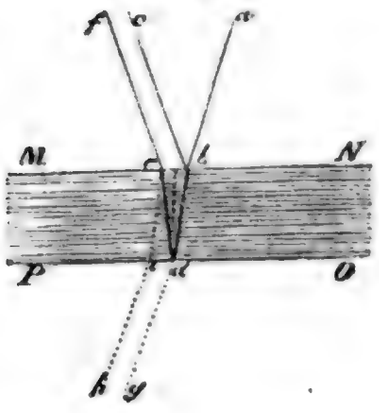
Fig. 600.



Betrachten wir dieſen Hergang der Sache etwas näher. In Fig. 600 ſtellt *MNOP* eine dünne Schicht irgend eines durchſichtigen Körpers vor, welche durch ein Bündel paralleler Strahlen *a b* getroffen wird;

dieſes Strahlenbündel wird nun theilweiſe in der Richtung bc reflectirt, theilweiſe aber nach d gebrochen. Die gebrochenen Strahlen erleiden aber an der Fläche OP eine zweite Theilung, der reflectirte Antheil tritt bei e in derſelben Richtung aus, wie das ſchon an der erſten Fläche MN reflectirte Strahlenbündel, mithin werden die beiden Strahlenbündel bc und ef interferiren müſſen. Wenn der Weg b nach $d = \frac{1}{2}$ Wellenlänge iſt, ſo iſt auch $de = \frac{1}{2}$ Wellenlänge; die Strahlen des auf der Vorderfläche reflectirten Bündels ſind alſo in ihrem Gange von den Strahlen des auf der zweiten Fläche reflectirten Bündels um eine ganze Wellenlänge verſchieden, die beiden Bündel werden ſich alſo gegenſeitig unterſtützen; daſſelbe wird der Fall ſeyn, wenn der Weg bde gleich 2, 3, 4 u. ſ. w. ganzen Wellenlängen gleich iſt. Wäre dagegen der Weg bde gleich $\frac{1}{2}$ Wellenlänge oder gleich einem ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge, ſo würden die beiden Strahlenbündel ſich gegenſeitig vernichten.

Fig. 601.



Suchen wir nun danach die Erſcheinnng an einer Schicht von gleichförmig zunehmender Dicke abzuleiten. An der Stelle, wo die Dicke der Schicht Null oder doch verſchwindend klein iſt, werden die beiden Strahlenbündel gar nicht, oder doch nur ſehr wenig in ihrem Gange von einander abweichen, an der Berührungsſtelle der Linſe und des Planglaſes müßte man alſo eine helle Stelle wahrnehmen.

Da, wo die Dicke der Schicht $\frac{1}{4}$ Wellenlänge beträgt, wird der Weg von der oberen Fläche zur unteren und von da zurück zur oberen, alſo der Gangunterſchied der beiden Strahlenbündel $\frac{1}{2}$ Wellenlänge betragen, hier müßte alſo eine dunkle Stelle ſein.

Die 2te, 3te, 4te, u. ſ. w. dunkle Stelle würde ſich da finden, wo die Dicke der Schicht $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{4}$, u. ſ. w. Wellenlängen beträgt.

Die zwiſchen den dunklen Streifen liegenden Maxima der Lichtſtärke würden ſich dagegen da finden, wo die Dicke der Schicht 1, 2, 3, 4, u. ſ. w. halbe Wellenlängen beträgt.

Dieſe Folgerungen ſtimmen aber mit der Erfahrung nicht überein. Zunächſt iſt da, wo die Dicke der Schicht Null iſt, da alſo, wo die Linſe das Planglas berührt, ein dunkler Fleck, während man nach unſeren Betrachtungen hier einen hellen Fleck erwarten ſollte. Wir haben ferner oben (S. 518) geſehen, daß für homogenes Licht die dunkelſte Stelle des 2ten, 3ten, 4ten u. ſ. w. dunklen Ringes an ſolchen Stellen beobachtet wird, wo die Luftſchicht 2mal, 3mal, 4mal, u. ſ. w. ſo dick iſt als am erſten dunklen

Ringe, während nach unseren Betrachtungen die Dicke der Schicht für den 2ten, 3ten, 4ten u. s. w. dunklen Ring 3mal, 5mal, 7mal u. s. w. so dick sein müßte als für den ersten.

Um diesen Widerspruch zu heben, müßte man annehmen, daß das von der zweiten Fläche reflectirte Lichtbündel durch irgend eine Ursache noch um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge mehr verzögert würde, als man nach der Dicke der zweimal durchlaufenen Schicht erwarten sollte. Ein solcher Verlust einer halben Wellenlänge findet aber in der That Statt.

Wenn eine Oscillationsbewegung sich in einem Mittel von gleichförmiger Elasticität und Dichtigkeit fortpflanzt, so kehrt sie niemals zurück; wenn sie sich einer neuen Schicht mittheilt, so bleiben die vorhergehenden Schichten in Ruhe, wie ja auch eine Elfenbeinkugel, wenn sie gegen eine andere von gleicher Masse stößt, dieser ihre Bewegung mittheilt und selbst in Ruhe bleibt; die stoßende Kugel bleibt aber nach dem Stoße nicht in Ruhe, wenn die zweite nicht dieselbe Masse hat, sie springt zurück, wenn die Masse der zweiten Kugel größer ist; sie setzt ihre Bewegung in der ursprünglichen Richtung fort, wenn die Masse der zweiten Kugel kleiner ist. Dies macht nun begreiflich, was vorgeht, wenn eine Lichtwelle die Trennungsfläche zweier Mittel von verschiedener Dichtigkeit trifft. Die unendlich dünne Schicht des ersten Mittels, welche das zweite Mittel berührt, können wir mit der ersten Kugel vergleichen; wegen der Verschiedenheit der Masse bleibt sie nicht in Ruhe, nachdem sie die benachbarte Schicht des zweiten Mittels in Bewegung gesetzt hat, und deshalb findet eine Reflexion Statt; die neue Geschwindigkeit aber, von welcher die letzte Schicht des ersten Mittels unmittelbar nach dem Stoße afficirt ist und welche sich nach und nach den vorhergehenden Schichten desselben Mittels mittheilt, muß aber eine verschiedene Richtung haben, je nachdem die Schicht des zweiten Mittels mehr oder weniger Masse hat als die des ersteren, d. h. je nachdem das erste Mittel mehr oder weniger dicht ist als das zweite.

Dieses wichtige Princip, welches Young, geleitet durch die eben auseinandergesetzten Betrachtungen, aufgefunden hat, ergiebt sich auch aus den Formeln, welche Poisson auf analytischem Wege ableitete. Auf die Reflexion des Lichts angewendet, folgt daraus, daß, je nachdem eine Lichtwelle innerhalb oder außerhalb eines dichten Mittels reflectirt wird, die Oscillationsgeschwindigkeit positiv oder negativ ist, daß also in beiden Fällen alle Vibrationsbewegungen eine entgegengesetzte Richtung haben werden.

Wenden wir dies nun auf die dünne zwischen zwei Glasflächen eingeschlossene Luftschicht an, so ist klar, daß zwischen den an der oberen und der unteren Gränzfläche der Luftschicht reflectirten Strahlenbündeln außer der Differenz der durchlaufenen Wege auch noch der Unterschied stattfindet, daß das eine Lichtbündel in Glas, also in einem dichteren Mittel, das

andere aber in Luft, also in einem weniger dichten Mittel, an der unteren Glasfläche reflectirt wird; das an der unteren Glasfläche reflectirte Strahlenbündel wird sich also in einem Schwingungszustande befinden, welcher dem gerade entgegengesetzt ist, den man nach der Länge des durchlaufenen Weges erwarten sollte; die Oscillationen dieses zweiten Strahlenbündels gehen also gerade so vor sich, als ob sie einen um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge größeren Weg durchlaufen hätten. Da also, wo die beiden Strahlenbündel zusammenwirken würden, wenn man nur die Differenz der Wege in Betracht zu ziehen hätte, wird ein vollkommener Gegensatz zwischen beiden stattfinden; da aber, wo die Differenz der Wege einen vollkommenen Gegensatz andeutet, werden die beiden Strahlenbündel sich gegenseitig unterstützen; dadurch erklärt sich nun die ganze Erscheinung vollkommen.

Da, wo die beiden Gläser in Berührung sind, ist die Dicke der Luftschicht wenn nicht ganz Null, doch selbst gegen die Länge einer Lichtwelle sehr klein, das Strahlenbündel, welches an der unteren Glasfläche reflectirt wird, hat also keinen merklich längeren Weg zurückgelegt als das andere Strahlenbündel, es ist also in seinem Laufe gegen dieses nur um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge verzögert, an der Berührungsstelle der beiden Gläser muß also ein dunkler Fleck entstehen.

Das folgende Minimum, also der erste dunkle Ring, wird sich da finden, wo der Gangunterschied der beiden Strahlenbündel $\frac{3}{2}$ Wellenlängen beträgt; dieser Gangunterschied entspricht aber der Stelle der Luftschicht, an welcher ihre Dicke $\frac{1}{2}$ Wellenlänge beträgt; denn hier ist die Differenz der Wege (die doppelte Dicke der Schicht) 1 Wellenlänge, dazu kommt aber noch der Verlust einer halben Wellenlänge durch die Spiegelung an der unteren Glasfläche.

Da, wo die Dicke der Luftschicht $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{2}$ u. s. w. Wellenlängen beträgt, ist die Differenz der Wege $\frac{4}{2}$, $\frac{6}{2}$, $\frac{8}{2}$, der Gangunterschied der beiden Strahlenbündel also $\frac{4}{2} + \frac{1}{2}$, $\frac{6}{2} + \frac{1}{2}$, $\frac{8}{2} + \frac{1}{2}$ oder $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{9}{2}$ u. s. w. Wellenlängen, und an diesen Stellen muß sich der 2te, der 3te, der 4te dunkle Ring finden; bezeichnen wir die Dicke der Luftschicht für den ersten dunklen Ring mit $2\,d$, so werden demnach die folgenden hellen und dunklen Ringe folgenden Dicken der Luftschicht entsprechen:

Dunkle Ringe	0	$2\,d$	$4\,d$	$6\,d$	$8\,d$	$10\,d$
Helle Ringe	$1\,d$	$3\,d$	$5\,d$	$7\,d$	$9\,d$	$11\,d$,

was mit der Erfahrung vollständig übereinstimmt.

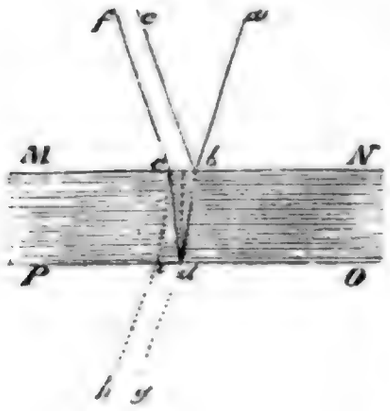
Bisher war nur von homogenen Lichtstrahlen die Rede; für Lichtstrahlen verschiedener Farben müssen die Luftschichten, welche den dunklen Ringen verschiedener Farben entsprechen, in demselben Verhältniß an Dicke abnehmen, als die Wellenlänge dieser Strahlen kürzer sind. Die Zwischenräume

zwischen den dunklen Ringen werden also für die brechenden Strahlen kleiner werden, die Ringe werden zusammenrücken, die Maxima und Minima der Lichtstärke können demnach für verschiedenfarbiges Licht nicht zusammenfallen. Auch hierin finden wir wieder die vollkommenste Uebereinstimmung zwischen der Theorie und der Erfahrung.

Farben dünner Blättchen im durchgelassenen Lichte. Wir ha- 225
ben bisher nur diejenigen Farben dünner Blättchen betrachtet, welche durch die Interferenz der an den beiden Gränzflächen der dünnen Schicht reflectirten Strahlenbündel entstehen; doch zeigen die dünnen Blättchen auch im durchgelassenen Lichte Farben, die jedoch ungleich blasser sind als die Farben, welche man im reflectirten Lichte beobachtet; außerdem aber sind die Farben des durchgelassenen Lichts stets complementär zu denen, welche man an denselben Stellen im reflectirten Lichte beobachtet. In der Mitte des ganzen Ringsystems sieht man bei durchgelassenem Lichte einen hellen Fleck, und wenn man homogenes Licht anwendet, so findet man, daß die dunklen Ringe jetzt gerade dahin fallen, wo bei reflectirtem Lichte die hellen Ringe waren, und umgekehrt.

Diese Farbenringe werden durch die Interferenz zweier Lichtbündel erzeugt, von denen das eine *d g*, Fig. 602, direct durch die dünne Schicht hindurchgeht, während das andere *i h* eine zweimalige innere Reflexion erlitten hat; die beiden Strahlenbündel sind also in ihrem Gange außer der Differenz der Wege noch um eine ganze Wellenlänge verschieden; dadurch erklärt sich leicht der helle Fleck in der Mitte des Ringsystems. Der erste dunkle Ring wird da seyn, wo die Dicke der Schicht $^1/_4$ Wellenlänge beträgt, denn hier ist die Differenz im Gange der beiden Strahlenbündel $1^1/_2$; diese Dicke ist *d*, wenn man, wie oben, mit 2 *d* die Dicke bezeichnet, welche dem ersten dunklen Ringe im reflectirten Lichte entspricht. Für durchgelassenes Licht entsprechen demnach den hellen und dunklen Ringen einer homogenen Farbe folgende Dicken:

Fig. 602.

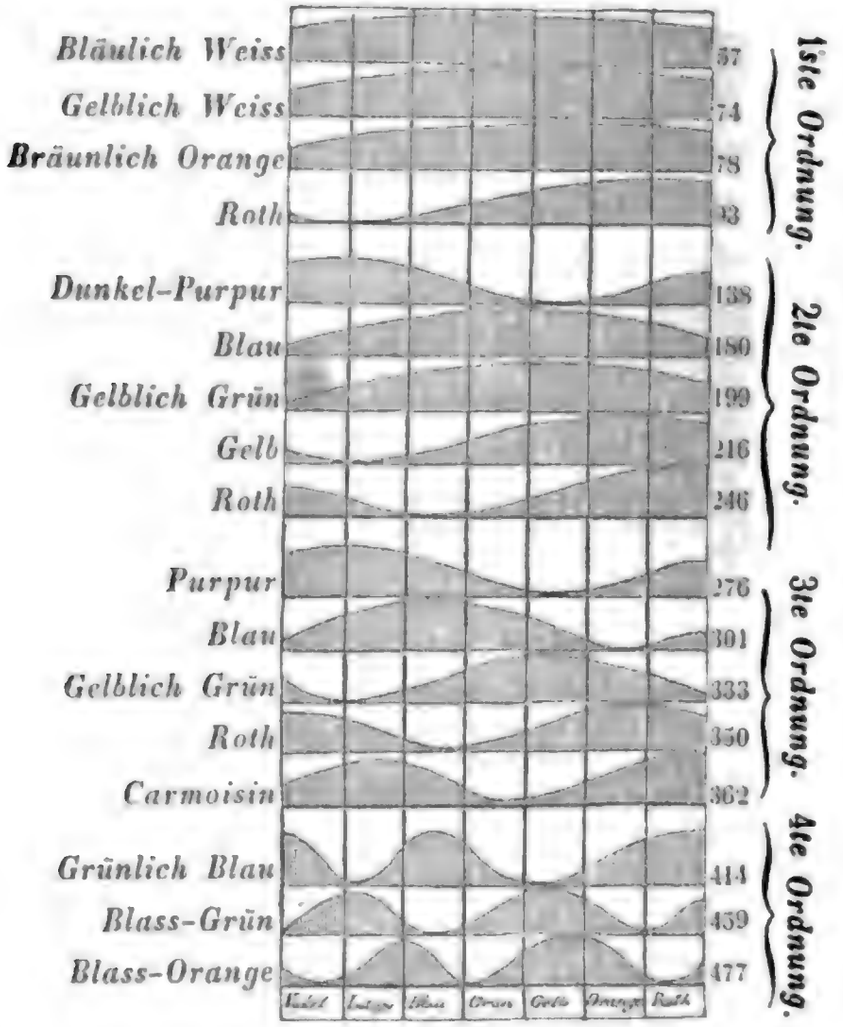


Dunkle Ringe	1 *d*	3 *d*	5 *d*	7 *d*	9 *d*	11 *d*
Helle Ringe	0	2 *d*	4 *d*	6 *d*	8 *d*	10 *d*.

Da die Minima aller Farben bei dem durchgelassenen Lichte gerade an die Stelle der Maxima für reflectirtes Licht fallen, so ist klar, daß in der Färbung der dünnen Schicht bei durchgelassenem Lichte gerade die Farben fehlen müssen, die an derselben Stelle bei reflectirtem Lichte vorherrschen,

und umgekehrt; mit Hülfe der Kurven, Fig. 603, kann man leicht über- ſehen, welches die Färbung der Luftſchicht für eine gegebene Dicke für durchgelaſſenes Licht ſeyn wird. Wenn die Luftſchicht eine Dicke von

Fig. 603.



0,000246^{mm} hat, ſo iſt im reflectirten Lichte Roth vorherrſchend, die Gränze zwiſchen Blau und Grün im Minimum, Blau und Grün überhaupt ſehr ſchwach mitwirkend; im durchgelaſſenen Lichte wird alſo gerade Blau und Grün vorherrſchen, an dieſen Stellen wird man alſo eine bläulich grüne Färbung beobachten.

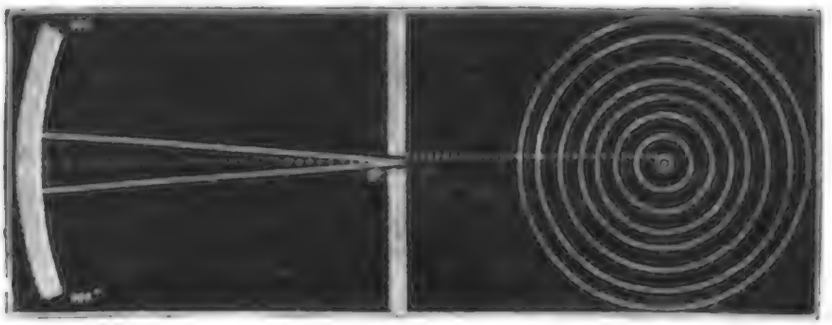
Da, wo die Luftſchicht eine Dicke von 0,000301^{mm} hat, zeigt ſie im reflectirten Lichte eine blaue Färbung; Orange iſt hier im Minimum, Gelb und Roth nur ſchwach; im durchgelaſſenen Lichte wird alſo Orange im Maximum ſein und außerdem noch Roth und beſonders Gelb in der Färbung vorherrſchen. Aehnliche Betrachtungen laſſen ſich für jede beliebige Dicke anſtellen.

Daß die Farben im durchgelaſſenen Lichte ſo blaß ſind, rührt daher, daß die beiden interferirenden Lichtbündel nicht gleiche Intenſität haben; das eine direct durchgegangene Lichtbündel iſt nämlich bedeutend intenſiver als das andere, welches zwei Reflexionen erlitten hat; wenn alſo auch der Gang-

unterſchied der beiden Strahlenbündel ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt, ſo kann doch keine vollkommene Aufhebung ſtattfinden, die Lichtſtärke wird hier zwar geſchwächt, aber doch nicht Null ſeyn. Im reflectirten Lichte dagegen ſind die Farben ſehr lebhaft, weil die beiden interferirenden Strahlenbündel faſt gleiche Intenſität haben.

Farben dicker Platten. Wenn ein Sonnenſtrahl durch eine 4 bis 226
5 Millimeter weite runde Oeffnung in ein dunkles Zimmer fällt und auf einem hinten belegten Hohlſpiegel *m m'* von Glas aufgefangen wird, Fig. 604, deſſen Axe mit der Richtung der einfallenden Strahlen zuſammen-

Fig. 604.



fällt, ſo beobachtet man um die Oeffnung herum auf dem zu dieſem Zweck innen mit weißem Papier überzogenen Schirm eine Reihe glänzender Farbenringe. Dieſe ſchöne Erſcheinung iſt von Newton entdeckt und von ihm zuerſt näher unterſucht worden.

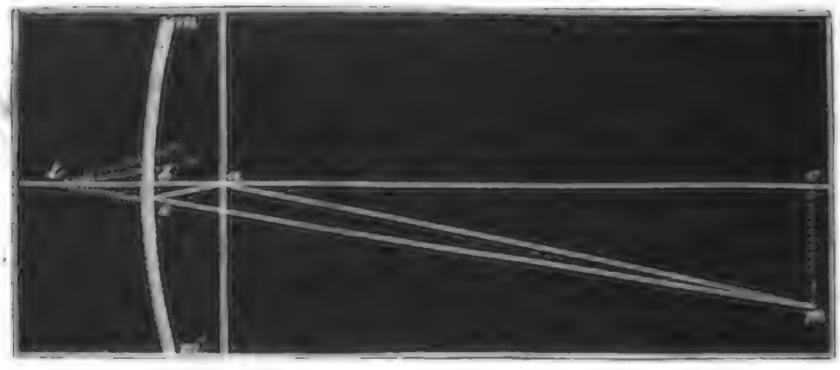
Wenn das einfallende Licht homogen iſt, ſo ſind die Ringe abwechſelnd hell und dunkel, und man kann ihrer in dieſem Falle 12 bis 15 unterſcheiden, wenn man alle mögliche Sorgfalt anwendet, um alles nicht hierher gehörige Licht möglichſt abzuhalten. Wenn man weißes Licht anwendet, ſo folgen die Farben der Ringe in der Ordnung auf einander wie die Farben dünner Blättchen.

Dieſe Ringe erhalten die größte Intenſität, wenn die Entfernung des Spiegels vom Schirme dem Krümmungshalbmeſſer des Spiegels gleich iſt oder, mit anderen Worten, wenn das Spiegelbild der Oeffnung mit der Oeffnung ſelbſt zuſammenfällt. Je weiter man den Spiegel von dieſer Lage entfernt, deſto blaſſer werden die Ringe, bis ſie endlich ganz verſchwinden.

Wenn der Spiegel ſehr gut polirt iſt, ſo ſind die Ringe immer ſehr blaß; um ſie möglichſt lebhaft zu machen, muß die vordere Fläche etwas matt gemacht werden, entweder indem man etwas darauf haucht, oder indem man ſie mit einem feinen Staube, etwa mit Mehl, beſtreut, oder endlich indem man eine dünne Schicht mit Waſſer verdünnter Milch darauf gießt, welche auftrocknet und anhaftet. Dieſer eigenthümliche Umſtand wurde von Newton ganz überſehen.

Der Herzog von Chaulnes hat den Versuch etwas abgeändert; statt des Spiegels von Glas wandte er einen Hohlspiegel von Metall an und brachte in einiger Entfernung vor demselben eine durchsichtige Platte mit parallelen Wänden, etwa eine Glasplatte, eine Platte von Glimmer oder Gyps an, welche auf einer Seite durch einen ganz dünnen Ueberzug von Milch etwas matt gemacht war; man erhält auf diese Weise ganz ähnliche Farbenringe; die Entfernung der ebenen Platte von dem Spiegel, die man

Fig. 605.



hier nach Belieben verändern kann, entspricht der Dicke des Glasspiegels im Newton'schen Versuche.

Diese Farben lassen sich auf folgende Weise durch die Undulationstheorie erklären. Wenn die Lichtstrahlen in a die matte Fläche treffen, so werden sie theilweise von a aus unregelmäßig zerstreut, zum Theil aber in gerader Richtung fortgehen. Die von a aus zerstreuten Strahlen werden durch den Spiegel so reflectirt, als ob sie von l, dem Spiegelbilde von a, ausgingen; die in der Richtung cab auf den Spiegel fallenden Strahlen aber, welche in a noch keine Zerstreuung erlitten haben, werden nur in der Richtung ba reflectirt und auf ihrem Rückwege theilweise von a aus zerstreut. In den verschiedenen Punkten des Schirmes, etwa in m, treffen nun solche Strahlen, die direct nach dem Spiegel gelangt sind und auf ihrem Rückwege in a zerstreut wurden, mit solchen Strahlen zusammen, die auf ihrem Wege zum Spiegel schon eine Zerstreuung erlitten haben und dann direct nach dem Schirme reflectirt wurden; die ersten Strahlen haben von a aus den Weg von a nach b, von b nach a und von a nach m zurückgelegt, die letzteren aber den Weg von a nach c und von c nach m.

Die Wege $am + 2ab$ und $ac + cm$ sind aber nicht gleich, die beiden in m zusammentreffenden Strahlen werden sich also, je nach der Differenz der durchlaufenen Wege, bald unterstützen, bald aufheben.

Siebentes Kapitel.

Polarisation des Lichts.

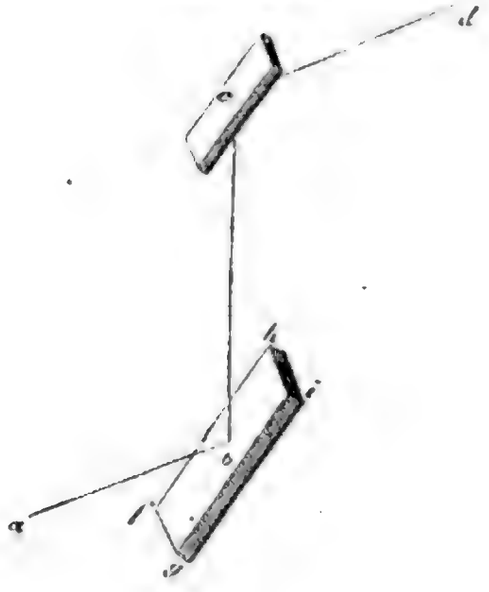
Ein gewöhnlicher Lichtstrahl besitzt nach allen Seiten hin dieselben Ei- 227
genschaften. Fängt man z. B. einen gewöhnlichen Lichtstrahl durch einen Spiegel auf, so wird er stets reflectirt, welches auch die Lage des Spiegels gegen den Strahl seyn mag. Dies ist jedoch nicht bei allen Strahlen der Fall; es giebt Lichtstrahlen, welche nicht nach allen Seiten hin dieselben Beziehungen zeigen. Diese Eigenthümlichkeit wird mit dem Namen der Polarisation bezeichnet, und Strahlen, welche diese Eigenthümlichkeit besitzen, nennt man polarisirte Strahlen.

Die Polarisation des Lichts wurde im Jahr 1811 von Malus entdeckt. Erst durch diese wichtige Entdeckung wurde es möglich, die schon früher bekannten und auch theilweise richtig erklärten Erscheinungen der doppelten Brechung, die wir erst im folgenden Kapitel näher betrachten werden, in allen Beziehungen richtig zu erkennen.

Wir wollen uns zunächst damit beschäftigen, die Erzeugungsarten und die Eigenschaften der polarisirten Lichtstrahlen näher zu betrachten.

Polarisation durch Reflexion. Fällt ein gewöhnlicher Lichtstrahl 228
ab auf eine ebene Glastafel $fghi$ in einem Winkel von 35° 25′ auf, so wird er zum großen Theil nach den gewöhnlichen Gesetzen in der Richtung bc reflectirt. Der in der Richtung bc gespiegelte Strahl ist nun durch diese Reflexion polarisirt. Um seine Eigenschaften zu untersuchen, muß man den polarisirten Strahl so viel als möglich zu isoliren suchen; wenn sich unter der Glasplatte Gegenstände befinden, welche Lichtstrahlen auf dieselbe senden, die sich nach ihrem Durchgange durch die Platte ebenfalls in der Richtung bc fortpflanzen, so neutralisiren diese Strahlen die Eigenschaften des durch Reflexion polarisirten. Wenn demnach solche schädlichen

Fig. 606.



Strahlen nicht schon durch die Construction des ganzen Apparates ausgeschlossen sind (ein solcher Apparat wird alsbald beschrieben werden), so muß die Glastafel auf der Rückseite etwa mit Asphalt, schwarzer Oelfarbe oder Tusch geschwärzt seyn. Statt eines auf der Rückseite geschwärzten Spiegels kann man auch einen Spiegel von Obsidian oder schwarzem Glase anwenden.

Fällt der durch Reflexion polarisirte Strahl bc auf eine zweite ebenfalls auf der Rückseite geschwärzte Glastafel, welche der unteren parallel ist, so macht der Strahl bc auch mit dieser einen Winkel von $35^0\ 25'$, und die Reflexionsebene des oberen Spiegels fällt mit der des unteren zusammen. Bei dieser Lage des zweiten Spiegels wird der Strahl bc wie jeder gewöhnliche Lichtstrahl reflectirt; dreht man jedoch den oberen Spiegel so, daß die Richtung des Strahles bc die Umdrehungsaxe bildet, so bleibt zwar der Winkel, welchen der einfallende Strahl bc mit der Spiegelfläche macht, unverändert $35^0\ 25'$, allein der Parallelismus der beiden Spiegel hört auf, die Reflexionsebene des oberen Spiegels fällt nicht mehr mit der des unteren zusammen. Dreht man nun auf die angegebene Weise den oberen Spiegel aus der Lage des Parallelismus mit dem unteren heraus, so wird die Intensität des zum zweiten Male reflectirten Strahles um so mehr abnehmen, je mehr der Winkel wächst, den die Reflexionsebene des oberen Spiegels mit der des unteren macht, bis dieser Winkel 90^0 geworden ist oder, mit anderen Worten, bis die Reflexionsebenen beider Spiegel sich unter einen rechten Winkel kreuzen. Bei dieser Stellung wird der Strahl bc von dem oberen Spiegel gar nicht mehr reflectirt, was doch der Fall sein müßte, wenn bc ein gewöhnlicher Lichtstrahl wäre. Bei weiter fortgesetzter Drehung des oberen Spiegels nimmt die Intensität des reflectirten Strahles allmälig wieder zu, bis sie wieder ihr Maximum erreicht, wenn die ganze Drehung 180^0 beträgt. In dieser Stellung fallen die Reflexionsebenen der beiden Spiegel abermals zusammen. Dreht man noch weiter, so wird der vom oberen Spiegel reflectirte Strahl wieder schwächer und verschwindet ganz, wenn die Reflexionsebenen beider Spiegel wieder gekreuzt sind, also bei einer Drehung von 270^0 u. s. w.

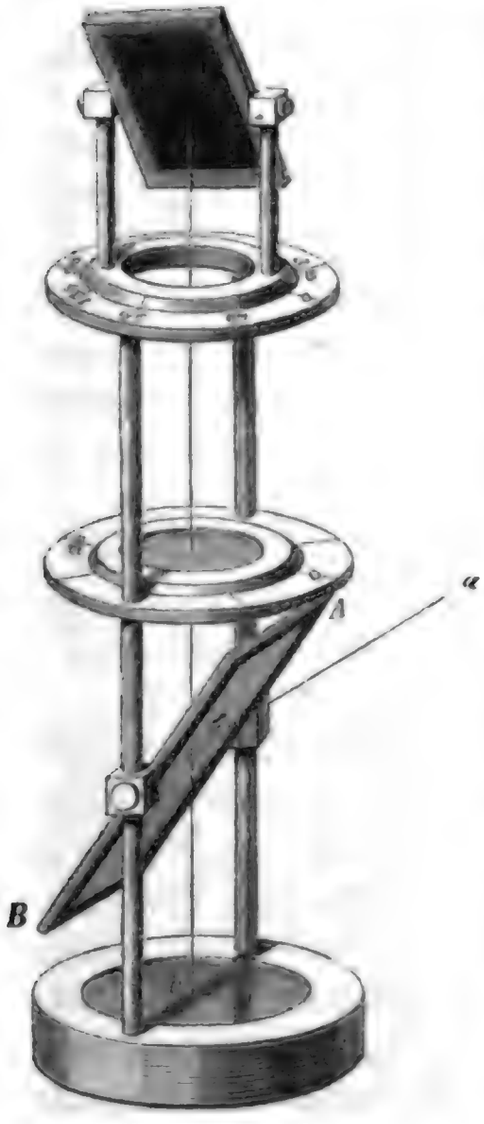
Eine Vorrichtung, an welcher zwei Polarisationsspiegel so angebracht sind, daß man damit den eben beschriebenen Versuch anstellen kann, heißt Polarisationsapparat. Die einfachste Einrichtung, welche man dem Polarisationsapparate geben kann, ist folgende: An dem einen Ende einer metallenen oder hölzernen Röhre ist ein auf der Rückseite geschwärzter Spiegel so befestigt, daß er einen Winkel von $35^0\ 25'$ mit der Axe der Röhre macht, daß also Strahlen, welche in einem Winkel von $35^0\ 25'$ auf den Spiegel fallen, so reflectirt werden, daß sie in der Richtung dieser Axe durch die Röhre hindurchgehen. An anderen Ende der Röhre befindet

sich ein Ring, dessen Axe mit der Axe der Röhre zusammenfällt, und der sich also in einer zu dieser Axe rechtwinkligen Ebene umdrehen läßt. An diesem Ringe nun ist ein zweiter hinten geschwärzter Spiegel befestigt, welcher ebenfalls einen Winkel von $35^0\,25'$ mit der Axe der Röhre macht; durch Umdrehung des Ringes wird auch der Spiegel mit umgedreht und kann durch diese Drehung in alle die Lagen gebracht werden, von denen eben die Rede war.

Dieser Apparat ist theils zum Gebrauche sehr unbequem, theils aber auch zu vielen Versuchen, von denen noch in der Folge die Rede seyn wird, gar nicht anwendbar. Man hat dem Polarisationsapparate mannigfache Formen gegeben, die bald zu diesem, bald zu jenem Versuche sich am besten eigneten. Alle diese verschiedenen Formen zu beschreiben, würde hier zu weit führen, es mag die genauere Beschreibung des vom Nörremberg construirten Apparates genügen, welcher fast zu allen Versuchen der zweckmäßigste ist.

Der Nörremberg'sche Polarisationsapparat ist Fig. 607 in $\frac{1}{4}$ der natürlichen Größe dargestellt. In einem runden Fußgestelle, welches nicht zu leicht seyn darf, damit der Apparat die nöthige Stabilität erhalte, befinden sich am Rande, diametral einander gegenüberstehend, zwei Stäbe, zwischen denen ein Rähmchen *A B* angebracht ist, welches eine Platte von geschliffenem Spiegelglase einschließt. Dieses Rähmchen und mit ihm der Spiegel ist mittelst zweier Zapfen um eine horizontale Axe drehbar, so daß man dem Spiegel jede beliebige Lage gegen die Richtung des Bleiloths geben kann. Der Spiegel wird jedoch gewöhnlich in einer solchen Lage festgestellt, daß seine Ebene einen Winkel von $35^0\,25'$ mit der Vertikalen macht. Fällt bei dieser Stellung des Spiegels ein Lichtstrahl *a b* in einem Winkel von $35^0\,25'$ auf den Spiegel, so geht er zum Theil durch das Glas hindurch, und diesen Theil haben wir weiter nicht zu betrachten, zum Theil aber wird er in der Richtung *b c* vertikal nach unten reflectirt. Dieser reflectirte Strahl ist

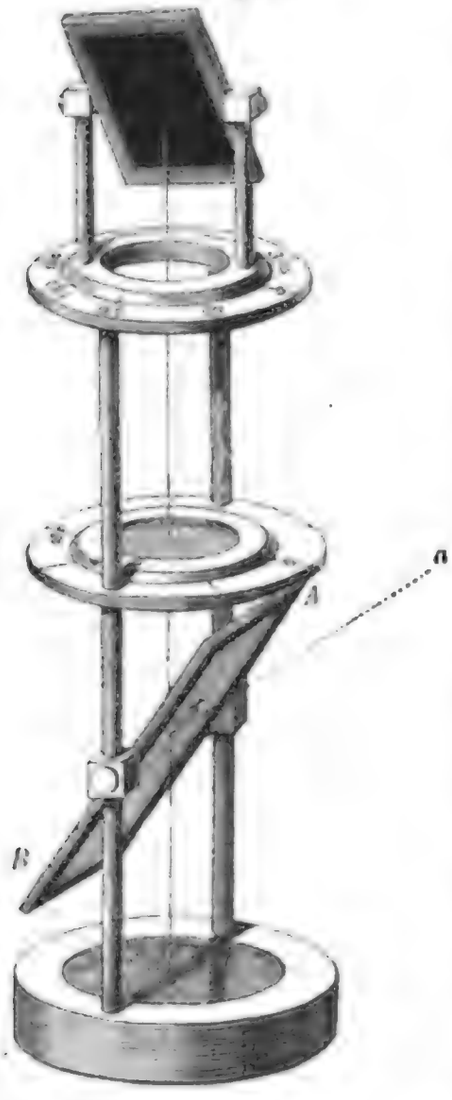
Fig. 607.



nun polarisirt, eine durch die Linien ab und bc gelegte vertikale Ebene ist seine Polarisationsebene.

Auf dem Fußgestelle befindet sich in wagrechter Lage ein gewöhnlicher auf der Rückseite belegter Spiegel, den der polarisirte Strahl bc rechtwinklig trifft; er wird also in derselben Richtung zurückgeworfen, in welcher er gekommen war, geht durch den Polarisationsspiegel hindurch und gelangt in vertikaler Richtung zum oberen Theile des Apparates. Die oberen Enden der Stäbe (der mittlere Theil des Apparates mag vor der Hand noch unberücksichtigt bleiben) tragen einen in Grade getheilten Ring. Der Nullpunkt dieser Theilung liegt so, daß, wenn man sich durch die Theilstriche 0 und 180° eine Vertikalebene gelegt denkt, diese Ebene mit der Reflexionsebene des unteren Spiegels, also mit der Polarisationsebene der durch den unteren Spiegel polarisirten Strahlen zusammenfällt. In diesem getheilten Ringe ist ein anderer drehbar, auf welchem diametral gegenüberstehend zwei Säulchen angebracht sind, zwischen welchen ein Spiegel von schwarzem Glase oder ein auf der Rückseite geschwärzter Spiegel ebenso befestigt ist wie der untere Polarisationsspiegel zwischen den Stäben; wie der untere um eine horizontale Axe drehbar, kann der schwarze Spiegel leicht so gestellt werden, daß er einen Winkel von 35° 25′ mit der Vertikalen macht.

Fig. 608.



Der drehbare Ring, auf welchem die Säulchen stehen, ist am Rande etwas zugeschärft, und gerade in der Mitte der vorderen Hälfte des Ringes ist eine Linie, ein Index, auf die Zuschärfung gezogen. Eine durch diesen Index und den Mittelpunkt des Ringes gelegte Vertikalebene fällt mit der Reflexionsebene des schwarzen Spiegels zusammen. Dreht man den Ring, welcher den oberen Spiegel trägt, so, daß der Index mit dem Nullpunkte der Theilung zusammenfällt, so fallen die Reflexionsebenen des oberen und des unteren Spiegels zusammen. Dasselbe ist der Fall, wenn der Index bei 180° steht. Wenn der Index bei 90° (wie in unserer Figur) oder bei 270° steht, so macht die Reflexionsebene

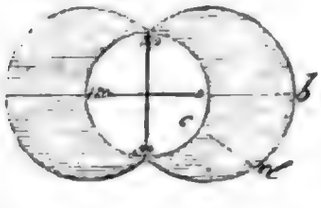
des oberen Spiegels einen rechten Winkel mit der Reflexionsebene des unteren Polarisationsspiegels.

Die Erscheinungen der gewöhnlichen Polarisation, welche man an diesem Apparate beobachten kann, sind folgende. Wenn beide Spiegel parallel stehen, wenn also der Index des den schwarzen Spiegel tragenden Ringes bei 0^0 steht, so reflectirt der obere Spiegel die von unten her ihn treffenden Strahlen, das Gesichtsfeld ist also hell. Dreht man aber den Zerlegungsspiegel (so wird gewöhnlich der obere Spiegel genannt) aus dieser Lage heraus, so nimmt die Intensität des durch ihn reflectirten Lichts mehr und mehr ab und wird 0, wenn der Index bei 90^0 steht. In dieser Stellung reflectirt der schwarze Spiegel die von unten her ihn treffenden Strahlen nicht mehr, das Gesichtsfeld erscheint dunkel. Dreht man noch weiter, so wird es allmälig wieder heller, und wenn der Index bei 180^0 steht, ist die Lichtstärke wieder derjenigen gleich, die bei 0^0 beobachtet wurde. Das Licht nimmt jedoch wieder ab, wenn man noch über 180^0 hinausdreht, das Gesichtsfeld wird zum zweiten Male dunkel, wenn der Index bei 270^0 steht.

Es versteht sich von selbst, daß während dieser ganzen Drehung die Richtung des schwarzen Spiegels gegen die Vertikale unverändert bleiben muß. In allen Lagen macht der obere Spiegel einen Winkel von $35^0\ 25'$ mit der Vertikalen.

Der Zusammenhang dieser Erscheinungen läßt sich so leicht übersehen, daß es nicht nöthig wäre, sie noch weiter anschaulich zu machen, allein des besseren Verständnisses der complicirteren Erscheinungen der Kreispolarisation wegen wollen wir auch diese einfachen Erscheinungen der gewöhnlichen Polarisation graphisch darstellen.

Fig. 609.



In Fig. 609 stellt die Verlängerung der Radien des Kreises bis zu der Kurve, welche die ganze Figur begränzt, die Intensität des reflectirten Lichts für die verschiedenen Stellungen des oberen Spiegels dar. Es repräsentiren also die Linien ob und cd die Intensitäten des reflectirten Lichts, wenn der Index bei 0 oder bei 38^0 steht. Es ist cd kleiner als ob, weil in letzterer Stellung weniger Licht reflectirt wird als in der ersten. Man übersieht in der Figur sehr deutlich, daß für 90^0 und 270^0 die Intensität des reflectirten Lichts Null, für 0^0 und 180^0 aber ein Maximum ist.

Um die Beschreibung des Apparates zu vollenden, wollen wir nun auch noch den Ring betrachten, welcher in der Mitte der Stäbe über dem unteren Polarisationsspiegel angebracht ist. In demselben dreht sich ein zweiter, dessen Oeffnung mit einer Glasplatte verschlossen ist, auf welche man

durchsichtige Gegenstände legen kann, deren Verhalten im polarisirten Lichte man untersuchen will. Der Rand dieses drehbaren Ringes ist etwas zugeschärft und mit einem Index versehen, auf dem äußeren Ringe ist eine Kreistheilung angebracht, welche der oberen entspricht.

229 **Der Polarisationswinkel.** Giebt man, ohne sonst etwas an dem Apparate zu ändern, dem unteren Spiegel eine andere Stellung gegen die einfallenden Strahlen, stellt man ihn z. B. so, daß er einen Winkel von 25^0 mit der Vertikalen macht, so werden solche Strahlen zum oberen Spiegel des Apparates gelangen, die den unteren Polarisationsspiegel unter einem Winkel von 25^0 getroffen haben. Wiederholt man nun die oben beschriebenen Versuche, so findet man, daß das von dem oberen Spiegel zurückgeworfene Licht nie ganz Null wird. Wenn der obere Spiegel so gestellt ist, daß seine Reflexionsebene die des unteren kreuzt, wenn also der Index der unteren Theilung bei 90^0 steht, so wird er in dieser Stellung freilich weniger Licht reflectiren als in jeder andern, doch wird immer noch ein Theil der von unten kommenden Strahlen reflectirt.

Es läßt sich daraus schließen, daß die unter einem Winkel von 25^0 vom unteren Polarisationsspiegel reflectirten Strahlen zwar zum Theil, aber doch nicht vollständig polarisirt sind. Je mehr der Winkel, welchen die auf den unteren Glasspiegel fallenden Strahlen mit der Ebene dieses Spiegels machen, von $35^0\ 25'$ abweicht, desto unvollständiger ist die Polarisation. Der Winkel, für welchen die vollständige Polarisation stattfindet, für Glas also der Winkel $35^0 25'$, wird der Polarisationswinkel genannt.

Der Polarisationswinkel ist nicht für alle Substanzen gleich, jeder Körper hat seinen eigenthümlichen Polarisationswinkel; für Obsidian z. B. ist der Polarisationswinkel 33^0.

Man hatte schon für viele Körper durch Versuche den Polarisationswinkel bestimmt, als Brewster durch Vergleichung der Resultate zu dem merkwürdigen Gesetze geführt wurde, daß der Polarisationswinkel derjenige ist, für welchen der reflectirte Strahl auf dem gebrochenen rechtwinklig steht. Wenn also in Fig. 610 *si* der unter dem Polarisationswinkel einfallende Strahl ist, so wird der reflectirte Strahl *fi* mit dem gebrochenen *ir* einen rechten Winkel machen; für jeden andern Einfallswinkel steht der reflectirte Strahl nicht mehr rechtwinklig auf dem gebrochenen, alsdann ist aber der reflectirte Strahl auch nicht mehr vollständig polarisirt.

Fig. 610.

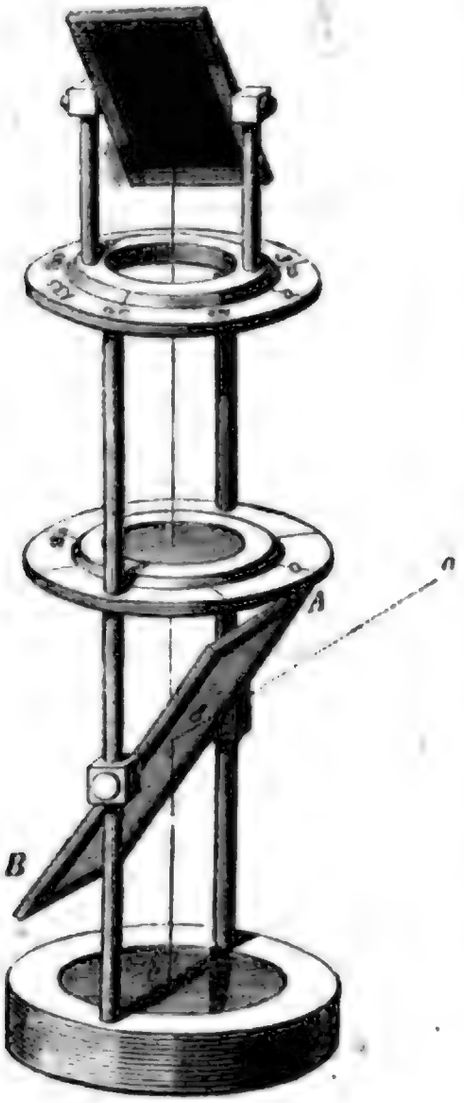
Da der Brechungsexponent der verschiedenfarbigen Strahlen nicht derselbe ist, so ist klar, daß selbst für eine und dieselbe Substanz der Polarisationswinkel nicht für die Strahlen aller Farben

derselbe seyn kann. Es erklärt sich daraus ganz einfach, warum ein Strahl weißen Lichts durch Reflexion niemals vollständig polarisirt seyn kann.

Die richtige Stellung der Spiegel im Polarisationsapparate mittelt man am besten durch den Versuch aus; man stellt beide Spiegel ungefähr in die richtige Neigung gegen die Vertikale, kreuzt ihre Reflexoinsebenen und corrigirt alsdann zuerst die Neigung des unteren Spiegels, indem man seine Neigung allmälig ändert und ihn in der Lage feststellt, für welche das oben reflectirte Licht im Minimum ist. Ist dies geschehen, so corrigirt man auf dieselbe Weise die Neigung des oberen Spiegels.

Bei genauer Untersuchung findet man, daß das von einer Wasserfläche, von einem Schieferdache, von einem polirten Tische u. s. w. reflectirte Licht mehr oder weniger polarisirt ist; ja fast alle spiegelnden Oberflächen können unter Umständen als Polarisationsspiegel dienen. Nur die metallischen Oberflächen machen hiervon eine Ausnahme.

Fig. 611.



Die Polarisationsebene. Damit 230
ein polarisirter Strahl von einem Polarisationsspiegel, den er unter dem Polarisationswinkel trifft, möglichst vollständig reflectirt werden könne, muß die Reflexionsebene dieses Spiegels eine bestimmte Lage haben; die Ebene nun, mit welcher die Reflexionsebene eines Spiegels zusammenfallen muß, wenn er einen polarisirten Strahl möglichst vollständig reflectiren soll, heißt die Polarisationsebene des Strahls. Eine durch den Mittelpunkt des oberen Ringes am Apparate, Fig. 611, und den Nullpunkt der Theilung gehende Vertikalebene ist z. B. die Polarisationsebene der durch den unteren Spiegel polarisirten Strahlen, denn sie werden von dem Zerlegungsspiegel nur dann möglichst vollständig reflectirt, wenn die Reflexionsebene desselben mit der bezeichneten Ebene zusammenfällt, wenn also der Index bei 0 oder 180° steht. Die Polarisationsebene dieser Strahlen fällt aber auch mit der Reflexionsebene des unteren Spiegels zusammen, woraus man schließen kann, daß, wenn ein Lichtstrahl durch Spiegelung polarisirt wird, seine Einfallsebene zugleich

auch seine Polarisationsebene ist. Steht der Index am Kopfe des Apparates bei 90° oder bei 270°, so steht die Reflexionsebene des Zerlegungsspiegels rechtwinklig auf der Polarisationsebene der von unten her ihn treffenden Strahlen.

231 **Polarisation durch gewöhnliche Brechung.** Wenn Lichtstrahlen unter einem Winkel von 35° auf eine durchsichtige Glastafel fallen, so werden sie zum Theil reflectirt und durch diese Reflexion polarisirt, zum Theil aber gehen sie auch durch die Glastafel hindurch. Die hindurchgegangenen Strahlen zeigen nun ebenfalls Spuren von Polarisation, und zwar steht ihre Polarisationsebene rechtwinklig auf der Polarisationsebene der an der Vorderfläche reflectirten Strahlen. Läßt man die durchgegangenen Strahlen, deren Polarisation, wie gesagt, sehr schwach ist, auf eine zweite, der ersteren parallele Glastafel fallen, so sind sie nach ihrem Durchgange durch diese zweite Glasplatte schon vollständiger polarisirt. Durch eine dritte, vierte, fünfte Glasplatte wird die Polarisation immer vollständiger; durch 8 bis 10 Glasplatten erhalten die durchgegangenen Strahlen schon eine ziemlich vollständige Polarisation.

Ein solches System von Glasplatten kann recht gut statt des Zerlegungsspiegels als Kopf des Polarisationsapparates gebraucht werden. Zu diesem Zwecke setzt man statt des Ringes, welcher den Zerlegungsspiegel trägt, einen Ring mit einem hohlen Cylinder auf den Apparat, und in diesen hohlen Cylinder kann man dann die Röhre, Fig. 612, mit den Glasplatten hineinstecken.

Fig. 612.

Wenn man die Säule von Glasplatten statt des Zerlegungsspiegels auf den Apparat aufgesetzt hat, so wird beim Durchsehen durch die Glasplatte das Gesichtsfeld dunkel erscheinen, wenn die Reflexionsebene der Platten mit der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen zusammenfällt, hell dagegen, wenn die Reflexionsebene der Glasplatten auf der Polarisationsebene der von unten kommenden Strahlen rechtwinklig steht.

232 **Polarisation durch Turmalinplatten.** Nimmt man von dem Polarisationsapparate den Zerlegungsspiegel weg und läßt man statt auf diesen die polarisirten Strahlen auf eine Turmalinplatte fallen, deren Oberflächen der krystallographischen Hauptaxe dieses Minerals parallel sind, so gewahrt man an dem durch die Platte hindurchgegangenen Lichte ganz ähnliche Erscheinungen wie diejenigen, welche man an dem vom Zergungsspiegel reflectirten Lichte beobachtete. Hat die Platte eine solche Stellung, daß ihre krystallographische Hauptaxe rechtwinklig auf der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen steht, so läßt sie die Strahlen so vollständig hindurch, als es die Färbung des Minerals erlaubt. Macht

aber die Axe der Platte einen andern Winkel mit der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen, so ist das durchgehende Licht um so schwächer, je kleiner dieser Winkel wird. Fällt die Axe der Platte in die Polarisationsebene der einfallenden Strahlen, so ist die Intensität des durchgegangenen Lichts ein Minimum, und falls die Platte dick genug ist, vollständig Null. Die Lage des Krystalls, bei welcher die Axe mit der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen einen rechten Winkel bildet, entspricht dem Falle, daß der obere Spiegel dem unteren parallel ist, die zuletzt erwähnte Stellung des Krystalls aber dem Falle der gekreuzten Spiegel.

Wenn eine solche Turmalinplatte in eine Fassung gebracht ist, welche ebenso wie die, welche die Säule von Glasplatten enthält, auf dem oberen Ringe des Polarisationsapparates drehbar ist, so kann die Turmalinplatte ebenso gut wie der Zerlegungsspiegel als Kopf des Apparates dienen, und man kann dieselben Versuche damit anstellen wie mit jenen.

An den Turmalinplatten, welche zu diesen Versuchen geschliffen im Handel vorkommen, sind gewöhnlich keine natürliche Krystallflächen mehr sichtbar; man kann deshalb der Platte durchaus nicht mehr ansehen, in welcher Richtung ihre Axe liegt. Die Lage der Axe läßt sich aber durch den Versuch am Polarisationsapparate sehr leicht ausmitteln. Stellt man nämlich die Platte so, daß das durchgelassene Licht ein Minimum ist, so wird eine durch den Nullpunkt der Theilung gehende vertikale Ebene, welche zugleich rechtwinklig auf der Oberfläche des Krystalls steht, diesen in der Richtung seiner krystallographischen Hauptaxe schneiden.

Aus den erwähnten Versuchen läßt sich schließen, daß, wenn gewöhnliches Licht auf eine solche Turmalinplatte fällt, es nach seinem Durchgange durch die Platte polarisirt sein wird, und zwar so, daß seine Polarisationsebene rechtwinklig auf der krystallographischen Hauptaxe der Platte steht. Legt man demnach zwei parallel mit der Axe geschnittene Turmalinplatten so aufeinander, daß ihre Axen parallel sind, so werden sie einfallendes gewöhnliches Licht ebenso gut durchlassen wie eine Platte, welche so dick ist wie beide zusammengenommen. Dreht man aber die eine Platte in ihrer Ebene herum, ohne die Lage der andern zu ändern, so wird das durchgelassene Licht schwächer und schwächer, bis es endlich ganz verschwindet, wenn die Axen beider Platten einen rechten Winkel mit einander machen. Zwei solcher Platten bilden also einen kleinen Polarisationsapparat.

Um zwei solcher Platten bequem gebrauchen zu können, hat man sie auf folgende Weise gefaßt. Ein Kupferdraht ist, wie Fig. 613 (a. f. S.) zeigt, in die Form einer Zange gebogen. Die beiden Enden des Drahtes bilden Ringe, in jedem dieser Ringe ist eine Hülse drehbar, in welche eine Turmalinplatte gefaßt ist. Wenn nicht durch den Druck der Hand oder

Fig. 613.

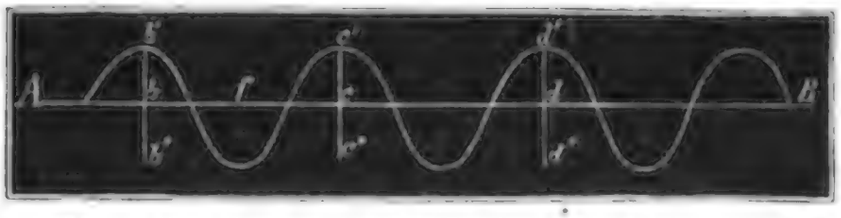
durch irgend einen Gegenstand, welchen man zwischen beide Hülsen legt, diese auseinander gehalten werden, so werden die einander gegenüberstehenden Flächen der Hülsen durch die Federkraft des Drahtes sanft an einander gedrückt, so daß, wenn man einen im polarisirten Lichte zu untersuchenden in Kork gefaßten Krystall zwischen beide Hülsen legt, er durch den schwachen Druck hinlänglich festgehalten wird, und daß man die ganze Vorrichtung in jeder beliebigen Lage vor das Auge bringen kann, ohne daß der Krystall herausfällt.

Man findet den Turmalin in den verschiedenartigsten Farben. Häufig kommen Turmalinkrystalle vor, welche dem äußeren Ansehen nach ganz schwarz sind, und die nur in ganz dünne Blättchen geschnitten durchsichtig werden. Ganz dünne Blättchen von dieser Art polarisiren zwar das Licht sehr vollständig, es ist aber sehr schwer, Platten zu schleifen, welche dünn genug sind, besonders auch deshalb, weil die Krystalle dieser Art im Inneren voller kleiner Risse und Sprünge sind, welche veranlassen, daß der Krystall sich bröckelt, sobald er nur einigermaßen dünn geschliffen wird. Sehr geeignet für den optischen Gebrauch sind die durchsichtigen braunen und röthlichbraunen Turmaline, wenn sie hinlänglich groß sind, daß man aus ihnen Platten schneiden kann, die doch wenigstens 8 bis 9 Quadratlinien Oberfläche haben; denn wenn die Platten noch kleiner sind, so ist das Gesichtsfeld, welches man durch sie bequem übersehen kann, zu klein. Am häufigsten werden die dunkelgrünen zu optischen Zwecken gebraucht; man kann sie am leichtesten in hinlänglicher Größe erhalten, und eine Platte von $\frac{1}{2}$ Linie Dicke polarisirt das Licht vollkommen genug. Je heller die Farber der Turmaline ist, desto unvollständiger polarisiren sie das Licht und desto dicker muß man die Platten nehmen, wenn man vollständige Polarisation erhalten will. Die bläulichen polarisiren am schlechtesten und sind deshalb am wenigsten zu empfehlen.

233 **Polarisation durch unregelmäßige Reflexion.** Das Licht, welches eine hell erleuchtete Fläche nach allen Seiten hin unregelmäßig reflectirt, ist immer theilweise polarisirt; um sich davon zu überzeugen, braucht man nur eine solche Fläche durch eine Turmalinplatte zu betrachten, und man wird finden, daß, je nachdem man die Turmalinplatte dreht, die Fläche bald heller, bald dunkler erscheint. Selbst das Licht des heiteren Himmels ist oft stark polarisirt, denn wenn man es mit einer Turmalinplatte untersucht, so wird, je nach der Stellung der Platte, der Himmel bald heller, bald dunkler erscheinen; diejenige Lage der Turmalinplatte, für welche er am dunkelsten erscheint, ist rechtwinklig zu derjenigen, für welche sie ein Maximum von Licht durchläßt.

Erklärung der Polarisation durch die Vibrationstheorie. Ein Lichtstrahl ist polarisirt, wenn alle seine Schwingungen in einer und derselben Ebene stattfinden. Alle Schwingungen des Strahls, dessen Ausweichungskurve Fig. 614 dargestellt ist, finden in der Ebene des Papiers

Fig. 614.



Statt, dieser Strahl ist also ein polarisirter Strahl.

In einem gewöhnlichen Lichtstrahle bleiben die Vibrationen nicht immer in derselben Ebene, sondern sie variiren nach allen möglichen, auf die Richtung des Strahls rechtwinkligen Richtungen.

Die Ebene, in welcher alle Schwingungen eines polarisirten Strahls stattfinden, heißt die Vibrationsebene desselben. Denkt man sich durch die Richtung des Strahls eine Ebene rechtwinklig auf die Schwingungsebene gelegt, so ist dies die Polarisationsebene des Strahls.

Es sey c, Fig. 615, die Projection eines polarisirten Lichtstrahls, welcher sich rechtwinklig zur Ebene des Papiers fortpflaanzt, $a\,b$ sey die Projection der Schwingungsebene, so ist $d\,e$ die Polarisationsebene. In einem durch Reflexion polarisirten Strahle sind die Schwingungen der Ebene des Polarisationsspiegels parallel. Die Schwingungsebene eines Strahls, welcher durch eine Turmalinplatte polarisirt worden ist, ist der krystallographischen Hauptaxe der Turmalinplatte parallel.

Fällt ein polarisirter Strahl, dessen Projection c und dessen Schwingungsebene $a\,b$, Fig. 616, seyn mag, auf eine Turmalinplatte, deren

Fig. 615.

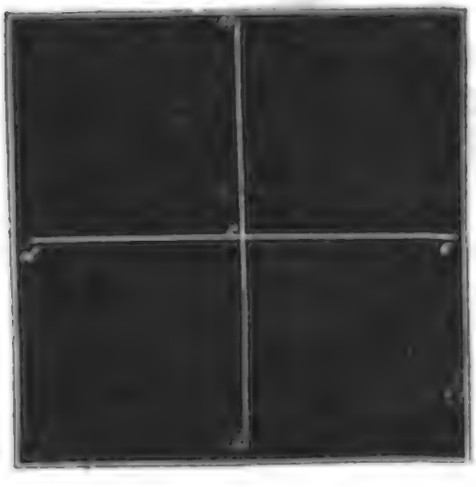
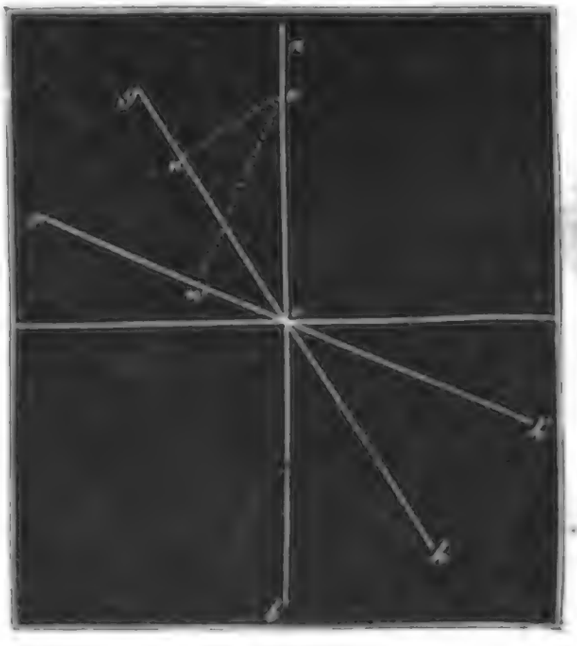
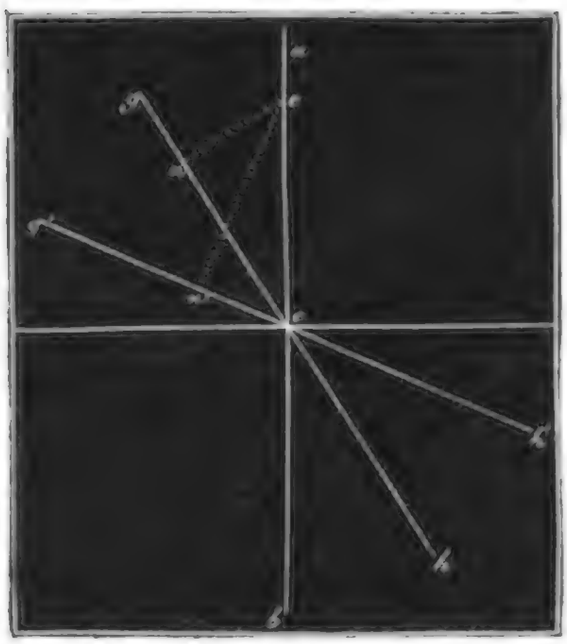


Fig. 616.



Schwingungsebene ebenfalls ab ist, so wird der Strahl von der Turmalinplatte durchgelassen. Sieht man also durch eine Turmalinplatte nach dem Polarisationsspiegel eines Polarisationsapparates (d. h. mit anderen Worten, gebraucht man statt des oberen Spiegels eine Turmalinplatte), so sieht man das Gesichtsfeld hell, wenn die krystallographische Hauptaxe der Platte auf der Reflexionsebene des unteren Spiegel rechtwinklig ist. Dreht man aber die Turmalinplatte, so wird das Gesichtsfeld dunkler und dunkler, bis es endlich ganz dunkel wird, wenn die Schwingungsebene des Turmalins mit der Reflexionsebene des unteren Spiegels zusammenfällt.

Fig. 617.



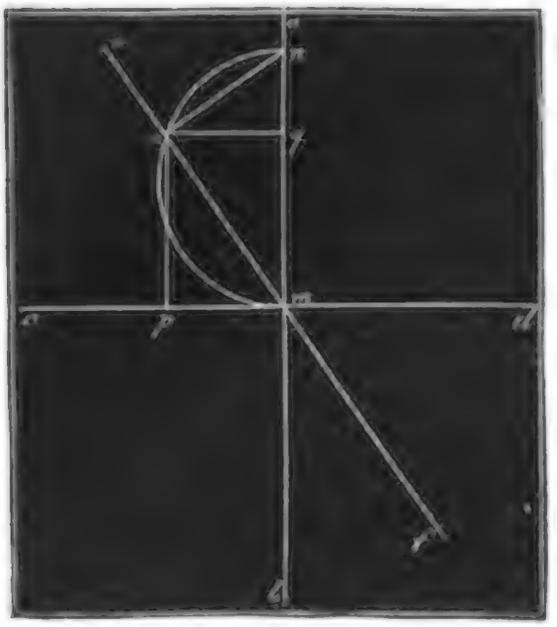
Diese Erscheinung ergiebt sich als nothwendige Folge der Theorie. Es stelle ec die Vibrationsintensität (d. h. das Maximum der Ausweichung eines Moleküls) für den Strahl dar, welcher durch die Turmalinplatte geht, wenn ihre Schwingungsebene die Richtung ab hat. Wenn nun die Platte so gedreht wird, daß ihre Schwingungsebene in die Lage gh kommt, so können die in der Ebene ab stattfindenden Vibrationen des die Platte treffenden polarisirten Strahles nach der Richtung gh offenbar nur Schwingungen von einer geringeren Intensität cn hervorbringen, die man nach dem Parallelogramme der Kräfte findet, wenn man von e ein Perpendikel en auf gh fällt. Offenbar muß nun die Vibrationsintensität cn, die man durch diese Zerlegung findet, um so geringer werden, je größer der Winkel wird, den gh mit ab macht, und muß ganz verschwinden, wenn dieser Winkel ein rechter ist.

Dieselben Schlüsse gelten auch für den Zerlegungsspiegel des Polarisationsapparates, und man sieht demnach leicht ein, warum der obere Spiegel ein Maximum von Licht reflectirt, wenn beide Spiegel parallel sind, ein Minimum hingegen, wenn sie gekreuzt sind.

Nach diesen Betrachtungen kann man auch schließen, welches die Erscheinungen seyn werden, wenn man eine Turmalinplatte zwischen die gekreuzten Spiegel des Apparates bringt. Fällt die Schwingungsebene des Turmalins mit der des unteren oder oberen Spiegels zusammen, so muß sie dunkel erscheinen, in jeder andern Lage hell, und zwar am hellsten, wenn die Schwingungsebene der Turmalinplatte den rechten Winkel halbirt, welchen die Schwingungsebene des unteren Spiegels mit der des

oberen macht. Es sey Fig. 618 ab die Schwingungsebene des unteren Spiegels, cd die des oberen, ef die der zwischen beiden liegenden Turmalinplatte. Es sey ferner mn die Vibrationsintensität des vom unteren Spiegel polarisirten Strahles. Diese Vibration wird durch die Turmalinplatte zerlegt; die Vibrationsintensität mo in der Ebene ef findet man, indem man von n ein Perpendikel auf ef fällt. Allein der durch die Turmalinplatte gegangene, in der Ebene ef mit der Intensität mo schwingende Strahl wird durch den oberen Spiegel nochmals nach der Ebene cd zerlegt, und die bekannte Construction giebt mp für die Vibrationsintensität nach dieser zweiten Zerlegung. Es ist klar, daß sich die Größe von mp ändert, wenn die Ebene ef ihre Lage ändert; wann aber mp ein Maximum seyn wird, ergiebt sich aus folgender Betrachtung.

Fig. 618.



Weil mon ein rechter Winkel seyn soll, so muß der Punkt o, welches auch die Lage der Ebene ef seyn mag, stets auf dem Umfange eines Halbkreises liegen, dessen Durchmesser mn ist. Nun aber ist mp gleich oq, d. h. gleich dem Perpendikel, welches von der Spitze des rechten Winkels auf die gegenüberstehende Hypothenuse mn gefällt wird. Wenn nun der Punkt o mit n zusammenfällt, so ist dieses Perpendikel auch gleich Null (das Gesichtsfeld ist dunkel, wenn die Schwingungsebene des Turmalins mit der des unteren Spiegels zusammenfällt). Je mehr nun o auf der Peripherie des Kreises von n fortrückt, desto größer wird das Perpendikel op, und es erreicht sein Maximum, wenn o um einen Viertelkreis von n absteht, denn in diesem Falle ist das Perpendikel dem Radius des Kreises gleich. Entfernt sich o noch weiter von n, so wird oq wieder kleiner, und wird wieder Null, wenn o mit m zusammenfällt. Wenn nun o um einen Viertelkreis von n absteht, so macht die Schwingungsebene ef einen Winkel von 45^0 mit der Schwingungsebene ab des einfallenden Strahls. Es giebt sich also aus dieser Betrachtung wirklich ein Maximum von Lichtintensität für den Fall, daß die Schwingungsebene des Turmalins einen Winkel von 45^0 mit der Schwingungsebene eines jeden der beiden Spiegel macht.

Von der Polarisation des Lichts durch doppelte Brechung kann erst im folgenden Kapitel die Rede seyn.

Achtes Kapitel.

Von der doppelten Brechung.

235 **Doppelte Brechung des Kalkspaths.** Wir haben bisher immer angenommen, daß beim Uebergange eines Lichtstrahls aus einem Mittel in ein anderes nur ein einziger gebrochener Strahl entstände; viele Körper haben jedoch die merkwürdige Eigenschaft, jeden einfallenden Lichtstrahl in zwei gebrochene Strahlen zu spalten. Diese mit dem Namen der doppelten Brechung bezeichnete Eigenschaft wurde zuerst von Erasmus Bartholinus am isländischen Kalkspath entdeckt und in einem Werke beschrieben, welches unter dem Titel »Experimenta Crystalli Islandici, disdiaclastici, quibus mira et insolita refractio detegitur« im Jahre 1669 zu Kopenhagen erschienen ist.

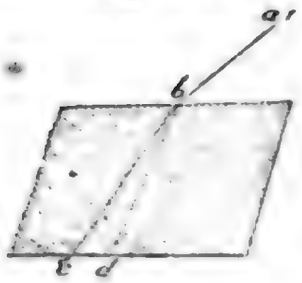
Alle diejenigen Körper, welche die erwähnte Eigenschaft besitzen, werden doppeltbrechende Körper genannt. Wir wollen zunächst die Erscheinungen der doppelten Brechung am Kalkspathe näher kennen lernen, weil sie an diesem Körper besonders leicht beobachtet werden können.

Der Kalkspath ist bekanntlich krystallisirter kohlensaurer Kalk; die zahlreichen Formen, unter welchen der Kalkspath vorkommt, gehören dem heragonalen Krystallsysteme an und lassen sich sämmtlich von einer und derselben Grundform ableiten. Die Kalkspathkrystalle sind nach drei verschiedenen Richtungen sehr vollkommen spaltbar; und dadurch ist es möglich, aus denselben Rhomboeder durch Spaltung zu erhalten. Besonders schöne, große und durchsichtige Kalkspathkrystalle werden auf der Insel Island gefunden, der isländische Doppelspath wird deshalb auch vorzugsweise zu Versuchen über die doppelte Brechung angewandt.

Wenn man ein durch Spaltungsflächen begränztes Kalkspathrhomboeder dicht vor das Auge hält, um durch dasselbe einen dünnen Körper, etwa eine Stecknadel, zu sehen, so erblickt man zwei deutlich getrennte Bilder; legt man das Rhomboeder auf ein Blatt weißen Papiers, auf welches man einen schwarzen Punkt gemacht hat, so sieht man den Punkt doppelt. Aus einer genauen Beobachtung dieser beiden Bilder, wie man sie durch ein Rhomboeder sieht, kann man die Gesetze der doppelten Brechung im Kalkspathe ableiten, wie dies auch Huyghens schon gethan hat.

Legt man auf die eine Fläche eines Kalkspathrhomboeders ein Kartenblatt, in welches mit Hülfe einer Stecknadel ein kleines Loch gestochen worden ist, läßt man dann durch diese kleine Oeffnung einen Sonnenstrahl ab, Fig. 619, auf den Krystall fallen, so wird man auf einem

Fig. 619.

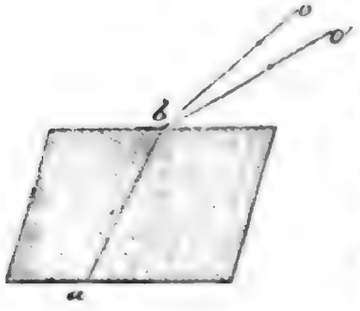


etwas durchsichtigen Papierblatte, mit welchem man die der Eintrittsfläche gegenüber liegende Fläche des Rhomboeders bedeckt, zwei helle Punkte, nämlich einen bei c und einen bei d, erblicken; es sind also von der Oeffnung b aus zwei ganz getrennte Strahlen durch den Krystall hindurch gegangen, welche die Austrittsfläche gerade in den Punkten c und d treffen; der Lichtstrahl $a\,b$ wird also bei seinem Eintritte in den Kalkspathkrystall in zwei Strahlen gespalten, welche, verschiedenen Brechungsgesetzen folgend, den Krystall in verschiedenen Richtungen durchlaufen; der eine Strahl ist stärker von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt als der andere.

Nach der Vibrationstheorie muß man annehmen, daß sich die Lichtwellen in einem stärker brechenden Mittel langsamer fortpflanzen; die ungleiche Ablenkung, welche die beiden Strahlen $c\,b$ und $b\,d$ erleiden, hängt also auch mit einer ungleichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit zusammen, der stärker gebrochene Strahl $b\,d$ pflanzt sich mit geringerer Geschwindigkeit durch den Krystall fort als der andere, oder auch, mit anderen Worten, für den stärker gebrochenen Strahl $b\,d$ ist die Wellenlänge kürzer als für den Strahl $b\,c$.

Dieser Versuch lehrt uns also zwei verschiedene Strahlenarten kennen, welche den Kalkspath mit ungleicher Geschwindigkeit durchlaufen; daß aber auch in einer und derselben Richtung zwei verschiedene Strahlen sich mit ungleicher Geschwindigkeit durch den Krystall fortpflanzen können, geht aus folgendem Versuche hervor. Man lege ein Kalkspathrhomboeder auf ein Blatt weißen Papiers, auf welches man einen schwarzen Punkt gemacht hat; wenn man nun auf die obere Fläche des Rhomboeders ein Stückchen Papier mit einer kleinen Oeffnung b legt, so sieht man in der Oeffnung b das Bild des schwarzen Punktes a nur nach zwei ganz bestimmten Richtungen $b\,o$ und $b\,o'$; daraus geht aber hervor, daß in der Richtung $a\,b$ zwei Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit den Krystall durchlaufen; denn wenn sich von a nach b nur ein einziger Strahl mit unveränderlicher Geschwindigkeit fortpflanzte, so könnte er nur nach einer einzigen bestimmten Richtung austreten. Derjenige Strahl $b\,o'$, welcher beim Austritte aus dem Krystalle am stärksten abgelenkt wird, pflanzt sich in der Richtung $a\,b$ mit geringerer Geschwindigkeit im Krystalle fort als der andere Strahl, welcher, in derselben Richtung $a\,b$ den Krystall durchlaufend, in der Richtung $b\,o$ austritt.

Fig. 620.



Um die Geſchwindigkeiten zu ermitteln, mit welchen die beiden Strahlenarten den Kryſtall durchlaufen, muß man die Brechungsexponenten für dieſelben beſtimmen, was am beſten mit Hülfe von Prismen geſchieht. Bevor wir von dieſer Beſtimmung weiter reden, wollen wir aber zunächſt die Kryſtallform des Kalkſpaths näher betrachten, um uns in Beziehung auf die verſchiedenen Richtungen, von denen alsbald die Rede ſeyn wird, gehörig zu orientiren.

236 **Kryſtallform des Kalkſpaths.** Als Grundgeſtalt des hexagonalen Kryſtallſyſtems kann man bekanntlich die doppeltſechsſeitige Pyramide, Fig. 621, betrachten, eine Form, welche am Bergkryſtalle am häufigſten beobachtet wird. Die ſechs horizontalen Kanten bilden, wenn alle Flächen gleichmäßig ausgebildet ſind, ein regelmäßiges Sechseck, welches Fig. 622 unverkürzt dargeſtellt iſt. Die Linien ad, be und cf, welche die gegen-

Fig. 621.

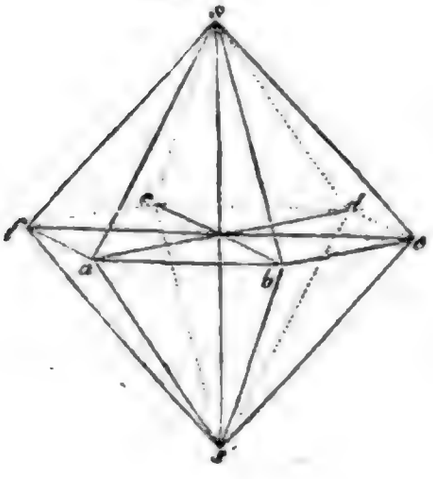


Fig. 622.

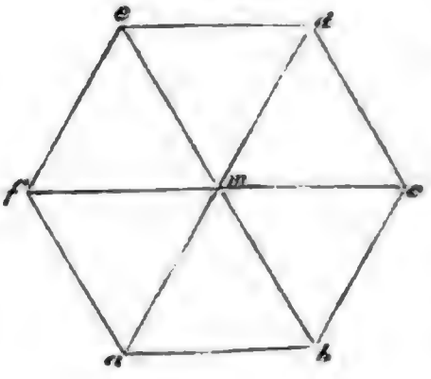
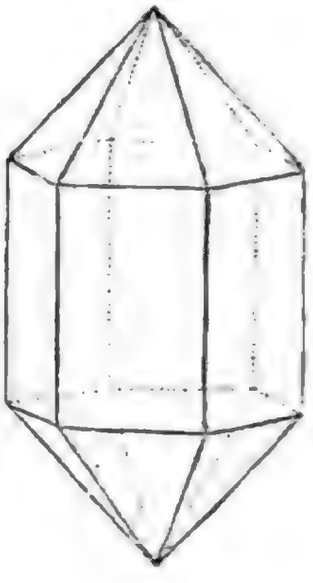


Fig. 623.



überſtehenden Ecken mit einander verbinden, ſind die Nebenaxen; ſie ſind einander gleich und ſchneiden ſich unter einem Winkel von 60°. Ein auf der Ebene der drei horizontalen Nebenaxen in ihrem Durchſchnittspunkte m errichtetes Perpendikel verbindet die Spitzen s und s' der beiden ſechsſeitigen Pyramiden Fig. 621; es es iſt dies die Hauptaxe des Kryſtalls. Beim Bergkryſtall verhält ſich die Länge einer Nebenaxe zur Länge der Hauptaxe wie 1 zu 1,1.

Wenn die horizontalen Kanten der doppelt ſechsſeitigen Pyramide durch Flächen abgeſtumpft ſind, welche der Hauptaxe parallel laufen, ſo entſteht eine regelmäßige ſechsſeitige Säule, welche oben und unten durch eine ſechsſeitige Pyramide begränzt iſt; es iſt dies die gewöhnlichſte Form des Bergkryſtalls; nur iſt er in der Regel mit dem einen Ende aufgewachſen, ſo daß er nur an einem Ende regelmäßig begränzt iſt.

In Fig. 624 ist die sechsseitige Säule oben und unten durch eine ebene Fläche begränzt, welche auf der Hauptaxe rechtwinklig steht; es ist dies eine Form, welche am Kalkspathe häufig beobachtet wird.

Fig. 624.

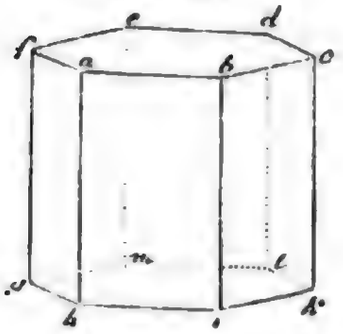
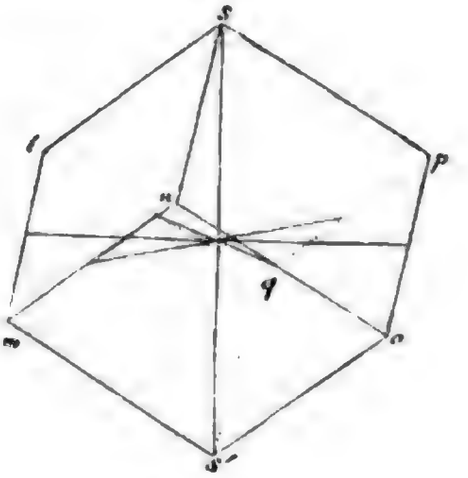


Fig. 625.



Das Rhomboeder Fig. 625 ist die hemiedrische Gestalt der doppelt sechsseitigen Pyramide, d. h. man kann sich aus dieser das Rhomboeder dadurch abgeleitet denken, daß die Hälfte der Flächen bis zum Verschwinden der übrigen wächst. Wenn z. B. in Fig. 621 von den oberen Flächen *bcs*, *des* und *fas*, von den unteren aber *abs'*, *cds'* und *efs'* bis zum Verschwinden der übrigen Flächen wachsen, so entsteht das Rhomboeder Fig. 625, in welches zur Erleichterung der Uebersicht die Axen noch eingezeichnet sind.

Beim Kalkspathe verhält sich die Länge einer Nebenaxe zu der Hauptaxe wie 1 zu 0,854.

Die Kanten eines Kalkspathrhomboeders sind nicht gleichartig; jede der drei Kanten nämlich, welche in *s* zusammentreffen, ist durch zwei Flächen gebildet, die sich hier unter einem Winkel von 105° 5′ schneiden; dasselbe gilt von den drei in *s'* zusammentreffenden Kanten, während in den Kanten *lm*, *mn*, *no*, *op*, *pq* sich immer zwei Flächen unter einem Winkel von 74°55′ schneiden. Man hat also an einem solchen Rhomboeder stumpfe und scharfe Kanten zu unterscheiden.

Auch die Ecken eines Rhomboeders sind von zweierlei Art; in *s* und *s'* nämlich treffen immer drei stumpfe Kanten zusammen, in jeder der anderen Ecken aber zwei scharfe und eine stumpfe; um die Ecken *s* und *s'* von den übrigen zu unterscheiden, wollen wir sie stumpfe Ecken nennen.

Denken wir uns die scharfen Kanten *lm*, *mn*, *no*, *op*, *pq*, und *ql* des Rhomboeders durch Flächen abgestumpft, welche der Hauptaxe parallel laufen, so entsteht eine sechsseitige Säule, welche oben sowohl als unten durch Rhomboederflächen begränzt ist, eine Combination, welche auch öfters beim Kalkspathe gefunden wird.

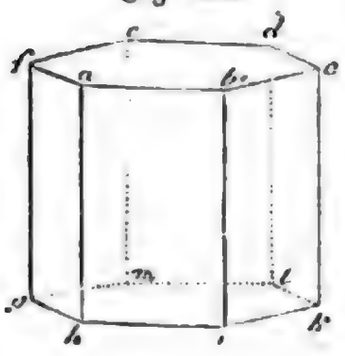
Die Hauptaxe des Krystalls geht durch die Mitte der stumpfen Ecken, d. h. sie macht gleiche Winkel mit jeder der drei stumpfen Kanten.

Wir haben bisher nur solche Rhomboeder betrachtet, an welchen alle Flächen gleichmäßig ausgebildet sind, was meistens nicht der Fall ist. Ein ganz gleichmäßig ausgebildetes Rhomboeder dürfte man z. B. nur in zwei Stücke spalten, um zwei rhomboedrische Stücke zu erhalten, deren einzelne Flächen nicht mehr gleich sind. Durch eine solche Zertheilung ist aber die gegenseitige Lage der Flächen, die Größe der Winkel nicht im mindesten geändert; man unterscheidet vor wie nach scharfe und stumpfe Kanten, spitze und stumpfe Ecken. Die Richtung der Hauptaxe ist immer derjenigen Linie parallel, welche gleiche Winkel mit jeder der drei in einem stumpfen Eck zusammenlaufenden Kanten macht.

237 **Erscheinungen, welche man durch Kalkspathsprismen bobachtet.** Wenn man ein Prisma aus Kalkspath verfertigt, so sieht man durch dasselbe in der Regel zwei Bilder eines und desselben Gegenstandes, und zwar ist der Abstand der beiden Bilder nicht allein von dem brechenden Winkel des Prismas, sondern auch von der Richtung abhängig, in welcher die Strahlen den Krystall durchlaufen.

Nehmen wir ein Kalkspathprisma zur Hand, dessen brechende Kante mit der krystallographischen Hauptaxe des Minerals parallel ist. Ein solches Prisma läßt sich am leichtesten aus einem, in Form einer sechsseitigen Säule krystallisirten Kalkspathe verfertigen, wenn ein solcher Krystall nur groß und durchsichtig genug ist. Wenn die Säulenflächen eines solchen Krystalls eben genug sind, so kann man ihn ohne weitere Bearbeitung schon zu unseren Versuchen anwenden, indem zwei Säulenflächen, welche weder mit einander parallel sind, noch gerade an einander stoßen, wie die Flächen *abhi* und *dekl*, Fig. 626, einen Winkel von 60° mit einander bilden, also ohne Weiteres als die brechenden Flächen eines Prismas dienen können. Um durch diese beiden Flächen einen Gegenstand recht bequem bobachten zu können, wird man am besten thun, alle anderen Säulenflächen matt zu schleifen oder schwarz anzustreichen. Sollten die beiden Säulenflächen, durch welche man beobachten will, wie es oft der Fall ist, nicht ganz eben, sondern etwas gestreift seyn, so muß man sie eben schleifen und poliren.

Fig. 626.



Betrachtet man durch ein solches Prisma irgend einen Gegenstand, etwa eine Kerzenflamme, so sind die beiden Bilder sehr weit von einander entfernt; weil es aber bequemer ist, wenn die beiden Bilder näher beisammen liegen, indem man sie alsdann leichter gleichzeitig übersehen kann,

so ist ein Prisma vorzuziehen, dessen brechender Winkel kleiner ist; ein solches Prisma läßt sich aber auch leicht aus einer sechsseitigen Säule verfertigen, indem man eine Fläche anschleift, welche etwa durch die Kanten ah und ck, und eine zweite, welche durch die Kanten ck und fg geht. Die brechenden Flächen $ahck$ und $fgck$, welche sich in der Kante ck schneiden, machen nur einen Winkel von 30° mit einander.

Auch aus Rhomboedern kann man solche Prismen schleifen, deren brechende Kante der Axe parallel ist, und zwar wird man aus Rhomboedern schönere und größere Prismen erhalten, weil man wohl große Kalkspathrhomboeder, aber selten große Säulen findet; doch läßt sich die Art und Weise, wie man aus Rhomboedern solche Prismen schleifen kann, nicht so leicht beschreiben, jedenfalls würde uns eine nähere Auseinandersetzung des Verfahrens zu weit führen.

Wenn man mit einem Kalkspathprisma, dessen brechende Kante der Axe parallel ist, nach der auf Seite 394 angegebenen Methode den Brechungsexponenten für das am wenigsten abgelenkte Bild bestimmt, so findet man den Werth 1,483, während man für das andere Bild den Brechungsexponenten 1,654 findet.

In dem eben betrachteten Falle bewegten sich die beiden Strahlen, sowohl der, welchen das am meisten abgelenkte Bild gab, als auch der andere, in solchen Richtungen durch den Krystall, welche auf der Hauptaxe desselben rechtwinklig stehen.

Untersucht man die beiden Bilder eines Kalkspathprismas, dessen brechende Ebenen irgend eine andere Lage gegen die Hauptaxe des Krystalls haben, als es in den bisher besprochenen der Fall war, so werden die Strahlen das Prisma nicht mehr in solchen Richtungen durchlaufen, welche rechtwinklig zur Hauptaxe sind. Bestimmt man abermals die Brechungsexponenten der Strahlen, welche die beiden Bilder geben, so findet man für das am meisten abgelenkte Bild wie vorher den Brechungsexponenten 1,654, für den Brechungsexponenten des andern Strahls findet man aber einen andern zwischen den Gränzen 1,654 und 1,483 liegenden Werth, der mit der Richtung variirt, in welcher der Strahl den Krystall durchläuft.

Der eine Strahl, dessen Brechungsexponent beständig gleich 1,654 gefunden wird, folgt also ganz dem Gesetze der gewöhnlichen Brechung, er wird deshalb der gewöhnliche, der ordentliche oder der ordinäre Strahl genannt; der andere Strahl aber, für welchen kein unveränderliches Verhältniß zwischen dem Sinus des Einfallswinkels und dem Sinus des Brechungswinkels besteht, heißt der ungewöhnliche, außerordentliche oder extraordinäre Strahl.

Da die ordinären Strahlen stets die am meisten abgelenkten sind, so

pflanzen sie sich auch mit geringerer Geschwindigkeit im Krystalle fort als die extraordinären. Aus der Unveränderlichkeit der Brechungsexponenten, welche man für den ordinären Strahl aus allen Versuchen erhält, ergiebt sich, daß die ordinären Strahlen nach allen Richtungen hin den Krystall mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufen; für die ordinären Strahlen also, welche sich von einem Punkte aus nach allen Seiten hin im Kalkspathe verbreiten, ist die Oberfläche der Lichtwellen kugelförmig, wie dies auch für die Lichtwellen der Fall ist, welche sich in einem einfach brechenden Mittel, etwa in Luft, in Wasser, in Glas u. s. w. verbreiten.

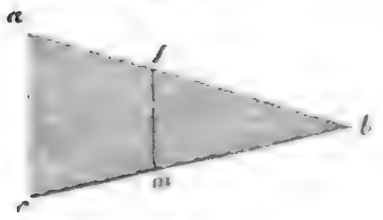
Da man für die extraordinären Strahlen nicht immer denselben Brechungsexponenten findet, so ist klar, daß sie sich nicht nach allen Richtungen hin mit gleicher Geschwindigkeit im Krystalle fortpflanzen, daß die Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen also nicht kugelförmig seyn kann.

Suchen wir nun zu ermitteln, wie die Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen von der Richtung abhängt, in welcher sie den Krystall durchlaufen.

Der kleinste Werth, welchen man für den Brechungsexponenten der extraordinären Strahlen findet, ist 1,483, und diesen Werth findet man, wie schon erwähnt wurde, für den Fall, daß die extraordinären Strahlen in irgend einer Richtung den Krystall durchlaufen, welche rechtwinklig auf der Hauptaxe des Krystalls steht. Da der Brechungsexponent der extraordinären Strahlen für alle anderen Richtungen größer ist, so ist klar, daß sich die extraordinären Strahlen im Krystall am schnellsten fortpflanzen, wenn die Richtung, in welcher sie ihn durchlaufen, rechtwinklig auf der krystallographischen Hauptaxe steht.

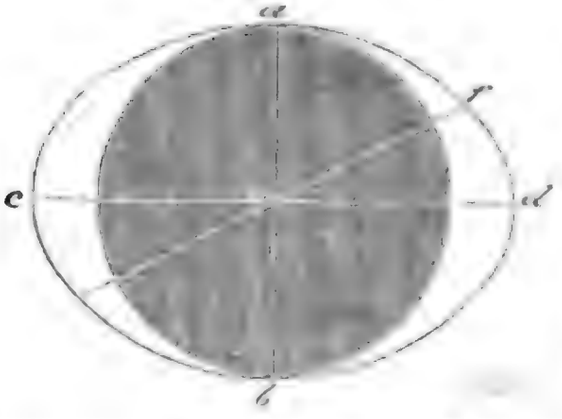
Die Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen ist um so geringer, je mehr sich die Richtung, in welcher sie den Krystall durchlaufen, der krystallographischen Hauptaxe nähert, in der Richtung dieser Axe selbst aber pflanzen sich alle Strahlen mit einer solchen Geschwindigkeit, wie sie dem Brechungsexponenten 1,654 entspricht, also mit der Geschwindigkeit der ordinären Strahlen fort; in der Richtung der Hauptaxe findet also gleichsam gar keine doppelte Brechung Statt; diese Axe ist also optisch von jeder anderen Richtung im Krystalle verschieden, sie führt deshalb auch den Namen der optischen Axe. Daß in der Richtung der optischen Axe wirklich keine doppelte Brechung stattfindet, läßt sich am einfachsten mit Hülfe eines Prismas zeigen, dessen brechende Flächen ab und bc, Fig. 627, ungefähr gleich stark gegen die Richtung lm der optischn Axe geneigt sind. Je nachdem man ein solches Prisma vor das Auge hält, sieht man ein einziges oder zwei Bilder desselben Gegenstandes; wenn man zwei Bilder

Fig. 627.



sieht, so kann man das Prisma so drehen, daß sich die beiden Bilder mehr und mehr einander nähern und daß sie endlich ganz zusammenfallen; in diesem Falle durchlaufen die gebrochenen Strahlen das Prisma in der Richtung der optischen Axe.

Fig. 628.



In Fig. 628 bezeichne die Linie $a\,b$ die Richtung der optischen Axe in einem Kalkspathkrystalle, die Länge $m\,a$ und $m\,b$ aber stelle die Geschwindigkeit der ordinären, $m\,c$ und $m\,d$ die Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen dar, mit welcher sie sich rechtwinklig zur optischen Axe im Krystalle fortpflanzen.

Eine Ellipse, deren kleine Axe $a\,b$, deren große Axe aber $c\,d$ ist, stellt uns nun das Gesetz dar, nach welchem sich die Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen im Krystalle mit ihrer Richtung ändert. Wollte man z. B. die Geschwindigkeit eines extraordinären Strahls ermitteln, dessen Richtung mit der optischen Axe einen Winkel von 60^0 macht, so hat man nur durch den Mittelpunkt m eine Linie $m\,f$ so zu ziehen, daß der Winkel $a\,m\,f$ gleich 60^0 ist; die Länge des Leitstrahls $m\,f$ stellt alsdann die Geschwindigkeit des extraordinären Strahls in der angegebenen Richtung dar, wenn $m\,a$ die Geschwindigkeit der ordinären und $m\,d$ das Maximum der Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen darstellt.

Sollte unsere Figur das Gesetz der Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen im Kalkspathe nicht allein der Art, sondern auch der Größe nach darstellen, so müßte sich die kleine Axe der Ellipse zur großen wie 1,483 zu 1,654 verhalten.

Denken wir uns um den Punkt m einen Kreis mit dem Radius $m\,a$ gezogen und alsdann die ganze Figur um die Axe $a\,b$ umgedreht, so entsteht durch die Umdrehung des Kreises eine Kugel, durch die Umdrehung der Ellipse aber ein Ellipsoid; die Kugel stellt die Wellenoberfläche der ordinären, das Ellipsoid die Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen dar.

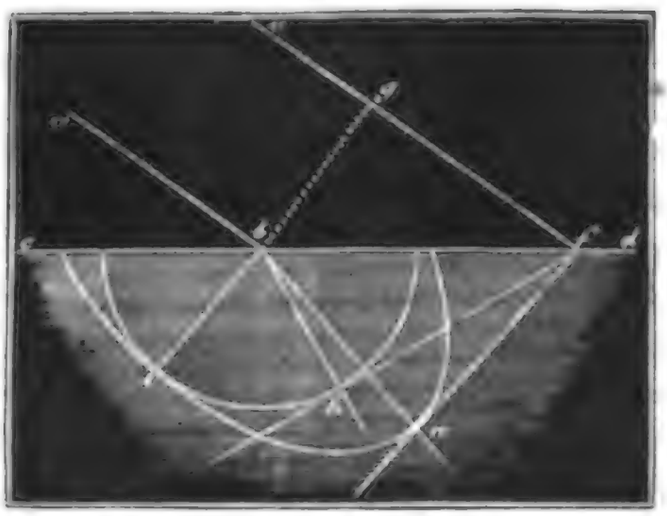
Denken wir uns irgend einen Punkt im Innern eines Kalkspathkrystalls, von welchem nach allen Seiten hin ordinäre Strahlen ausgehen, so werden sie sich nach allen Seiten mit gleicher Geschwindigkeit verbreiten; gleichzeitig von jenem Mittelpunkte ausgehend, werden sie auch

gleichzeitig auf der Oberfläche einer um dieſen Mittelpunkt gelegten Kugel ankommen; dieſe Kugel iſt die Wellenoberfläche der ordinären Strahlen.

In gleicher Weiſe bilden auch die von einem Punkte nach allen Richtungen hin ausgehenden extraordinären Strahlen ein Wellenſyſtem, deſſen Oberfläche aber keine Kugel, ſondern ein Ellipſoid iſt. In unſerem Falle iſt die Kugel, welche die Wellenoberfläche der ordinären Strahlen darſtellt, ganz von dieſem Ellipſoid eingehüllt, da ſich ja die ordinären Strahlen langſamer fortpflanzen als die extraordinären; nur in zwei Punkten berührt die Kugel das Ellipſoid, denn die kleine Axe des Ellipſoids iſt ja zugleich ein Durchmeſſer der Kugel.

Dies vorausgeſetzt, iſt es nun leicht, die Richtung der beiden gebrochenen Strahlen im Kalkſpathe durch Conſtruction zu finden. Es ſey in Fig. 629 $a\,b$ die Richtung des einfallenden Strahls, $c\,d$ die Oberfläche des Kalkſpathkryſtalls, ſo findet man die Richtung des ordinären gebrochenen Strahls nach der ſchon oben, Seite 497, angegebenen Conſtruction; man zieht nämlich $e\,f$ mit $a\,b$ parallel, fällt von b aus das Perpendikel $b\,g$ auf dieſe Linie und beſchreibt dann um b einen Kreis, deſſen Halbmeſſer ſich zu der Länge $g\,f$ verhält wie 1 zu 1,654; zieht man von f aus eine Tangente an den Kreis, ſo iſt die von b nach dem Berührungspunkte h gezogene Linie die Richtung des gebrochenen ordinären Strahls. Wenn nun die optiſche Axe des Kryſtalls mit der Richtung $b\,i$ zuſammenfällt, ſo iſt der Durchſchnitt der Papierebene mit der Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen die in unſerer Figur gezeichnete Ellipſe; um nun die Richtung des gebrochenen extraordinären Strahls zu finden, hat man nur von f aus eine Tangente an die Ellipſe und dann von b aus nach dem Berührungspunkte n eine Linie zu ziehen, welche letztere dann die Richtung des gebrochenen extraordinären Strahls iſt.

Fig. 629.

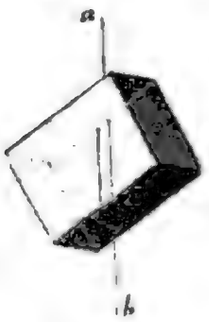


Wir haben bei der eben angegebenen Conſtruction nur einen beſondern Fall vor Augen gehabt, nämlich daß die optiſche Axe des Kryſtalls in der Einfallsebene des Strahls $a\,b$ liegt, daß alſo die optiſche Axe mit der Ebene der Figur zuſammenfällt; wenn dies nicht der Fall iſt, läßt ſich die

Richtung des extraordinären Strahls nicht durch Zeichnung ermitteln, weil er aldann aus der Ebene des Papiers heraustritt; um nämlich die Richtung des extraordinären Strahls zu finden, hätte man durch *f* eine Linie rechtwinklig zur Ebene des Papiers und durch diese Linie eine berührende Ebene an die ellipsoidische Wellenfläche der extraordinären Strahlen zu legen; nach dem Berührungspunkte dieser Ebene und des Ellipsoids, welcher im Allgemeinen außerhalb der Einfallsebene liegt, hat man dann von *b* aus eine Linie zu ziehen.

Aus dieser Construction, welche schon von Huyghens angegeben worden ist, ergiebt sich, daß der extraordinäre Strahl nicht immer in der Einfallsebene bleibt, was bei der gewöhnlichen Brechung stets der Fall ist. Um durch den Versuch zu zeigen, daß der extraordinäre Strahl nicht immer mit der Einfallsebene zusammenfällt, verfährt man am einfachsten auf folgende Art: Man ziehe auf ein Blatt weißen Papiers eine gerade Linie und bringe das Auge in irgend einen Punkt der durch die Linie gelegten Vertikalebene, etwa vertikal über den Punkt *b*, Fig. 630. Legt man nun ein Kalkspathrhomboeder so auf das Papier, daß dadurch ein Theil der Linie bedeckt wird, so sieht man im Krystall ein doppeltes Bild der Linie; das eine Bild fällt in die Richtung *a b*. die Strahlen, die es erzeugen, bleiben also in der Einfallsebene, das andere Bild hingegen liegt rechts oder links von *a b*, die Strahlen, welche dieses Bild erzeugen, sind also nicht in der durch die Linie *a b* und das Auge gelegten Einfallsebene geblieben. Nur in einem besondern Falle fällt auch das extraordinäre Bild in die Einfallsebene wenn nämlich die optische Axe des Krystalls selbst in der Einfallsebene, liegt; in diesem Falle decken sich auch die beiden Bilder der Linie.

Fig. 630.



Einaxige Krystalle. Einaxig heißen solche Krystalle, welche nur 238
eine optische Axe haben, d. h. in denen es nur eine einzige Richtung giebt, nach welcher der Krystall von allen Lichtwellen mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufen wird, wie dies beim Kalkspath und bei vielen anderen Krystallen der Fall ist, die wir bald werden kennen lernen.

Beim Kalkspathe werden die ordinären Strahlen stärker gebrochen als die extraordinären; alle einaxigen Krystalle nun, bei welchen dies ebenso der Fall ist, werden negative Krystalle genannt. In der folgenden Tabelle sind die wichtigsten der bis jetzt bekannten einaxigen negativen Krystalle aufgezählt.

Kalkſpath (kohlenſaurer Kalk)
Bitterſpath (kohlenſaure Kalkmagneſia)
Braunſpath (kohlenſaures Kalkeiſen)
Turmalin
Rubellit
Corund
Saphir
Rubin
Smaragd
Beryll
Apatit
Idocras (Veſuvian)
Wernerit.
Glimmer von Kariat
Phosphorſaures Bleioxyd
Strontianhydrat
Saures arſenikſaures Kali
Chlorſtrontium
Chlorcalcium
Honigſtein
Schwefelſaures Nickeloxid
Blutlaugenſalz
Phosphorſaurer Kalk
Arſenikſaures Bleioxyd
Salpeterſaures Natron.

Solche einaxigen Kryſtalle, bei denen die extraordinären Strahlen ſtärker gebrochen werden, heißen *poſitive*; folgende ſind die wichtigſten *einaxigen poſitiven* Kryſtalle.

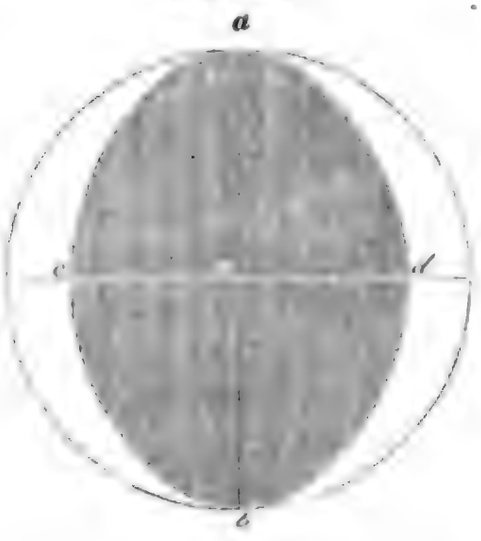
Zirkon
Quarz
Eiſenoxyd
Wolframſaures Zinoxyd
Apophyllit
Eſſigſaures Kalkkupfer
Magneſiahydrat
Eis
Titanit
Zinnſtein.

Nehmen wir z. B. ein Bergkryſtallprisma, deſſen brechende Kante mit der kryſtallographiſchen Hauptaxe parallel iſt, alſo etwa geradezu eine ſechsſeitige Säule von Bergkryſtall, wie ſie ſich in der Natur finden, ſo kann dieſe ganz in derſelben Weiſe als Prisma dienen, wie ein in Form einer ſechsſeitigen Säule kryſtalliſirter Kalkſpath; durch ein ſolches natürliches Quarzprisma ſieht man die beiden Bilder weit weniger von einander entfernt, als es bei einem ſolchen Kalkſpathprisma der Fall iſt; es iſt alſo zu dieſen Verſuchen ſehr geeignet. Beſtimmt man nun mit Hülfe dieſes Prismas den Brechungsexponenten für die beiden Bilder, ſo findet man die Werthe 1,558 und 1,548. Schleift man ein Prisma nach irgend einer andern Richtung, ſo findet man für den am wenigſten abgelenkten Strahl abermals den Brechungsexponenten 1,548, für den andern Strahl aber einen Brechungsexponenten, welcher zwiſchen 1,558 und 1,548 liegt; der Brechungsexponent der extraordinären Strahlen iſt alſo ſtets größer als der der ordinären, die extraordinären werden alſo am ſtärkſten gebrochen.

Bei den einaxigen poſitiven Kryſtallen fällt, wie bei allen einaxigen Kryſtallen, die optiſche Axe mit der kryſtallographiſchen Hauptaxe zuſammen. Wenn nun in Fig. 631 *ma* und *mb* die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit der ordinären Strahlen, *mc* und *md* aber die geringere Fortpflanzungsgeſchwindigkeit der ſtärker brechbaren extraordinären Strahlen recht-

winklig zur optischen Axe darstellen, wenn man ferner mit dem Halbmesser ma einen Kreis um m zieht, über die Axen ab und cb eine Ellipse construirt und sich dann die ganze Figur um die Axe ab umgedreht denkt, so entsteht durch die Umdrehung des Kreises eine Kugel, durch die Umdrehung der Ellipse ein Ellipsoid; die Kugel ist die Wellenoberfläche der ordinären, das Ellipsoid die Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen in einem einaxigen positiven Krystalle; hier ist die große Axe der Ellipse die Umdrehungsaxe des Ellipsoids, und das Ellipsoid wird ganz von der Kugel eingehüllt.

Fig. 631.

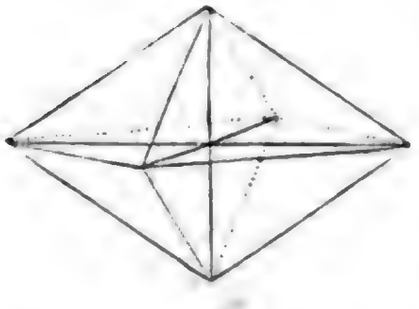


Zusammenhang der Krystallform mit der doppelten Brechung. 239

Alle Krystalle, welche zum regulären Krystallsysteme gehören, haben keine doppelte Brechung, alle Krystalle aber, welche zu irgend einem anderen Krystallsysteme gehören, sind doppeltbrechend. Optisch einaxig sind alle Krystalle des quadratischen und des hexagonalen Systems, alle Krystalle der drei folgenden Systeme haben zwei optische Axen; von den zweiaxigen Krystallen wird noch weiter unten die Rede seyn.

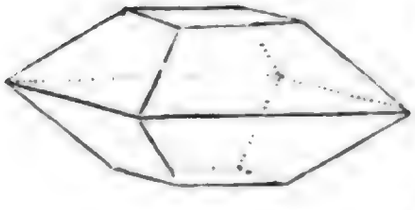
Die Grundgestalt des zwei- und einaxigen Krystallsystems ist ein Octaeder mit quadratischer Basis; die beiden horizontalen Axen dieser Grundgestalt sind einander gleich und schneiden sich unter rechtem Winkel, die vertikale Hauptaxe aber, welche auf der Ebene der horizontalen Nebenaxen rechtwinklig steht, ist entweder größer oder kleiner als diese Nebenaxen. Diese Grundform kommt ganz rein beim Honigstein vor; bei diesem Minerale verhält sich die Länge einer Nebenaxe zur Länge der Hauptaxe wie 1 zu 0,746.

Fig. 632.



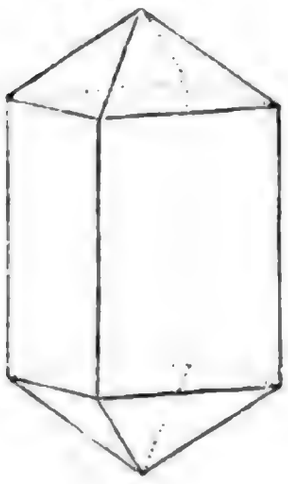
Wird das obere und untere Eck durch eine Fläche (die gerade Endfläche) abgestumpft, welche auf der Hauptaxe rechtwinklig steht, so entsteht die Combination Fig. 633, eine Form, welche ebenfalls beim Honigstein und auch beim Apophyllit beobachtet wird; es ist dies auch die Gestalt, in welcher in der Regel das Blutlaugensalz im Handel vorkommt. Das schwefelsaure Nickel-

Fig. 633.



oxyd krystallisirt ebenfalls häufig in der Form eines oben und unten abgestumpften Quadratoctaeders.

Fig. 634.



Denken wir uns die horizontalen Kanten des Quadratoctaeders durch Flächen abgestumpft, welche mit der Hauptaxe parallel sind, so entsteht die Combination Fig. 634, eine quadratische Säule, welche an beiden Enden durch die Flächen des Quadratoctaeders begränzt ist. Dies ist die Krystallform des sauren arsenikfauren Kalis; auch der Zirkon kommt meistens als quadratische Säule vor.

Wenn jede der vertikalen Kanten der Säule, Fig. 634, durch eine Fläche abgestumpft wird, welche auf der einen Nebenaxe rechtwinklig steht, so entsteht eine 8seitige Säule. Diese 8seitige Säule oben und unten durch die gerade Endfläche begränzt, ist die Form, in welcher gewöhnlich das essigsaure Kalkkupfer krystallisirt; manchmal kommt auch diese Form noch mit Octaederflächen combinirt vor.

Außer den eben besprochenen gehören auch noch folgende der oben angeführten optisch einaxigen Krystalle dem quadratischen Krystallsystem an: Wernerit, Vesuvian, Rutil, Zinnstein.

Alle übrigen oben als optisch einaxig angeführten Krystalle gehören dem hexagonalen Krystallsystem an, welches schon bei Gelegenheit der Krystallform des Kalkspaths weiter besprochen worden ist.

Bei allen optisch einaxigen Krystallen fällt die Richtung der optischen Axe mit der krystallographischen Hauptaxe zusammen.

240 **Polarisation durch doppelte Brechung.** Wenn man die Lichtstrahlen genauer untersucht, welche durch irgend einen doppeltbrechenden Körper hindurchgegangen sind, so findet man, daß sie stets polarisirt sind. Am leichtesten kann man sich davon auf folgende Weise überzeugen: Man halte irgend ein doppeltbrechendes Prisma vor das Auge, so wird man von einem und demselben Gegenstande zwei Bilder sehen; hält man nun zwischen das Auge und das Prisma eine polarisirende Turmalinplatte, so wird man leicht eine bestimmte Stellung derselben ausmitteln können, bei welcher nur eins der beiden Bilder im Prisma sichtbar ist; dreht man alsdann die Turmalinplatte in ihrer Ebene langsam um, so wird alsbald das zweite Bild auch sichtbar werden; je weiter man dreht, desto lichtschwächer wird das erste Bild, während das zweite stärker wird, und wenn man endlich um 90° gedreht hat, so verschwindet das erste Bild, und nur das

zweite ist sichtbar. Daraus geht nun nicht allein hervor, daß die Lichtstrahlen der beiden Bilder polarisirt sind, sondern auch, daß die Polarisationsebene des einen Bildes rechtwinklig auf der Polarisationsebene des andern steht oder, mit anderen Worten, daß die beiden Strahlenarten, welche sich durch einen doppeltbrechenden Krystall fortpflanzen, rechtwinklig zu einander polarisirt sind.

Nehmen wir ein Kalkspathprisma zur Hand, dessen brechende Kante mit der optischen Axe parallel ist. Die beiden Bilder irgend eines Gegenstandes, etwa einer Kerzenflamme, welche man durch das Prisma sieht, liegen neben einander, wenn man die Kante des Prismas vertikal hält. Bringt man nun eine Turmalinplatte zwischen das Prisma und das Auge, so verschwindet bald das eine, bald das andere Bild, je nachdem man der Turmalinplatte verschiedene Stellungen giebt.

Das eine Bild verschwindet, wenn die krystallographische Hauptaxe der Turmalinplatte vertikal, also parallel mit der Kante des Prismas gehalten wird, das andere Bild verschwindet, wenn die Axe der Turmalinplatte wagerecht steht.

Nun aber läßt die Turmalinplatte nur solche polarisirten Strahlen durch, deren Schwingungen mit ihrer Hauptaxe parallel sind; hält man also die Platte so, daß ihre Axe senkrecht steht, so gehen nur die vertikalen Oscillationen durch, hält man sie aber wagerecht, so werden nur wagerechte Schwingungen durchgelassen.

Da nun in den beiden Gränzlagen, wenn nämlich die Axe der Turmalinplatte vertikal oder wagerecht ist, nur ein Bild sichtbar ist, so geht daraus hervor, daß die Vibrationen, welche das eine Bild erzeugen, parallel mit der optischen Axe des Kalkspathprismas sind, während die Aethervibrationen, welche den anderen Strahl fortpflanzen, in einer Ebene vor sich gehen, welche auf der optischen Axe rechtwinklig steht.

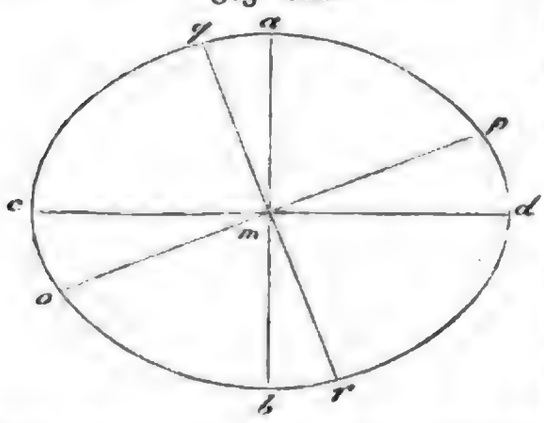
Wie man auch ein Prisma aus Kalkspath oder irgend einem anderen einaxigen doppeltbrechenden Krystalle schneiden mag, stets findet man, wenn man die beiden Bilder mit Hülfe einer Turmalinplatte untersucht, daß sie rechtwinklig zu einander polarisirt sind; die Richtung, nach welcher die Vibrationen für die beiden Strahlen stattfinden, läßt sich aber auf folgende Weise bestimmen.

Denkt man sich durch die Richtung, in welcher ein Lichtstrahl den Krystall durchläuft, und durch die Richtung der optischen Axe eine Ebene gelegt, so wird eine solche Ebene ein Hauptschnitt genannt; die Schwingungen des ordinären Strahls sind nun stets rechtwinklig auf der Ebene des Hauptschnitts, also auch rechtwinklig auf der Richtung der optischen Axe; die Schwingungen, welche den extraordinären Strahl fortpflanzen, finden dagegen in der Ebene des Hauptschnitts Statt.

241 Erklärung der doppelten Brechung durch die Vibrationstheorie. Um die bisher besprochenen Erscheinungen der doppelten Brechung zu erklären, nimmt die Undulationstheorie an, daß in allen doppeltbrechenden Krystallen die Elasticität des Aethers, durch dessen Vibrationen sich die Lichtstrahlen fortpflanzen, nicht nach allen Richtungen dieselbe sey.

So ist z. B. im Kalkspathe die Elasticität des Aethers in der Richtung der krystallographischen Hauptaxe größer als nach jeder andern Richtung, dahingegen ist die Elasticität des Aethers im Kalkspath ein Minimum nach allen Richtungen, welche auf der Axe rechtwinklig stehen.

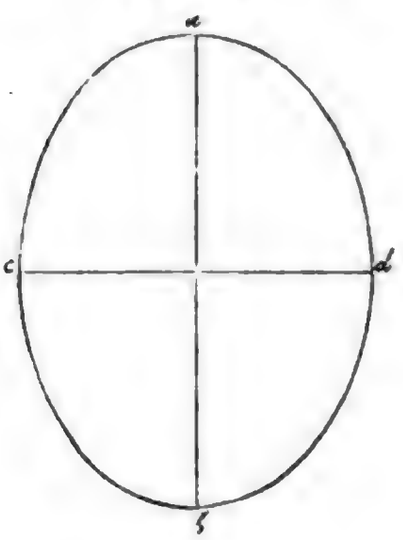
Fig. 635.



Stellen wir durch ab, Fig. 635, die Elasticität des Aethers in der Richtung der optischen Axe eines positiven Krystalls, durch cd die Elasticität rechtwinklig zur optischen Axe dar; beschreiben wir ferner eine Ellipse, deren kleine Axe ab, deren große Axe aber cd ist, denken wir uns alsdann die ganze Figur um die Axe ab umgedreht, so entsteht ein Umdrehungsellipsoid, welches das Gesetz darstellt, nach welchem sich die Elasticität des Aethers nach verschiedenen Richtungen ändert. Dieses Umdrehungsellipsoid führt den Namen der Elasticitätsoberfläche, und zwar ist es die Elasticitätsoberfläche für einaxige positive Krystalle.

Bei negativen Krystallen ist die Elasticität des Aethers in der Richtung der optischen Axe größer als nach jeder anderen Richtung, ein Minimum aber nach allen Richtungen, welche auf der optischen Axe rechtwinklig stehen. Wenn in der Ellipse, Fig. 636, die große Axe ab die Elasticität des Aethers in einem einaxigen negativen Krystalle, die kleine Axe cd aber die Elasticität des Aethers rechtwinklig zur optischen Axe darstellt, so entsteht durch Umdrehung dieser Ellipse um die große Axe ab die Elasticitätsoberfläche einaxiger negativer Krystalle.

Fig. 636.



Jede durch die optische Axe eines einaxigen Krystalls gelegte Ebene schneidet seine Elasticitätsoberfläche in einer Ellipse, jede auf der optischen Axe rechtwinklig stehende Ebene schneidet sie aber in einem Kreise.

Die Fig. 635 stellt uns den Durchschnitt der Elasticitätsoberfläche eines

positiven Krystalls mit einer durch seine optische Axe gelegten Ebene dar; wenn nun ein Lichtstrahl rechtwinklig zu dieser Ebene, also auch rechtwinklig zur optischen Axe durch den Krystall hindurchgeht, so wird die Geschwindigkeit, mit welcher er sich fortpflanzt, von der Richtung abhängen, in welcher die ihn erzeugenden Vibrationen stattfinden. Wenn m die Projection des sich rechtwinklig zur Ebene des Papiers fortpflanzenden Strahls ist, so können seine Vibrationen in der Richtung $a\,b$ oder in der Richtung $c\,d$ stattfinden.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Lichtstrahlen hängt nur von der Elasticität des Aethers in der Richtung ab, nach welcher die Vibrationen stattfinden; da aber in der Richtung $a\,b$ der Aether eine geringere Elasticität hat als in der Richtung $c\,d$, so werden die parallel mit $a\,b$ vor sich gehenden Schwingungen sich langsamer fortpflanzen als die Vibrationen, welche parallel mit $c\,d$ stattfinden, obgleich für beide Vibrationsarten die Richtung des Lichtstrahls dieselbe ist.

Die Geschwindigkeit eines Lichtstrahls, welcher sich rechtwinklig zur optischen Axe des Krystalls fortpflanzt, würde alle möglichen zwischen den beiden Gränzen liegenden Werthe haben können, welche den Schwingungsrichtungen $a\,b$ und $c\,d$ entsprechen, wenn überhaupt solche Schwingungen, deren Richtung zwischen $a\,b$ und $c\,d$ fällt, sich rechtwinklig zur Axe des Krystalls durch denselben fortpflanzen könnten. Die oben angeführten Versuche beweisen aber, daß sich rechtwinklig zur optischen Axe nur solche Strahlen fortpflanzen, deren Schwingungsrichtung mit der Richtung der optischen Axe zusammenfällt oder auf ihr rechtwinklig steht; also nur Schwingungen, die parallel mit der kleinen Axe $a\,b$ oder parallel mit der großen Axe $c\,d$ der Ellipse, Fig. 637 (a. f. S.), sind, pflanzen einen Lichtstrahl rechtwinklig zur optischen Axe des Krystalls fort.

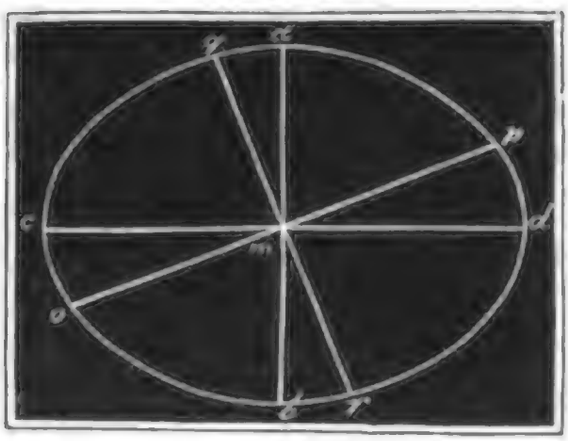
Jede durch den Mittelpunkt der Elasticitätsoberfläche gelegte Ebene schneidet dieselbe in einer Ellipse, wenn sie nicht gerade rechtwinklig auf der optischen Axe steht, denn in diesem Falle ist die Durchschnittslinie ein Kreis; wenn nun ein Lichtstrahl rechtwinklig zu der Ebene eines solchen elliptischen Schnittes den Krystall durchläuft, so müssen die ihn fortpflanzenden Vibrationen mit der Ebene des elliptischen Schnittes parallel seyn; allein nur solche Vibrationen pflanzen sich durch den Krystall fort, die mit der großen oder der kleinen Axe des elliptischen Schnittes parallel sind; und somit werden in jeder Richtung zwei Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit den Krystall durchlaufen können, je nachdem die Vibrationen, welche den Strahl fortpflanzen, mit der großen oder mit der kleinen Axe des auf der Richtung des Strahls rechtwinkligen elliptischen Schnittes parallel sind.

In welcher Richtung ein Lichtstrahl auch den Krystall durchlaufen mag, so wird doch eine auf seiner Richtung rechtwinklige Ebene die Elasticitäts-

oberfläche in einer Ellipſe ſchneiden, deren eine Axe rechtwinklig auf der optiſchen Axe des Kryſtalls ſteht, während die andere Axe in die Ebene fällt, welche man durch die Richtung des Strahls und die Richtung der optiſchen Axe legen kann, und die wir ſchon früher mit dem Namen des Hauptſchnitts bezeichnet haben.

Nehmen wir z. B. an, es pflanze ſich ein Lichtſtrahl in der Richtung op, Fig. 637, durch den Kryſtall fort, ſo wird eine auf dieſer Richtung rechtwinklige, durch die Mitte der Elaſticitätsoberfläche gelegte Ebene dieſe in einer Ellipſe ſchneiden, welche, weil ſie auf der Ebene der Figur rechtwinklig ſteht, hier als Linie qr verkürzt erſcheint; die eine Axe des elliptiſchen Schnittes iſt qr, und dieſe Axe liegt in der durch die Richtung des Strahls op und die optiſche Axe ab gelegten Ebene (hier die Ebene des Papiers), die andere Axe des elliptiſchen Schnittes erſcheint in unſerer Figur zum Punkte verkürzt, ſie fällt mit einem in m auf der Ebene des Papiers errichteten Perpendikel zuſammen; die Länge dieſer Axe aber iſt gleich der Axe cd, weil ja die Elaſticität des Aethers nach allen Richtungen hin, welche auf der Axe ab rechtwinklig ſind, dieſelbe iſt.

Fig. 637.



Nach dieſen Betrachtungen begreift man nun ſehr wohl, warum die ordinären Strahlen ſich nach allen Richtungen hin mit gleicher Geſchwindigkeit im Kryſtalle forpflanzen, da ja ihre Vibrationen ſtets rechtwinklig zur optiſchen Axe ſind und die Elaſticität des Aethers nach allen auf der optiſchen Axe rechtwinkligen Richtungen dieſelbe iſt; die Geſchwindigkeit der extraordinären Strahlen aber, deren Vibrationen in der Ebene des Hauptſchnittes vor ſich gehen, hängt von der Richtung der Strahlen ab. Wenn ein extraordinärer Strahl rechtwinklig zur optiſchen Axe den Kryſtall durchläuft, ſo finden ſeine Vibrationen in der Richtung der optiſchen Axe Statt; je mehr ſich aber die Richtung des extraordinären Strahls der Richtung der optiſchen Axe nähert, deſto mehr nähert ſich der Winkel, den ſeine Vibrationen mit der optiſchen Axe machen, einem rechten, deſto weniger iſt alſo ſeine Geſchwindigkeit von der Geſchwindigkeit der ordinären Strahlen verſchieden.

Die Vibrationen eines Strahls, welcher den Kryſtall in der Richtung der optiſchen Axe durchläuft, ſind rechtwinklig zur optiſchen Axe; da aber die Elaſticität des Aethers nach allen auf der optiſchen Axe rechtwinkligen Richtungen dieſelbe iſt, ſo findet für Strahlen, deren Richtung mit der optiſchen Axe zuſammenfällt, keine Verſchiedenheit in der Geſchwindigkeit Statt.

Da in einem positiven Krystalle die Elasticität des Aethers rechtwinklig zur optischen Axe ein Maximum ist, pflanzen sich auch die ordinären Strahlen, deren Vibrationen rechtwinklig zur optischen Axe vor sich gehen, schneller im Krystalle fort als die extraordinären; die ordinären Strahlen werden also weniger stark gebrochen als die extraordinären, in negativen Krystallen dagegen werden die ordinären Strahlen am stärksten gebrochen, weil die Elasticität des Aethers rechtwinklig zur optischen Axe in diesen Krystallen ein Minimum ist, weil sich also die ordinären Strahlen langsamer im Krystalle fortpflanzen als die extraordinären.

Diese Betrachtungen enthalten auch den Grund, warum man annimmt, daß die Vibrationen eines polarisirten Lichtstrahls rechtwinklig zu seiner Polarisationsebene stattfinden. Um die gleichförmige Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ordinären Strahlen zu erklären, müssen wir nothwendig annehmen, daß ihre Schwingungen rechtwinklig zur optischen Axe stattfinden. Wenn man nun ein Kalkspathprisma vor das Auge hält, dessen brechende Kante mit der optischen Axe parallel ist, so muß man, um das extraordinäre Bild verschwinden zu machen, eine Turmalinplatte so zwischen das Auge und das Prisma bringen, daß die krystallographische Hauptaxe der Turmalinplatte rechtwinklig auf der optischen Axe des Prismas steht; da nun die Vibrationen des durch die Turmalinplatte noch sichtbaren Bildes rechtwinklig zur optischen Axe des Kalkspaths sind, so ist klar, daß eine Turmalinplatte gerade solche Vibrationen durchläßt, welche mit ihrer krystallographischen Axe parallel sind, wie wir dies oben schon ohne Weiteres angenommen haben. Wenn man aber durch eine Turmalinplatte nach dem unteren Spiegel eines Polarisationsapparates sieht, so bleibt das Gesichtsfeld hell, wenn die krystallographische Axe der Turmalinplatte, also die Schwingungsrichtung der durchgelassenen Strahlen, auf der Reflexionsebene des unteren Spiegels, also auf der Polarisationsebene der zur Turmalinplatte gelangenden Strahlen, rechtwinklig steht.

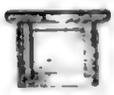
Doppeltbrechende Prismen als polarisirende Apparate. Da 242
alle Strahlen, welche einen doppeltbrechenden Krystall durchlaufen haben, polarisirt sind, so kann man auch doppeltbrechende Prismen statt der Polarisationsspiegel oder statt der Turmalinplatten anwenden; namentlich lassen sich doppeltbrechende Prismen sehr gut statt des Zerlegungsspiegels als Kopf des Polarisationsapparates anwenden.

Wenn man ein doppeltbrechendes Prisma als Zerleger im Polarisationsapparate anwenden will, ist es zweckmäßig, dasselbe durch ein Glasprisma zu achromatisiren, damit die prismatische Farbenzerstreuung und die Ablenkung der Bilder nicht störend wirkt. Wenn man ein Kalkspathprisma und ein Glasprisma von gleichem brechenden Winkel zusammenkittet, so findet für den ordinären Strahl weder eine Ablenkung, noch eine Farben-

zerstreuung Statt, da der Brechungsexponent und die Farbenzerstreuung im Glase dem Brechungsexponenten und der Farbenzerstreuung für den ordinären Strahl im Kalkspathprisma ziemlich gleich ist. Sieht man durch ein so achromatisirtes Kalkspathprisma nach irgend einem Gegenstande, etwa nach einer Kerzenflamme, so sieht man zwei Bilder, von denen das eine, das extraordinäre, noch farbige Säume zeigt, während das andere davon frei ist. Dreht man nun das Prisma vor dem Auge um, so bleibt dabei das farblose Bild fast ganz unverrückt stehen, während das farbig gesäumte sich um das erstere dreht.

Um ein achromatisches Kalkspathprisma bequem als Kopf des Polarisationsapparates gebrauchen zu können, wird es in eine Hülse von Messing gefaßt, wie man Fig. 638 sieht; man kann es ganz ebenso auf den Apparat aufsetzen, wie die in Fig. 612 abgebildete Röhre mit der Säule von Glasplatten. Wenn man auf das mittlere Tischchen des Polarisationsapparates einen schwarzen Schirm legt, in dessen Mitte sich eine Oeffnung von etwa zwei Linien Durchmesser befindet, so kann nur durch diese Oeffnung polarisirtes Licht zum oberen Theile des Apparates gelangen. Sieht man nach der Oeffnung von oben her durch ein achromatisirtes Kalkspathprisma, so sieht man die Oeffnung doppelt, und wenn man das Prisma um seine vertikale Axe umdreht, so werden die beiden Bilder abwechselnd hell und dunkel; wenn die Helligkeit des einen Bildes zunimmt, so nimmt die des andern ab, und wenn das eine Bild ein Maximum von Helligkeit erreicht hat, so erscheint das andere Bild ganz dunkel, was sich ganz natürlich dadurch erklärt, daß die beiden Strahlenarten, welche sich durch ein doppeltbrechendes Prisma fortpflanzen können, rechtwinklig zu einander polarisirt sind; das eine der beiden Bilder entspricht also dem Falle der parallelen, das andere dem Falle der gekreuzten Spiegel des Polarisationsapparates.

Fig. 638.

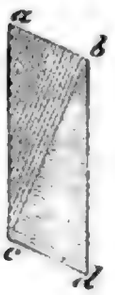


Zu vielen Versuchen ist eine Turmalinplatte ungleich bequemer als ein Polarisationsspiegel, nur ist oft die Färbung einer solchen Platte störend; statt der Turmalinplatte könnte man aber fast eben so bequem ein doppeltbrechendes Prisma zur Erzeugung oder Zerlegung des polarisirten Lichts anwenden, wenn es nicht zu gleicher Zeit zwei rechtwinklig zu einander polarisirte Strahlenbündel lieferte. Auf eine sinnreiche Weise hat nun Nicol zwei Kalkspathprismen so combinirt, daß nur das eine polarisirte Strahlenbündel durch das System hindurchgeht.

In Fig. 639 seyen abc und bcd zwei Kalkspathstücke, die mit den wohlpolirten Flächen bc durch Kanadabalsam zusammengekittet sind. Die Fläche cb hat nun gegen die durch die Fläche cd eindringenden Strahlen eine solche Neigung, daß die stärker brechbaren ordinären Strahlen an der Balsamschicht, deren Brechungsexponent 1,54 ist, schon eine vollständige

Reflexion erleiden, während nur die weniger brechbaren extraordinären Strahlen durch die Balsamschicht hindurch in das andere Prisma gelangen und bei ab austreten. Ein solches Prisma giebt also nur ein polarisirtes Bild.

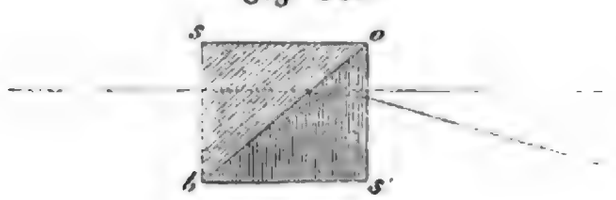
Fig. 639.



Wenn man schräg auf eine Wasseroberfläche sieht, so kann man die unter dem Wasserspiegel befindlichen Gegenstände nur schwer erkennen, weil der Glanz der Wasseroberfläche es hindert; da die vom Wasser gespiegelten Strahlen aber größtentheils polarisirt sind, so kann man dieses störende Licht leicht vom Auge abhalten, wenn man sie nach Arago's Angabe mit einer gehörig gehaltenen Turmalinplatte auffängt. Auch das Nicol'sche Prisma läßt sich seiner Farblosigkeit wegen mit Vortheil anwenden, um durch Abhaltung des an der Oberfläche des Wassers gespiegelten Lichts die unter dem Wasser befindlichen Gegenstände sichtbar zu machen.

Rochon's Mikrometer. In Fig. 640 seyen obs und obs' zwei 243
zusammengekittete Prismen von Bergkrystall; die optische Axe des einen steht rechtwinklig auf der Fläche sb, sie läuft also mit der Fläche so parallel, die optische Axe des zweiten Prismas hingegen läuft parallel mit der Durchschnittskante der Flächen os' und bs', sie steht also rechtwinklig auf der Ebene des Papiers. Wenn nun von irgend einem Gegenstande her Lichtstrahlen rechtwinklig auf die vordere Fläche sb des ersteren Prismas fallen, so werden sie ohne alle Ablenkung dieses erste Prisma durchlaufen; beim Uebergang in das zweite Prisma werden die ordinären Strahlen auch nicht abgelenkt, sie treten also mit unveränderter Richtung an der Fläche os' aus; die extraordinären Strahlen hingegen werden durch das zweite Prisma eine Ablenkung erfahren, sie verlassen dasselbe in einer andern Richtung als die ordinären; der Winkel e, den die austretenden ordinären Strahlen mit den austretenden extraordinären machen, hängt von der Größe des brechenden Winkels bos' ab, und man kann den Winkel e berechnen, wenn die Größe des Winkels bos' bekannt ist, da man ja den Brechungsexponenten der extraordinären und der ordinären Strahlen im Bergkrystall ein- für allemal kennt. Wenn der brechende Winkel bos' 30°, 40°, 50°, 60° ist, so findet man für den Ablenkungswinkel e die Werthe 19′30″, 28′20″, 40″ 57′40″.

Fig. 640.



Statt den Ablenkungswinkel e durch Rechnung zu ermitteln, ist es besser, ihn direct durch den Versuch zu bestimmen. Wenn man nämlich

durch ein ſolches Prisma nach irgend einem Gegenſtande hinſieht, ſo erblickt man zwei Bilder deſſelben, die je nach der Größe und Entfernung des Gegenſtandes theilweiſe einander decken oder durch einen Zwiſchenraum von einander getrennt erſcheinen. Wenn nun der zu betrachtende Gegenſtand eine kreisförmige Scheibe iſt, ſo iſt es leicht, ſie in eine ſolche Entfernung zu bringen, daß die beiden Bilder ſich gerade berühren, und in dieſem Falle erſcheinen die beiden Mittelpunkte gerade um den Durchmeſſer d der Scheibe getrennt. Bezeichnet man nun die Entfernung der Scheibe mit z, ſo iſt offenbar

$$tang.\ e = \frac{d}{z},$$

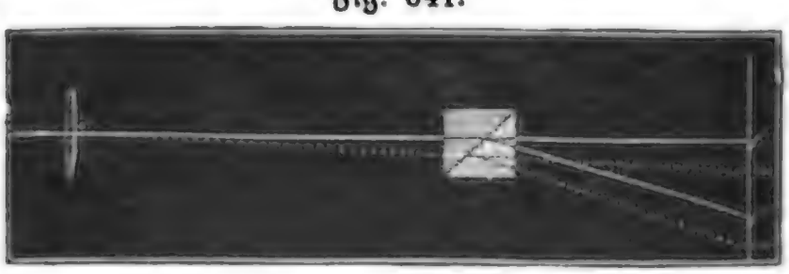
wenn mit e der Ablenkungswinkel der extraordinären Strahlen, alſo der Winkel bezeichnet wird, welchen die nach der Mitte des ordinären und des extraordinären Bildes gezogenen Viſirlinien mit einander machen.

Wenn der Winkel e für ein ſolches Prisma einmal bekannt iſt, ſo kann man mit Hülfe der eben angegebenen einfachen Gleichung für irgend einen Gegenſtand, deſſen beide Bilder ſich gerade berühren, den Durchmeſſer d berechnen, wenn die Entfernung z bekannt iſt, un umgekehrt die Entfernung z finden, wenn man ſeinen Durchmeſſer d kennt.

Unſer Prisma wird vorzugsweiſe in Fernröhren angewandt, um den Durchmeſſer oder die Entfernung von Gegenſtänden zu beſtimmen. Ein mit einem doppeltbrechenden Prisma zu dieſem Zwecke verſehenes Fernrohr führt nach ſeinem Erfinder den Namen Rochon's Mikrometer. Das Prisma befindet ſich zwiſchen dem Objectiv und dem Ocular des Fernrohrs und kann nach Belieben von dem Objectiv entfernt oder demſelben genähert werden.

In Fig. 641 ſtelle c eine Sammellinſe dar, welche auf irgend einem

Fig. 641.

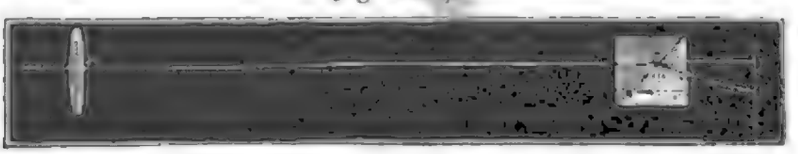


Schirm in fm das Bild eines fernen Gegenſtandes entwirft; bringt man nun ein Rochon'ſches Prisma zwiſchen die Linſe c und den Schirm, ſo werden die ordinären Strahlen ebenfalls in fm ein Bild entwerfen, die extraordinären Strahlen aber, welche nach dem Austritt aus dem Prisma

mit den ordinären einen Winkel e machen, werden ein zweites Sammelbild in $f'm'$ erzeugen.

Da der Winkel, welchen die ordinären und extraordinären Strahlenbündel mit einander machen, unverändert derselbe bleibt, so wird die Entfernung der beiden Bilder fm und $f'm'$ wachsen, wenn man das Prisma vom Schirm entfernt, die Entfernung der Bilder wird aber kleiner werden, wenn man das Prisma dem Schirme nähert, man kann demnach leicht dem Prisma eine solche Stellung geben, daß sich die beiden Bilder auf dem Schirme gerade berühren, wie dies Fig. 642 angedeutet ist.

Fig. 642.



Was eben gesagt wurde, gilt auch noch, wenn diese Linse c das Objectiv eines Fernrohrs ist und wenn man die Bilder nicht auf einem Schirme auffängt, sondern sie durch das Ocular des Fernrohrs betrachtet. Wenn sich die beiden Bilder gerade berühren, so besteht zwischen dem Ablenkungswinkel $fzm = e$ und dem Winkel $fcm = v$, welcher dem Winkel gleich ist, unter welchem der Gegenstand ohne Fernrohr erscheint, folgende Beziehung.

Es ist $tang.\, e = \frac{fm}{fz} = \frac{fm}{h}$, wenn man mit h die Entfernung des Prismas von dem Bilde für den Fall bezeichnet, daß die beiden Bilder sich gerade berühren; ferner ist $tang.\ v = \frac{fm}{fc} = \frac{fm}{f}$, wenn f die Brennweite des Objectivs bezeichnet; daraus ergiebt sich aber die Proportion

$$tang.\ v : tang.\ e = \frac{1}{f} : \frac{1}{h},$$

und daraus folgt

$$tang.\ v = \frac{h}{f}\ tang.\ e.$$

Wenn man das Fernrohr auf irgend einen entfernten Gegenstand richtet und das Prisma so verschiebt, daß die beiden Bilder in Berührung kommen, so kann man nach dieser Formel die Größe des Gesichtswinkels v berechnen, unter welchem der Gegenstand ohne Fernrohr erscheint, da der Werth von e ja ein- für allemal für das Prisma ausgemittelt und die Brennweite des Objectivs bekannt ist. Um den Werth von h, d. h. die Entfernung des Prismas von der Stelle, wo das Objectiv seine Bilder

entwirft, zu messen, muß die Einrichtung getroffen seyn, daß man diese Entfernung an einer außen am Fernrohre angebrachten Theilung ablesen kann. Die Verschiebung des Prismas kann auf ähnliche Weise bewerkstelligt werden, wie die Verschiebung des kleinen Spiegels in dem Spiegeltelescope.

Anstatt der Theilung, welche die Entfernung des Prismas von der Stelle angiebt, an welcher das Bild des Objectivs entsteht, kann man eine empirische Theilung auftragen, welche ohne Weiteres den gesuchten Winkelwerth v angiebt. Eine solche Theilung erhält man auf folgende Weise.

Man richtet das Fernrohr auf eine kreisförmige Scheibe, deren Entfernung und deren Durchmesser man kennt; der Winkelwerth, unter welchem die Scheibe dem unbewaffneten Auge erscheint, ist leicht zu berechnen, wir wollen z. B. annehmen, er betrage 30′. Man stellt nun das Prisma im Fernrohre so, daß man nur ein Bild der Scheibe sieht, und so erhält man den Nullpunkt der Theilung; alsdann rückt man das Prisma gegen das Objectiv hin, bis sich die beiden Bilder berühren; da man nun weiß, daß der Sehwinkel v gleich 30′ ist, so bezeichnet man die Stelle auf der Röhre, an welcher jetzt das Merkzeichen des Prismas steht, mit 30′, theilt dann die Entfernung dieses Punktes von dem Nullpunkte der Theilung in 30 gleiche Theile und setzt dann diese Theilung auch noch jenseits des Punktes 30 fort. Richtet man nun das Fernrohr auf irgend einen andern Gegenstand, bringt man durch Verschiebung des Prismas die beiden Bilder desselben in Berührung, so kann man ohne Weiteres den Werth des Sehwinkels für diesen Gegestand auf dem Rohre ablesen.

Neben dieser Theilung, welche die Winkelwerthe angiebt, unter welchen die Gegenstände dem bloßen Auge erscheinen, stehen andere, welche das Verhältniß zwischen der Größe und der Entfernung der Gegenstände angeben. So steht z. B. neben 4′ die Zahl 859, und dies bedeutet, daß die Entfernung eines Gegenstandes 859mal so groß ist als sein Durchmesser, wenn er unter einem Winkel von 4′ erscheint; mit Hülfe dieser Zahlen kann man nun sehr leicht die Größe eines Gegenstandes aus seiner Entfernung, und umgekehrt seine Entfernung aus seiner Größe berechnen.

244 **Zweiaxige Krystalle.** In allen Krystallen, welche zu den drei letzten Krystallsystemen gehören, giebt es zwei Richtungen, in welchen sich alle ebenen Wellen mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzen, oder, mit anderen Worten, alle diese Krystalle haben zwei optische Axen.

Fresnel, von welchem die Theorie der doppelten Brechung einaxiger Krystalle herrührt, deren Grundzüge wir in Nro. 241 entwickelt haben, fand, daß die doppelte Brechung in zweiaxigen Krystallen ganz anderen Gesetzen folgt; in den zweiaxigen Krystallen giebt es keinen ordinären

Strahl mehr, d. h. keinen, welcher den Kryſtall nach allen Richtungen mit gleicher Geſchwindigkeit durchläuft; alſo keiner der beiden Strahlen, in welche ein einfallender Lichtſtrahl bei ſeinem Eintritte in einen zweiaxigen Kryſtall geſpalten wird, folgt den Geſetzen der gewöhnlichen Brechung.

Der Winkel, welchen die Richtungen der beiden optiſchen Axen mit einander machen, iſt nicht für alle Kryſtalle derſelbe, wie man aus der folgenden Tabelle erſehen kann.

Namen der Kryſtalle	Winkel der optiſchen Axen
Kohlenſaures Bleioxyd (Weißbleierz)	5° 15′
Salpeter	5° 20′
Kohlenſaurer Strontian	6° 56′
Glimmer (gewiſſe Arten)	6°
Talk	7° 24′
Barythydrat	13° 18′
Arragonit	18° 18′
Glimmer (gewiſſe Arten)	25°
Cymophan	27° 51′
Anhydrat	28° 7′
Borax	28° 42′
Glimmer (einige Arten)	30° bis 37°
Schwefelſaure Magneſia	37° 24′
Schwerſpath	37° 42′
Natürlicher Borax (Tinkal)	27° 40′
Salpeterſaures Zinkoxyd ungefähr	40°
Stilbit	41° 42′
Schwefelſaures Nickeloxyd	42° 4′
Kohlenſaures Ammoniak	43° 24′
Schwefelſaures Zinkoxyd	44° 4′
Glimmer	45°
Lepidolith	45°
Benzoeſaures Ammoniak	45° 8′
Schwefelſaures Ammoniak	49° 42′
Topas (von Braſilien)	49° bis 50°
Zucker	50°
Schwefelſaurer Strontian (Cöleſtin)	50°
Phosphorſaures Natron	55° 20′
Comptonit	56° 6′
Gyps	60°
Salpeterſaures Silberoxyd	62° 16′
Feldſpath	63°

Namen der Krystalle	Winkel der optischen Axen
Topas (von Aberdeen)	65°
Schwefelsaures Kali	67°
Kohlensaures Natron	70°
Essigsaures Bleioxyd	70° 25′
Citronensäure	70° 29′
Weinsteinsäure	79°
Weinsteinsaures Kali-Natron (Seignettesalz)	80°
Kohlensaures Kali	80° 30′
Cyanit	81° 48′
Chlorsaures Kali	82°
Epidot	84° 19′
Peridot	87° 56′
Schwefelsaures Eisenoxydul (Eisenvitriol)	90°.

Diejenige Linie, welche den spitzen Winkel der beiden optischen Axen halbirt, heißt Mittellinie.

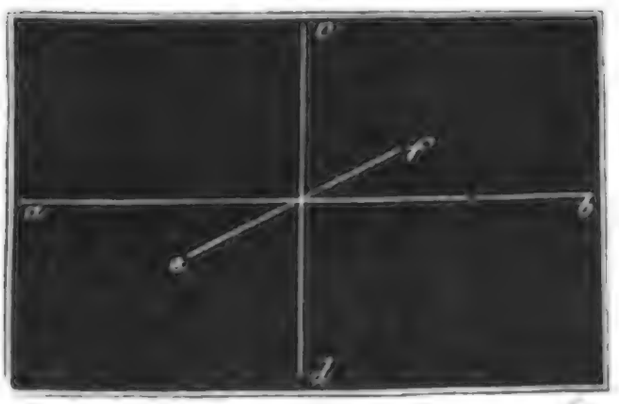
Bei den zweiaxigen Krystallen findet keine so einfache Beziehung zwischen der Lage der krystallographischen Axen und der optischen Axen Statt, wie dies bei den einaxigen Krystallen der Fall ist, nur bei den Krystallen, welche zu dem rhombischen Krystallsysteme gehören, läßt sich überhaupt eine feste Beziehung nachweisen. In diesem Krystallsysteme sind nämlich die drei krystallographischen Axen sämmtlich ungleich, jede derselben steht aber rechtwinklig auf den beiden anderen; die Mittellinie aller in dieses Krystallsystem gehörigen Körper fällt stets mit einer der krystallographischen Axen, die Ebene der optischen Axen aber mit der Ebene zweier krystallographischen Axen zusammen.

Die Lage der optischen Axen wird im nächsten Kapitel, welches von den Farbenerscheinungen in Krystallen handelt, ausführlicher besprochen werden.

245 **Gesetze der doppelten Brechung in zweiaxigen Krystallen.** Fresnel hat die Erscheinungen der doppelten Brechung in zweiaxigen Krystallen aus folgender Annahme über die Elasticität des Aethers abgeleitet; die Elasticität des Aethers ist in zweiaxigen Krystallen weder nach allen Richtungen dieselbe, wie dies bei einfach brechenden Mitteln der Fall ist, noch giebt es in denselben eine Axe, um welche herum die Elasticität des Aethers ganz symmetrisch ist wie bei den einaxigen Krystallen. Es stelle in Fig. 643 ab die größte Elasticität in einem zweiaxigen Krystalle dar, so steht die Axe der kleinsten Elasticität cd rechtwinklig auf derselben; rechtwinklig zur Ebene dieser beiden Axen ist nun die Elasticität des Aethers kleiner als in der Richtung ab und größer als in der Rich-

tung cd; wir wollen die Axe ef die Axe der mittleren Elasticität nennen; sie erscheint in unserer Figur verkürzt.

Fig. 643.



Denken wir uns über diese drei Axen ein Ellipsoid beschrieben, so kann man mit Hülfe desselben das Gesetz entwickeln, nach welchem sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlen mit der Richtung ändert, also die Form der Wellenoberfläche für zweiaxige Krystalle nach folgender von Fresnel gegebenen Regel entwickeln: Wenn man durch den Mittelpunkt des Ellipsoids eine Ebene gelegt denkt, so ist der Durchschnitt derselben mit dem Ellipsoid stets eine Ellipse; errichtet man nun in der Mitte des elliptischen Schnittes ein Perpendikel auf der Ebene desselben, trägt man auf demselben die Länge der großen und der kleinen Axe des elliptischen Schnittes auf, so sind diese beiden Längen die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden Strahlen in der Richtung dieses Perpendikels. Hier mag es genügen, die Durchschnitte der Wellenoberfläche mit den drei Ebenen zu bestimmen, welche man durch je zwei der drei Elasticitätsaxen legen kann.

Wir wollen der Reihe nach das Gesetz der Fortpflanzungsgeschwindigkeit für beide Strahlen innerhalb der Ebene der Elasticitätsaxen cd und ef, dann innerhalb der Ebene der Axen ef und ab und endlich innerhalb der Ebene der Axen ab und cd, oder, mit anderen Worten, die Durchschnitte der Wellenoberfläche mit der Ebene der Axen cd und ef, ab und ef, ab und cd bestimmen.

Wenn sich ein Lichtstrahl nach irgend einer Richtung im Krystalle fortpflanzt, welche in die Ebene der Axen cd und ef fällt, so geht der auf der Richtung des Strahls rechtwinklig durch den Mittelpunkt des Ellipsoids gelegter Schnitt jedenfalls durch die Axe ab der größten Elasticität; jede durch die Axe ab gelegte Ebene schneidet aber das Ellipsoid in einer Ellipse, deren große Axe ab ist; nach allen in die Ebene der Axen cd und ef fallenden Richtungen können sich also Strahlen fortpflanzen, deren Vibrationen mit der Axe ab parallel sind, diese Strahlen durchlaufen also sämmtlich den Krystall mit gleicher, der Elasticität ab entsprechenden Geschwindigkeit; zieht man also um den Durchschnittspunkt der Linien CD und EF, Fig. 644 (a. f. S.), einen Kreis, dessen Halbmesser mn gleich $\frac{1}{2}\ ab$ ist, so ist dies der Durchschnitt der durch die Axen cd und ef gelegten Ebene mit einem Theile der Wellenoberfläche.

Nach denſelben Richtungen pflanzen ſich aber auch Strahlen fort, deren Vibrationen rechtwinklig zur Axe ab ſtattfinden. Betrachten wir zunächſt einen Strahl, der ſich in der Richtung der Axe ef fortpflanzt; ein durch den Mittelpunkt des Ellipſoids rechtwinklig auf ef gelegter Schnitt ſchneidet daſſelbe in einer Ellipſe, deren große Axe ab, deren kleine Axe aber cd iſt; die Vibrationen, welche einen Strahl in der Richtung der Axe ef fortpflanzen, ſind alſo entweder mit ab, oder mit cd parallel; der Vibrationsrichtung ab entſpricht, wie wir ſchon geſehen haben, die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit mn, Fig. 644, der Vibrationsrichtung cd entſpricht dagegen die geringere Fortpflanzungsgeſchwindigkeit mo (die Länge mo müſſen wir gleich $\frac{1}{2}cd$ machen, wenn $mn = \frac{1}{2}ab$); es iſt dies die geringſte Geſchwindigkeit, mit welcher ſich irgend ein Strahl im Kryſtalle fortpflanzen kann, weil cd die kleinſte Elaſticitätsaxe iſt, mn hingegen iſt die größte Fortpflanzungsgeſchwindigkeit, weil ab die größte Elaſticitätsaxe iſt.

Fig. 644.

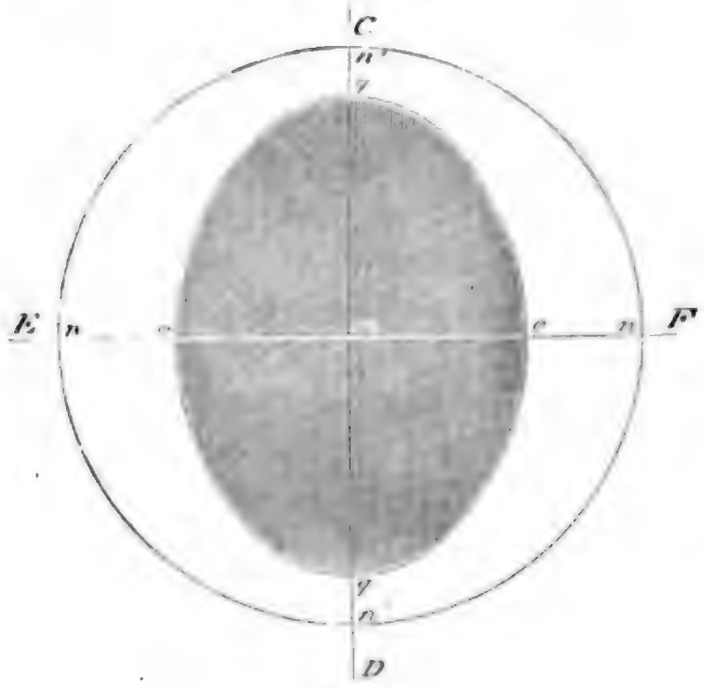
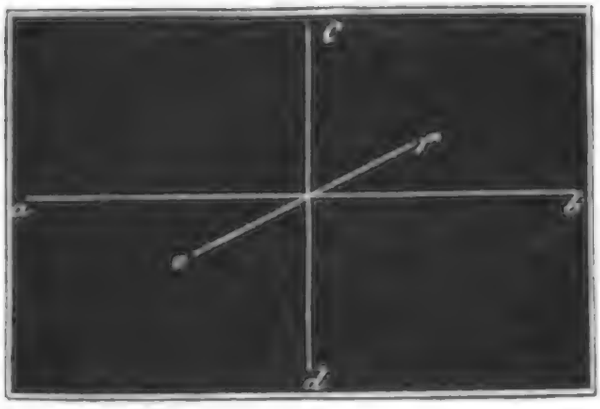


Fig. 645.



In der Richtung der Elaſticitätsaxe cd wird ein Strahl entweder durch Vibrationen fortgepflanzt, welche parallel mit ab ſind, und dann iſt ſeine Fortpflanzungsgeſchwindigkeit gleich $mn' = mn$, Fig. 644, oder die Schwingungen, welche einen Strahl in der Richtung cd fortpflanzen, ſind parallel mit ef, und dann iſt die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit gleich mq, gleich $\frac{1}{2}ef$.

In einer Richtung, die innerhalb des Winkels liegt, welchen die Axen cd und ef mit einander machen, iſt begreiflicher Weiſe die Fortpflan-

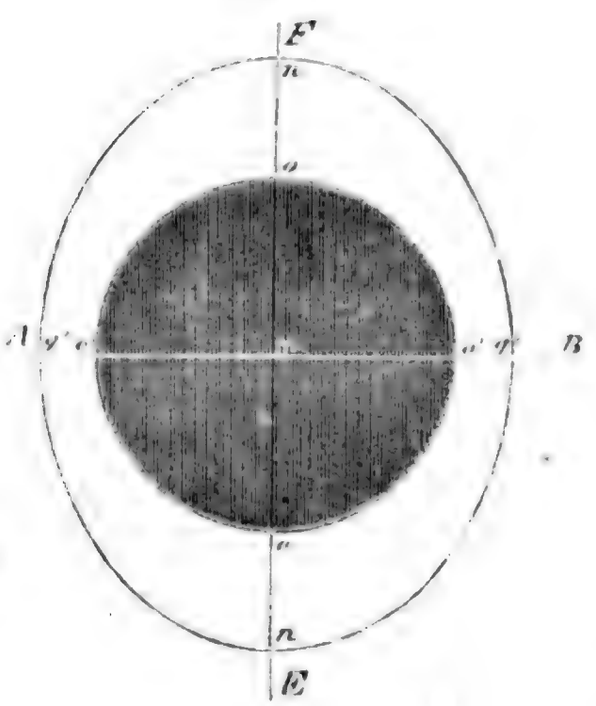
zungsgeschwindigkeit solcher Strahlen, deren Vibrationen auf ab rechtwinklig sind, kleiner als mq und größer als mo. Beschreibt man um den Punkt m eine Ellipse, deren Halbaxen mo und mq sind, so giebt uns eine von m zu irgend einem Punkte des Umfangs dieser Ellipse gezogene Linie die Geschwindigkeit an, mit welcher sich in der Richtung dieser Linie ein Lichtstrahl bewegt, dessen Vibrationen rechtwinklig auf der Axe der größten Elasticität sind.

Diese Ellipse und der mit dem Halbmesser mn um dieselbe gezogene Kreis stellen uns also den Durchschnitt der Wellenoberfläche mit einer Ebene dar, welche durch die mittlere und die kleinste Elasticitätsaxe gelegt ist.

Durch ähnliche Betrachtungen findet man nun auch den Durchschnitt der Wellenoberfläche mit einer durch die mittlere und die größte Elasticitätsaxe gelegten Ebene. Dieser Durchschnitt besteht ebenfalls aus einem Kreise und einer Ellipse, hier ist aber der Kreis ganz von der Ellipse eingehüllt.

Nach allen Richtungen der durch ef und ab, Fig. 645, gelegten Ebene können Strahlen durch Vibrationen fortgepflanzt werden, welche mit der Axe cd, der Axe der kleinsten Elasticität, parallel sind; diese Strahlen pflanzen sich nach allen Seiten mit derselben Geschwindigkeit fort, welche der Vibrationsrichtung cd zukommt; der Halbmesser des Kreises der Fig. 646 ist deshalb gleich mo in Fig. 645. In der Richtung der Elasticitätsaxe ab werden aber auch Strahlen fortgepflanzt, deren Schwingungen parallel mit ef sind, deshalb ist in Fig. 646 $mq' = \frac{1}{2} ef = mq$ gemacht; in der Richtung der Axe ef pflanzen sich aber Strahlen, deren Schwingungen parallel mit ab sind, wie wir schon wissen, mit der Geschwindigkeit mn fort.

Fig. 646.



Der Durchschnitt der Wellenoberfläche mit einer Ebene, welche durch die Axe der größten und der kleinsten Elasticität geht, besteht ebenfalls aus einer Ellipse und

einem Kreise. Die kleine Axe der Ellipse ist gleich Mo, Fig. 647, die große gleich Mn, der Radius des Kreises gleich Mq, weil in der Ebene der Elasticitätsaxen ab und cd nach allen Richtungen Strahlen durch Vibrationen fortgepflanzt werden können, die mit der mittleren Elasticitätsaxe parallel sind.

Da der Radius des Kreises hier größer ist als die kleine und kleiner als die große Axe der Ellipse, so schneiden sich der Kreis und die Ellipse in vier Punkten.

Fig. 647.

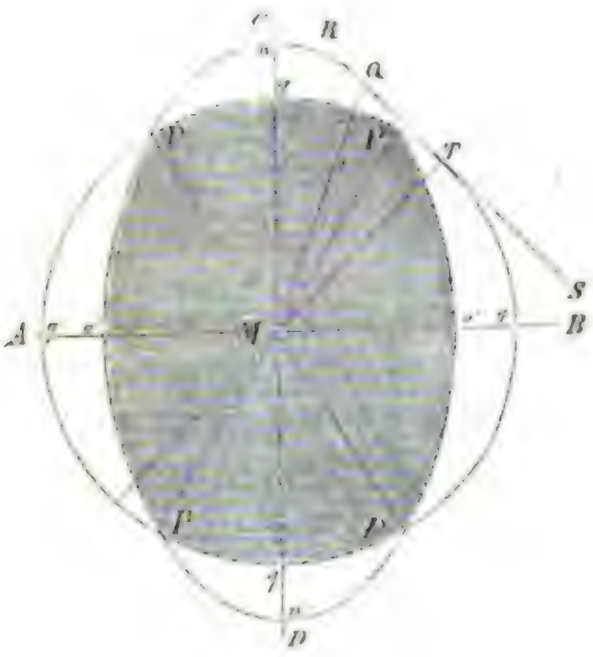
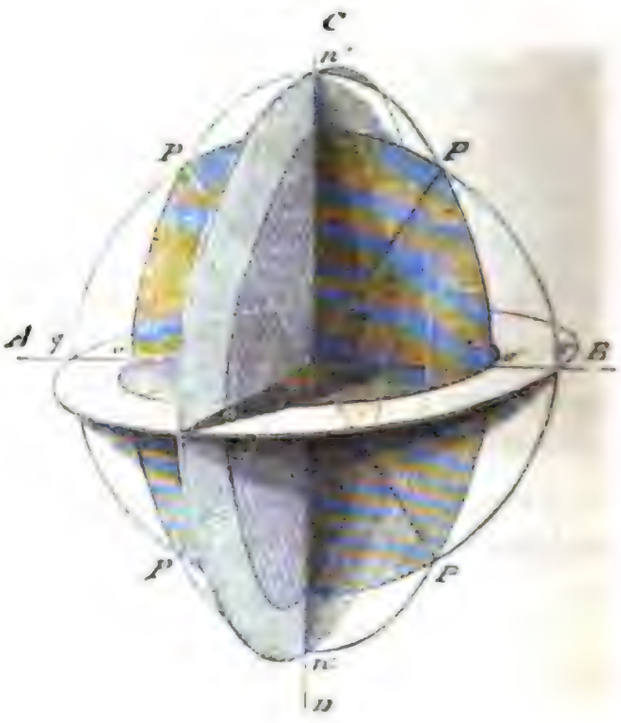


Fig 648.

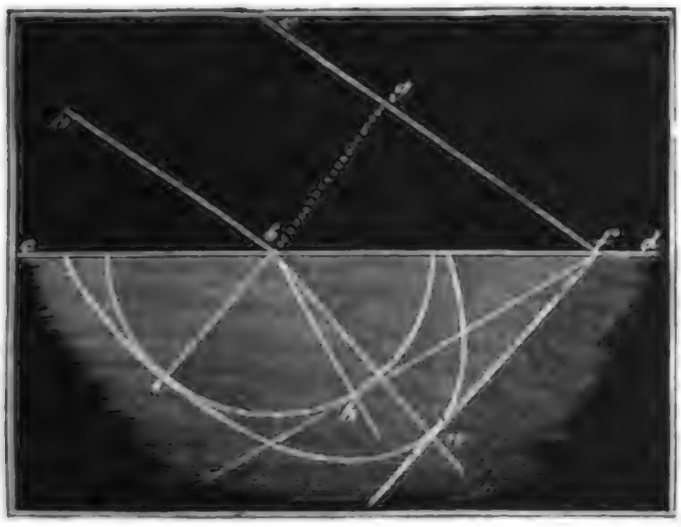


Die Fig. 648 stellt eine perspectivische Ansicht der durch die erwähnten drei Ebenen geschnittenen Wellenoberfläche dar. Will man sich eine recht klare Vorstellung von der Wellenoberfläche zweiaxiger Krystalle machen, so thut man gut, die drei Durchschnitte in doppelter Größe auf Kartenpapier zu zeichnen und in der Weise zu einem Modelle zusammenzufügen, wie man Fig. 648 sieht.

Um den Begriff der optischen Axen in zweiaxigen Krystallen festzustellen, müssen wir noch erwähnen, daß hier noch ein Unterschied zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlen und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der gebrochenen ebenen Wellen zu machen ist. Bei der Erklärung des Brechungsgesetzes nach der Vibrationstheorie (Seite 497) haben wir gesehen, daß die gebrochene ebene Welle alle die elementaren Kugelwellen berührt, welche jeder elementare Lichtstrahl bei seinem Uebergange in das brechende Mittel erzeugt; die Richtung der gebrochenen

Strahlen steht hier rechtwinklig auf der Richtung der gebrochenen ebenen Welle, weil ja jede Kreistangente einen rechten Winkel mit ihrem Radius macht; diese Beziehung findet aber nicht mehr Statt, wenn die elementaren Wellen im brechenden Medium nicht kugelförmig sind; eine Tangente, welche eine Ellipse in irgend einem Punkte berührt, steht im Allgemeinen nicht rechtwinklig auf dem Leitstrahle, den man von dem Mittelpunkte der Ellipse nach dem Berührungspunkte ziehen kann; die Richtung der gebrochenen Welle fn in Fig. 649 steht nicht genau rechtwinklig auf der Richtung des gebrochenen Strahles bn. Da sich nun die gebrochenen ebenen Wellen parallel mit der berührenden Ebene fn im Krystalle fortbewegen, so ist offenbar die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser Wellen ein von b auf die berührende Ebene fn gefälltes Perpendikel, während die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der gebrochenen Strahlen durch den Leitstrahl bn dargestellt wird.

Fig. 649.

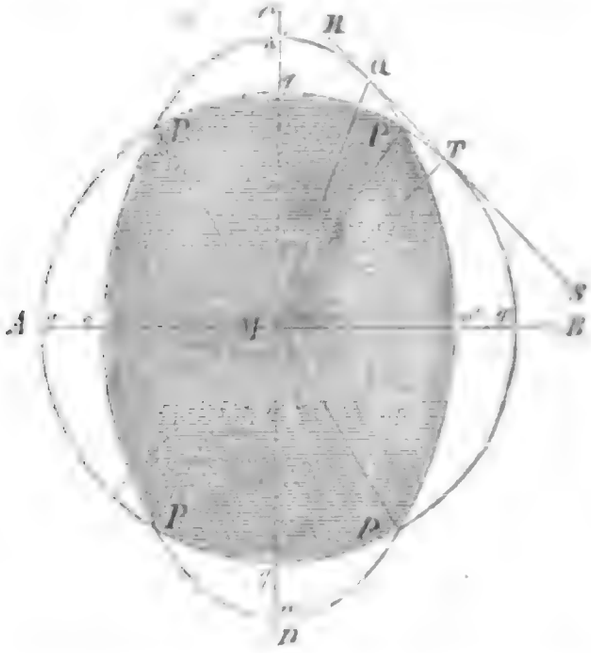


Wenn nun die optische Axe eines doppeltbrechenden Krystalles diejenige Richtung ist, nach welcher sich die ebenen Wellen stets mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, so findet man die Richtung der optischen Axen in einem zweiaxigen Krystalle, wenn man eine gemeinschaftliche Tangente RS, Fig. 647, an den beiden Theilen der Wellenoberfläche legt und von dem Mittelpunkte M ein Perpendikel MT auf die Tagente fällt; dieses Perpendikel ist die Richtung einer optischen Axe. Solcher gemeinschaftlichen Tangenten kann man aber in Fig. 647 vier ziehen, von denen je zwei einander diametral gegenüberliegend durch eine optische Axe verbunden sind.

Der Kreis und die Ellipse, Fig. 647, schneiden sich in vier Punkten, von denen je zwei diametral gegenüberliegen. Da der Punkt P den beiden Theilen der Wellenoberfläche gemeinschaftlich ist, so ist klar, daß sich in der Richtung MP zwei Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen können, von denen die Schwingungen des einen in die Ebene der Figur fallen, während die Schwingungen des anderen rechtwinklig zu derselben sind. Obgleich sich aber diese Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit im Krystalle fortpflanzen, so ist doch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit

der ihnen entsprechenden ebenen Wellen nicht dieselbe, da die Tangente, die man im Punkte P an die Ellipse ziehen kann, nicht mit der demselben Punkte entsprechenden Kreistangente zusammenfällt, da also die Länge der von M auf diese beiden Tangenten gefällten Perpendikel nicht gleich ist. Die Richtungen MP, in welchen sich alle Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, sind also wohl von der ihnen allerdings nahe liegenden Richtung der optischen Axen zu unterscheiden.

Fig. 650.



246

Conische Refraction. Da die im Punkte P, Fig. 650, an den Kreis und die Ellipse gelegten Tangenten nicht zusammenfallen, so ist klar, daß sich in der Richtung MP zwei Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen können, denen verschiedene ebene Wellen entsprechen; da nun die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser beiden ebenen Wellen ungleich ist, so werden die beiden Strahlen auch nach verschiedenen Richtungen aus dem Krystalle austreten.

Nun aber hat Hamilton, welcher die Natur der Wellenoberfläche zweiaxiger Krystalle genauer untersuchte, gezeigt, daß die Wellenoberfläche an jedem der Punkte P von allen Seiten her vertieft ist, oder, mit anderen Worten, daß sich hier eine trichterförmige Vertiefung findet, daß sich also an jedem der Punkte P eine unendliche Anzahl von Berührungsebenen an die Wellenoberfläche legen lassen; jeder dieser Berührungsebenen entspricht nun aber ein anderer austretender Strahl; wenn also in der Richtung PM, für welche die Fortpflanzungsgeschwindigkeit aller Strahlen dieselbe ist, ein Strahlenbündel den Krystall durchläuft, so wird es sich beim Austritte aus dem Krystall in eine unendliche Anzahl von Strahlen theilen müssen, welche zusammen eine conische Oberfläche bilden.

Hamilton hat dies merkwürdige Resultat aus der Fresnel'schen Theorie gefolgert, bevor man noch eine solche Thatsache beobachtet hatte, Lloyd stellte den Versuch an und fand zum Triumphe für die Wellentheorie die Erscheinung ganz so, wie man sie nach Hamilton's Rechnung erwarten mußte.

Die beiden Richtungen, in welchen alle Strahlen den Krystall mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufen, fallen fast mit den optischen Axen zusammen; im Arragonit machen sie einen Winkel von ungefähr 20° mit einander. Die Arragonitplatte, welche Lloyd zu seinen Versuchen anwandte, war senkrecht zu der Linie geschliffen, welche den Winkel der optischen Axen halbirt, folglich machten die Richtungen der gleichen Strahlengeschwindigkeit einen Winkel von 80° mit der Oberfläche der Platte. In Fig. 651 mögen OM und ON diese Richtungen vorstellen. Auf jede der beiden Oberflächen legte nun Lloyd eine ganz dünne mit einer sehr feinen Oeffnung versehene Metallplatte, so daß die Verbindungslinie der beiden Oeffnungen mit der Richtung OM zusammenfiel, wurde nun von der einen Seite der Platte eine Lampenflamme genähert, so daß ein coni-

Fig. 651.

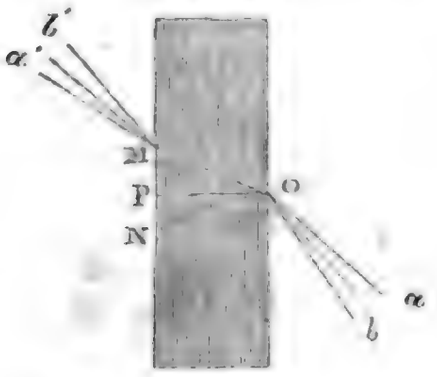
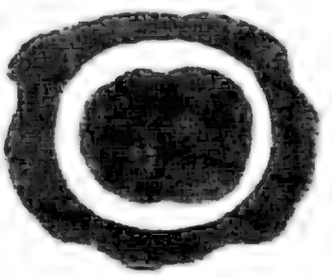


Fig. 652.



sches Strahlenbündel aO, bO auf die Oeffnung fallen konnte, dessen Strahlen nach OM gebrochen wurden, so erblickte man, nach der anderen Oeffnung in der gehörigen Richtung hinsehend, einen glänzenden Lichtring, Fig 652.

Beim Arragonit beträgt der Winkel, unter welchem die Strahlen des austretenden Strahlenkegels divergiren, ungefähr 3°.

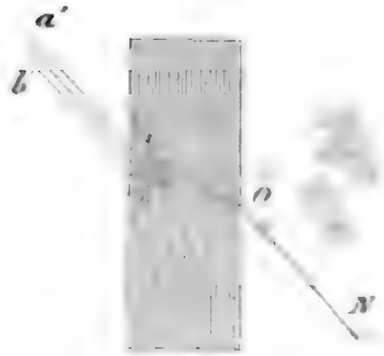
Hamilton nannte diese Art der conischen Brechung die äußere conische Refraction, aber noch eine zweite ganz ähnliche Erscheinung sagte er vorher, welcher er den Namen der inneren conischen Refraction gab.

Eine Ebene, welche die beiden Theile der Wellenoberfläche zugleich berührt, eine Ebene also, welche rechtwinklig auf einer der optischen Axen des Krystalles steht, berührt die Wellenoberfläche nicht allein in den Punkten Q und T, Fig. 650, sondern in einer unendlichen Anzahl von Punkten, welche einen kleinen Berührungskreis bilden; zu der ebenen Welle RS gehören also nicht allein die beiden Strahlen MQ und MT, sondern unzählig viele, welche zusammen die Oberfläche eines Kegels bilden, dessen Basis jener kleine Berührungskreis ist. Einer der Strahlen dieses Kegels, nämlich MT, durchläuft den Krystall genau in der Richtung der optischen

Axe. Die Spitze des Strahlenkegels bildet beim Arragonit einen Winkel von $1^{0}\ 55'$. Alle diese Strahlen treten nach derselben Richtung aus dem Krystall aus.

Wenn also ein gewöhnlicher Lichtstrahl NO, Fig. 653, in einer solchen Richtung auf der Oberfläche eines zweiaxigen Krystalls fällt, daß ein Strahl nach der Richtung einer optischen Axe desselben gebrochen wird, so wird er beim Eintritt in den Krystall in einen Strahlenkegel getheilt, dessen Strahlen, an der zweiten Oberfläche parallel mit ON austretend, einen hohlen Strahlencylinder bilden.

Fig. 653.



Auch die Existenz dieser inneren conischen Refraction fand Lloyd durch den Versuch bestätigt; diese Erscheinung läßt sich am leichtesten auf folgende Weise zeigen: Man steckt einen Arragonitkrystall, welcher senkrecht zu einer der beiden optischen Axen geschliffen ist, mit Hülfe eines Korkrings in eine Röhre, deren eines Ende durch eine ganz dünne Metallplatte (ein Staniolblättchen) verschlossen ist, in welcher sich mehrere ganz feine Oeffnungen befinden; durch diese kleinen Oeffnungen können nun Lichtstrahlen in einer solchen Richtung auf den Krystall fallen, daß sich bei ihrer Brechung jener Strahlenkegel bildet, und man von der andern Seite, nach dem Krystalle hinsehend, kleine Lichtringe sieht, die sich alsbald in zwei Lichtpunkte verwandeln, sobald man das Auge nur etwas aus der richtigen Stellung entfernt. Um die Erscheinung deutlicher zu sehen, kann man an dem einen Ende der Röhre eine Linse anbringen.

247 **Doppelte Brechung des zusammengedrückten Glases.** Wir haben bisher die wichtigsten Erscheinungen der doppelten Brechung in Krystallen betrachtet, in welchen die Ungleichheit der Elasticität des Aethers nach verschiedenen Richtungen eine Folge der krystallinischen Structur ist; allein auch in solchen Körpern, die sonst keine doppelte Brechung haben, läßt sich durch äußere Ursachen, etwa durch einen einseitigen Druck, durch eine ungleiche Erwärmung, eine solche Anordnung der Theilchen hervorbringen, daß die Elasticität des Aethers nicht mehr nach allen Richtungen dieselbe bleibt, daß sie also doppeltbrechend werden. Um diese wichtige Wahrheit nachzuweisen, hat Fresnel folgenden Versuch ausgesonnen.

Vier rechtwinklige Glasprismen, a, b, c, d, welche einander vollkommen gleich sind, werden auf einer horizontalen Ebene mit denjenigen Flächen neben einander gelegt, welche dem rechten Winkel gegenüber liegen; von beiden Seiten legt man nun gegen die Enden Streifen von Kartenpapier und auf dieselben feste Stahlstreifen, dann werden die Prismen

in einer passenden Zwenge durch einen Druck zusammengepreßt, welcher in der Richtung der Längenaxe der Prismen wirkt. Während nun die Theilchen der Glasprismen durch den starken Druck in einem gespannten Zustande erhalten werden, legt man drei rechtwinklige Glasprismen, *e*, *f*, *g*, in die durch die ersteren gebildeten Rinnen, setzt dann auch noch auf beiden Seiten zwei Prismen *h* und *k* von 45° an, um so ein Parallelopiped zu erhalten, dessen äußerste Seiten *s* und *s'* einander parallel sind; alle Prismen sind endlich zusammen gekittet, um partielle Reflexionen an den verschiedenen Flächen zu vermeiden.

Fig. 654.

Sieht man durch dieses System hindurch, so daß die Lichtstrahlen an der Fläche *s* eintreten, bei *s'* aber nach dem Auge austreten, so erblickt man einen Visirpunkt, der ungefähr ein Meter weit vom Auge entfernt ist, doppelt, und zwar erscheinen die beiden Bilder ungefähr ein Millimeter weit und selbst noch weiter von einander entfernt. Die beiden Strahlen besitzen alle Eigenschaften von Strahlen, welche einen doppeltbrechenden Körper durchlaufen haben.

Bei der Betrachtung der Farbenerscheinungen, welche doppeltbrechende Körper im polarisirten Lichte zeigen, werden wir noch manche Erscheinung kennen lernen, welche von einer doppelten Brechung in nicht krystallisirten Körpern herrührt; wenn aber auch eine durch künstliche Mittel hervorgebrachte doppelte Brechung stark genug ist, um solche Farbenerscheinungen hervorzubringen, so ist sie doch in der Regel zu schwach, um direct beobachtet werden zu können.

Interferenz polarisirter Lichtstrahlen. Rechtwinklig zu einander 248
polarisirte Lichtstrahlen können, wie Fresnel und Arago gezeigt haben, nicht interferiren, und daraus folgt, daß die Lichtvibrationen rechtwinklig zu der Richtung der Strahlen sind. Wenn man vor das Objectiv eines Fernrohrs einen Schirm mit zwei Oeffnungen bringt, wenn man dann vor die Oeffnungen zwei vollkommen gleich dicke Turmalinplatten setzt, so fallen alle Interferenzstreifen weg, welche von der gegenseitigen Einwirkung beider Oeffnungen herrühren, wenn die Polarisationsebenen der Turmalinplatten gekreuzt sind, sie erscheinen aber wieder, wenn man sie parallel stellt.

Neuntes Kapitel.

Farben doppeltbrechender Kryſtallplatten im polariſirten Lichte.

249 **Farben dünner Gypsblättchen.** Der natürliche Gyps findet ſich häufig in großen durchſichtigen Kryſtallen, die nach einer Richtung hin ſo vollkommen ſpaltbar ſind, daß man leicht ganz dünne Blättchen abſpalten kann; ganz beſonders kommt dieſe Eigenſchaft derjenigen Varietät zu, welche auf dem Montmartre bei Paris gefunden wird, obgleich gerade dieſe Kryſtalle nicht von regelmäßigen Flächen begränzt ſind.

Bringt man ein durch Spaltung erhaltenes recht dünnes Gypsblättchen zwiſchen die beiden Spiegel eines Polariſationsapparates, ſo wird es mehr oder weniger brillant gefärbt erſcheinen. Je nachdem man das Gypsblättchen ſelbſt oder den Zerlegungsſpiegel des Apparates dreht, ändert ſich entweder die Intenſität der Färbung, oder auch die Färbung ſelbſt.

Ganz beſonders eignet ſich zu dieſen Verſuchen der ſchon oben (S. 534) beſchriebene Nörremberg'ſche Polariſationsapparat. Man braucht das Gypsblättchen, welches nicht über 0,3 Millimeter dick ſeyn darf, nur auf das mittlere Tiſchchen zu legen, um es im oberen Spiegel oder durch irgend einen andern Zerleger gefärbt zu ſehen.

Wir wollen zuerſt den Fall betrachten, daß die beiden Spiegel des Apparates gekreuzt ſind, daß alſo das Geſichtsfeld ohne das Gypsblättchen dunkel erſcheint. Schiebt man das Gypsblättchen in den Apparat ein, ſo erſcheint es farbig auf dunklem Grunde; doch wird man bald ſehen, daß die Lebhaftigkeit der Färbung nicht für alle Lagen des Gypsblättchens dieſelbe iſt.

Hat man das Gypsblättchen auf das Tiſchchen gelegt, ſo braucht man daſſelbe nur in ſeiner Ebene, alſo um eine vertikale Axe zu drehen, ſo wird die Färbung des Blättchens bald lebhafter werden, bald an Intenſität abnehmen, und man wird leicht eine beſtimmte Stellung ermitteln können, bei welcher das Blättchen ſelbſt ganz ſo dunkel erſcheint wie der Grund, eine Lage alſo, in welcher das Gypsblättchen gar keine ſichtbare Wirkung auf die durchgehenden Strahlen hervorbringt.

Wir wollen nun dieſe Lage näher beſtimmen. Die Gypskryſtalle ſind, wie eben erwähnt wurde, nach einer Richtung *vollkommen* ſpaltbar, ſie beſitzen aber nach zwei anderen Richtungen noch eine *unvollkommene*

Spaltbarkeit. Es stelle Fig. 655 ein von einem Gypskrystall vom Montmartre abgespaltenes Blättchen dar, so wird man finden, daß es parallel

Fig. 655.

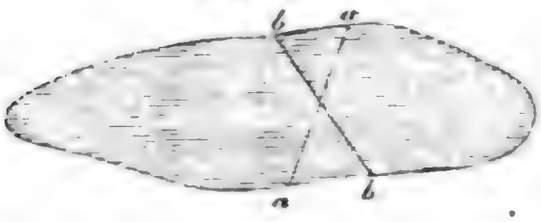
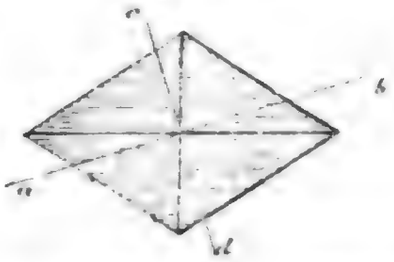


Fig. 656.



mit den Linien aa und bb theilbar ist; und man kann demnach aus einem solchen Gypsblättchen leicht ein Stückchen in Form eines Parallelogramms, Fig. 656, herausspalten. Bringt man nun ein solches Parallelogramm in den Apparat, so findet man, daß das Gypsblättchen durchaus keine Wirkung hervorbringt, wenn eine Linie ab, Fig. 656, die mit der Halbirungslinie des spitzen Winkels des Blättchens einen Winkel von nahe 20^0 macht, mit der Polarisationsebene des unteren Spiegels zusammenfällt, oder darauf rechtwinklig steht. In jeder anderen Lage erscheint es gefärbt, und zwar am lebhaftesten, wenn ab einen Winkel von 45^0 mit der Reflexionsebene des unteren Spiegels macht.

Wenn das Gypsblättchen vollkommen ebene Oberflächen hat, so erscheint es im Polarisationsapparate einfarbig, ist aber die Oberfläche unrein, d. h. sind beim Abspalten Splitter darauf hängen geblieben, so erscheint das Blättchen an verschiedenen Stellen verschieden gefärbt, woraus hervorgeht, daß die Färbung des Gypsblättchens von seiner Dicke abhängt.

Weil ein einzelnes Gypsblättchen gar zerbrechlich ist, muß man darauf denken, es auf eine passende Art aufzubewahren. Das Zweckmäßigste möchte wohl seyn, das Blättchen mittelst canadischen Balsams zwischen zwei Glasplatten zu kitten. Einige so gefaßte bunte Gypsblättchen (d. h. solche, die wegen der nicht ganz vollkommnen Oberfläche im Apparate mehrfarbig erscheinen), mehrere ebenfalls gefaßte einfarbige Blättchen, von denen zwei genau dieselbe Farbe (also genau dieselbe Dicke) haben müssen, sind nöthig, um alle hierher gehörigen Erscheinungen vollständig und bequem zu studiren. Zur Completirung dieser Präparate gehört noch eine keilförmig geschliffene Gypsplatte. Wie erwähnt, hängt die Farbe der Blättchen von ihrer Dicke ab; wenn also ein Gypsblättchen keilförmig zugeschliffen ist, so daß es an dem einen Ende gleichsam mit einer Schneide endigt, so wird ein solches Blättchen alle die Farben in regelmäßiger Aufeinanderfolge zeigen, welche den verschiedenen Dicken zukommen.

Auch mit einaxigen Krystallblättchen, die parallel mit der Axe geschliffen und hinlänglich dünn sind, sowie mit Blättchen von zweiaxigen Krystallen,

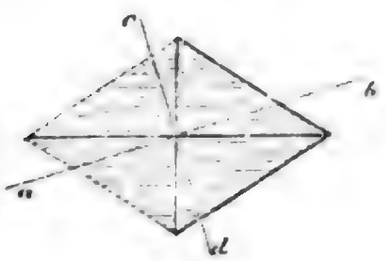
deren Oberflächen parallel mit der Ebene der optischen Axen sind, lassen sich dieselben Versuche anstellen, nur eignen sich die Gypsblättchen der leichten Spaltbarkeit dieses Minerals wegen ganz besonders dazu. Statt der keilförmigen Gypsplatte kann man sehr gut eine parallel mit der Axe keilförmig zugeschliffene Quarzplatte anwenden.

Gehen wir nun zur Erklärung dieser Erscheinungen über.

Der Gyps ist ein doppeltbrechender Krystall, dessen optische Axen in der Ebene unserer Blättchen liegen; ein jeder Lichtstrahl also, welcher ein solches Blättchen trifft, wird in zwei gespalten, welche rechtwinklig zu einander polarisirt sind, die aber, wenn die einfallenden Strahlen rechtwinklig auf das Blättchen fallen, dasselbe in gleicher Richtung durchlaufen. Die Vibrationen, welche den einen Strahl im Krystalle fortpflanzen, sind parallel mit der Linie ab, Fig. 657, die Vibrationen des andern Strahls hingegen sind parallel mit cd.

Legt man nun das Gypsblättchen so zwischen die gekreuzten Spiegel, daß die Linie ab, Fig. 657, mit der Schwingungsebene des unteren Spiegels zusammenfällt, so kann der einfallende Strahl offenbar nur Schwingungen nach ab im Krystalle hervorrufen, nicht aber nach cd, eben weil die Schwingungsrichtung cd auf der Schwingungsrichtung der einfallenden Strahlen rechtwinklig steht. In diesem Falle pflanzt sich in der That nur ein polarisirter Strahl durch den Krystall fort, der nach ab schwingende; und da der obere Spiegel diese Schwingungen nicht reflectirt, so muß das Gypsblättchen bei dieser Lage dunkel erscheinen.

Fig. 657.



Ebenso erklärt sich auch, daß das Gypsblättchen dunkel bleibt, wenn die Linie cb, Fig. 657, mit der Schwingungsebene des unteren Spiegels zusammenfällt.

Gehen wir nun zu dem Falle über, in welchem die lebhaftesten Farben erscheinen, nämlich zu dem Falle, daß jede der Linien ab und cd einen Winkel von 45^0 mit der Schwingungsebene des unteren Spiegels macht. Um die Erscheinung in ihrer größten Einfachheit kennen zu lernen, muß man statt des weißen Lichts einfarbiges anwenden. Man erreicht diesen Zweck am leichtesten dadurch, daß man durch eine Platte rothen Glases sieht. Dieses Roth ist zwar nicht vollkommen, doch sehr nahe homogen.

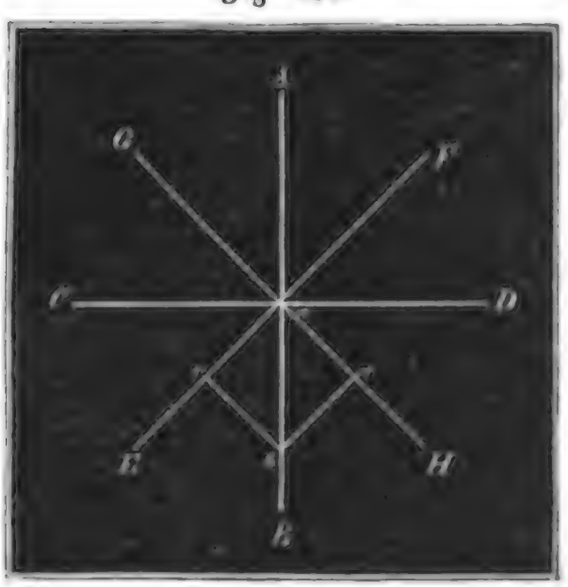
Diejenigen Gypsblättchen nun, welche ohne das rothe Glas roth erscheinen, werden, durch das rothe Glas gesehen, hell auf dunklem Grunde stehen; alle die Blättchen hingegen, welche eine andere Farbe haben, erscheinen, durch das rothe Glas gesehen, weniger hell, die grünen am dunkelsten.

Nehmen wir ſtatt der einfarbigen Blättchen bunte, ſo erſcheinen dieſe gefleckt; diejenigen Stellen ſind die hellſten, die im weißen Lichte roth erſcheinen, am dunkelſten aber ſind die ſonſt grünen Stellen. Am vollſtändigſten ſieht man die Erſcheinung in der keilförmig zugeſchliffenen Platte; durch das rothe Glas geſehen, bemerkt man abwechſelnd helle (rothe) und dunkle Streifen.

Dies alles läßt ſich kurz ſo zuſammenfaſſen. Wenn ein Gypsblättchen ſo zwiſchen die gekreuzten Spiegel des Polariſationsapparates gelegt wird, daß der Winkel der Schwingungsebenen ab und cd, Fig. 657, durch die Schwingungsebene der einfallenden Strahlen halbirt wird, ſo erſcheint bei Anwendung von homogenem Lichte das Blättchen bald hell, bald dunkel, je nachdem ſeine Dicke ſich ändert.

Es ſey in Fig. 658 AB die Schwingungsebene des einfallenden polariſirten Strahls, CD die Schwingungsebene des Zerlegungsſpiegels; die Schwingungsebenen EF und GH der beiden Strahlen im Gypsblättchen ſollen die rechten Winkel halbiren, welche die Ebenen AB und CD mit einander machen. Stellen wir durch ab die Vibrationsintenſität der auf das Gypsblättchen fallenden polariſirten Strahlen dar, ſo findet man die Vibrationsintenſität der beiden Strahlen, in welche ſich das einfallende Licht beim Eintritte in das Blättchen ſpaltet, wenn man von b die Perpendikel bc und bd auf die Richtungen EF und GH fällt; mit der Vibrationsintenſität ac pflanzt ſich nur der eine, mit der Vibrationsintenſität ad der andere Strahl durch das Gypsblättchen fort. Um nun leichter überſehen zu können, wie dieſe beiden Strahlenbündel, nachdem ſie das Kryſtallblättchen verlaſſen haben und ihre Schwingungen durch den Zerlegungsſpiegel auf die Ebene CD reducirt worden ſind, zur Interferenz kommen, wollen wir einen Blick auf Fig. 659 (a. f. S.) werfen, welche gleichſam eine perſpectiviſche Anſicht des ganzen hier in Betracht kommenden Wellenſyſtems iſt.

Fig 658.

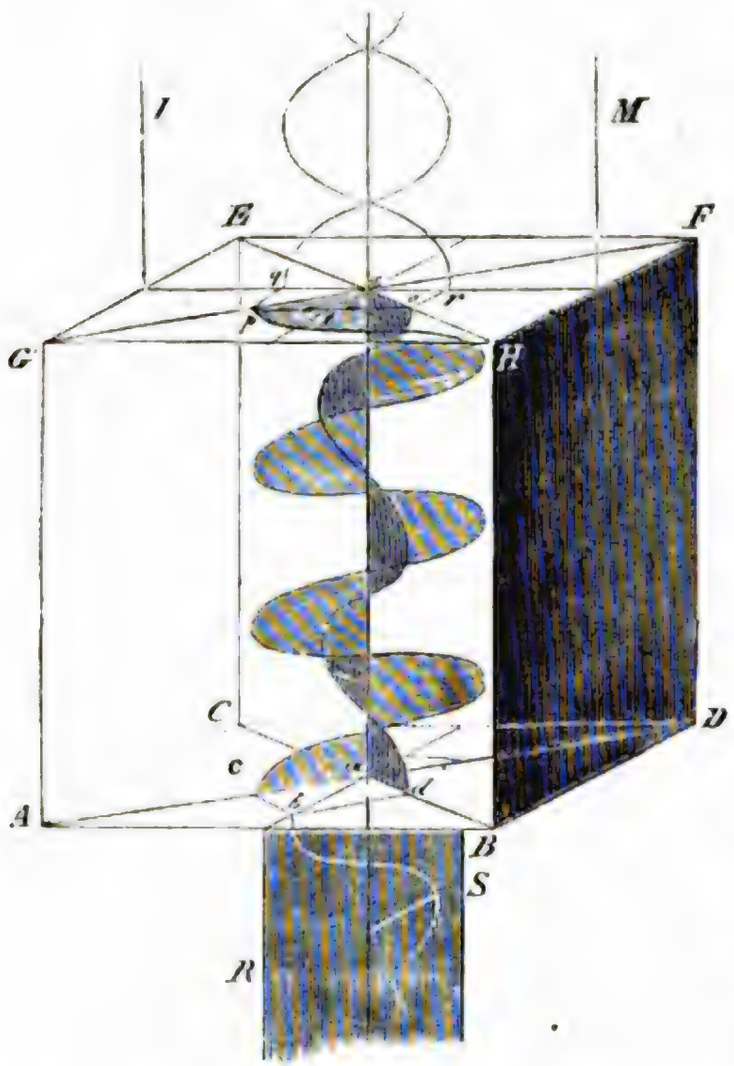


Es ſtellt hier $ABCD$ die untere, $EFGH$ die obere Fläche des Gypsblättchens und as die Richtung dar, in welcher ſich die Lichtſtrahlen durch das Blättchen fortpflanzen. RS iſt die Vibrationsebene der einfallenden Strahlen, deren Projection in Fig. 658 mit AB bezeichnet war; die

Vibrationsebenen der beiden Strahlen im Kryſtalle ſind $AGFD$ (ihre Projection war in Fig. 658 mit EF bezeichnet) und $CEHB$ (ihre Projection in Fig. 658 iſt GH). Die Schwingungsebene des Zerlegungsſpiegels iſt LM; ſie ſteht rechtwinklig auf RS, und ihre Projection in Fig. 658 iſt mit CD bezeichnet.

Wenn in einem beſtimmten Momente der eintretende Strahl an der unteren Gränzfläche des Blättchens eine Bewegung von a nach b hervorbringt, ſo wird dieſe Bewegung in der Gränzſchicht des Gypsblättchens eine Bewegung von a nach c und eine von a nach d hervorbringen. Wenn man die Figur mit einiger Aufmerkſamkeit betrachtet, ſo wird man den Lauf der Vibrationskurven in den Ebenen $ADGF$ und $EHBC$ leicht verfolgen können.

Fig. 659.



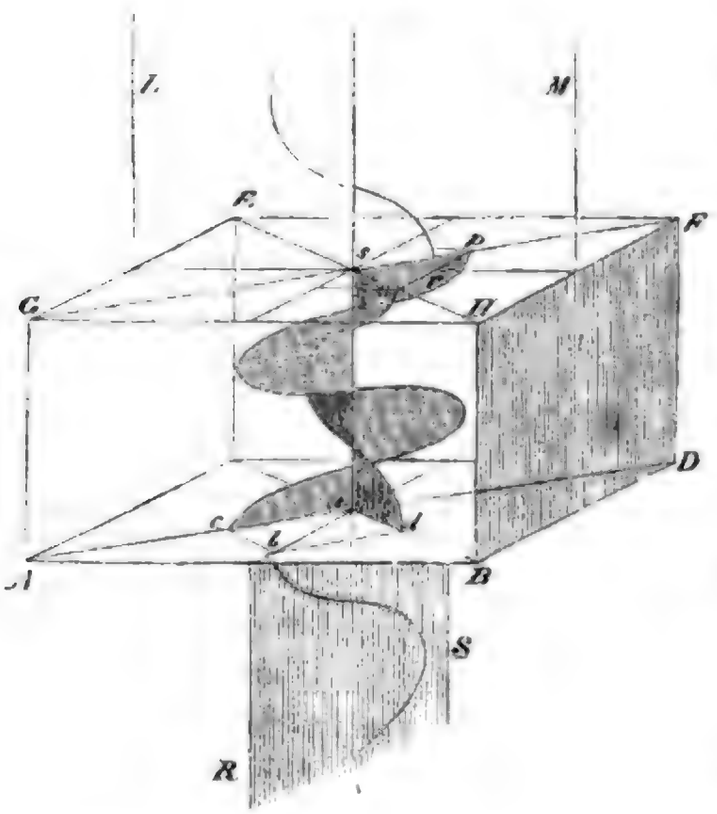
Beim Eintritt in den Kryſtall verkürzen ſich die Lichtwellen; weil aber im Gypſe ſelbſt die Elaſticität des Aethers in den beiden Ebenen GA DF und $EHBC$ nicht gleich iſt, ſo iſt auch die Wellenlänge in der einen Ebene nicht ſo groß wie in der andern.

In Fig. 659 liegen zwiſchen den beiden Oberflächen des Kryſtalls auf der Schwingungsebene $EHBC$ des einen Strahls 2 Wellenlängen, auf der Schwingungsebene GA DF des andern hingegen 3; der eine Strahl iſt alſo dem andern um eine Wellenlänge voraus. In dem Momente nun, wo an der unteren Gränzfläche der eintretende Strahl eine Bewegung von a nach b hervorruft, wird an der oberen Fläche der eine der beiden Strahlen im Kryſtalle eine Bewegung von s nach p, der andere eine Bewegung von s nach o hervorbringen, wovon man ſich leicht überzeugen kann, wenn man den Gang der beiden Vibrationskurven in den Flächen $EHBC$

und $GADF$ verfolgt. Die Vibrationen so und sp werden aber durch den oberen Spiegel des Apparates von Neuem zerlegt. so ruft in der Schwingungsebene des Zerlegungsspiegels eine Bewegung von s nach r, sp aber eine Bewegung von s nach q hervor. Jede der Vibrationen sr und sq erzeugt in der Ebene LM ein Wellensystem, allein weil die Bewegungen in beiden Wellensystemen stets gerade entgegengesetzt sind, so heben sie ihre Wirkung gegenseitig auf, die Intensität des resultirenden Strahls wird also Null seyn.

Man sieht also ein, warum, durch das rothe Glas gesehen, das Gypsblättchen im oberen Spiegel dunkel erscheint, wenn es die bisher vorausgesetzte Lage zwischen den gekreuzten Spiegeln, und wenn es gerade eine solche Dicke hat, daß der eine Strahl dem andern um eine ganze Wellenlänge vorausgeeilt ist. Dasselbe muß auch der Fall seyn, wenn das Blättchen die doppelte, dreifache, vierfache u. s. w. Dicke hat, so daß ein Strahl dem anderen und zwei, drei, vier u. s. w. ganze Wellenlängen voraneilt.

Fig. 660.



Nehmen wir nun die Dicke des Blättchens halb so groß, als wir sie eben vorausgesetzt hatten, also so, daß der eine Strahl dem andern nur um eine halbe Wellenlänge voraneilt. In Fig. 660 liegen innerhalb der Ebenen $ABCD$ und $EFGH$ auf der Schwingungsebene $GADF$ $1\frac{1}{2}$, auf der Schwingungsebene $EHBC$ aber 1 Wellenlänge. Wenn beim Austritt aus dem Krystalle das eine Wellensystem in einem bestimmten Moment eine Bewegung von s nach o hervorruft, so ruft gleichzeitig das andere Wellensystem eine Bewegung von s nach p hervor. Zerlegt man nun diese beiden Vibrationen nach der Schwingungsebene des oberen Spiegels, so erhält man zwei Wellensysteme, in welchen alle Bewegungen stets dieselbe Richtung haben; die beiden Wellensysteme, auf die Schwingungsebene des oberen Spiegels

reducirt, heben sich also nicht auf, sondern sie verstärken sich; solche Gypsblättchen, welche gerade so dick sind, daß der eine Strahl dem andern um $^1/_2$ Wellenlänge vorauseilt, müssen also unter den erwähnten Umständen hell erscheinen.

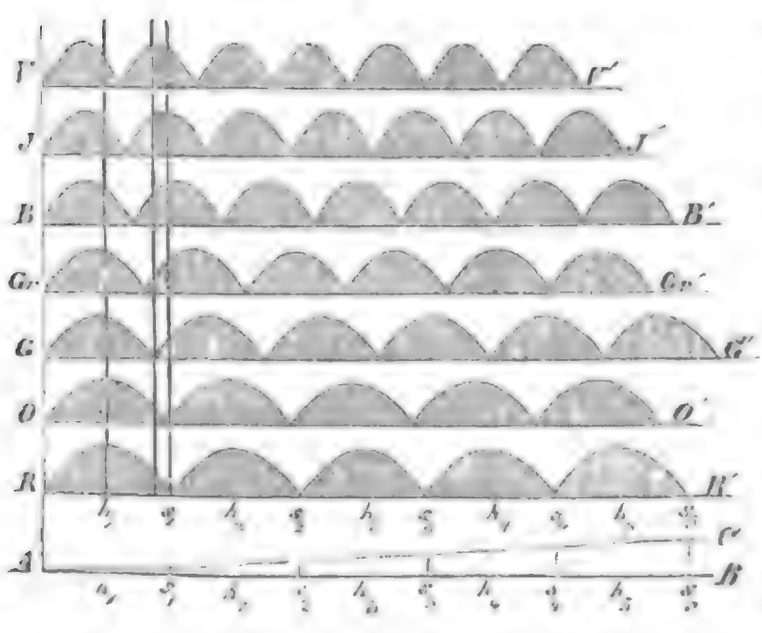
Dasselbe wird stattfinden, wenn das Blättchen so dick ist, daß der eine Strahl dem andern um $^3/_2$, $^5/_2$, $^7/_2$ u. s. w. Wellenlängen voraneilt.

Bringen wir nun wieder die keilförmig geschliffene Glasplatte in der gehörigen Lage zwischen die gekreuzten Spiegel, betrachten wir sie durch das rothe Glas, so werden wir die erwähnten hellen und dunklen Streifen sehen, an der dünnsten Stelle erscheint das Blättchen dunkel, an dem zunächst folgenden dunklen Streifen ist die Dicke des Blättchens so groß, daß ein Strahl dem andern um eine Wellenlänge voraneilt, an den nun folgenden dunklen Streifen ist die Dicke des Blättchens der Reihe nach die doppelte, dreifache, vierfache. An den hellen Stellen ist der eine Strahl dem andern um ein ungerades Vielfaches von $^1/_2$ Wellenlänge vorausgeeilt.

An der Stelle des ersten dunklen Streifens (für rothes Licht) beträgt die Dicke des Gypsblättchens 0,078, auf der Stelle des zweiten 0,157 Millimeter.

Stellt in Fig. 661 ABC die keilförmige Platte dar, sind s_1, s_2 u. s. w. die Stellen, an welchen sich die auf einander folgenden dunklen Streifen für rothes Licht befinden, so ist die Entfernung $As_1 = s_1s_2 = s_2s_3$ u. s. w.; es läßt sich also das Gesetz, nach welchem die Lichtstärke bei Anwendung von rothem Lichte mit wachsender Dicke des Blättchens ab- und zunimmt, gerade so graphisch darstellen, wie wir es schon oben bei der Entwickelung der Gesetze der Newton'schen Ringe gesehen haben.

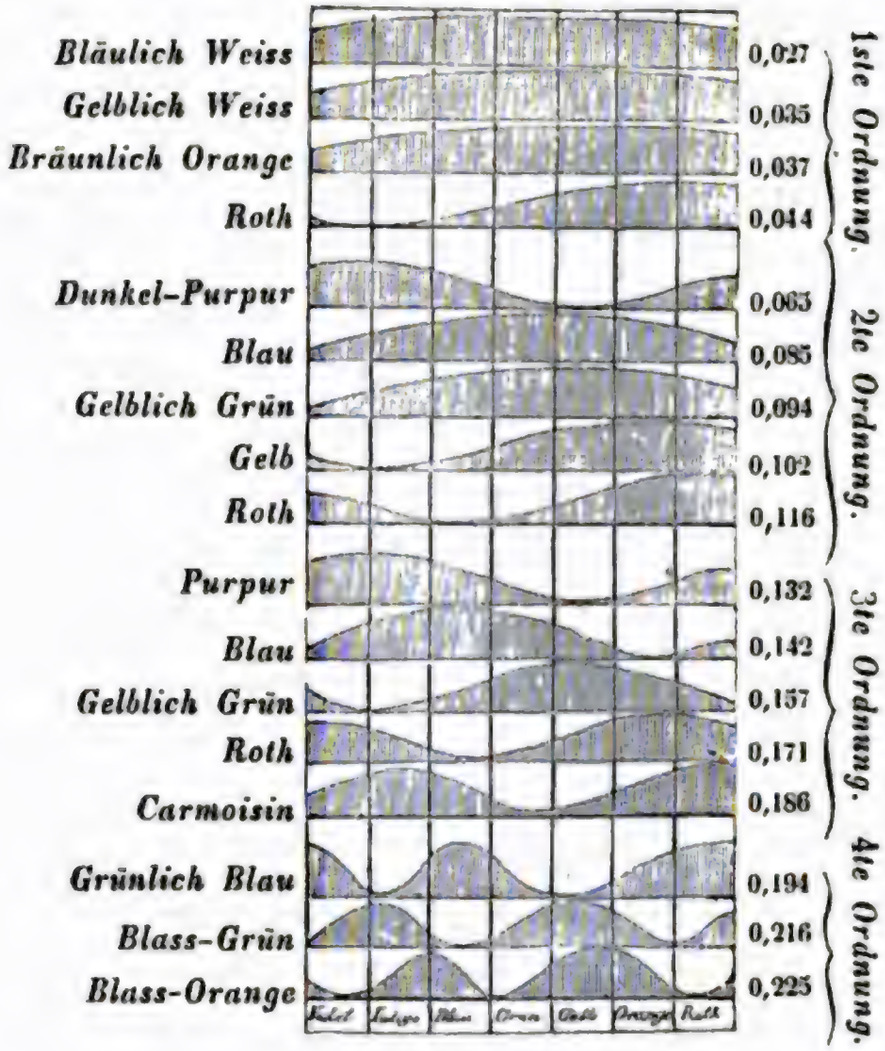
Fig. 661.



Da die Wellenlängen für violettes Licht kürzer sind als für rothes, so wird auch nicht die Stelle der keilförmigen Platte den ersten dunklen Streifen für violettes Licht zeigen, deren Dicke 0,078 Millimeter ist, sondern eine andere, deren Dicke in demselben Verhältnisse geringer ist, in welchem

die violetten Lichtwellen kürzer sind, also eine Stelle, deren Dicke $0{,}078 \times 0{,}68^{mm}$ beträgt. In demselben Verhältnisse werden also auch die dunklen Streifen für violettes Licht näher zusammenrücken, in demsel-

Fig. 662.



ben Verhältnisse wird auch bei der Construction der Intensitätskurve für violettes Licht die Entfernung von einem Minimum zum andern kleiner werden müssen.

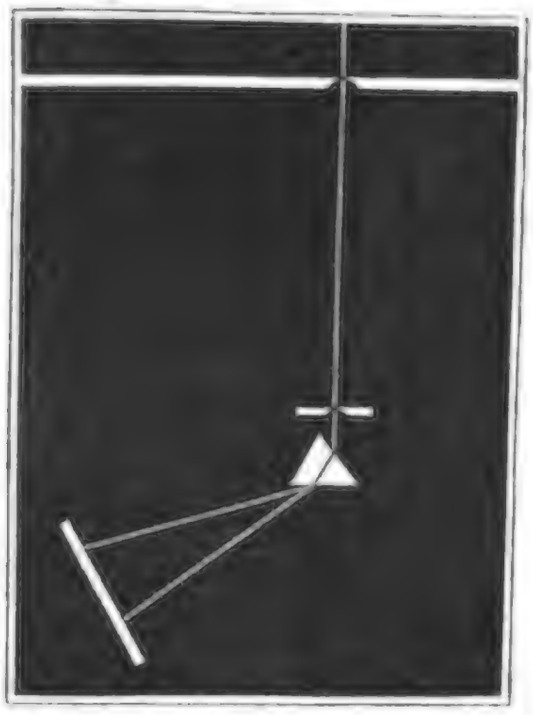
Dasselbe gilt auch für die anderen Farben; kurz, man sieht, daß hier genau dieselben Verhältnisse stattfinden wie bei den Farben dünner Schichten, daß die Figuren 661 und 662, welche uns gedient haben, um die Farbenerscheinungen dünner Schichten abzuleiten, auch dienen können, um zu ermitteln, welche Färbung ein Gypsblättchen von gegebener Dicke zwischen den gekreuzten Spiegeln des Apparates zeigen wird, kurz daß die Farben dünner Schichten mit den Farben, welche dünne Krystallblättchen im polarisirten Lichte zeigen, identisch sind.

In Fig. 662 ist auf der rechten Seite immer die Dicke des Gypsblättchens angegeben, welche zwischen den gekreuzten Spiegeln des Polarisationsapparates die auf der linken Seite genannte Farbe giebt.

Daß die Farben der Gypsblättchen wirklich ſo zuſammengeſetzt ſind, wie es die Theorie angiebt, läßt ſich dadurch zeigen, daß man ſie mit dem Prisma analyſirt; dazu iſt beſonders folgende Methode geeignet.

Man ſtelle ein Prisma ſo auf, wie es Fig. 663 zeigt; es iſt dies dieſelbe Anwendung, welche ſchon früher zur Erzeugung der Fraunhofer'ſchen Linien auf einem Schirm angewandt wurde; nur können die Spalten etwas weiter geöffnet ſeyn. Wenn man ein ſchönes Spectrum auf dem Schirme hat, ſo ſtellt man vor die Spalte, welche dicht vor das Prisma ſteht, ein zwiſchen zwei Nicol'ſchen Prismen befindliches Gypsblättchen auf.

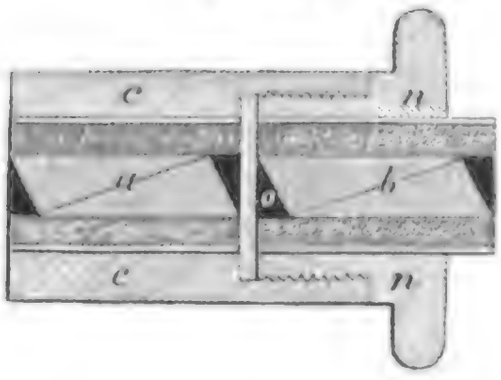
Fig. 663.



Weit ſchöner wird das Spectrum, wenn man die zweite Spalte wegläßt und eine Linſe von $\frac{1}{2}$ bis 1 Meter Brennweite hinter der Linſe aufſtellt. Bei gehöriger Entfernung des Schirms ſind nun die Fraunhofer'ſchen Linien viel ſchärfer und deutlicher, und wenn man die Nicol'ſchen Prismen mit dem Gypsblättchen dicht bei die Spalte im Laden ſetzt, ſo zeigt ſich die ſogleich näher zu beſchreibende Erſcheinung ſehr brillant.

Das Gypsblättchen muß zwiſchen zwei runde Glasplatten gekittet ſeyn; um es bequem aufſtellen zu können, muß es mit den beiden Nicol'ſchen Prismen in eine geeignete Holzfaſſung eingeſetzt werden.

Fig. 664.



Eine ſolche zweckmäßige Faſſung iſt in Fig. 664 dargeſtellt. Das Nicol'ſche Prisma *a* iſt in einen Kork und dieſer wieder in eine Meſſinghülſe geſteckt; es iſt dies die gewöhnliche Art die Nicol'ſchen Prismen zu faſſen. Das Prisma iſt nun ſammt ſeiner Faſſung in einem hohlen Holzcylinder geſteckt, welcher auf der einen Seite noch vorragt und innen mit einem Schraubengewinde verſehen iſt; hier wird

das zwiſchen zwei Glasplatten gekittete Gypsblättchen *o* eingelegt und dann im zweiten hohlen Holzcylinder *n* eingeſchraubt, in welchem ein zweites Nicol'ſches Prisma *b* ſteckt. Das Gypsblättchen muß in der gehörigen Lage gegen die Polariſationsebene des Prismas *a* eingelegt werden; das zweite Prisma *b* iſt in ſeiner hölzernen Hülſe leicht drehbar.

Den ganzen Apparat kann man in einen mit einem Stiele verſehenen Holzring ſtecken, der auf ein geeignetes Statif paßt. Auf dieſe Weiſe kann man ihn leicht am gehörigen Orte aufſtellen.

Fig. 665.

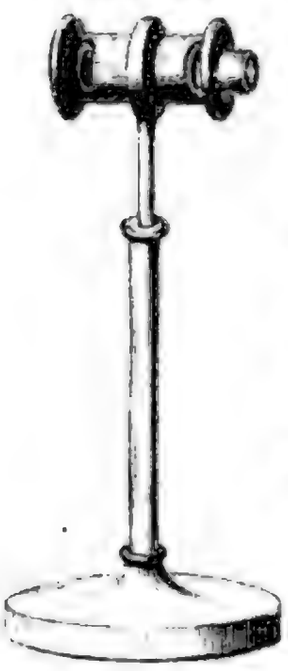


Fig. 665 ſtellt die ganze Vorrichtung ſammt ihrem Statif dar; der hier dargeſtellte Apparat weicht von dem in Fig. 664 im Durchſchnitte gezeichneten nur dadurch ab, daß die mittlere Hülſe *e* auf jeder Seite eine Vorragung hat, in welche man eine Hülſe mit einem Nicol'ſchen Prisma einſchrauben kann, während dies in dem Apparat Fig. 664 nur auf der einen Seite der Fall iſt. Man kann auf dieſe Weiſe das Licht, welches durch zwei Nicol'ſche Prismen in ein dazwiſchenliegendes Gypsblättchen gegangen iſt, durch ein zweites Gypsblättchen und dann abermals durch ein Nicol'ſches Prisma leiten.

Sind die beiden Nicol'ſchen Prismen gekreuzt und iſt in ein Gypsblättchen eingelegt, welches violett (dunkelpurpur) der zweiten Ordnung zeigt, ſo erſcheint ein dunkler Streifen im Gelb des Spectrums, iſt das Gypsblättchen roth der dritten Ordnung, ſo erſcheint ein dunkler Streifen im Blau, für grün vierter Ordnung ein dunkler Streifen im Blau und ein zweiter an der Gränze zwiſchen Roth und Orange.

Je dicker die Gypsblättchen ſind, um ſo mehr dunkle Streifen erſcheinen im Spectrum, zugleich aber wird die Farbe der Blättchen immer unſcheinbarer; ein Blättchen, welches drei dunkle Streifen zeigt, iſt ſchon faſt ganz weiß. Wenn die Gypsblättchen dick genug ſind, ſo iſt die Zahl der Streifen ſehr groß und die Streifen ſelbſt ſind alsdann ſehr fein.

So ſind denn die Farbenerſcheinungen der Gypsblättchen zwiſchen den gekreuzten Spiegeln vollſtändig erklärt, wenn die Schwingungsebenen im Gypsplättchen einen Winkel von 45^0 mit den Schwingungsebenen der Spiegel machen. Wenn nun die Spiegel gekreuzt bleiben, oder das Gypsblättchen eine andere Lage erhält, ſo wird die Färbung nicht ihrer Art, ſondern nur ihrer Intenſität nach verändert, d. h. die Färbung bleibt dieſelbe, ſie nimmt nur an Lichtſtärke um ſo mehr ab, je mehr die Schwin-

gungsebenen im Krystallblättchen sich den Schwingungsebenen der Spiegel nähern.

Aus dem, was oben, Seite 543, gesagt worden ist, geht hervor, daß die Vibrationsintensität der Wellensysteme, welche die beiden Strahlen im Gypsblättchen nach der Zerlgung durch den oberen Spiegel liefern, am größten seyn wird, wenn die Schwingungsebenen im Gypsblättchen den Winkel halbiren, welchen die Schwingungsebenen der beiden Spiegel mit einander machen; je mehr sich aber die Schwigungsebenen im Gypsblättchen den Schwingungsebenen der Polarisationsspiegel nähern, desto geringer wird die Vibrationsintensität des Strahlenbündels, welches jeder der beiden Strahlen im Gypsblättchen nach der Zerlegung durch den oberen Spiegel liefert; wenn aber die Intensität der interferirenden Strahlenbündel geringer wird, so muß auch die Intensität der Färbung geringer werden, welche durch die Interferenz hervorgebracht wird; ja das Gypsblättchen muß, wie wir schon gesehen haben, ganz dunkel erscheinen, wenn die Schwingungsebenen der beiden Strahlen im Blättchen mit den Schwingungsebenen der beiden Spiegel ganz zusammenfallen.

250 **Erscheinungen gekreuzter Gypsblättchen zwischen gekreuzten Spiegeln.** Wenn man zwei Gypsblättchen so auf einander legt, daß die entsprechenden Schwingungsebenen in beiden zusammenfallen, so werden sie offenbar solche Erscheinungen hervorbringen, als ob man eine einzige Platte angewendet hätte, deren Dicke gleich ist der Summe der Dicken der beiden einzelnen Blättchen. Legt man aber die Blättchen so auf einander, daß sich die entsprechenden Schwingungsebenen unter rechtem Winkel kreuzen, daß also die Schwingungsebene der geringsten Elasticität im einen mit der Schwingungsebene der größten Elasticität im andern zusammenfällt, so wird der Strahl, welcher in dem einen Blättchen voraneilte, im andern zurückbleiben. Sind nun die gekreuzten Blättchen gleich dick, so wird das Voraneilen in dem einen Blättchen dem Zurückbleiben im andern gleich seyn, das eine Blättchen hebt die Wirkung des andern auf, es ist gerade so, als ob man gar kein Gypsblättchen in den Apparat gebracht hätte. Der Versuch bestätigt dies vollkommen. Kreuzt man zwei Blättchen, welche einzeln ganz gleiche Farben zeigen, so wird die Stelle, an der die Blättchen über einander liegen, ganz dunkel erscheinen, während die freien Ecken gleich gefärbt sind.

Wären die Blättchen nicht gleich dick, so würden sie, auf die angegebene Weise gekreuzt, Farben zeigen, und zwar gerade die Farbe, welche der Differenz ihrer Dicke entspricht. Der Grund davon ist leicht einzusehen, und der Versuch leicht anzustellen.

Dies läßt ſich anwenden, um mit Hülfe der keilförmigen Gypsplatte die Farbe eines jeden Blättchens zu beſtimmen. Wenn die keilförmige Platte in der gehörigen Lage in den Apparat gebracht iſt, hält man das zu prüfende Blättchen ſo darüber, daß die Schwingungsebenen des Blättchens die entſprechenden Schwingungsebenen der keilförmigen Platte kreuzen. An der Stelle, wo das Blättchen die Streifen der keilförmigen Platte überdeckt, erſcheinen dieſe verändert; an der Stelle, an welcher das Gypsblättchen mit der keilförmigen Platte gleiche Dicke hat, erſcheint ein ſchwarzer Streifen, weil ſich hier die Wirkungen des Blättchens und der keilförmigen Platte aufheben. Verfolgt man nun dieſen ſchwarzen Streifen bis dahin, wo die keilförmige Platte frei liegt, ſo wird im freien Theil ein farbiger Streifen die Fortſetzung des ſchwarzen bilden. Dieſer Farbſtreifen hat genau die Farbe, welche das Blättchen für ſich allein zeigt, und man kann nun auch leicht ſehen, zu welcher Ordnung dieſe Farbe gehört.

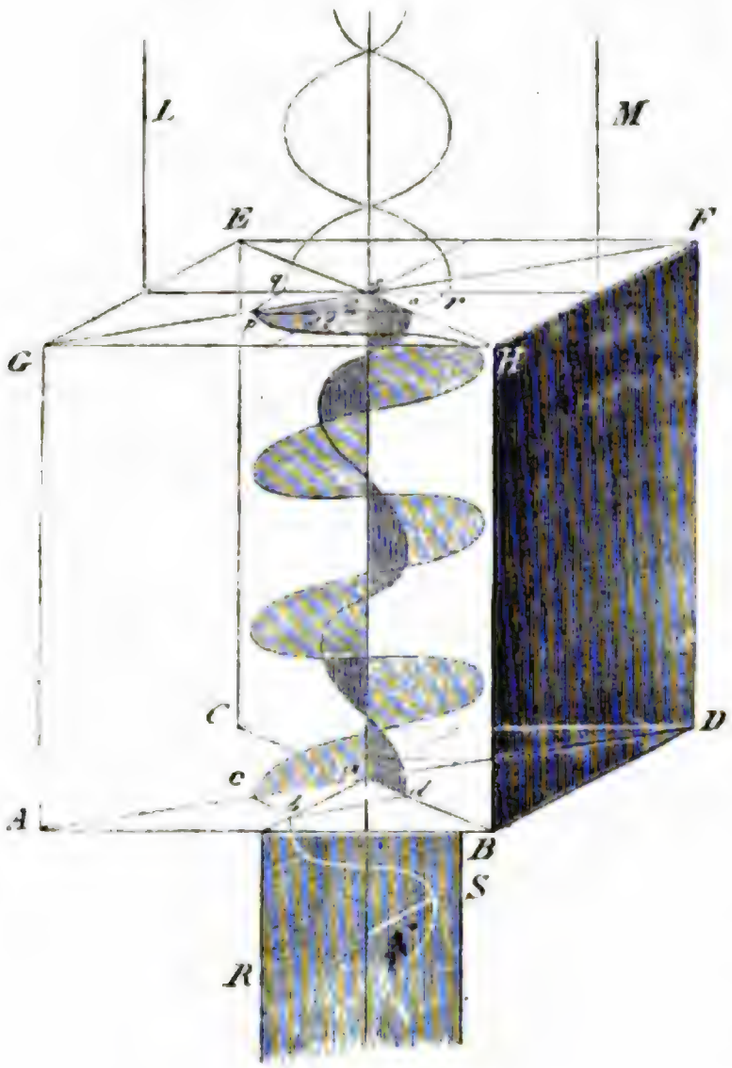
Farben der Gypsblättchen zwiſchen parallelen Spiegeln. Complementärfarben. Legt man das Gypsblättchen ſo, daß es bei gekreuzten Spiegeln möglichſt lebhafte Farben zeigt, dreht man alsdann den oberen Spiegel, ſo wird die Farbe blaſſer und blaſſer (d. h. mehr dem Weißen ſich nähernd); hat man um 45^0 gedreht, ſo ſcheint das Gypsblättchen ganz farblos; dreht man weiter, ſo erſcheint die complementäre Farbe, die am brillanteſten wird, wenn die Spiegel parallel ſind. Roth geht dabei über in Grün, Grün in Roth; Blau in Gelb, Gelb in Blau u. ſ. w. 251

Daß das Blättchen farblos erſcheint, wenn die Reflexionsebene des oberen Spiegels mit der des unteren einen Winkel von 45^0 macht, iſt leicht einzuſehen. In dieſem Falle fällt die Schwingungsebene des oberen Spiegels mit der Schwingungsebene des einen Strahls im Kryſtalle zuſammen. Der Spiegel pflanzt alſo dieſe Schwingungen fort. Die Schwingungen des andern Strahls im Kryſtalle ſind aber rechtwinklig zu der Schwingungsebene des oberen Spiegels, ſie werden alſo von dieſem Spiegel gar nicht fortgepflanzt; ſie können alſo auch mit den reflectirten Strahlen nicht interferiren, die Urſache der Farbenerſcheinung hört alſo auf.

Die Erklärung der Farbenerſcheinungen zwiſchen parallelen Spiegeln beruht auf demſelben Principe, welches wir oben anwandten, um die Farben zwiſchen gekreuzten Spiegeln zu erklären.

Werden die Vibrationen so und sp, Fig. 666, nach einer Ebene zerlegt, die mit der Schwingungsebene RS der einfallenden Strahlen parallel ist, so erzeugen beide eine Vibration nach derselben Richtung st, nach der Zerlegung durch den oberen Spiegel werden sich also die beiden Wellensysteme unterstützen müssen.

Fig. 666.



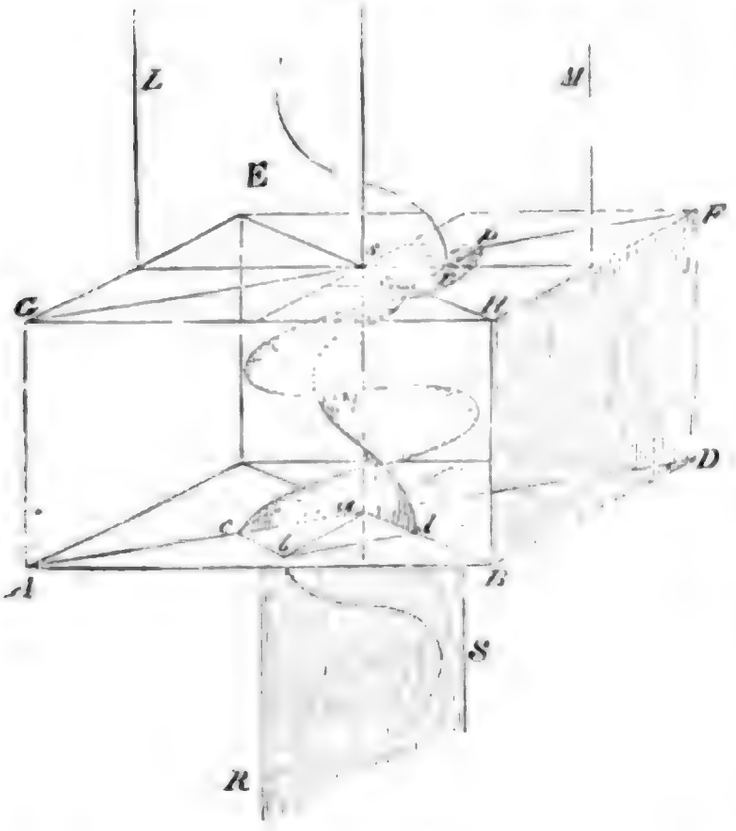
Für einfarbiges Licht erscheinen also zwischen parallelen Spiegeln diejenigen Stellen hell, welche gerade so dick sind, daß ein Strahl im Krystalle dem andern gerade um eine ganze oder mehrere ganze Wellenlängen voraneilt. Zwischen parallelen Spiegeln werden also gerade diejenigen Stellen der keilförmigen Platte durch das rothe Glas hell erscheinen, die zwischen gekreuzten dunkel waren, diejenigen aber, die zwischen gekreuzten Spiegeln hell erschienen, sind nun dunkel.

Von dieser letzteren Behauptung, daß zwischen parallelen Spiegeln gerade die Stellen dunkel erscheinen müssen, in welchen der eine Strahl dem andern um $\frac{1}{2}$ oder ein ungerades Vielfaches von $\frac{1}{2}$ Wellenlänge vorausgeeilt ist, überzeugt man sich durch Betrachtung der Fig. 667 (a. f. S.), ohne daß eine weitere Erläuterung nöthig wäre.

Nehmen wir nun weißes Licht statt des einfarbigen, so werden bei parallelen Strahlen gerade diejenigen Farben im Teint des Gypsblättchens vorherrschen, die ihm bei gekreuzten Spiegeln fehlen, diejenigen Farben aber werden hier den geringsten Einfluß auf die Färbung ausüben, die bei gekreuzten Spiegel vorherrschen.

Demzufolge findet zwischen der Farbe, welche ein Gypsblättchen zwischen gekreuzten, und derjenigen, welche es zwischen parallelen Spiegeln

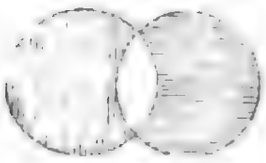
Fig. 667.



zeigt, eine solche Beziehung Statt, daß sie sich gegenseitig zu Weiß ergänzen, es sind also Complementärfarben, die hier in größter Reinheit und Schönheit sich zeigen.

Ersetzt man den Zerlegungsspiegel des Apparates durch ein doppeltbrechendes Prisma, so sieht man zwei Bilder des Gypsblättchens, welche complementär gefärbt sind; diese Färbung ist am stärksten, wenn die Schwingungsebene des einen Strahls im Kalkspathprisma mit der Schwingungsebene des Polarisationsspiegels zusammenfällt. Die Stelle, wo die beiden Bilder über einander fallen,

Fig. 668.



erscheint weiß. Am schönsten läßt sich dies zeigen, wenn man das Gypsblättchen mit einem schwarzen Schirm bedeckt, in welchem nur eine runde Oeffnung sich befindet, unter der gerade das Gypsblättchen liegt; man sieht dann durch das doppeltbrechende Prisma zwei farbige Kreise, deren Farben complementär sind; da aber, wo sie über einander fallen, erscheinen sie weiß, wie dies in Fig. 668 angedeutet ist.

Farbige Ringe in einaxigen Krystallen. Wenn man eine Kalk- 252
spathplatte, welche rechtwinklig zur optischen Axe geschliffen ist (eine solche Platte erhält man, wenn man die gegenüberliegenden stumpfen Ecken eines Rhomboeders in der Weise abschleift, wie es Fig. 669 angedeutet ist), zwischen die beiden Turmalinplatten der schon oben S. 540 beschriebenen Turmalinzange, Fig. 670, bringt und dann, indem man den Apparat dicht vor das Auge hält, nach dem hellen Himmel

Fig. 669.

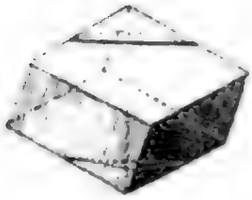


Fig. 670.

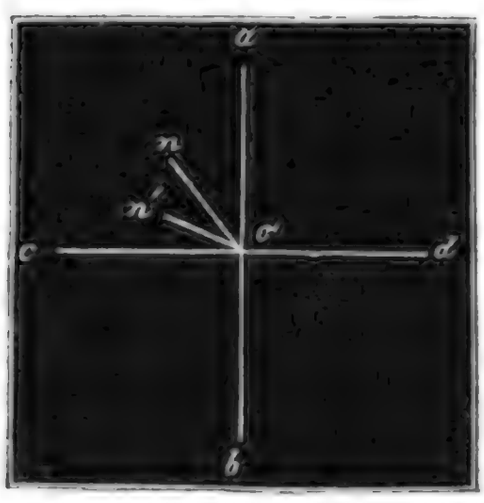
oder irgend einer recht hellen Fläche sieht, so erblickt man ein prächtiges Ringsystem; wenn die Turmalinplatten gekreuzt sind, so sieht man die Erscheinung Fig. 1 Tab. II.; sind aber die Turmalinplatten so gestellt, daß ihre Polarisationsebenen parallel sind, so sieht man die Erscheinung

Fig. 671.

Fig. 671, in welcher alle Farben complementär zu den Farben der entsprechenden Stellen in Fig. 1 Tab. II. sind, weshalb auch hier statt des schwarzen Kreuzes ein weißes erscheint.

Die Turmalinzange stellt eigentlich einen kleinen Polarisationsapparat dar; die eine Platte ersetzt den Polarisationsspiegel, die andere den Zerlegungsspiegel jenes Apparates. Wenn eine Krystallplatte auf dem mittleren Tischlein des Polarisationsapparates liegt, so können nur solche Strahlen, die nahe rechtwinklig durch die Platte gegangen sind, zum oberen Spiegel und von da zum Auge gelangen. Betrachtet man das Auge als die Spitze eines Kegels, dessen Grundfläche die auf dem Tischlein liegende Krystallplatte ist, so ist dieser Kegel ein sehr spitzer; die Strahlen, welche von dem Rande des Blättchens ins Auge gelangen, haben fast dieselbe Richtung, wie die durch seine Mitte gegangene. Legt man aber eine Krystallplatte in die Turmalinzange, bringt man diese dicht ans Auge, so übersieht man ein größeres Feld, d. h. außer solchen Strahlen, die rechtwinklig oder nahe rechtwinklig durch die Krystallplatte gingen, gelangen auch noch solche Strahlen ins Auge, welche die Platte in sehr schräger Richtung durchliefen. Die Gesammtheit aller durch die Platte, in das Auge gelangenden Strahlen bildet einen ziemlich stumpfen Kegel.

Fig. 672.



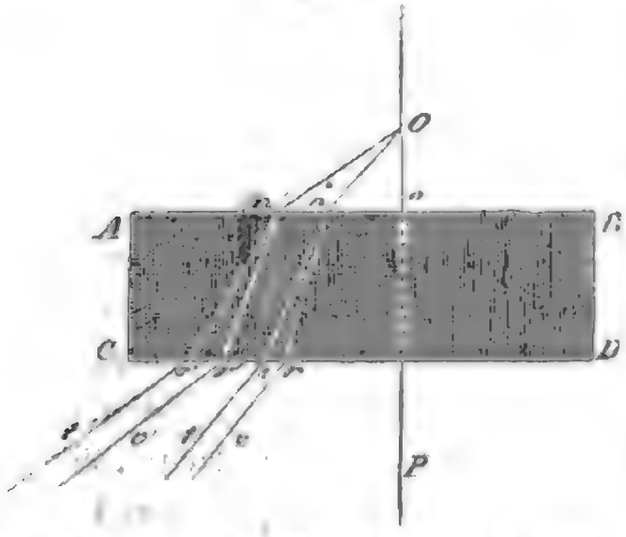
Die erwähnte Ringerscheinung läßt sich nun leicht erklären. In Fig. 672 stelle die Ebene des Papiers die Oberfläche des zwischen die Turmalinplatten gelegten Krystalls dar. Das Auge des Beschauers befinde sich gerade über *o*; die Richtung der rechtwinklig durch die Platte gehenden Strahlen erscheint also in unserer Figur zu einem Punkte *o* verkürzt. *a b* sey die Schwingungsrichtung der ersten, *c d* die der zweiten Turmalinplatte. Wenn nun die Krystallplatte rechtwinklig auf die Axe geschnitten ist, so gehen die Strahlen, welche rechtwinklig zu den Oberflächen

durch die Platten ſich bewegen, in der Richtung der optiſchen Axe hindurch. In dieſer Richtung findet aber keine Spaltung in zwei Strahlen Statt; die Mitte des Geſichtsfeldes wird alſo gerade ebenſo erſcheinen, als ob gar keine Kryſtallplatte zwiſchen den gekreuzten Turmalinplatten läge.

Betrachten wir den Fußpunkt des von dem Auge auf die Kryſtallplatte gefällten Perpendikels als die Mitte des Geſichtsfeldes; dieſe Mitte wird, wie eben erwähnt wurde, dunkel erſcheinen. Betrachten wir nun irgend einen andern Punkt n der Oberfläche des Kryſtalls. Die hier austretenden und nach dem über o ſtehenden Auge gelangenden Strahlen haben die Platte nicht in der Richtung der optiſchen Axe durchlaufen. Bei n tritt alſo ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl aus der Platte; der eine Strahl iſt dem andern vorangeeilt; nach der Zerlegung durch die obere Turmalinplatte tritt alſo ganz derſelbe Fall ein, wie für ein Gypsblättchen zwiſchen den gekreuzten Spiegeln des Polariſationsapparates. Während alſo der Punkt o zwiſchen den gekreuzten Turmalinplatten dunkel erſcheint, wird der Punkt n eine Farbe haben, deren Natur davon abhängt, um wie viel Wellenlängen der eine Strahl dem andern vorausgeeilt iſt.

Betrachten wir nun den Gang der beiden in n austretenden Strahlen etwas genauer. In Fig. 673 ſtelle $ABCD$ den Durchſchnitt der Kryſtallplatte mit einer Ebene dar, welche durch die Linie no, Fig. 672, und das Auge O geht, ſo iſt OoP das vom Auge auf der Oberfläche des Kryſtalls gefällte Perpendikel, welches in Fig. 672 zum Punkte verkürzt erſchien und welches mit der optiſchen Axe im Kryſtalle zuſammenfällt. — Wenn von O ein Lichtſtrahl, On, auf die Kryſtallplatte fiele, ſo würde er beim Eintritte in den Kryſtall in zwei Strahlen, ns und nr, geſpalten werden, die nach st und rv parallel mit nO austreten. Wenn alſo umgekehrt ein Lichtſtrahl ts auf die Platte fällt, ſo wird er in zwei geſpalten, von denen nur der ordinäre nach n gelangt. Ein zweiter Strahl vr aber, der die Platte trifft, ſendet einen extraordinären Strahl nach n, bei n trit alſo ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl in der Richtung nO aus.

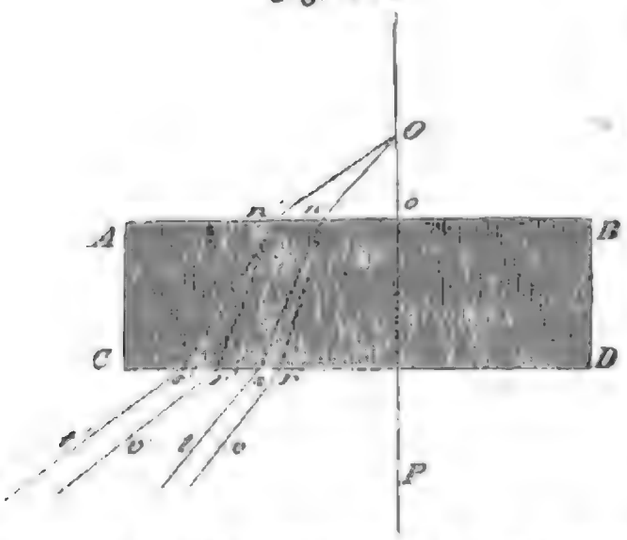
Fig. 673.



Die Länge der Wege ns und nr iſt ſo wenig von einander verſchieden, daß man dieſe Differenz bei unſerer Betrachtung ganz unberückſichtigt laſſen kann; auf dem Wege ns aber liegen weniger Wellenlängen als auf

nr, weil der eine dieser Strahlen ein ordinärer, der andere ein extraordinärer, weil also die Wellenlänge für den einen kürzer ist als für den andern. Nehmen wir an, der eine Strahl sey dem andern um eine Wellenlänge vorangeeilt.

Fig. 674.



Die Strahlen, die von einem Punkte n' der Oberfläche des Krystalls in's Auge gelangen, der noch weiter von o entfernt ist als n, haben den Krystall in einer Richtung durchlaufen, die mit der optischen Axe einen noch größeren Winkel macht als die Richtung der bei n austretenden Strahlen; folglich ist die Wellenlänge der beiden bei n' austretenden Strahlen im Krystalle noch mehr von einander verschieden, als dies für die bei n austretenden der Fall ist, das Voraneilen des einen Strahls ist also noch bedeutender. Wir wollen annehmen, daß der eine Strahl dem andern um zwei Wellenlängen vorausgeeilt sey.

Wie wird nun diese Platte zwischen den Turmalinplatten erscheinen? Offenbar muß etwas Aehnliches stattfinden, wie bei einer keilförmigen Gypsplatte im Polarisationsapparate. Zwischen gekreuzten Turmalinen muß die Stelle o dunkel erscheinen, weil von den hier austretenden Strahlen keiner dem andern vorausgeeilt ist, sie haben ja den Krystall in der Richtung der optischen Axe durchlaufen. Die Stelle n wird ebenfalls dunkel erscheinen (für einfarbiges Licht), sie entspricht der Stelle der keilförmigen Platte, welche so dick ist, daß der eine Strahl dem andern um eine Wellenlänge vorausgeeilt ist; ebenso erscheint n' dunkel, dieser Punkt entspricht dem zweiten dunklen Streifen der Gypsplatte. Zwischen o und n ist eine Stelle, an welcher ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl nach dem Auge hin austreten, von denen der eine dem andern um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge vorausgeeilt ist, diese Stelle wird also hell erscheinen; ebenso befindet sich eine helle Stelle zwischen n und n', von den hier austretenden Strahlen ist der eine dem andern um $\frac{3}{2}$ Wellenlänge vorausgeeilt.

Denken wir uns um o auf der Oberfläche der Krystallplatte einen Kreis mit dem Radius on gezogen, so werden alle Strahlen, die von dem Umfange dieses Kreises in's Auge gelangen, sich ebenso verhalten wie die von n herkommenden, denn alle diese Strahlen haben den Krystall in gleicher Neigung gegen die optische Axe durchlaufen; wenn also der Punkt n zwischen den Turmalinplatten dunkel erscheint, so erscheint der ganze Umfang

des Kreiſes dunkel, deſſen Mittelpunkt *o* und deſſen Radius *on* iſt. Um den dunklen Mittelpunkt *o* erſcheint alſo zunächſt ein heller Kreis, dann ein dunkler, deſſen Radius *on* iſt, auf dieſen folgt wieder ein heller Ring, dann ein zweiter dunkler Ring, deſſen Halbmeſſer *on'* iſt u. ſ. w.

Sieht man durch die zwiſchen gekreuzte Turmalinplatten gelegte Platte nach einer monochramatiſchen Flamme, ſo ſieht man eine Reihe von concentriſchen Kreiſen, die immer feiner und feiner werden.

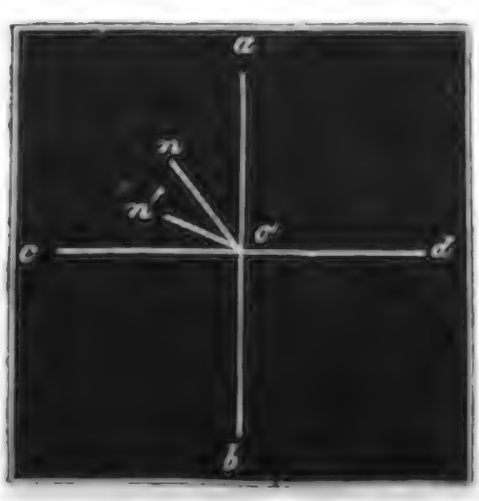
Wenn man ſtatt des einfarbigen Lichts weißes Licht anwendet, wenn man alſo z. B. gegen den hellen Himmel ſieht, ſo erblickt man natürlich ſtatt der hellen und dunklen Ringe eine Reihe verſchiedenfarbiger Ringe, die von dem Mittelpunkte aus in derſelben Ordnung auf einander folgen, wie die Farben der keilförmigen Platten.

Das oben beſprochene Ringſyſtem erſcheint aber von einem ſchwarzen Kreuze unterbrochen, deſſen Mittelpunkt mit dem Mittelpunkte der Ringe zuſammenfällt; wir wollen uns jetzt zu der Erklärung dieſes ſchwarzen Kreuzes wenden.

Bei der Erklärung der Farbenerſcheinungen in dünnen Gypsblättchen haben wir geſehen, daß die Färbung eines ſolchen Blättchens zwiſchen gekreuzten Spiegeln der Art noch ungeändert bleibt, wenn man ihm verſchiedene Lagen giebt, daß aber dabei die Intenſität der Färbung variirt. Das Blättchen erſcheint am lebhafteſten gefärbt, wenn die Schwingungsebenen der beiden Strahlen einen Winkel von 45° mit der Schwingungsebene des unteren Spiegels machen; dreht man das Blättchen aus dieſer Lage heraus, ſo nimmt ſeine Helligkeit ab, bis es endlich ganz dunkel erſcheint, wenn die Schwingungsebene des einen der beiden Strahlen mit der des unteren Spigels, die Schwingungsebene des andern Strahls im Kryſtalle mit der des oberen Spiegels zuſammenfällt.

Wir ſehen daraus, daß die Intenſität der Färbung davon abhängt, welche Lage die Schwingungsebenen im Kryſtalle gegen die Schwingungsebenen der beiden Spigel oder, in unſerem Falle, der beiden Turmalinplatten haben. Bei den Gypsblättchen ſind die Schwingungen aller durchgehenden Strahlen mit zwei beſtimmt anzugebenLinien parallel, bei einer ſenkrecht auf die Axe geſchnittenen Kryſtallplatte aber iſt dies nicht der Fall.

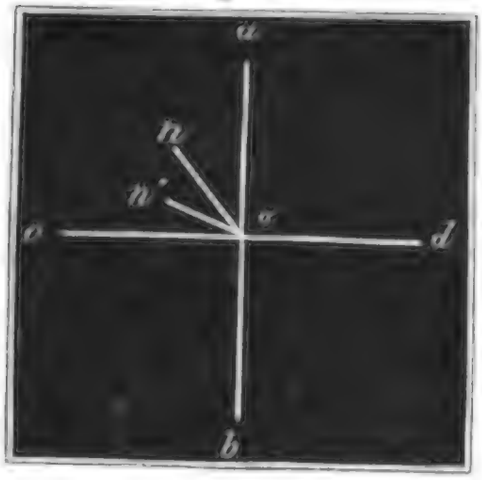
Fig. 575.



Von einem Punkte *n*, Fig. 575, der Oberfläche eines ſenkrecht auf die Axe geſchliffenen einaxigen Kryſtalls tritt ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl

nach dem über *o* befindlichen Auge aus; die Ebene, welche ſich durch den Punkt *n* und und die in *o* zum Punkte verkürzte Richtung der optiſchen Axe legen läßt, iſt der Hauptſchnitt für dieſe Strahlen; die Swingungen des extraordinären Strahls finden nun in dieſem hier zur Linie *n o* verkürzten Hauptſchnitte ſelbſt Statt, die Schwingungen des ordinären ſind rechtwinklig auf demſelben. Für einen andern Punkt *n'* der Oberfläche des Kryſtalls iſt aber *n' o* die Projection des Hauptſchnitts, die Schwingungsebenen der von *n'* nach dem Auge gelangenden Strahlen haben alſo eine andere Lage als die Schwingungsebenen der von *n* kommenden Strahlen. Wenn nun der Punkt *n* ſo liegt, daß die Linie *n o* einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen *a b* und *c d* der beiden Turmalinplatten macht, ſo werden die Farben an dieſer Stelle *n* ein Maximum von Helligkeit zeigen; je mehr aber die von dem Austrittspunkte nach *o* gezogene Linie ſich der Linie *a b* oder *c d* nähert, deſto dunkler wird die Färbung werden; vollkommene Dunkelheit muß endlich an allen Punkten der Linien *c d* und *a b* ſelbſt ſtattfinden. So erklärt ſich das ſchwarze Kreuz.

Fig. 576.



Der Durchmeſſer der Ringe hängt von der Dicke der Platten ab, er iſt der Quadratwurzel aus der Dicke proportional; für eine 4mal, 9mal dickere Kalkſpathplatte werden die Durchmeſſer der Ringe 2mal, 3mal kleiner ſeyn.

Auch die anderen einaxigen Kryſtalle, den Bergkryſtall ausgenommen, zeigen dieſelbe Erſcheinung, nur ſind für gleich dicke Platten die Ringe um ſo enger, je ſtärker die doppelte Brechung der Subſtanz, d. h. je größer der Unterſchied zwiſchen dem größten und kleinſten Brechungsexponenten für dieſelbe iſt; ſo ſind z. B. die Ringe in einer Kalkſpathplatte weit enger als in einer gleich dicken Platte von eſſigſaurem Kalkkupfer.

Daß zwiſchen parallelen Turmalinen die complementäre Figur mit dem weißen Kreuze erſcheint, bedarf keiner Erklärung. Die nähere Unterſuchung der Modificationen, welche die Ringfigur erleidet, wenn die Turmalinplatten weder parallel noch gekreuzt ſind, würde uns zu weit führen.

Was die Bearbeitung ſolcher Kryſtallplatten betrifft, welche zu dieſen Verſuchen angewendet werden, ſo iſt ſie ſo einfach, daß ſich Jeder leicht ſelbſt ſolche Platten vorrichten kann; das Schleifen und Poliren härterer mineraliſcher Körper überläßt man freilich am beſten einem Glasſchleifer, deſto leichter ſind dagegen auflösliche Salze zu behandeln; man ſchleift

nämlich die Flächen, welche ſenkrecht auf der optiſchen Axe ſtehen, zuerſt auf einem feinen Schleifſtein an, polirt ſie dann auf einem leinenen Läppchen, auf welchem ganz feines caput mortuum, mit einer ganz geringen Menge von Waſſer angefeuchtet, eingerieben worden iſt. Nachdem dies geſchehen iſt, putzt man die polirten Flächen mit einem trockenen Tuche ſorgfältig ab und kittet ſie mit Hülfe von canadiſchem Balſam zwiſchen zwei Glasplatten, damit die polirten Flächen nicht wieder durch den Einfluß der Luft ihren Glanz verlieren.

Beſonders leicht ſind die Kryſtallplatten dann zu präpariren, wenn die optiſche Axe auf einer Spaltungsfläche ſenkrecht ſteht, wie dies z. B. beim ſchwefelſauren Nickeloxyd der Fall iſt. Das ſchwefelſaure Nickeloxyd kryſtalliſirt bei verſchiedenen Temperaturen in verſchiedenen Formen; unter 15° kryſtalliſirt es in gleicher Form mit dem Zinkvitriol, und in dieſem Falle iſt es optiſch zweiaxig; bei einer Temperatur von 15 bis 20° kryſtalliſirt es in Quadratoctaedern, alſo in optiſch einaxigen Kryſtallen, welche ſenkrecht zur optiſchen Axe ſehr vollkommen ſpaltbar ſind; hat man durch Spaltung eine Platte mit recht ebenen glänzenden Flächen erhalten, ſo kann man ſie ohne Weiteres zwiſchen die Glasplatten kitten. Auch das Blutlaugenſalz iſt in einer Richtung ſehr vollkommen ſpaltbar, welche rechtwinklig zur optiſchen Axe iſt; doch erſcheinen die Ringe in demſelben ſelten ganz regelmäßig, ſondern am meiſtens verzerrt, was auf eine Störung in der kryſtalliniſchen Structur hinzudeuten ſcheint; ähnliche Unregelmäßigkeiten beobachtet man auch an dem Ringſyſteme des Berylls.

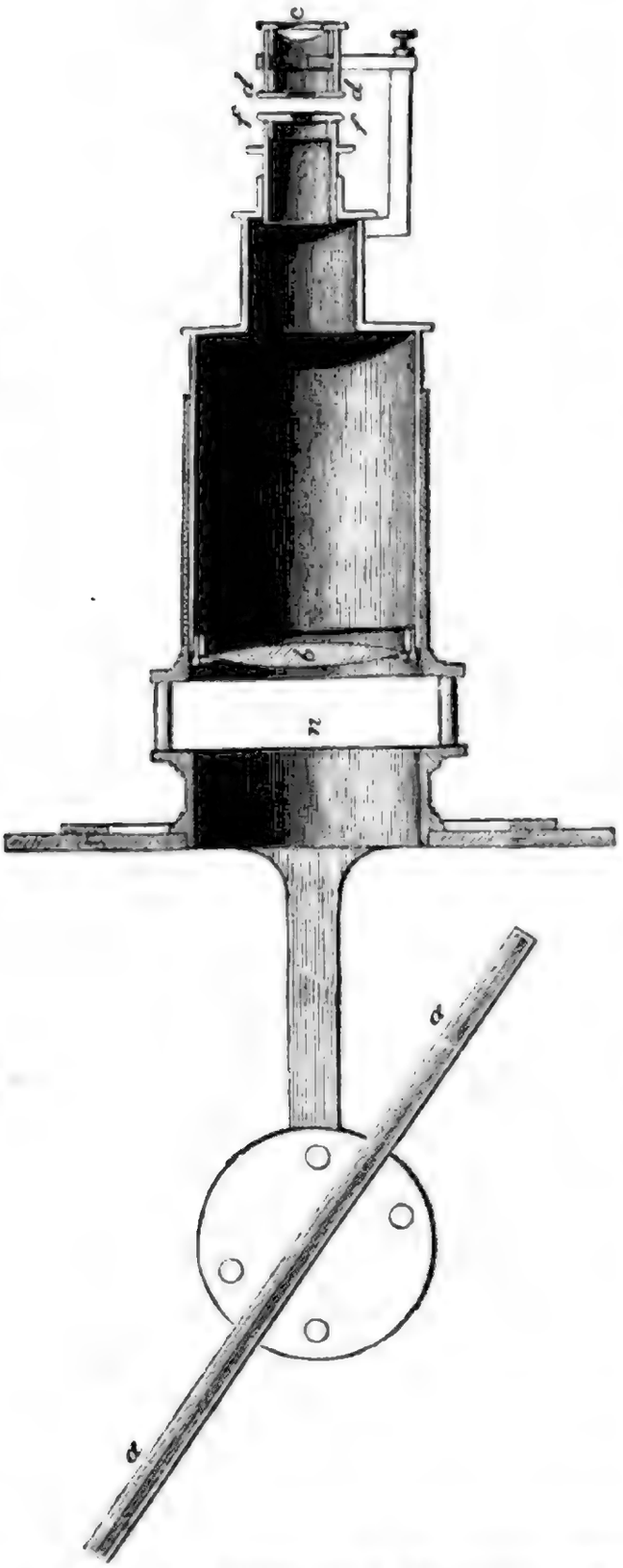
Um das das Ringſyſtem zu beobachten, ſind außer den ſchon genannten noch beſonders folgende einaxige Kryſtalle geeignet: Salpeterſaures Natron, Turmalin, ſaures arſenikſaures Kali, Honigſtein, eſſigſaures Kalkkupfer und Eis.

Das ſalpeterſaure Natron kryſtalliſirt in Rhomboedern, wie der Kalkſpath, und hat eine noch ſtärkere doppelte Brechung; das eſſigſaure Kalkkupfer, ein Doppelſalz von eſſigſaurem Kupfer und eſſigſaurem Kalk, kryalliſirt in 8ſeitigen Säulen und iſt durch ſeine prachtvolle blaue Farbe ausgezeichnet; wegen der dunklen Farbe dieſes Salzes ſieht man ſeine Ringe am beſten, wenn man hellgrüne Turmaline anwendet.

Daß das Eis wirklich eine kryſtalliniſche Structur hat, ließ ſich ſchon daraus erwarten, daß die Schneeflocken ſo regelmäßige Formen zeigen, obgleich man an dem Eiſe ſelbſt keine regelmäßigen Kryſtallflächen beobachtet; dieſe Vermuthung wird nun durch die optiſchen Eigenſchaften des Eiſes vollkommen beſtätigt. Wenn die Eisdecke irgend eines Gewäſſers eine Dicke von 2 bis 4 Centimetern erreicht hat, ſchlage man aus dieſer Decke eine Platte heraus und bringe ſie ſogleich in die Turmalinzange, ſo wird man ohne Weiteres ein Ringſyſtem, wie im Kalkſpathe, ſehen, nur ſind der ge-

ringeren doppelten Brechung des Eises wegen die Durchmesser der Ringe hier trotz der Dicke der Platte noch ziemlich groß; die optische Axe des Eises steht also rechtwinklig zur natürlichen Oberfläche der Eisdecken, und das Eis gehört wirklich in das hexagonale Krystallsystem, wohin es auch nach der Gestalt der Schneeflocken, welche 6seitige Sterne bilden, gehört.

Fig. 677.



Beim Apophyllit und beim unterschwefelsauren Kalke weicht die Aufeinanderfolge der Farben des Ringsystems von der gewöhnlichen ab.

253 **Verschiedene Methoden, die Ringsysteme in Krystallen zu beobachten.** Die einfachste Beobachtungsart der Ringsysteme ist die, daß man die Krystallplatte in die Turmalinzange legt; doch sind unter Umständen andere Beobachtungsmethoden vorzuziehen.

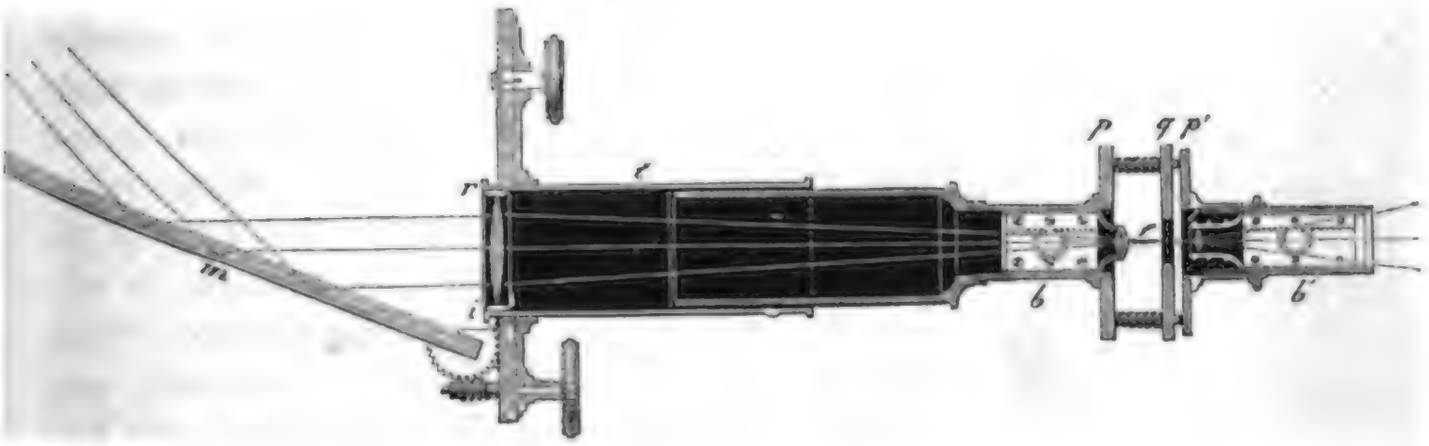
Um das Ringsystem objectiv auf einer Wand darzustellen, kann man den Fig. 677 dargestellten, einem Sonnenmikroskope ähnlichen Apparat anwenden, welcher ebenso wie dieses in den Laden eines dunklen Zimmers eingesetzt wird.

Er besteht nämlich ebenfalls aus einem Spigel *a*, einer Linse *b* von ungefähr 22^{cm} Brennweite und einer zweiten Linse *c* von weit kürzerer Brennweite, welche jedoch nicht immer gebraucht wird. Das Licht ist in der Regel durch den auf die Rückseite geschwärzten Polarisationsspiegel *a* hinlänglich polarisirt; die Krystallplatte, in welche einem Schirme befestigt ist, wird bei *n* eingeschoben, so

daß ſie von den polariſirten Strahlen eher getroffen wird als die Linſe *b*; die Linſen *b* und *c* ſind um die Summe ihrer Brennweiten von einander entfernt, und bei *d* iſt ein doppeltbrechendes Prisma eingeſetzt.

Man bedarf zur objectiven Darſtellung der Farbenringe nicht einmal eines beſondern Apparates, man kann dazu ohne Weiteres die Beleuchtungsröhre des Sonnenmikroſkops anwenden. Man hat zu dieſem Zwecke aus dem Apparate Fig. 678 nur die Röhre, welche die Objectivlinſe

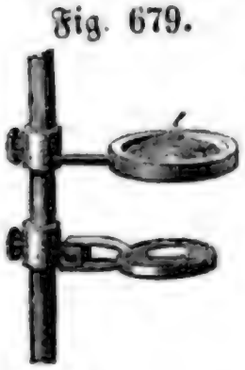
Fig. 678.



enthält, wegzunehmen und die Kryſtallplatte, zwiſchen zwei Turmalinplatten gelegt, in den Brennpunkt der Linſe *f* zu bringen; man kann alsdann das Bild auf einem Schirme auffangen. Es iſt gleichgültig, in welcher Entfernung man den Schirm aufſtellt; das Ringſyſtem erſcheint um ſo größer, aber auch um ſo lichtſchwächer, je weiter er entfernt iſt.

Wenn man die Farben der Ringe ganz rein ſehen will, ſo darf man natürlich die Kryſtallplatte nicht zwiſchen Turmalinplatten bringen, weil dieſe ſchon ſelbſt gefärbt ſind. Man könnte die Ringe freilich auch im Polariſationsapparate ſehen, wenn man die Kryſtallplatte dicht unter den Zerlegungsſpiegel hält; doch iſt dieſe Beobachtungsart höchſt unbequem; ſehr ſchön aber kann man die Ringe im Polariſationsapparate auf folgende Weiſe ſehen.

Fig. 679.



Man bringe oberhalb des Tiſchchens eine Sammellinſe an, welche man nach Belieben auf- und abſchieben kann, ſo daß ihre Axe ſtets in der Mitte des Apparates bleibt; es läßt ſich dies am einfachſten dadurch erreichen, daß man die eine Säule des Apparates, wie man in Fig. 679 ſieht, mit einer verſchiebbaren Hülſe umgiebt, an welcher ſich ein kurzes Stäbchen mit einem Ringe befindet, welcher zur Aufnahme der Linſe *l* dient. Vertikal unter der Linſe befindet ſich die Kryſtallplatte;

Digitized by Google

ſie iſt durch ein federndes Zängelchen gehalten und kann vermittelſt eines Kugelcharniers leicht in die gehörige Stellung gebracht werden. Wenn man die Kryſtallplatte ſo gerichtet hat, daß ſie genau unter der Linſe ſteht und daß die optiſche Axe der Platte mit der Platte der Linſe zuſammenfällt, ſo erblickt man im Zerlegungsſpigel des Apparates ein zierliches Ringſyſtem.

Fig. 680.

Daß man unter dieſen Umſtänden die Ringe ſieht, erklärt ſich folgendermaßen; nehmen wir an, $a\,b$ und $c\,d$ ſeyen diejenigen Strahlen, welche, die Kryſtallplatte ſchräg durchlaufend, die Farben der äußerſten Ringe liefern, ſo werden alle anderen Strahlen, welche den Kryſtall bei m weniger ſchräg durchlaufen, je nach ihrer Richtung alle Farben der übrigen Ringe zeigen; wenn nun über der Kryſtallplatte eine Linſe ſo angebracht wäre, daß m ihr Brennpunkt wäre, ſo würden alle von m aus nach der Linſe divergirenden Strahlen einander parallel aus derſelben austreten; wenn aber der Punkt m weiter als die Brennweite der Linſe von derſelben abſteht, ſo werden die von m aus divergirenden Strahlen unter einem ſpitzen Winkel nach o convergiren, oder, mit anderen Worten, der Winkel, welchen die einzelnen Strahlen des in o convergirenden Strahlenkegels mit der Axe deſſelben machen, iſt kleiner als der Winkel, den dieſelben Strahlen beim Austritte aus der Kryſtallplatte mit dieſer Axe machen, man wird alſo das Ringſyſtem verkleinert ſehen.

Damit nur ſolche Strahlen auf den Kryſtall fallen, welche von dem unteren Spiegel vollſtändig polariſirt worden ſind, kann man noch unter dem Kryſtalle eine Linſe anbringen, welche die vertikal von unten kommenden Strahlen nach der Platte concentrirt; man kann dieſe Linſe auf das Tiſchchen legen.

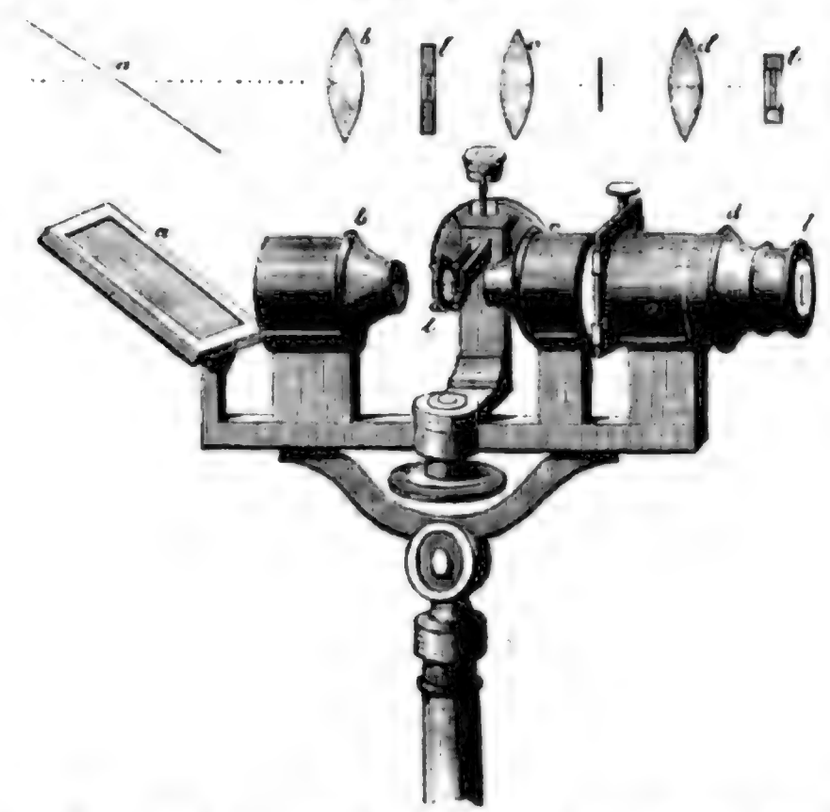
Die Verkleinerung hängt von der Brennweite der Linſe und von ihrer Stellung gegen die Kryſtallplatten ab; in der Regel iſt eine Linſe von ungefähr 3 Centimetern Brennweite die paſſendſte; doch iſt es zweckmäßig, wenn der Apparat ſo eingerichtet iſt, daß man die Linſe vertauſchen kann.

Am vollſtändigſten und ſchönſten laſſen ſich die Farbenringe im Polariſationsapparate mit Hülfe des von Airy angegebenen Linſenapparates zeigen. Eine Linſe befindet ſich unter der Kryſtallplatte, eine zweite über derſelben; die beiden Linſen ſind um die Summe ihrer Brennweiten von einander entfernt, und die Kryſtallplatte befindet ſich im gemeinſchaftlichen Brennpunkte derſelben. Die untere Linſe bewirkt, daß nur ſolche Strahlen nach dem Kryſtalle convergiren, welche nach dem un-

teren Spiegel vollſtändig polariſirt worden ſind; der Strahlenkegel fällt aber nun ſo auf die zweite Linſe, daß alle Strahlen unter einander parallel aus derſelben austreten; ſo treffen ſie nun auf den oberen Spiegel des Apparates, werden von dieſem vollſtändig zerlegt und nach einer dritten Linſe reflectirt, welche ſie nach dem Auge convergiren macht. Die drei Linſen haben gleiche Brennweite.

Auf eine ähnliche Weiſe ſind die Linſen in dem von Soleil conſtruirten Apparat, Fig. 681, angebracht, welcher ſich beſonders zu Meſſun-

Fig. 681.



gen eignet. Die drei Linſen *b*, *c* und *d* haben gleiche Brennweite, nämlich 3 Centimeter, der Kryſtall befindet ſich im gemeinſchaftlichen Brennpunkte der Linſen *b* und *c*, welche um die Summe ihrer Brennweiten von einander abſtehen; die von dem Polariſationsſpiegel *a* parallel auf die Linſe *b* fallenden Strahlen werden alſo auch als Parallelſtrahlen die Linſe *c* verlaſſen und die Linſe *d* treffen, durch welche ſie wieder convergent gemacht werden. Als Lichtzerleger dient hier die Turmalinplatte *t*. Zwiſchen den Linſen *c* und *d* iſt auf paſſende Weiſe ein Mikrometer angebracht, mit Hülfe deſſen man genaue Meſſungen anſtellen kann; die Zange, welche den Kryſtall trägt, iſt um eine horizontale Axe drehbar, und man kann die Drehung auf einem vertikalen getheilten Kreiſe ableſen.

Farbenringe in zweiaxigen Kryſtallen. Wenn man eine Salpe- 254
terplatte, welche ſenkrecht auf die Mittellinie geſchliffen iſt, ſo zwiſchen die gekreuzten Turmalinplatten legt, daß die Ebene der beiden optiſchen

Axen einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der beiden Turmalinplatten macht, ſo ſieht man das ſchöne Ringſyſtem Fig. 2 Tab. II.

Der Salpeter gehört dem rhombiſchen Kryſtallſyſteme an; er kryſtalliſirt in der Regel in Form einer 6ſeitigen Säule, Fig. 682; die Richtung der Mittellinie iſt parallel mit den Kanten dieſer Säule; wenn man alſo eine Platte ſchleift, deren Oberflächen ſenkrecht auf den Kanten der Säule ſtehen, ſo wird eine ſolche Platte das beſprochene Ringſyſtem zeigen. Wenn Fig. 683 der rechtwinklige Durchſchnitt der Säule iſt, ſo iſt lm die Projection der Ebene der beiden optiſchen Axen; die Kryſtallplatte muß alſo ſo zwiſchen die Turmalinplatten gelegt werden, daß die Linie lm einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der beiden Turmalinplatten macht, wenn die Fig. 2 Tab. II. erſcheinen ſoll.

Fig. 682.

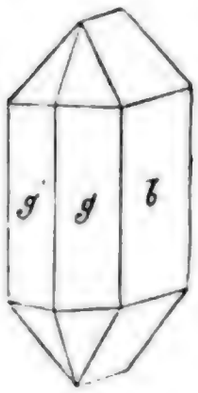
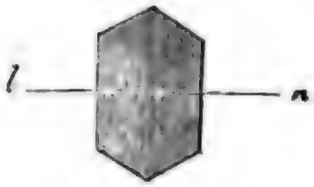


Fig. 683.

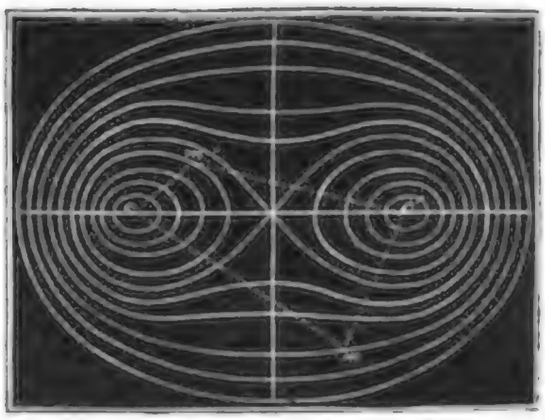


Man wird wohl ſehr ſelten einen Salpeterkryſtall finden, welcher nicht in der Mitte mit mehr oder weniger bedeutenden röhrenartigen Höhlungen durchzogen iſt; dies macht aber die Kryſtalle zu unſerem Zwecke nicht unbrauchbar, denn gegen den Rand hin finden ſich immer Stellen, welche groß genug und vollkommen rein ſind.

Wir wollen nun zuerſt die Geſtallt der farbigen (iſochromatiſchen) Kurven und dann die Form der ſie durchſchneidenden ſchwarzen Büſchel näher unterſuchen.

Die Erſcheinung Fig. 2 Tab. II. beſteht offenbar aus einer Verbindung von zwei Ringſyſtemen, von welchen jedes eine optiſche Axe umgiebt; d. h. die vom Mittelpunkte eines ſolchen Ringſyſtems nach dem Auge austretenden Strahlen haben den Kryſtall in der Richtung einer optiſchen Axe durchlaufen. Herſchel, welcher dieſe Erſcheinung genau unterſuchte, hat gezeigt, daß die farbigen Kurven Lemniscaten ſind, d. h. krumme Linien, welche, wie die in Fig. 684 verzeichneten, die Eigenſchaft haben, daß, wenn man von irgend einem Punkte m einer ſolchen Kurve Linien nach den beiden Mittelpunkten c und c' gezogen denkt, das Product dieſer beiden Lichtſtrahlen cm

Fig. 684.



und $c'm$ eine beſtändige Größe iſt, deren Werth ſich immer von einer Kurve zur folgenden ändert.

Auch hier werden die Kurven um ſo weiter, je dünner die Kryſtallplatte wird. Geſetzt, man habe eine Salpeterplatte, welche die Lemniscaten gerade ſo zeigt, wie man Fig. 684 ſieht, d. h. fünf geſchloſſene Kurven um jede Axe, während die folgenden Ringe beide Axen umſchließen, ſo werden, wenn man die Platte dünner ſchleift, alle Ringe an Ausdehnung zunehmen, während doch die Mittelpunkte der Ringſyſteme unverändert an derſelben Stelle bleiben; deshalb muß mit abnehmender Dicke auch die Zahl der geſchloſſenen Kurven, welche um jede Axe herumgehen, immer mehr abnehmen; hat man die Dicke um ein Beſtimmtes vermindert, ſo hat man nur noch zwei geſchloſſene Kurven um jede Axe; ja man kann die Salpeterplatte leicht ſo dünn ſchleifen, daß gar keine Ringe mehr erſcheinen, welche nur eine Axe umgeben, ſondern nur ovale Ringe, welche beide Axen umſchließen.

Der Talk wird in Form von tafelartigen, nicht wohl zu beſtimmenden Kryſtallen gefunden, die nach einer Richtung hin, welche ſenkrecht auf der Mittellinie ſteht, ſehr vollkommen ſpaltbar ſind; dünne, durch Spaltung erhaltene Talkblättchen zeigen nun faſt ganz dieſelbe Ringerſcheinung, wie eine ganz dünn geſchliffene Salpeterplatte.

Wenn man die Salpeterplatte in ihrer Ebene umdreht, ſo daß die Ebene der beiden optiſchen Axen nicht mehr einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der Turmalinplatten macht, ſo bleibt dabei die Form der Lemniscaten ganz unverändert, nur die Form und die Lage der hyperboliſchen ſchwarzen Büſchel, welche die farbigen Kurven durchſchneiden, ändert ſich. In den Figuren 685, 687 und 688 ſind die ſchwarzen Büſchel für ſich allein für drei verſchiedene Lagen der Kryſtallplatte dargeſtellt. Wenn die Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte o und o' der Lemniscaten einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der Turmaline macht, ſo haben die ſchwar-

Fig. 685.

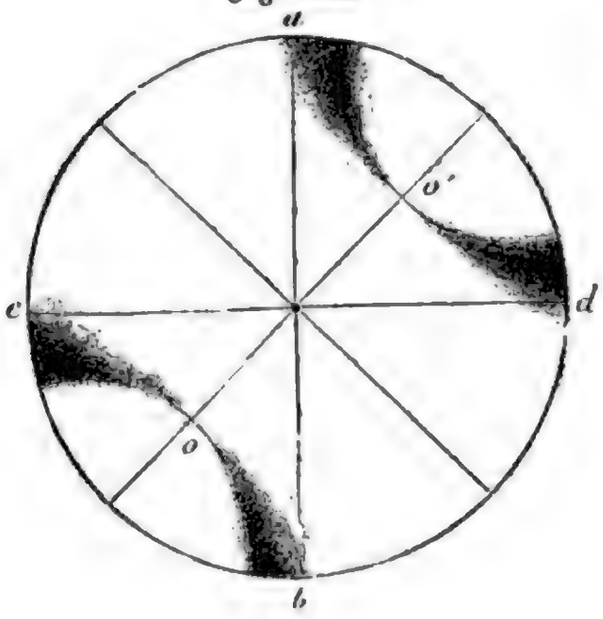


Fig 686.

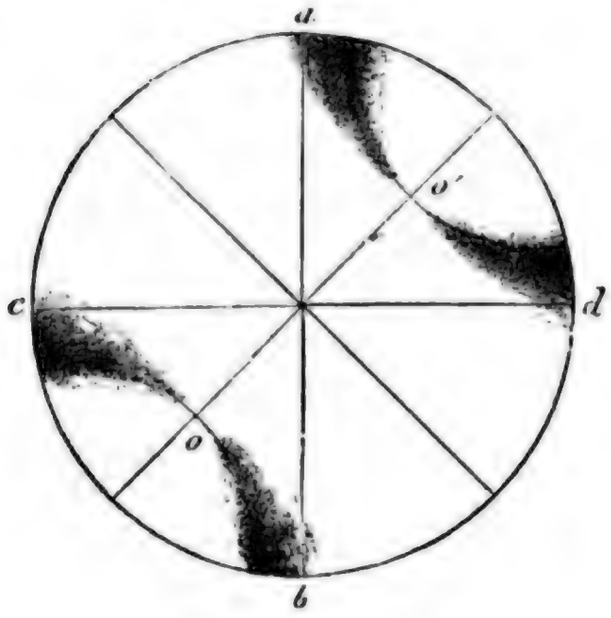


Fig. 687.

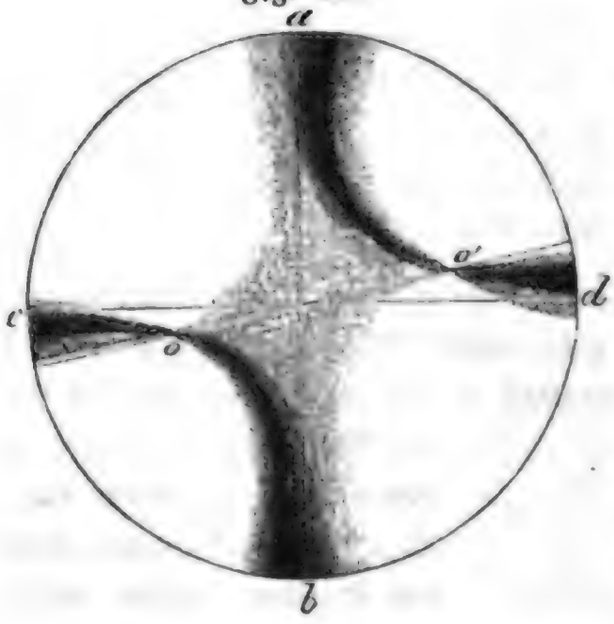
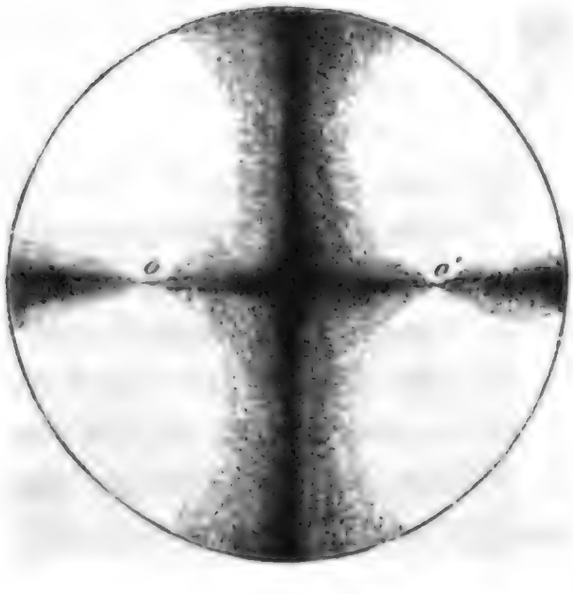


Fig. 688.



zen Büschel die Form Fig. 686; die Fig. 687 entspricht dem Falle, das die Verbindungslinie *o o'*, also die Ebene der optischen Axen, einen Winkel von 9° mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte macht; die Fig. 688 endlich stellt die Büschel für den Fall dar, daß die Ebenen der optischen Axen mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt; für diese letztere Lage ist in Fig. 3 Tab. II. das Ringsystem in kohlensaurem Bleioxyd (Weißbleierz) vollständig dargestellt.

Die Ringerscheinungen im kohlensauren Bleioxyd haben große Aehnlichkeit mit denen im Salpeter, nur ist die Aufeinanderfolge der Farben etwas anders; es wird von dieser Verschiedenheit bald mehr die Rede seyn.

Wenn der Winkel, welchen die beiden optischen Axen eines Krystalls mit einander machen, größer ist als 20°, so kann man in einer senkrecht zur Mittellinie geschliffenen Platte nicht mehr gleichzeitig übersehen; neigt man die Platte bald nach der einen, bald nach der andern Seite hin, so sieht man bald Ringe, welche die eine, bald die Ringe, welche die andere Axe umgeben.

Unter den Krystallen, welche, senkrecht zur Mittellinie geschliffen, bei gehöriger Neigung leicht bald das eine, bald das andere Ringsystem zeigen, sind besonders folgende zu nennen: Arragonit,

Digitized by Google

Schwerſpath, Glimmer, Topas, Zinkvitriol, Bitterſalz, ſchwefelſaures Nickeloxyd u. ſ. w.

Der Arragonit kryſtalliſirt in einer, der Kryſtallform des Salpeters ſehr ähnlichen Geſtalt, und die Mittellinie iſt hier mit den Kanten der Säule parallel; daſſelbe iſt auch beim Topas der Fall, welcher gerade rechtwinklig zu der Säulenaxe, alſo rechtwinklig zur Mittellinie ſpaltbar iſt. Die Spaltungsflächen des Glimmers ſtehen ebenfalls rechtwinklig auf der Mittellinie, ſo daß man bei gehöriger Neigung eines Glimmerblättchens bald die Ringe um die eine, bald die Ringe um die andere Axe ſehen kann; am beſten ſieht man die Ringe, wenn die Blättchen nicht gar zu dünn ſind, weil ſonſt die Ringe gar zu groß erſcheinen.

Die Kryſtalle des Glimmers ſind äußerlich zu wenig ausgebildet, um das Kryſtallſyſtem unmittelbar beſtimmen zu können, dem ſie angehören; hier ſind nun die optiſchen Eigenſchaften entſcheidend, denn die optiſch einaxigen Glimmerarten gehören dem hexagonalen, die optiſch zweiaxigen dem rhombiſchen Kryſtallſyſteme an; ob aber eine Glimmerplatte optiſch einaxig oder zweiaxig iſt, ergiebt ſich ſogleich aus der Beobachtung des Ringſyſtems. Häufig ſind aber die Glimmerblättchen ſo dünn, daß die Ringe zu groß werden, als daß man ſie überſehen könnte; man überſieht bei ihnen nur den centralen Theil der Figur; doch läßt ſich auch hier leicht ermitteln, ob dies Blättchen einaxig oder zweiaxig iſt Man lege es nur auf das Tiſchchen im Polariſationsapparate, während die beiden Spiegel gekreuzt ſind; erſcheint nun das Blättchen fortwährend dunkel, wie man es auch in ſeiner Ebene umdrehen mag, ſo iſt es optiſch einaxig, denn alsdann erblickt man den centralen Theil der Fig. 1 Tab. II., welcher ſtets dunkel erſcheinen muß; wenn aber das Blättchen abwechſelnd hell und dunkel erſcheint, ſo iſt es optiſch zweiaxig.

Fig. 689.

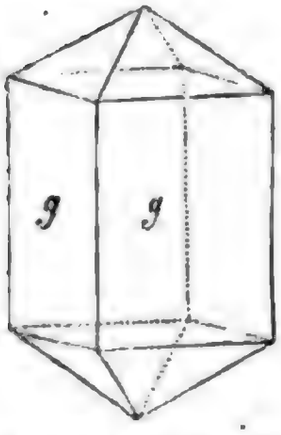
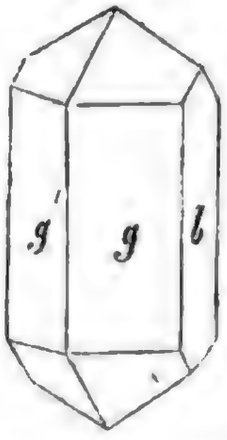


Fig. 690.



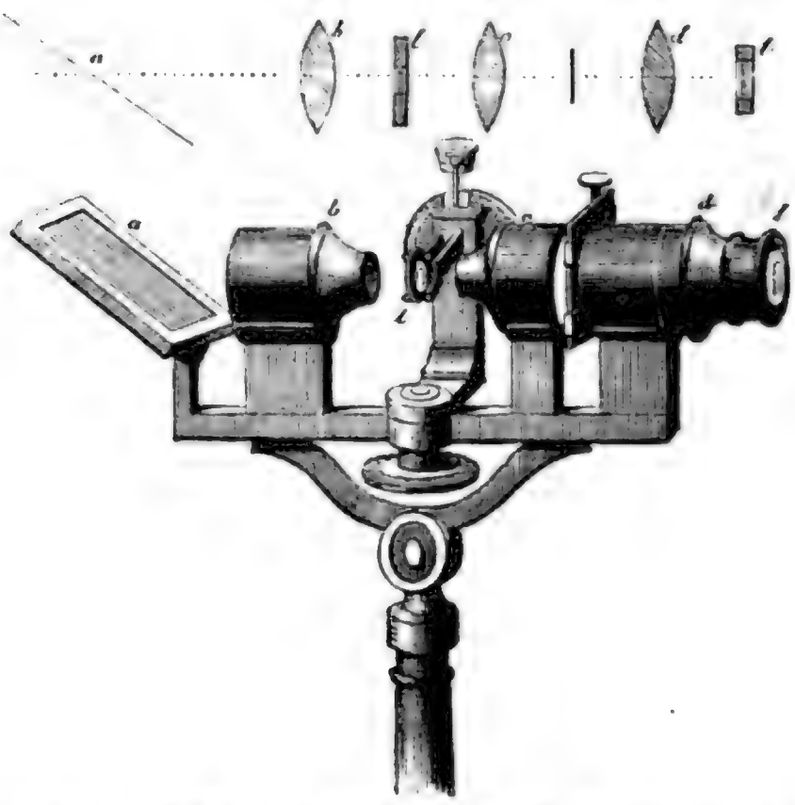
Die Kryſtalle des Bitterſalzes gehören, wie alle die bisher näher beſprochenen zweiaxigen Kryſtalle, zum rhombiſchen Kryſtallſyſteme und bilden gewöhnlich eine 4ſeitige faſt quadratiſche Säule, an welcher häufig noch zwei Kanten durch die Fläche *b*, Fig. 690, abgeſtumpft ſind, ſo daß die 4ſeitige Säule in eine 6ſeitige verwandelt wird. Beim Bitterſalz iſt nun die Mittellinie nicht mehr parallel mit den Kanten der Säule, ſondern ſie ſteht rechtwinklig auf der abſtum-

pfenden Fläche *b*; die Ebene der optiſchen Axen fällt alſo mit dem rechtwinkligen Querſchnitte der Säule zuſammen. Das Bitterſalz iſt parallel mit den Flächen *b* ſehr vollkommen ſpaltbar, und eine durch ſolche Spaltungsflächen begränzte Platte (der aber doch noch durch Schleifen und Poliren nachgeholfen werden muß) zeigt, je nachdem man ſie neigt, bald das Ringſyſtem der einen, bald das der andern optiſchen Axe.

Was vom Bitterſalze geſagt wurde, gilt auch vom Zinkvitriol und dem bei niedriger Temperatur kryſtalliſirten ſchwefelſauren Nickeloxyd, da beide Salze mit dem Bitterſalze iſomorph ſind.

Um den Winkel zu meſſen, welchen die beiden optiſchen Axen eines Kryſtalls mit einander machen, kann man den Apparat Fig. 691 anwenden.

Fig. 691.



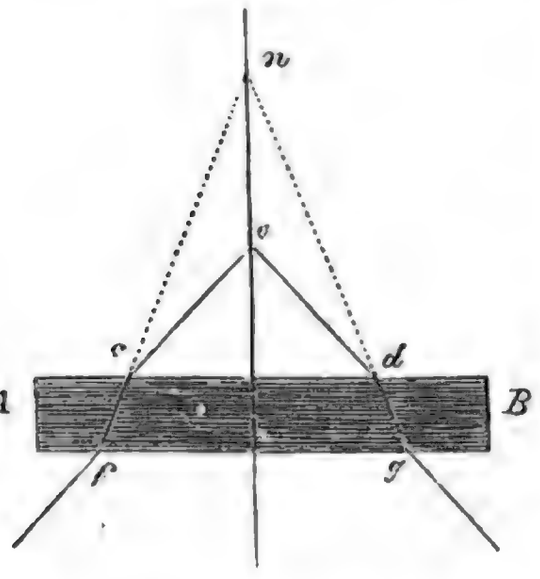
Man hat zu dieſem Zwecke ein Fadenkreuz im Brennpunkte der Linſe *d* anzubringen und die Kryſtallplatte ſo zu befeſtigen, daß die Ebene der beiden Axen mit der Vertikalebene zuſammenfällt, in welcher die Platte drehbar iſt. Man ſtellt nun die Platte ſo, daß der Mittelpunkt des einen Ringſyſtems im Fadenkreuze erſcheint, dreht alsdann, bis man den Mittelpunkt des anderen Ringſyſtems im Fadenkreuze erblickt, und aus der abgeleſenen Drehung kann man dann leicht den Winkel der optiſchen Axen berechnen.

Zu der eben beſprochenen Meſſung kann man auch jedes mit einem Höhenkreiſe verſehene Theodolith anwenden; man befeſtigt nämlich mit Hülfe von etwas Wachs die ſenkrecht zur Mittellinie geſchliffene Kryſtallplatte in der Verlängerung der horizontalen Umdrehungsaxe des Höhenkreiſes

in der Weiſe, daß die Ebene der optiſchen Axen mit der Ebene des Höhenkreiſes parallel iſt, alſo auf ſeiner Umdrehungsaxe ſenkrecht ſteht; vor dem Theodolith legt man nun einen auf der Rückſeite geſchwärzten Spiegel in der Weiſe horizontal an eine paſſende Stelle, daß die unter dem Polariſationswinkel auf dieſen Spiegel fallenden Strahlen nach der Kryſtallplatte am Theodolith hin reflectirt werden; wenn man nun eine Turmalinplatte in geeigneter Stellung vor das Auge hält, dann durch dieſelbe und durch die Kryſtallplatte nach dem Polariſationsſpiegel ſieht, ſo wird bald das eine, bald das andere Ringſyſtem erſcheinen, wenn man die horizontale Axe des Höhenkreiſes umdreht. Wenn man nun ungefähr auf der Mitte des Polariſationsſpiegels irgend ein Merkzeichen angebracht hat, ſo kann man alles leicht ſo einſtellen, daß der Mittelpunkt des einen Ringſyſtems auf dieſes Merkzeichen fällt; man lieſ't alsdann den Nonius ab, dreht, bis das zweite Ringſyſtem an derſelben Stelle erſcheint, und lieſ't nun den Nonius zum zweiten Male ab; aus der Differenz der beiden Ableſungen kann man dann leicht den Winkel der optiſchen Axen berechnen.

Es ſtelle in Fig. 692 AB eine zweiaxige ſenkrecht auf die Mittellinie geſchliffene Kryſtallplatte, o das darüber befindliche Auge, od und oc die Richtungen vor, nach welchen man die Mittelpunkte der beiden Ringſyſteme ſieht, ſo iſt klar, daß die von c und d nach dem Auge gelangenden Strahlen nicht in derſelben Richtung, ſondern nach den Richtungen cf und dg den Kryſtall durchlaufen haben; es iſt alſo der Winkel cod nicht der Winkel der optiſchen Axen, ſondern der Winkel cnd, welchen die Richtungen fc und gd mit einander machen; wenn aber der Winkel cod und der mittlere Brechungsexponent der Kryſtallplatte bekannt iſt, ſo kann man den Winkel cnd berechnen.

Fig. 692.

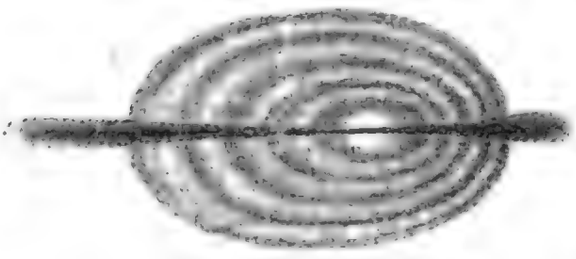


Nach den eben mitgetheilten Meſſungsmethoden wird nun aber in der That nicht der Winkel der optiſchen Axen ſelbſt, ſondern der Winkel der Richtungen gemeſſen, nach welchen die Strahlen, welche die Kryſtallplatte in der Richtung der optiſchen Axe durchlaufen haben, aus derſelben austreten.

Wenn der Winkel der optiſchen Axen groß iſt, ſo iſt es vortheilhafter,

die Krystallplatte nicht senkrecht zur Mittellinie, sondern senkrecht zu einer der optischen Axen zu schleifen; man sieht alsdann freilich nur ein Ringsystem, welches meistens in der Art, wie Fig. 693, erscheint; die runden oder etwas ovalen Ringe sind nur von einem dunklen Büschel durchschnitten, der seine Lage ändert, wenn man die Krystallplatte in ihrer Ebene umdreht; jedoch ist die Richtung, nach welcher sich der schwarze Büschel dreht, der Richtung entgegengesetzt, in welcher die Krystallplatte gedreht wird. Wenn der schwarze Büschel mit der Richtung der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt, so liegt die andere Axe auf der Verlängerung des schwarzen Büschels oder, genauer gesagt, die durch das schwarze Büschel senkrecht zur Oberfläche der Platte gedachte Ebene ist alsdann die Ebene der beiden optischen Axen.

Fig 693.



Unter den Krystallen, von welchen man vorzugsweise leicht Platten erhalten kann, welche senkrecht zu der einen Axe sind, muß besonders der Zucker und das saure chromsaure Kali genannt werden. Die Krystalle des Zuckers sind nach einer Richtung hin spaltbar, und rechtwinklig auf dieser Spaltungsfläche steht die eine optische Axe; in Zuckerkrystallen, die hinlänglich farblos und durchsichtig sind, sieht man das Ringsystem sehr schön. — Das saure chromsaure Kali ist nach mehreren Richtungen spaltbar, doch nach einer vorzugsweise leicht, und senkrecht auf dieser Spaltungsfläche liegt auch hier eine optische Axe.

255 **Ungleiche Lage der optischen Axen für verschiedenfarbige Strahlen.** In manchen Krystallen zeigen die Ringsysteme eine auffallende Abweichung von der normalen Gestalt, wie dies namentlich beim Seignettesalz (weinsteinsaures Kalinatron) der Fall ist. Fig. 4 Tab. II. stellt die Erscheinung dar, wie man sie in einer Platte dieses Salzes beobachtet, welche senkrecht auf die eine Axe geschnitten ist. Auf der einen Seite herrscht entschieden eine rothe, auf der andern eine blaue Färbung vor; nach der blaugrünen Seite hin werden die Ringe, namentlich die inneren, auffallend schmäler, so daß sie ein fast birnförmiges Ansehen erhalten. Alle diese Unregelmäßigkeiten verschwinden, sobald man statt des weißen Lichtes einfarbiges anwendet, wenn man etwa nach einer Weingeistflamme hinsieht; unter diesen Umständen beobachtet man vollkommen kreisrunde concentrische Ringe; da also für jede einzelne Farbe die Ringe vollkommen regelmäßig sind, so kann die im weißen Lichte beobachtete Unregelmäßigkeit nur daher rühren, daß die Mittelpunkte der verschiedenfarbigen Ringe nicht zusammenfallen, wie dies auch Herschel nachgewiesen hat; in der

That ſieht man zwei geſonderte Ringſyſteme, deren Mittelpunkte nicht zuſammenfallen, wenn man die Ringe durch ein farbiges Glas betrachtet, welches nur zwei Farben, etwa nur blaue und rothe Streifen durchläßt.

Weil der Durchmeſſer der violetten und blauen Ringe kleiner iſt als der Durchmeſſer der entſprechenden rothen, ſo iſt klar, daß ſich die Ringe nach der Seite hin verengen, nach welcher der Mittelpunkt der ſtärker brechbaren Strahlen liegt.

Da der Mittelpunkt der Ringe für die blauen Strahlen nicht mit dem für die rothen zuſammenfällt, ſo iſt ferner klar, daß die optiſchen Axen für die blauen Strahlen nicht mit den optiſchen Axen der rothen Strahlen zuſammenfallen. Im Seignetteſalz iſt dieſe Verſchiedenheit der Lage der verſchiedenfarbigen Strahlen ſehr bedeutend; der Winkel der optiſchen Axen für die rothen Strahlen iſt 76°, für die violetten aber 56°.

Beim eſſigſauren Bleioxyd (Bleizucker) iſt die ungleiche Lage der verſchiedenfarbigen Strahlen eben ſo auffallend wie beim Seignetteſalz; der Bleizucker kryſtalliſirt gewöhnlich in Form von länglichen Tafeln, und die eine optiſche Axe iſt faſt ſenkrecht zu der Oberfläche derſelben; man braucht alſo eine ſolche Platte nur in die Turmalinzange zu legen, um bei einiger Neigung gegen die einfallenden Strahlen eine ähnliche Erſcheinung zu ſehen wie die in Fig. 4 Tab. II. abgebildete.

Faſt bei allen zweiaxigen Kryſtallen fallen die optiſchen Axen der verſchiedenfarbigen Strahlen nicht zuſammen, wenn dies auch oft nicht ſo auffallend iſt wie bei den oben angeführten Salzen. Beſonders deutlich läßt ſich die ungleiche Lage der verſchiedenfarbigen Axen in ſolchen Kryſtallen wahrnehmen, bei welchen die optiſchen Axen überhaupt nahe genug beiſammenliegen, um die beiden Ringſyſteme auf einmal überſehen zu können, wie dies beim Salpeter und beim kohlenſauren Bleioxyde der Fall iſt.

Bei allen Kryſtallen, welche dem rhombiſchen Kryſtallſyſtem angehören, liegen die optiſchen Axen der verſchiedenfarbigen Strahlen in einer und derſelben Ebene; außerdem aber findet hier eine ganz ſymmetriſche Vertheilung Statt, ſo daß die beiden Ringſyſteme ganz gleich ſind. Bei einigen Kryſtallen, z. B. beim Salpeter, iſt der Winkel der rothen Axen kleiner als der der blauen, bei anderen, z. B. beim kohlenſauren Bleioxyd, iſt umgekehrt der Winkel der rothen Axen größer; bei den erſteren liegen alſo die optiſchen Axen ungefähr ſo, wie es Fig. 694, bei den andern ſo, wie es Fig. 695 dargeſtellt iſt.

Fig. 694.

Fig. 695.

Je größer die Entfernung der Mittelpunkte der blauen und rothen Ringe im Vergleiche zu dem Durchmesser dieser Ringe ist, desto auffallender wird die Abweichung der Figur von der normalen Gestalt; sie ist deshalb in dicken Krystallplatten weit auffallender als in dünnen. Man kann dies recht deutlich sehen, wenn man die Ringsysteme in Salpeterplatten von verschiedener Dicke recht aufmerksam betrachtet. Je dicker die Platten werden, desto kleiner werden die Ringe, und desto mehr nähert sich das Ansehen eines jeden Ringsystems dem Habitus Fig. 4 Tab. II.; in einer Salpeterplatte von 8 bis 10 Millimeter Dicke haben die Ringe um jede Axe schon fast ganz dieses Ansehen.

Da die Ebene der beiden rothen Axen mit der Ebene der beiden grünen, blauen u. s. w. zusammenfällt, so ist klar, daß die Figur symmetrisch auf beiden Seiten dieser Ebene vertheilt seyn muß; wenn man also den Krystall so zwischen die Turmaline legt, daß die Ebene der Axen mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt, so wird der schwarze Büschel die Figur symmetrisch theilen, wie man dies sowohl in Fig. 3, als auch in Fig. 4 auf Tab. II. sieht. Weil der dunkle Büschel für die rothen Strahlen nicht genau mit dem dunklen Büschel für die blauen zusammenfällt, so zeigt der dunkle Büschel an dem einen Ende der Figur eine entschieden rothe, an dem andern eine entschieden blaue Färbung, man sieht gleichsam zwei farbige Keile, einen rothen und einen blauen, welche gegeneinander gekehrt sind. Der blaue Keil liegt auf der Seite der blauen, der rothe Keil auf der Seite der rothen Axen.

In Fig. 3 Tab. II. sieht man diese Keile in jedem Ringsysteme sehr deutlich, man sieht aber auch, wie der blaue Keil stets dem andern Ringsysteme zugekehrt, der rothe Keil aber abgewendet ist, daß also beim kohlensauren Bleioxyde die blauen Axen ganz innerhalb des Winkels liegen, den die rothen Axen mit einander machen, und daß daher bei diesem Mineral die in Fig. 695 angedeutete Vertheilung der Axen stattfindet.

Bringt man eine etwas dicke Salpeterplatte in die der Fig. 3 Tab. II. entsprechende Lage zwischen die Turmalinplatten, so sieht man, wie jetzt der rothe Keil eines jeden Ringsystems dem andern zugewendet ist, daß also beim Salpeter die rothen Axen innen, die blauen dagegen außen liegen.

In Fig. 3 Tab. II. sieht man, daß die Kurven auf der Seite des blauen Keils sehr scharf und deutlich zu sehen sind, während sie auf der Seite des rothen Keils schon sehr blaß und undeutlich werden; dies wird nun um so auffallender, je dicker die Platten sind. Wenn man aus Krystallen, bei denen die Axen der verschiedenen Farben hinlänglich weit aus einander liegen, Platten schneidet, welche dick genug sind, so verschwinden die Kurven auf der Seite des rothen Keils vollständig.

Wenn man die Krystallplatte so zwischen die gekreuzten Turmaline legt,

daß die Ebene der optiſchen Axen nicht mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zuſammenfällt, ſo ändert auch den dunkle Büſchel ſeine Lage, er hört auf die Figur ſymmetriſch zu theilen. Wenn die Ebene der Axen einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der Turmaline macht, ſo ſchneidet der dunkle Büſchel die Figur nach einer Linie, welche rechtwinklig auf der Ebene der Axen ſteht, wie man dies in Fig. 2 Tab. II. ſieht wo *a b* die Schwingungsebene der einen, *c d* die Schwingungsebene der andern Turmalinplatte, *e f* aber die Ebene der optiſchen Axen iſt. In dieſem Falle erſcheint der dunkle Büſchel, namentlich in der Mitte ſeiner Länge, auf der einen Seite blau, auf der andern Seite roth geſäumt, wie dies in Fig. 2 Tab. II. angedeutet iſt. Bei dieſer Lage des Büſchels ſieht man, wenn die Platten dick genug ſind, die Kurven oft nur auf der einen Seite deſſelben, weil ſie ja auf der rothen Seite verſchwinden; ſo würde man in einer Platte von kohlenſaurem Bleioxyde, welche die Fig. 3 Tab. II. zeigt, wenn die Ebene der Axen mit der Schwingungsebene einer Turmalinplatte zuſammenfällt, jenſeits der dunklen Büſchel kaum noch Kurven erkennen, wenn man ſie um 45° drehte, ſo daß die Figur in die der Fig. 2 entſprechende überginge. Das Verſchwinden der Kurven auf einer Seite des dunklen Büſchels läßt ſich beſonders gut im Seignetteſalz, dem Bleizucker, dem doppelchromſauren Kali u. ſ. w. beobachten, wenn man die Platte aus der Lage, welcher die Fig. 4 Tab. II. entſpricht, um 45° dreht.

Bei den Kryſtallen, welche einem der beiden ſchiefwinkligen Kryſtallſyſteme angehören, findet eine ſolche ſymmetriſche Vertheilung der verſchiedenfarbigen optiſchen Axen in der Regel nicht Statt, ja ſie liegen nicht einmal immer in derſelben Ebene. Wegen der unſymmetriſchen Lage der Axen kommt es oft vor, daß die beiden Ringſyſteme ein ganz verſchiedenes Anſehen haben, indem die Mittelpunkte der verſchiedenfarbigen Ringe für das eine Ringſyſtem ſehr nahe beiſammen liegen, für das andere aber ſo weit aus einanderfallen, daß das eine Ringſyſtem faſt kreisförmig, das andere lang gedehnt, ungefähr wie Fig. 4 Tab. II. erſcheint, wie dies bei der Weinſteinſäure der Fall iſt.

Fig. 696.

Bei den Kryſtallen des rhombiſchen Syſtems liegen entweder die beiden blauen, oder die beiden rothen Axen der gemeinſchaftlichen Mittellinie am nächſten, bei den ſchiefwinkligen Kryſtallen aber fällt die Mittellinie der blauen Axen gar nicht immer mit der Mittellinie der rothen zuſammen, wie dies z. B. beim ameiſenſauren Kupferoxyde der Fall iſt, bei welchem die Axen ſo vertheilt ſind, wie man es Fig. 696 ſieht;

hier ist also das blaue Ende des einen Ringsystems und das rothe Ende des andern einander zugekehrt.

Wenn die optischen Axen der verschiedenen Farben nicht in eine Ebene fallen, so erkennt man dies daran, daß die Ringfigur durch den schwarzen Büschel nicht symmetrisch getheilt wird, wenn der Büschel mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt. Beim Borax werden die Ringe durch den Büschel symmetrisch getheilt, wenn dieser einen schon ziemlich bedeutenden Winkel mit der Schwingungsebene $a\,b$, Fig. 5 Tab. II., der einen Turmalinplatte macht. Wenn man die Boraxplatte so zwischen die Turmaline gelegt hat, daß sie die Erscheinung wie Fig. 5 zeigt, so findet sich das andere Ringsystem nicht in der Verlängerung des schwarzen Büschels, also nicht in der Verlängerung der Linie, welche die Mittelpunkte der rothen und der blauen Ringe verbindet, sondern in der Richtung $a\,b$. Die Mittelpunkte der Farbenringe der beiden Ringsysteme sind also im Borax ungefähr so vertheilt, wie es in Fig. 697 angedeutet ist; r, g und b sind die Mittelpunkte der blauen, grünen und rothen Ringe im einen, r', g', b' die entsprechenden Mittelpunkte im anderen Ringsysteme; $r\,r'$ ist also die Ebene der rothen, $g\,g'$ die Ebene der grünen, $b\,b'$ die Ebene der blauen optischen Axen.

Fig. 697.

Auch bei manchen einaxigen Krystallen kommen Abweichungen von dem normalen Ansehen der Ringe vor, indem bei ihnen die Ordnung, in welcher die Farben auf einander folgen, bedeutend von der Reihe der Newton'schen Scala abweicht, wie dies beim unterschwefelsauren Kalk und namentlich beim Apophyllit der Fall ist. Bei diesen Krystallen stehen die Durchmesser der entsprechenden Ringe verschiedener Farben nicht in demselben Verhältnisse, wie es bei einem normalen Ringsysteme der Fall ist, ja beim Apophyllit ist der Durchmesser der violetten Ringe sogar größer als der Durchmesser der rothen Ringe gleicher Ordnung.

256 **Hyperbolische Kurven in Krystallplatten, die parallel mit der Axe geschliffen sind.** Wenn man eine parallel mit der Axe geschliffene Platte von Bergkrystall, welche 2 bis 4 Linien dick ist, oder eine eben so dicke Gypsplatte in den Polarisationsapparat legt, so erscheint sie nicht farbig wie ein dünnes Blättchen, sondern, wenn man sie in ihrer Ebene umdreht, wird sie nur abwechselnd hell und dunkel. Daß eine solche Platte, wenn ihre Dicke eine gewisse Gränze übersteigt, nicht mehr farbig erscheinen kann, geht aus der Entstehungsweise dieser Farben selbst hervor, denn die

Maxima und Minima der Lichtſtärke der verſchiedenen Farben fallen in einer ſolchen Weiſe zuſammen, daß aus ihrer Miſchung nur Weiß hervorgeht, wie dies ſchon oben gezeigt wurde. Legt man aber die Kryſtallplatte in die Turmalinzange, und zwar in dieſelbe Lage, bei welcher eine dünne Platte die Farben möglichſt glänzend zeigen würde, ſo erblickt man, nach einer homogenen Lichtquelle hinſehend, ein Syſtem von abwechſelnd hellen und dunklen hyperboliſchen Streifen, wie ſie Fig. 698 und 699 dargeſtellt ſind.

Fig. 698.

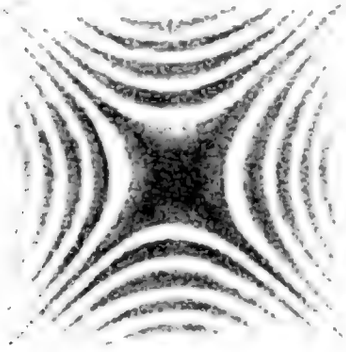
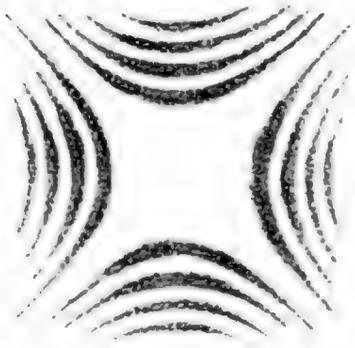


Fig. 699.



Als homogene Lichtquelle wendet man am bequemſten eine Weingeiſtlampe an, auf deren Docht man etwas Kochſalz ſtreut; eine ſolche Flamme liefert ein faſt ganz rein gelbes Licht.

Daß überhaupt hier abwechſelnd helle und dunkle Kurven entſtehen, rührt daher, daß von den beiden Strahlen, welche an irgend einer Stelle der Oberfläche der Platte nach dem Auge austreten, der eine bald mehr, bald weniger vorausgeeilt iſt, je nachdem die Strahlen den Kryſtall in einer andern Richtung durchlaufen haben; die Form der hyperboliſchen Kurven läßt ſich aus der Fresnel'ſchen Theorie der doppelten Brechung vollſtändig ableiten; doch würde uns hier eine ſolche Ableitung zu weit führen.

Je dünner die Platte wird, deſto weiter rücken die Kurven auseinander, und wenn die Platte hinlänglich dünn geworden iſt, um im weißen Lichte farbig zu erſcheinen, ſind die Kurven gewiſſermaßen ſo groß geworden, daß man ſie nicht mehr überſehen kann; man ſieht alsdann nur den gleichförmig gefärbten centralen Theil der Figur.

Auch eine parallel mit der Axe geſchliffene Kalkſpathplatte zeigt dieſe Kurven, nur ſind ſie ungleich enger als bei einer gleich dicken Bergkryſtallplatte; die Bearbeitung einer ſolchen Kalkſpathplatte erfordert aber die größte Sorgfallt, denn wenn die gegenüberliegenden Oberflächen nicht genau parallel ſind, ſo treten die Strahlen, durch deren Interferenz die Kurven entſtehen ſollen, wegen der ſtarken doppelten Brechung des Kalkſpaths nicht mehr nach derſelben Richtung aus.

Eine Quarzplatte, deren Oberfläche einen Winkel von 45° mit der optischen Axe macht, zeigt bei Anwendung von homogenem Lichte zwischen der Turmalinplatte fast ganz gerade, abwechselnd helle und dunkle Streifen; dieselben Streifen, aber sehr fein, sieht man in einem möglichst dünnen von einem Rhomboeder abgespalteten Kalkspathblättchen. Diese Streifen sind gewissermaßen die geradlinige Fortsetzung der hyperbolischen Kurven, welche man in Platten sieht, die parallel mit der Axe geschliffen sind.

Im Allgemeinen wird man in jeder doppeltbrechenden Krystallplatte, welche mit parallelen Wänden begränzt ist, bei Anwendung von homogenem Lichte (farbige Gläser sind nicht homogen genug) Kurven erblicken, von denen im weißen Lichte oft nicht die Spur zu sehen war.

Wenn man zwei Quarzplatten oder zwei Gypsplatten von gleicher Dicke, welche im homogenen Lichte die hyperbolischen Kurven zeigen, gekreuzt zwischen die Turmaline bringt, so sieht man die Kurven Fig. 698 schon im weißen Tageslichte; sie erscheinen nun farbig, und ihre Farben folgen fast ganz den Farben der Newton'schen Scala, sie beginnen in der Mitte mit Schwarz, was begreiflich ist, da ja hier die Färbung von der Differenz der in der einen und der anderen Platte durchlaufenen Wege abhängt.

Zwei gleich dicke Quarzplatten, welche in einem Winkel von 45° gegen die Axe geschnitten sind, zeigen, wenn sie gekreuzt sind, im Turmalinapparat ebenfalls farbige Streifen, die von dem mittleren an, welcher schwarz erscheint, nach beiden Seiten hin in der Ordnung der Newton'schen Scala auf einander folgen.

Savart hat zwei solche gekreuzte Quarzplatten mit einer Turmalinplatte vereinigt und nennt diesen Apparat ein Polaroskop; denn wenn man durch die Turmalinplatte und die beiden Quarzplatten nach irgend einer Stelle hinsieht, von welcher polarisirtes Licht kommt, so werden alsbald die Farbenstreifen sichtbar werden, und zwar um so brillanter, je vollständiger die einfallenden Strahlen polarisirt sind; sieht man durch diesen Apparat nach dem heitern Himmel, nach einem Schieferdache, nach der Wand eines Hauses, so wird man die Streifen bald mehr, bald weniger deutlich erscheinen sehen, kurz, man kann mit diesem Apparate die geringsten Spuren von Polarisation der einfallenden Strahlen erkennen; doch sieht man leicht ein, daß man dasselbe weit einfacher erreicht, wenn man ohne Weiteres durch eine Turmalinplatte und eine senkrecht auf die Axe geschliffene Krystallplatte nach der zu untersuchenden Stelle hinsieht.

257 **Circularpolarisation.** Fresnel hat mit dem Namen der Circularpolarisation eine Erscheinung bezeichnet, welch zuerst Arago in Bergkrystallplatten beobachtet hatte, die senkrecht auf die Axe geschliffen waren. Diese Erscheinung kann am bequemsten auf folgende Weise beobachtet werden.

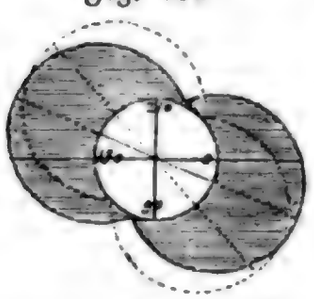
Legt man auf das Tiſchchen des Polariſationsapparates eine Quarzplatte, welche ſenkrecht zur Axe geſchnitten iſt, ſo erſcheint ihr Bild in dem ſchwarzen Spiegel lebhaft gefärbt, und zwar ändert ſich die Farbe, wenn der obere Spiegel gedreht wird. In keiner Stellung des Zerlegungsſpiegels erſcheint die Kryſtallplatte ganz farblos hell oder dunkel.

Die Farbenveränderungen, welche man beobachtet, wenn der obere Spiegel gedreht wird, folgen in einer beſtimmten Ordnung auf einander, nämlich in derjenigen der prismatiſchen Farben. Man hat Bergkryſtallplatten, bei welchen man den Zerlegungsſpiegel nach der rechten Seite hin, alſo in der Richtung von 0 nach 90° hin drehen muß, damit Roth in Gelb, Gelb in Grün, Grün in Blau und Blau in Violett übergeht; bei anderen Bergkryſtallen aber muß man den Zerlegungsſpiegel in der entgegengeſetzten Richtung drehen, damit die Farben in derſelben Ordnung auf einander folgen. Man unterſcheidet deshalb *rechts* und *links drehende* Bergkryſtallplatten.

Um den Zuſammenhang dieſer brillanten Farbenerſcheinungen zu überſehen, müſſen wir ſtatt des weißen Lichts *einfarbiges* anwenden. Am einfachſten erreicht man dieſen Zweck, wenn man durch ein gefärbtes Glas von möglichſt homogener Farbe nach dem Zerlegungsſpiegel ſieht. Die Erſcheinung, welche man alsdann beobachtet, iſt wieder ganz ſo einfach, wie vor dem Einlegen der Kryſtallplatte. Nehmen wir an, man hätte durch eine rothe Glasplatte geſehen, ſo wird man wieder für zwei einander diametral gegenüberliegende Punkte des Theilkreiſes das Geſichtsfeld ganz dunkel ſehen, an zwei anderen um 90° von dieſen entfernten Punkten aber ein Maximum von rothem Lichte. Die Punkte dieſer Maxima und Minima ſind aber nicht mehr 0°, 90°, 180° und 270°, ſondern andere, deren Lage von der Dicke der angewandten Platte abhängt.

Die eingelegte Platte ſey rechts drehend und ein Millimeter dick, ſo findet man das Maximum des rothen Lichts bei 19 und 199°; das Geſichtsfeld erſcheint aber dunkel bei 109 und 289°. Fig. 700 ſtellt die Veränderungen der Lichtintenſität graphiſch dar, welche man beobachtet, wenn der Zerlegungsſpiegel ringsherum gedreht wird. Dieſe Figur unterſcheidet ſich von Fig. 609 nur dadurch, daß die ganze Intenſitätskurve um 19° nach der rechten Seite hin gedreht iſt. Durch die eingelegte Kryſtallplatte iſt alſo die Polariſationsebene der von unten kommenden Strahlen um 19° nach der Rechten gedreht worden.

Fig. 700.



Für alle anderen Farben des Spectrums iſt die Drehung der Polariſationsebene nach der rechten Seite hin durch dieſelbe 1 Mm. dicke Quarzplatte noch größer. Hätte man z. B. das vom

ſchwarzen Spiegel reflectirte Licht durch ein grünes Glas unterſucht, ſo würde man die Maxima der Intenſität bei 28 und bei 208°, die Minima aber bei 118° und 298° gefunden haben. Die Maxima und Minima der violetten Strahlen ſind noch um 13° weiter nach der Rechten gedreht als die grünen. In Fig. 700 ſtellt die punktirte Linie die Intenſitätskurve für das violette Licht dar.

Die folgende Tabelle giebt nach Biot's Meſſungen genau den Drehungsbogen der verſchiedenen einfachen Strahlen für eine ſenkrecht auf die Axe geſchnittene, 1 Millimeter dicke Bergkryſtallplatte.

Benennung des einfachen Strahls.	Drehungsbogen in Sexageſimalgraden.
Aeußerſtes Roth	17,5°
Gränze des Roth u. des Orange	20,5
» Orange u. Gelb . .	22,3
» Gelb u. Grün . .	25,7
» Grün u. Blau . .	30,0
» Blau u. Indigo . .	34,6
» Indigo u. Violett .	37,7
» äußerſten Violett .	44,1.

Daraus ergeben ſich die Drehungsbogen für die mittleren Strahlen jeder Farbe, wie folgt:

Roth . . . . 19°	Blau . . . . 32°
Orange . . . 21°	Indigo . . . 36°
Gelb . . . . 23°	Violet . . . 41°
Grün . . . . 28°	

Die hier angegebenen Zahlen beziehen ſich nur auf eine Quarzplatte von der angegebenen Dicke. Die Drehung aber wächſt in demſelben Verhältniſſe wie die Dicke der Platte. Für eine 2 Mm. dicke Quarzplatte beträgt alſo die Drehung für rothe Strahlen 38°, für violette 82°.

Wenn man nun aber das Bild der Quarzplatte im Zerlegungsſpiegel ohne Anwendung eines farbigen Glaſes betrachtet, ſo begreift man nach dem Vorhergehenden ſehr wohl, daß es in allen Lagen des oberen Spiegels gefärbt erſcheinen muß, und zwar ſind die nun beobachteten Farben nicht mehr reine prismatiſche, ſondern Miſchfarben, deren Nüance davon abhängt, welche der prismatiſchen Farben für irgend eine Stellung des Zerlegungsſpiegels mit größerer und geringerer Intenſität erſcheinen. Ganz dunkel kann das Geſichtsfeld nicht mehr werden, denn wenn auch eine Farbe im Minimum ihrer Intenſität iſt, ſo ſind es doch die andern nicht.

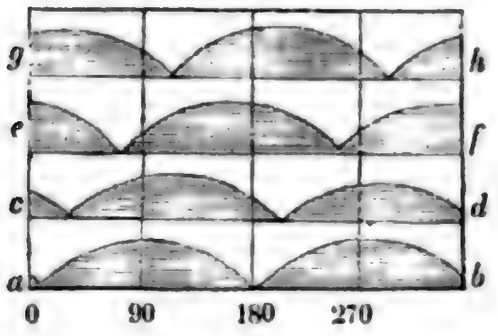
Eben ſo wenig erſcheint die Platte an irgend einer Stelle ganz farblos und hell.

Die angegebenen Data reichen vollkommen hin, um die Farbenerſcheinungen ſchon im Voraus zu beſtimmen, welche man an einer Quarzplatte von gegebener Dicke beobachten wird. Wir wollen eine ſolche Beſtimmung beiſpielsweiſe für eine 5 Mm. dicke Platte ausführen. Der Drehungsbogen für die einzelnen farbigen Strahlen iſt leicht zu berechnen, die oben angegebenen Zahlen ſind nur mit 5 zu multipliciren, und ſo ergeben ſich die folgenden Werthe der Drehungsbogen:

Roth . . .	95	Blau . . .	160
Gelb . .	115	Violet . .	205.

Die Intenſitätskurven der einzelnen Farben laſſen ſich auf dieſelbe Weiſe conſtruiren wie in Fig. 700. Der leichteren Ueberſicht wegen wollen wir uns aber die Kreisperipherie in eine gerade Linie entwickelt denken. In Fig. 701 ſtellt die gerade Linie ab die entwickelte Peripherie dar, und die Länge der auf jedem Punkte von ab zu errichtenden Perpendikel bis zur krummen Linie ſtellt die Intenſität des rothen Lichts dar, wie man ſie am oberen Spiegel beobachtet, wenn eine 5 Mm. dicke Quarzplatte eingelegt iſt. Dieſe Intenſität iſt ein Maximum bei 95° und 275°, ſie iſt Null bei 5° und 185°.

Fig. 701.



Auf der geraden Linie cd, welche ebenfalls die entwickelte Peripherie darſtellt, iſt die Intenſitätskurve für die gelben Strahlen conſtruirt, welche der für die rothen ganz gleich iſt, mit dem einzigen Unterſchiede jedoch, daß die Lage der Maxima und Minima verſchoben iſt. Eben ſo iſt auf der Linie ef die Intenſitätskurve für blaue, auf gh für violette Strahlen conſtruirt, und zwar iſt die Lage der Maxima und Minima durch die ſo eben berechnete Größe der Drehungsbogen beſtimmt. So iſt z. B. für Violet ein Maximum bei 205°, das andere bei 25°.

Betrachtet man dieſe vier Intenſitätskurven zuſammen, ſo kann man ſich daraus ein Urtheil über die zu beobachtenden Farbenerſcheinungen bilden. Bei 0°, wenn alſo der obere Spiegel mit dem unteren parallel iſt, ſind Blau und Violett vorherrſchend, Roth und Gelb ſehr ſchwach. Wenn man nach der Rechten dreht, ſo nimmt der Einfluß, den Roth, Gelb, Grün und Blau ausüben, ab, während Violett noch zunimmt. Bald, bei 5° erreicht Roth ſein Minimum. Bei 25° iſt Violett im Maximum, alle

anderen Farben ziemlich weit von ihrem Maximum entfernt; bei 25° ist also eine sehr entschieden violette Färbung zu beobachten. Bei weiterer Drehung nimmt der Einfluß von Roth, aber auch der von Gelb stark zu, die violette Färbung wird also in eine rothe übergehen; bei 95° ist Roth am stärksten vorherrschend, aber doch schon bedeutend mit Gelb untermischt. Bei fernerem Drehen nimmt das Gelb noch mehr zu; nach dem Gelb wird Grün und bei 160° Blau vorherrschend. Von 180° an wiederholt sich dieselbe Reihe von Erscheinungen.

Die Farbenerscheinungen, welche die Kreispolarisation hervorbringt, haben also darin ihren Grund, daß der Zerlegungsspiegel, in welcher Stellung er sich auch befinden mag, nicht alle prismatischen Farben in gleichem Verhältnisse reflectirt, daß also, wenn eine Farbe auch vollständig reflectirt wird, andere weniger vollständig oder gar nicht reflectirt werden. Nicht für alle Dicken der Bergkrystallplatten ist aber die Erscheinung der Farben gleich brillant; bei ganz dünnen und bei ganz dicken Platten sind kaum Spuren von Färbung wahrzunehmen. Die Ursache davon läßt sich leicht übersehen.

Man nehme eine Quarzplatte von $^1/_4$ Mm. Dicke, so beträgt der Drehungsbogen für rothe Strahlen ungefähr 5°, für violette Strahlen 10°. Die Drehungsbogen für alle anderen farbigen Strahlen fallen also zwischen 5 und 10°, die Maxima aller Strahlen liegen also sehr nahe beisammen, und wenn die rothen Strahlen im Maximum ihrer Intensität sind, sind alle anderen ihrem Maximum so nahe, daß das Roth nicht merklich vorherrschen kann, die Platte wird also fast ganz weiß erscheinen. Eben so liegen alle Minima sehr nahe beisammen, nämlich zwischen 95 und 100°, hier also wird das Gesichtsfeld fast dunkel seyn. Es ist klar, daß, je dünner die Platte wird, die Erscheinung sich immer mehr derjenigen nähert, welche man ohne die zwischengelegte Platte beobachtet.

Auch sehr dicke Platten erscheinen, wie schon bemerkt wurde, farblos, jedoch ist die an ihnen beobachtete Erscheinung wesentlich von derjenigen sehr dünner Platten verschieden. Wie wir eben gesehen haben, erscheint eine ganz dünne Platte im Zerlegungsspiegel fast ganz hell und farblos, wenn er bei 0° steht; wenn der Spiegel gedreht wird, nimmt die Helligkeit ab und erreicht etwa über 90° hinaus ihr Minimum; bei sehr dicken Platten beobachtet man aber durchaus keine Veränderung in der Intensität des Lichts, wenn der obere Spiegel gedreht wird; in allen Stellungen dieses Spiegels erscheint die Platte stets gleich hell, allein immer weniger hell als eine ganz dünne Platte, wenn der Spiegel bei 0 oder 180° steht.

Auch dies läßt sich leicht erklären. Mit zunehmender Dicke der Platte wächst der Drehungsbogen für jede Farbe, mithin auch die Differenz zwischen dem Drehungsbogen je zweier Farben. Nach der oben angeführten

Tabelle ist für eine Quarzplatte von 1 Mm. Dicke die Differenz zwischen dem Drehungsbogen der äußersten violetten und der äußersten rothen Strahlen 44,1 — 17,5 = 26,6°. Für eine 2mal, 3mal so dicke Platte ist auch die Differenz zwischen dem Drehungsbogen der äußersten rothen und violetten Strahlen 2mal, 3mal so groß. Mit zunehmender Dicke kann aber auch diese Differenz bis auf 180° wachsen (es ist dies der Fall, wenn die Quarzplatte 6,76 Mm dick ist, denn 6,76 × 26,6 = 180); wenn aber der Drehungsbogen zweier Farben um 180° verschieden ist, so fallen die Maxima und Minima beider Farben vollkommen zusammen; bei einer Quarzplatte, welche 6,76 Mm. dick ist, nimmt der Einfluß, welchen die rothen und die violetten Strahlen auf die Färbung ausüben, in gleichem Maaße ab und zu, wenn man den oberen Spiegel dreht. Der Drehungsbogen der Strahlen, welche ungefähr an der Gränze zwischen Blau und Grün liegen, ist das Mittel zwischen dem Drehungsbogen der rothen und der violetten Strahlen; in einer Platte von 6,76 Mm. Dicke also erscheinen die blaugrünen Strahlen im Maximum, wenn die rothen und die violetten im Minimum sind, und umgekehrt. Für eine Quarzplatte, deren Dicke 2×6,76, also 13,52 Mm. beträgt, ist die Differenz der Drehungsbogen der rothen und blaugrünen Strahlen 180°, eben so groß ist aber auch die Differenz der Drehungsbogen der blaugrünen und violetten Strahlen. An einer solchen Platte erscheint also Roth, Blaugrün und Violett gleichzeitig im Maximum, keine dieser drei Farben kann also entschieden vorherrschen. Bei einer Quarzplatte von 27 Mm. Dicke ist die Differenz der Drehungsbogen der äußersten rothen und mittleren gelben Strahlen 180°. Eben so groß ist für diese Platte die Differenz der gelben und blaugrünen Strahlen, der blaugrünen und indigofarbigen, der indigofarbigen und violetten. Roth, Gelb, Blaugrün, Indigo und Violett wirken also bei dieser Platte ganz gleichmäßig zur Färbung mit. Wenn diese Farben im Maximum sind, so geben sie zusammen eine Farbe, die nur wenig von Weiß unterschieden ist; sind sie aber im Minimum, so herrschen Orange, Grün, Blau und die Strahlen zwischen Indigo und Violett vor, und auch diese geben zusammen fast Weiß; schon bei dieser Platte kann man also kaum eine Veränderung im Teint der Platte wahrnehmen, wenn man den oberen Spiegel dreht, und begreiflicher Weise nähert sich die Farbe der Platte noch mehr dem reinen farblosen Weiß, wenn die Dicke noch mehr zunimmt.

Die Erscheinungen, welche man an einer linksdrehenden Quarzplatte beobachtet, unterscheiden sich von denen einer gleich dicken rechtsdrehenden Quarzplatte dadurch, daß man von 0° nach der linken Seite hin, also von 0° über 270° nach 180° den Zerlegungsspiegel drehen muß, um die Farbenerscheinungen in derselben Ordnung zu sehen, als ob man bei der rechtsdrehenden von 0° über 90° nach 180° hin gedreht hätte.

Die eben beſchriebenen Erſcheinungen der Kreispolariſation, wie man ſie im Bergkryſtalle beobachtet, können nun auch durch eine Combination von Glimmerblättchen und Gypsblättchen, oder noch vollkommener durch eine Combination von einem Gypsblättchen mit zwei Fresnel'ſchen Parallelopipeden, die ſogleich näher beſchrieben werden ſollen, nachgeahmt werden, und dadurch erhalten wir einen Schlüſſel zur Erklärung dieſer Phänomene.

Ein Glimmerblättchen bringt, auf das mittlere Tiſchchen des Polariſationsapparates gelegt, dieſelben Erſcheinungen hervor wie ein Glasplättchen; es iſt aber viel leichter, Glimmerblättchen dünn genug zu ſpalten, um im polariſirten Lichte die Farben der erſten Ordnung zu zeigen.

Wenn ein Glimmerblättchen gerade ſo dick iſt, daß für gelbes Licht der eine Strahl dem andern um $^1/_4$ Wellenlänge vorauseilt, ſo wird daſſelbe auch ſehr nahe noch für alle anderen Farben der Fall ſeyn; ein ſolches Blättchen alſo, welches 4mal dünner ſeyn muß als ein ſolches, welches zwiſchen den gekreuzten Spiegeln das Dunkel-Purpur der zweiten Ordnung zeigt, wird unter denſelben Umſtänden graulich weiß erſcheinen, weil alle Farben faſt gleich viel zu ſeiner Färbung beitragen. Wenn man nun ein ſolches Glimmerblättchen ſo zwiſchen die gekreuzten Spiegel des Apparates gelegt hat, daß die Schwingungsebenen der beiden Strahlen im Blättchen einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der beiden Spiegel machen, daß alſo das Blättchen ſo hell als möglich erſcheint, ſo kann man den oberen Spiegel des Apparates drehen wie man will, ohne daß ſich die Helligkeit des Blättchens merklich ändert; nur ſeine Färbung, welche zwiſchen den gekreuzten Spiegeln kaum merklich in's Blaue ſpielt, wird zwiſchen den parallelen Spiegeln eine ganz ſchwach gelbliche Färbung zeigen.

Durch das Zuſammenwirken der beiden aus dem Glimmerblättchen austretenden Strahlen, welche rechtwinklig zu einander polariſirt ſind, und von denen der eine dem andern um $^1/_4$ Wellenlänge vorausgeeilt iſt, entſteht alſo ein Strahl, welcher ſich wie ein gewöhnlicher Lichtſtrahl zu verhalten ſcheint, indem er von dem oberen Spiegel in allen Lagen gleich gut reflectirt wird; dieſer Strahl beſitzt jedoch Eigenſchaften, die ihn weſentlich von einem gewöhnlichen Strahle unterſcheiden, es iſt ein circular polariſirter Strahl. Wir wollen die Eigenſchaften und die Entſtehungsweiſe eines ſolchen Strahls ſogleich näher betrachten.

In Fig. 702 ſey AB die Vibrationsebene der vom unteren Spiegel kommenden Strahlen, CD die Schwingungsebene des einen, EF die des andern Strahls im Glimmerblättchen; wenn AB den rechten Winkel der

Ebenen CD und EF halbirt, wie wir bei unserem Versuche annehmen, so ist die Vibrationsintensität des nach CD schwingenden Strahls gleich der Vibrationsintensität des in der Richtung EF schwingenden. Wenn nun die beiden Strahlen das Glimmerblättchen mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufen hätten, so würden sie nach ihrem Austritte aus demselben irgend ein Aethertheilchen gleichzeitig und mit gleicher Kraft von o nach C und von o nach F treiben, das Aethertheilchen würde sich also in der Richtung von o nach A bewegen müssen, kurz, durch das Zusammenwirken der beiden Strahlen würde ein Strahl erzeugt werden, dessen Schwingungen in der Ebene AB vor sich gehen. Dasselbe würde stattfinden, wenn der eine Strahl dem andern um 1, 2, 3 u. s. w. ganze Wellenlängen vorausgeeilt wäre.

Fig. 702.

Nun ist aber der eine Strahl dem andern nur um $^1/_4$ Wellenlänge vorausgeeilt; in einem Moment also, in welchem die Geschwindigkeit, welche der eine Strahl einem Aethertheilchen mittheilt, gerade Null ist, ist es durch den andern Strahl mit einem Maximum der Geschwindigkeit afficirt, wie es dem Durchgange durch die Geschwindigkeitslage entspricht; während aber die Geschwindigkeit, welche der eine Strahl dem Theilchen mittheilt, gerade zunimmt, nimmt die Geschwindigkeit ab, mit welcher es durch den andern Strahl angetrieben wird, und dadurch wird eben dem Aethertheilchen eine kreisförmige Bewegung ertheilt.

Nehmen wir an, der parallel mit EF schwingende Strahl sey dem andern um $^1/_4$ Wellenlänge vorausgeeilt, das Aethertheilchen, dessen Gleichgewichtslage o ist, befinde sich durch die Einwirkung des nach EF schwingenden Strahls gerade im Maximum der Ausweichung, in l, so ist die Geschwindigkeit, mit welcher das Theilchen gerade in diesem Augenblicke durch den in der Richtung EF schwingenden Strahl afficirt wird, gleich Null; in demselben Momente wird aber das in l befindliche Theilchen durch den andern Strahl, welcher um $^1/_4$ Wellenlänge zurückgeblieben ist, mit einem Maximum von Geschwindigkeit parallel mit CD in der Richtung des Pfeils $r\,s$ fortgetrieben; diese Geschwindigkeit nimmt aber allmälig ab und wird nach $^1/_4$ Undulation gleich Null, während die Ge-

ſchwindigkeit, welche der andere Strahl dem Aethertheilchen mittheilt, in derſelben Zeit von Null an wächſt, das Aethertheilchen wird alſo einen Kreisbogen beſchreiben und nach ¼ Undulation im *m* ankommen; hier iſt nun die Geſchwindigkeit in der Richtung *CD* gleich Null, und das Theilchen bewegt ſich in der Richtung des Pfeils *tu*; die Geſchwindigkeit in dieſer Richtung nimmt aber wieder ab, während ſie in der Richtung des Pfeils *v w* zunimmt, kurz, das Aethertheilchen beſchreibt, von der Rechten zur Linken ſich drehend, einen Kreis um ſeine Gleichgewichtslage.

Fig. 703.

Wäre der parallel mit *CD* ſchwingende Strahl dem andern um ¼ Wellenlänge vorausgeeilt, ſo würde die Rotation der Aethertheilchen von der Linken zur Rechten ſtattfinden.

Durch das Zuſammenwirken der beiden mit gleicher Vibrationsintenſität aus dem Glimmerblättchen austretenden Strahlen, welche rechtwinklig zu einander polariſirt ſind und von denen der eine dem andern um ¼ Wellenlänge vorausgeeilt iſt, entſteht alſo ein Strahl, welcher durch kreisförmige Vibrationen fortgepflanzt wird.

Wenn ſich aber die Rotation in der Richtung des Strahls von einem Aethertheilchen zum andern fortpflanzt, ſo iſt klar, daß nicht alle um ihre Gleichgewichtslage rotirenden Theilchen gleichzeitig dieſelbe Stellung in ihrem Kreiſe einnehmen können; die Aethertheilchen, welche in ihrer Gleichgewichtslage auf einer mit der Richtung des Strahls zuſammenfallenden geraden Linie liegen, bilden nun eine enge um dieſe gerade Linie herumgewundene Schraubenlinie, bei welcher die Höhe eines Ganges der Wellenlänge entſpricht. Denkt man ſich nun, daß ſich eine ſolche Schraubenlinie mit gleichförmiger Bewegung um ihre Axe ſo umdreht, daß jede Umdrehung in derſelben Zeit vollendet wird, welche auch zu einer gewöhnlichen Lichtvibration erfordert wird, ſo hat man eine richtige Vorſtellung von der Bewegung und der gegenſeitigen Lage der Aethertheilchen eines kreisförmig polariſirten Strahls.

Streng genommen, kann ein Glimmerblättchen nur für Strahlen einer beſtimmten Farbe vollkommen kreisförmig polariſirtes Licht liefern; denn wenn das Blättchen gerade ſo dick iſt, daß für gelbes Licht der eine Strahl dem andern um ¼ Wellenlänge vorauseilt, ſo iſt dies für rothes, blaues

u. s. w. Licht nicht auch ganz genau der Fall; doch bringt diese Abweichung für die meisten Versuche keinen merklichen Nachtheil hervor. Ganz vollständig circular polarisirtes weißes Licht liefert dagegen das Fresnel'sche Parallelopiped, welches übrigens wegen seiner bedeutenden Dicke nicht immer so bequem zu gebrauchen ist wie ein Glimmerblättchen.

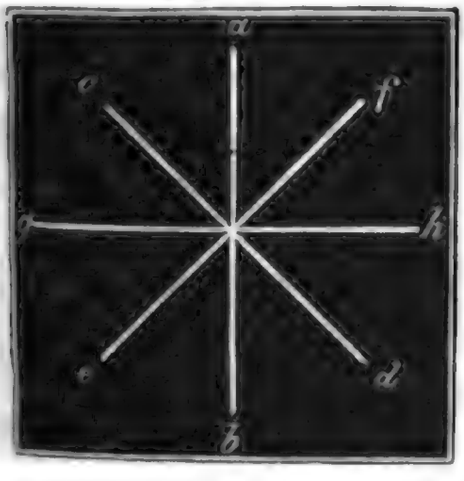
Fig. 704 stellt den Durchschnitt eines Parallelopipeds von Glas vor, dessen spitzer Winkel 54°, dessen stumpfer also 126° ist. Ein Lichtstrahl, welcher rechtwinklig zu der Fläche *cb* eintritt, erleidet bei *p* und *s* eine totale innere Reflexion und tritt dann rechtwinklig zur Fläche *ad* aus. Wenn nun der einfallende Strahl linear polarisirt ist, und wenn ferner die Ebene der zweifachen inneren Reflexion einen Winkel von 45° mit der Polarisationsebene macht, so ist der austretende Strahl in Folge der zweimaligen inneren Spiegelungen vollständig circular polarisirt.

Fig 704.

Die Nachweisung, wie unter den erwähnten Umständen im Fresnel'schen Parallelopiped ein circular polarisirter Strom entsteht, ist ohne höhere Anwendung nicht wohl möglich.

Bringt man nun ein Glimmerblättchen so in den Polarisationsapparat, daß es circular polarisirtes Licht liefert, legt man alsdann ein Gypsblättchen, welches für sich allein im Polarisationsapparate schon farbig erscheint, so auf das Glimmerblättchen, daß die eine der Schwingungsebenen im Gypsblättchen mit der Polarisationsebene der vom unteren Spiegel kommenden Strahlen zusammenfällt, daß also die Schwingungsebenen im Gypsblättchen einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen im Glimmerblättchen machen, so wird man natürlicher Weise bei gekreuzten Spiegeln gar keine Färbung des Gypsblättchens wahrnehmen; sobald man aber ein zweites Glimmerblättchen von derselben Dicke wie das untere so auf das Gypsblättchen legt, daß die Schwingungsebenen des oberen Glimmerblättchens mit denen des unteren zusammenfallen, so erscheint sogleich das Gypsblättchen gefärbt, und diese Färbung ändert sich, wenn man den oberen Spiegel des Apparates dreht, ganz in derselben Weise, als ob man eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte im Apparate hätte. Da wir nun im Stande sind, die Erscheinungen in der Combination von Gyps- und Glimmerblättchen vollständig zu analysiren, so haben wir zugleich eine Erklärung der im Bergkrystalle beobachteten Erscheinungen.

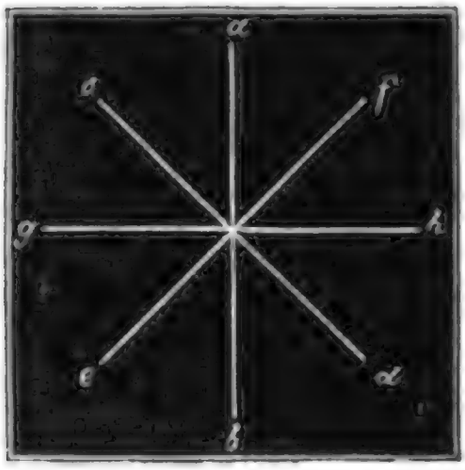
Fig. 705.



Es sey *ab*, Fig. 705, die Schwin-

gungsebene des vom unteren Polarisationsspiegel kommenden polarisirten Strahls, cd und ef die Schwingungsebenen der beiden Strahlen im Glimmerblättchen, ab und gh die beiden Schwigungsebenen im Gypsblättchen.

Fig. 706.



Der Strahl, welcher im Glimmerblättchen parallel mit cd schwingt, wird bei seinem Eintritte in das Gypsblättchen in zwei Strahlen zerlegt; die Schwingungen des einen finden in der Richtung ab, die des andern in der Richtung gh Statt. Eine ähnliche Zerlegung erleidet aber auch der im Glimmerblättchen parallel mit ef schwingende Strahl bei seinem Eintritte in das Gypsblättchen; und so kommt es denn, daß daß sich im Gypsblättchen zwei Strahlen fortpflanzen, deren Schwingungen parallel mit ab, und zwei andere, deren Schwingungen parallel mit gh sind.

Die beiden parallel mit ab schwingenden Strahlen haben gleiche Vibrationsintensität, der eine ist aber dem andern um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge vorausgeeilt; da die beiden Strahlen nach derselben Richtung schwingen, so werden sie interferiren, sie werden durch ihr Zusammenwirken einen einzigen Strahl hervorbringen, dessen Vibrationsintensität leicht zu ermitteln ist; zu unserem Zwecke ist es aber auch nicht einmal nöthig, diese Vibrationsintensität zu kennen.

Auch die beiden Strahlen, welche im Gypsblättchen, parallel mit gh schwingend, sich fortpflanzen, haben gleiche Vibrationsintensität, und der eine ist dem andern um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge vorausgeeilt, also auch diese combiniren sich zu einem einzigen Strahle, dessen Vibrationsintensität gerade eben so groß ist wie die des Strahls, welcher parallel mit ab schwingt.

Es treten also aus dem Gypsblättchen zwei rechtwinklig zu einander polarisirte Strahlen von gleicher Vibrationsintensität aus, jeder derselben wird aber durch das obere Glimmerblättchen in einen circular polarisirten Strahl verwandelt, und durch die Interferenz dieser beiden kreisförmig polarisirten Strahlen wird die beobachtete Farbenerscheinung hervorgebracht.

Der linear polarisirte Strahl, welcher, parallel mit ab schwingend, aus dem Gypsblättchen austritt, wird durch das obere Glimmerblättchen, dessen Schwingungsebenen cd und ef sind, ganz so in einem circular polarisirten Strahl verwandelt, wie es oben, Seite 621, gezeigt worden ist. Wenn der im Glimmerblättchen parallel mit ef schwingende Strahl dem andern um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge vorauseilt, so wird die Rotation der Aethertheilchen im

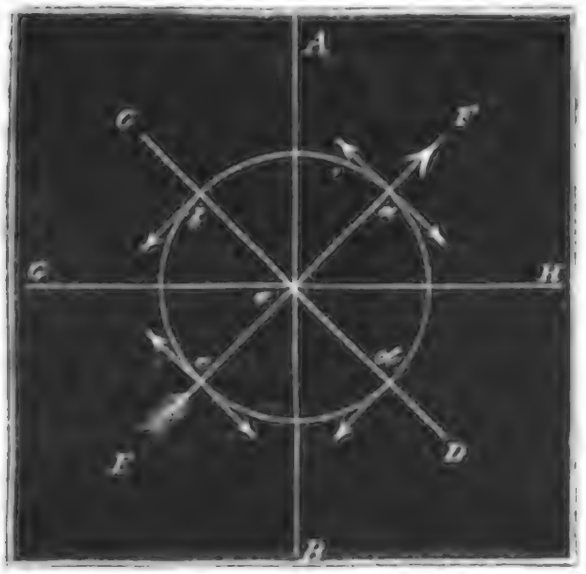
resultirenden Strahle von der Rechten zur Linken gehen; der lineal polarisirte Strahl aber, welcher, parallel mit $g\,h$ schwingend, das Gypsblättchen verläßt, wird durch das obere Glimmerblättchen in einen circular polarisirten Strahl von entgegengesetzter Rotationsrichtung verwandelt.

Aus dem Glimmerblättchen treten also zwei circular polarisirte Strahlen von gleicher Intensität, aber entgegengesetzter Rotationsrichtung aus; der eine dieser Strahlen ist dem andern um eine bestimmte Anzahl von Wellenlängen voraus, welche von der Dicke des Gypsblättchens abhängt.

Durch die Interferenz der beiden kreisförmig polarisirten Strahlen, welche aus dem Glimmerblättchen austreten, wird nun wieder linear polarisirtes Licht erzeugt, dessen Schwingungsrichtung davon abhängt, wie viel Wellenlängen der eine Strahl im Gypsblättchen dem andern vorausgeeilt ist. Wir wollen dies sogleich näher entwickeln.

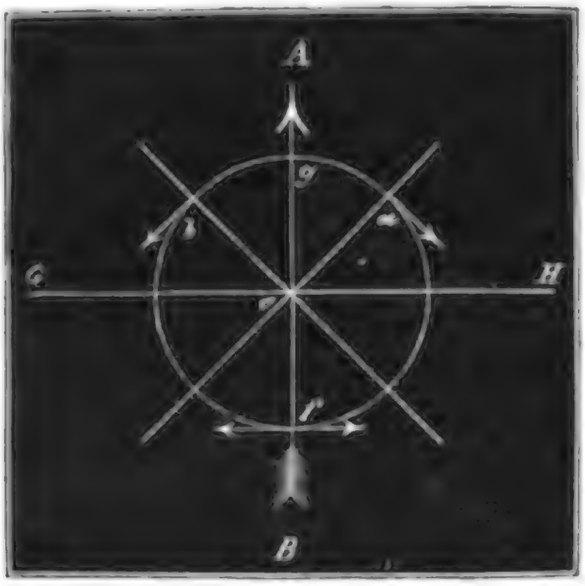
In Fig. 707 sei $A\,B$ die Schwingungsrichtung des einen, $G\,H$ die des andern aus dem Gypsblättchen austretenden Strahls; der eine wird durch das Glimmerblättchen in einen circular polarisirten Strahl verwandelt, welcher die Aethertheilchen in der Richtung $a\,b\,c\,d$ rotiren macht, während die Rotation des andern in entgegengesetzter Richtung vor sich geht. Nehmen wir nun an, daß in einem bestimmten Moment ein Aethertheilchen unter dem Einflusse des nach der Linken rotirenden Strahls sich gerade im Punkte a befände, während dasselbe Theilchen in demselben Augenblicke sich auch unter dem Einflusse des andern circular polarisirten Strahls an derselben Stelle befände, so würde das Aethertheilchen in diesem Augenblicke offenbar durch zwei gleiche, aber entgegengesetzte Kräfte angegriffen werden; alsbald aber streben beide Strahlen das Aethertheilchen der Linie $C\,D$ zu nähern, denn der eine Strahl würde es nach b, der andere würde es nach d führen, beide zusammen führen also das Aethertheilchen von a nach o, alsdann weiter von o nach c; in c ist das Theilchen wieder zwei gerade entgegengesetzten Kräften ausgesetzt, beginnt aber alsbald seinen Rückweg, und so oscillirt es zwischen a und c hin und her, weil sich die beiden circular polarisirten Strahlen nach dieser Richtung stets unterstützen, während sich rechtwinklig zu $E\,F$ ihre Wirkung gegenseitig vernichten.

Fig. 707.



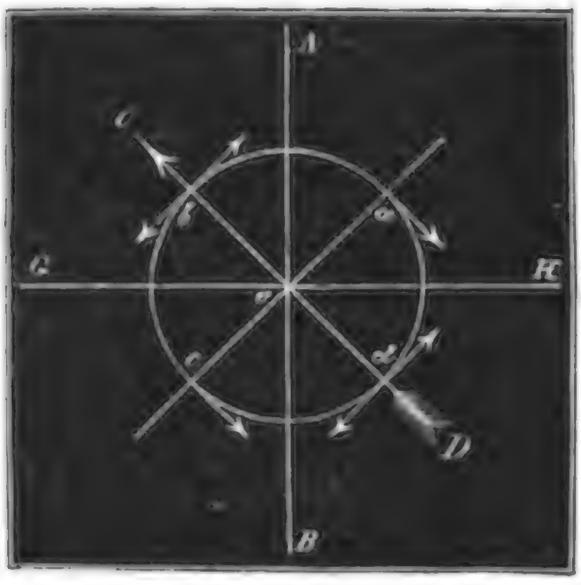
Nehmen wir an, der eine, etwa der links rotirende Strahl wäre dem andern um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge mehr vorausgeeilt, als dem eben betrachteten Fall entſpricht, ſo würde ſich daſſelbe Aethertheilchen, welches ſich in einem beſtimmten Momente unter dem Einfluſſe des langſamen Strahls gerade in *a*, Fig. 708, befindet, unter dem alleinigen Einfluſſe des andern Strahls nicht gleichzeitig an derſelben Stelle ſeyn können, ſondern es müßte $\frac{1}{4}$ Kreisumfang weiter, alſo in *b*, ſich befinden; in gleicher Zeit würde aber das Aethertheilchen durch den einen Strahl von *a* nach *f*, durch den andern von *b* nach *f* geführt werden, in *f* alſo müßte ſich das Aethertheilchen gleichzeitig unter dem Einfluſſe der beiden Wellenſyſteme befinden; hier iſt es aber für einen Moment der Einwirkung gleicher und entgegengeſetzter Kräfte ausgeſetzt; alsbald wird es aber durch beide Wellenſyſteme in der Richtung von *f* nach *g* fortgetrieben, indem ſie nach dieſer Richtung hin ſich unterſtützen, während ſie rechtwinklig zu dieſer Richtung ſich gegenſeitig vernichten; die Interferenz der beiden circular polariſirten Strahlen bringt alſo in dieſem Falle Vibrationen zwiſchen *f* und *g*, alſo einen linear polariſirten Strahl hervor, deſſen Schwingungsebene *AB* iſt.

Fig. 708.



Wäre der links rotirende Strahl um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge mehr dem andern vorausgeeilt als in dem Fig. 707 dargeſtellten Falle, ſo würde *CD* die Vibrationsebene des linear polariſirten Strahls ſeyn, welcher aus der Interferenz der beiden circular polariſirten hervorgeht, wie ſich dies ſchon aus der Betrachtung der Fig. 709, ergiebt.

Fig. 709.



Kurz, ſo oft der links rotirende Strahl dem andern um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge mehr voraneilt, wird auch die Polariſationsebene des aus der Interferenz reſultirenden linearen Strahls um 45^0 mehr nach der Linken gedreht.

Da nun für die ſtärker brechbaren Strahlen des Spectrums bei gleicher Dicke einer Kryſtallplatte der Gang-

unterſchied der beiden Strahlen bedeutender iſt als für die weniger brechbaren, ſo wird man in unſerem Falle den Zerlegungsſpiegel des Apparates von der Rechten zur Linken drehen müſſen, um zu machen, daß die rothe Färbung durch Gelb und Grün in Blau übergeht; wäre dagegen der rechts rotirende Strahl dem andern vorausgeeilt, ſo würde die Polariſationsebene der ſtärker brechbaren Strahlen mehr nach der Rechten hin gedreht worden ſeyn, man müßte alſo den Zerlegungsſpiegel von der Linken zur Rechten drehen, um zu machen, daß die Färbung von Roth in Gelb, Grün, Blau übergeht.

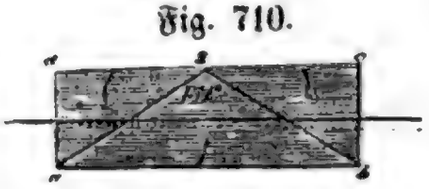
Man braucht nur, während alles Uebrige ungeändert bleibt, das obere Glimmerblättchen um 90° zu drehen, um die Combination von Blättchen, welche die Erſcheinungen eines links drehenden Kryſtalls hervorbringt, in eine ſolche zu verwandeln, welche eben ſo wirkt wie ein rechts drehender Kryſtall.

Dieſelben Verſuche laſſen ſich auch machen, wenn man die beiden Glimmerblättchen durch Fresnel'ſche Parallelopipede erſetzt.

Die Erſcheinungen, welche man im Polariſationsapparate an Quarzplatten beobachtet, die ſenkrecht zur Axe geſchliffen ſind, laſſen ſich demnach durch die Annahme erklären, daß ſich in dieſem Mineral in der Richtung der kryſtallographiſchen Axe zwei circular polariſirte Strahlen von entgegengeſetzter Rotationsrichtung fortpflanzen, durch deren Interferenz jene Erſcheinungen hervorgebracht werden; der Kryſtall iſt rechts oder links drehend, je nachdem der rechts oder links rotirende Strahl den Kryſtall mit größerer Geſchwindigkeit durchläuft.

Doppelte Brechung des Bergkryſtalls in der Richtung ſeiner Axe. Um die Richtigkeit dieſer Erklärung zu beweiſen, muß man zeigen, daß ſich in der Richtung der kryſtallographiſchen Axe des Bergkryſtalls wirklich zwei Strahlen mit verſchiedener Geſchwindigkeit fortpflanzen, und daß dieſe Strahlen circular polariſirt ſind. Fresnel hat dies in der That durch folgenden ſinnreichen Apparat nachgewieſen. Der Cylinder *abcd*, Fig. 710, iſt aus drei Prismen von Bergkryſtall zuſammengeſetzt, 258

Fig. 710.



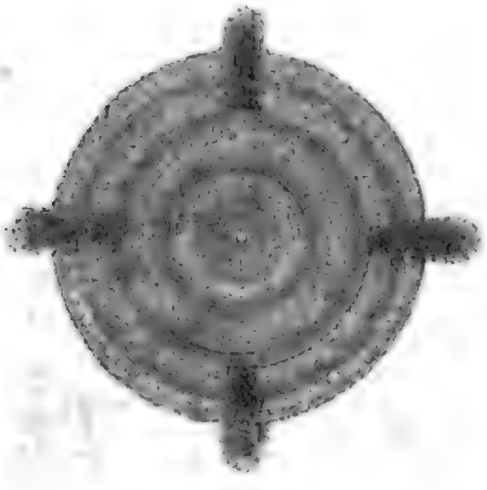
welche ſehr ſorgfältig zuſammengefügt ſeyn müſſen. Der brechende Winkel des mittleren Prismas beträgt 152°; die beiden brechenden Flächen *as* und *bs* müſſen gegen die Axe des Kryſtalls gleiche Neigung haben; die beiden Gränzflächen der äußeren Prismen nämlich *ad* und *cb* ſtehen rechtwinklig auf der Axe dieſer Quarzſtücke, ſo daß in allen drei Prismen die Axe dieſelbe Richtung hat. Nehmen wir an, das mittlere Prisma ſey aus einem rechtsdrehenden Kryſtalle gemacht, ſo müſſen die beiden Endprismen aus links drehenden Kryſtallen gemacht ſeyn, und umgekehrt. Läßt man nun auf dieſes Syſtem von der einen Seite her einen polariſirten Strahl einfallen, ſo theilt er ſich in zwei, welche in verſchiedenen Richtungen austreten. Der Bergkryſtall übt alſo in der Rich-

tung seiner Axe eine doppelte Brechung aus, und diese doppelte Brechung ist also ganz anderer Art als die, welche man an anderen Krystallen und im Quarz nach anderen Richtungen beobachtet, denn die beiden austretenden Strahlen zeigen keine Spur von Polarisation, wenn man sie mit einer Turmalinplatte oder mit einem doppeltbrechenden Prisma analysirt.

Diese merkwürdige Erscheinung beweis't direct, daß sich in der Richtung der optischen Axe des Bergkrystalls zwei circular polarisirte Strahlen von entgegengesetzter Rotationsrichtung mit ungleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, und daß derjenige, welcher in rechts drehenden Krystallen der schnellere ist, sich in links drehenden langsamer fortpflanzt. Der polarisirte Strahl, welcher an der Fläche *ad* eintritt, wird in zwei circular polarisirte Strahlen von entgegengesetzter Drehungsrichtung verwandelt; sie werden beim Eintritte in das mittlere Prisma nach verschiedenen Richtungen gebrochen, weil sie das erste mit verschiedener Geschwindigkeit durchlaufen haben; die Divergenz wird aber durch den Umstand vergrößert, daß derselbe Strahl, welcher im ersten Prisma der schnellere war, im zweiten der langsamere ist, und umgekehrt. Die Strahlen, welche nun schon das mittlere Prisma nach verschiedener Richtung durchlaufen haben, treten im letzten Prisma begreiflicher Weise noch mehr auseinander, und so ist es denn mit Hülfe dieser Vorrichtung möglich, die doppelte Brechung in der Richtung der optischen Axe des Bergkrystalls sichtbar zu machen, welche zu gering ist, als daß sie unmittelbar eine Trennung der Bilder hervorbringen könnte.

259 **Farbenringe senkrecht zur Axe geschnittener Quarzplatten.** Bei den bisher beschriebenen Farbenerscheinungen senkrecht zur Axe geschliffener Quarzplatten kamen nur solche Strahlen in Betracht, welche die Platte genau in der Richtung der optischen Axe durchlaufen hatten; wenn man aber eine solche Platte in der Turmalinzange dicht vor das Auge bringt, so daß auch solche Strahlen in dasselbe gelangen, welche die Platte in schräger Richtung durchlaufen haben, so sieht man das schöne Ringsystem, Fig. 711, wenn die Turmaline gekreuzt sind. Dieses Ringsystem ist demjenigen anderer einaxigen Krystalle ganz ähnlich, nur ist das schwarze Kreuz in der Mitte der Figur ganz verschwunden, und nur weiter von dem Mittelpunkte entfernt sind noch schwache Spuren desselben wahrzunehmen; in der Mitte der Figur erscheint dagegen ein farbiger kreisförmiger Fleck, dessen Färbung

Fig. 711.



von der Dicke der Platte abhängt; es ist dies die Farbe, welche die Quarzplatte zwischen den gekreuzten Spiegeln des Polarisationsapparates zeigt, denn dort sieht man ja nur den centralen Theil der Figur.

Legt man zwei senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatten von vollkommen gleicher Dicke auf einander, von denen die eine rechts, die andere links drehend ist, so zeigen diese zusammen zwischen den gekreuzten Turmalinen das ganz eigenthümliche Ringsystem Fig. 6 Tab. II., welches eine Combination von kreisrunden Ringen mit 4 von der Mitte ausgehenden Spiralen ist.

Diese Erscheinung läßt sich auch mit einer einzigen Quarzplatte schon hervorbringen, wenn man sie auf den horizontalen Spiegel *c* des Nörremberg'schen Polarisationsapparates legt und darüber, ungefähr in der Entfernung ihrer Brennweite, eine Sammellinse befestigt. Die Lichtstrahlen durchlaufen hier den Krystall zweimal; einmal nämlich, ehe sie auf den Spiegel *c* treffen, und dann, nachdem sie von demselben reflectirt worden sind; wenn die Strahlen nach ihrem ersten Durchgange durch die Platte von dem Spiegel *c* reflectirt worden sind, so verhalten sie sich gerade ebenso, als hätten sie eine Platte von entgegengesetzter Drehungsrichtung durchlaufen.

Circularpolarisation in Flüssigkeiten und Gasen. Der Bergkrystall ist der einzige feste Körper, an welchem man die oben beschriebenen Erscheinungen der Circularpolarisation beobachtet; Biot hat aber diese Eigenschaft bei mehreren Flüssigkeiten entdeckt, und indem er sie näher studirte, ist er zu Resultaten gelangt, welche die Aufmerksamkeit der Physiker und Chemiker sehr verdienen. 260

Solche Flüssigkeiten, welche die Polarisationsebene von der Rechten zur Linken drehen, sind: Terpentinöl, Kirschlorbeerwasser, Lösungen von arabischem Gummi und Inulin.

Rechts drehende Flüssigkeiten sind: Citronenöl, Zuckersyrup, Auflösungen von Kampher in Alkohol, Dextrin und Auflösungen von Weinsteinsäure.

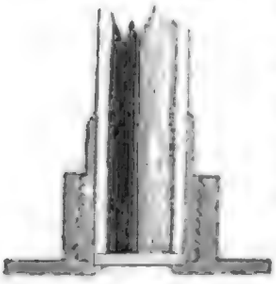
Das Rotationsvermögen solcher Flüssigkeiten ist weit schwächer als das des Bergkrystalls, d. h. eine Quarzplatte von geringer Dicke bringt dieselben Erscheinungen hervor wie eine flüssige Säule von ziemlich bedeutender Höhe; eine Quarzplatte zeigt z. B. dieselben Farben wie eine 68mal höhere Säule Terpentinöl; da aber dünne Quarzplatten nur wenig brillante Farben zeigen, so ist klar, daß schon eine Terpentinölsäule von ziemlich bedeutender Höhe erforderlich ist, um die Farbenerscheinungen recht deutlich beobachten zu können. Das Rotationsvermögen des Citronenöls ist stärker als das des Terpentinöls, denn eine Säule von Citronenöl zeigt dieselben Farben wie eine doppelt so hohe Säule von Terpentinöl.

Um die Natur der Circularpolarisation einer Flüssigkeit vollständig zu bestimmen, ist auszumitteln, ob sie rechts oder links drehend ist und wie

viel Grade der Drehungsbogen beträgt, um welchen bei einer gegebenen Höhe der flüssigen Säule die Polarisationsebene irgend eines einfachen Strahls, etwa des rothen, gedreht wird.

Zur Beobachtung der Kreispolarisation in Flüssigkeiten kann man ebenfalls den Nörremberg'schen Polarisationsapparat anwenden. Die Flüssigkeiten werden zu diesem Zwecke in eine oben offene, unten durch eine ebene Glastafel verschlossene Glasröhre gegossen und diese dann auf das mittlere Tischchen des Apparates gestellt. Der untere Theil dieser Röhre mit ihrer Fassung und der sie verschließenden Glasplatte ist Fig. 712 ungefähr in ½ der natürlichen Größe im Durchschnitte dargestellt; die Röhre muß so lang wie möglich seyn, also so, daß sie, auf dem mittleren Tischchen stehend, durch den oberen Ring des Apparates hindurchgeht und den Zerlegungsspiegel fast berührt; es ist gut, wenn die Röhre graduirt ist, so daß man stets unmittelbar die Höhe der flüssigen Säule ablesen kann. Damit die Farbenerscheinung möglichst lebhaft wird, muß der Zutritt von fremdem Lichte abgehalten werden, was am leichtesten dadurch geschieht, daß man die Glasröhre mit einem hohlen Cylinder von schwarzem Tuch umgiebt und auch den Fuß der Röhre mit schwarzem Tuch belegt.

Fig. 712.



Man hat auch besondere Apparate zur Beobachtung der Kreispolarisation in Flüssigkeiten construirt, die im Wesentlichen aus horizontal stehenden Röhren bestehen, die an beiden Enden mit Glasplatten verschlossen sind, und welche dazu dienen, die Flüssigkeit aufzunehmen; ferner ist an jedem Ende ein Nicol'sches Prisma angebracht, von denen das eine den Polarisationsspiegel, das andere den Zerlegungsspiegel ersetzt. Die Röhre ist ungefähr 10 Zoll lang.

Die Circularpolarisation der Flüssigkeiten hat jetzt auch eine technische Bedeutung gewonnen, indem sie angewandt wird, um den Zuckergehalt des Syrups zu ermitteln; es ist klar, daß das Rotationsvermögen einer Zuckerlösung um so mehr zunimmt, je concentrirter die Lösung ist.

Auch im Dampfe des Terpentinöls hat Biot die Eigenschaft der Kreispolarisation nachgewiesen; um hier diese Erscheinung wahrnehmen zu können, muß man natürlich ungleich längere Röhren anwenden.

261 **Absorption des Lichts in farbigen doppeltbrechenden Krystallen.** Der Turmalin ist, wie bereits angeführt wurde, ein doppeltbrechender Krystall, und wenn eine parallel mit der Axe geschnittene Turmalinplatte polarisirtes Licht liefert, so beruht dies darauf, daß einer der beiden Strahlen, welche sich im Allgemeinen in doppeltbrechenden Krystallen rechtwinklig zur

optiſchen Axe fortpflanzen, abſorbirt wird. In der That ſieht man durch ein Prisma von Turmalin, deſſen Kanten mit der optiſchen Axe parallel ſind, zwei Bilder, wenn man nahe an der brechenden Kante hindurchſieht, wo der Kryſtall noch dünn iſt; mit zunehmender Dicke wird aber der eine Strahl, und zwar der ordinäre, mehr und mehr abſorbirt. Wenn Turmalinplatten das Licht noch nicht vollkommen polariſiren, ſo iſt der Grund davon der, daß ſie noch nicht dick genug ſind, um den ordinären Strahl ganz zu abſorbiren.

Auch bei anderen farbigen Kryſtallen bemerkt man ähnliche Erſcheinungen. Babinet hat bemerkt, daß die negativen farbigen Kryſtalle die ordinären Strahlen vorzugsweiſe abſorbiren, während in poſitiven Kryſtallen die extraordinären ſtärker abſorbirt werden; ſo abſorbirt z. B. ein hinlänglich dunkler Rauchquarz, ein poſitiver Kryſtall, die extraordinären Strahlen; die Vibration der Strahlen, welche eine parallel mit der Axe geſchnittene Rauchquarzplatte durchläßt, ſind rechtwinklig zu ſeiner optiſchen Axe.

Der Turmalin erſcheint in der Richtung ſeiner optiſchen Axe anders gefärbt als rechtwinklig zu derſelben; dieſe Erſcheinung, welche offenbar mit der Abſorption der polariſirten Strahlen zuſammenhängt, wird auch an anderen Körpern beobachtet, namentlich am Dichroit, welcher von dieſer Eigenſchaft ſeinen Namen führt; in der Richtung ſeiner Axe erſcheint er blau, rechtwinklig zu derſelben dagegen braungelb.

Erſcheinungen in geglühten oder gepreßten Gläſern. Wenn 262
man geglühte und ſchnell abgekühlte Glasplatten von beliebiger Form in den Polariſationsapparat, etwa auf das mittlere Tiſchchen oder den unteren horizontalen Spiegel legt, ſo beobachtet man mannigfaltige, bald mehr, bald weniger regelmäßige, oft ſehr ſchöne Farbenerſcheinungen; ſo zeigt z. B. eine geglühte quadratiſche Platte von dickem Spiegelglas oder ein geglühter Glaswürfel zwiſchen den gekreuzten Spiegeln des Apparates die Farbenerſcheinung Fig. 713 oder Fig. 714; ein geglühter maſſiver Glascylinder zeigt Ringe, Fig. 715. Die Erſcheinungen in läng-

Fig. 713.

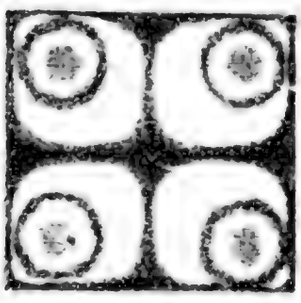


Fig. 714.

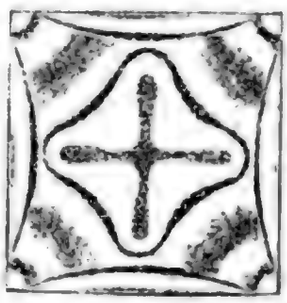
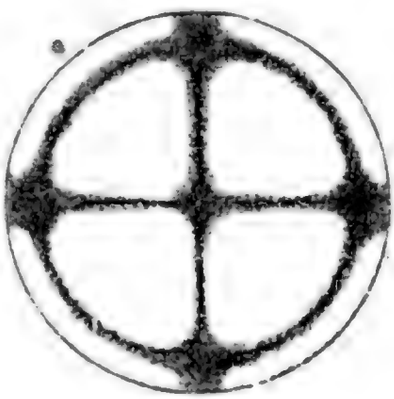


Fig. 715.



lichen und dreieckigen Platten sind ungefähr so wie Fig. 716 und Fig. 717.

Fig. 716.

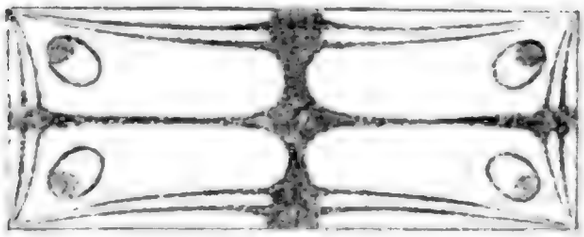


Fig. 717.

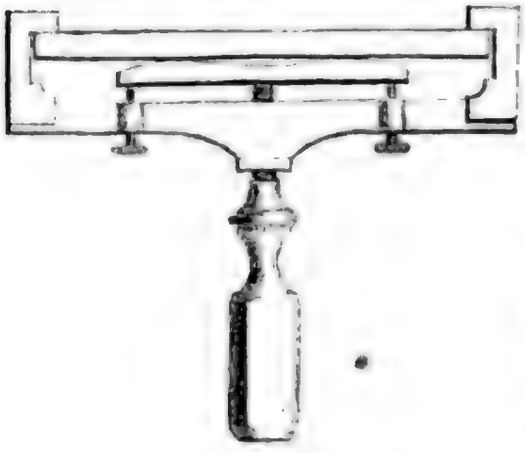
Man kann diese Farbenerscheinungen auch mit Hülfe des schon besprochenen Apparates, Fig. 598, objectiv darstellen, wenn man die in Kork gefaßte geglühte Glasplatte vor der ersten Linse bei *n* einschiebt. Der Grund dieser Erscheinung ist offenbar in der besonderen Anordnung der Theilchen, in dem gespannten Zustande zu suchen, welcher durch die rasche Abkühlung hervorgerufen wird. In der That braucht man nur solche Gläser wieder zu erhitzen und sie dann langsam abkühlen zu lassen, um zu machen, daß alle diese Farbenerscheinungen verschwinden.

Wenn man eine Art Hülse, Fig. 718, bis zu 100° oder 150° erwärmt

Fig. 718.

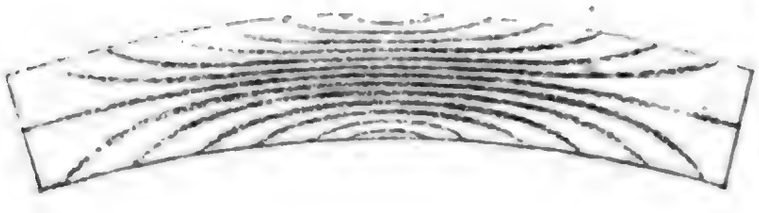
und dann einen Glascylinder hineinsteckt, so werden die äußersten Theilchen erwärmt, während die inneren noch kalt sind, es entsteht dadurch ein Spannungszustand, welcher sich ebenfalls durch Farbenerscheinungen im polarisirten Lichte kund giebt, welche der in Fig. 715 ähnlich sind. Eine rasche Abkühlung bringt ähnliche Wirkungen hervor.

Fig. 719.



In Fig. 719 ist eine Presse dargestellt, welche dazu dient, Streifen von dickem Glase zu biegen; während dieses gespannten Zustandes zeigen sich nun an einem solchen Glasstücke im Polarisationsapparate farbige Streifen, wie man in Fig. 720 sieht.

Fig. 720.



Wenn man eine quadratische Platte von dickem

Spiegelglaſe in der Preſſe Fig. 721 zuſammendrückt, ſo zeigt die Platte im Polariſationsapparate in der Richtung der Compreſſion eine Farben-

Fig. 721.

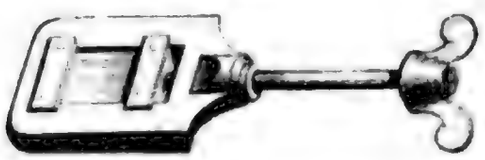
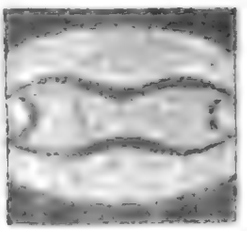


Fig. 722.



erſcheinung, welche mit dem mittleren Theile der Fig. 2 auf Tab. II. einige Aehnlichkeit hat und welche Fig. 722 dargeſtellt iſt.

Zehntes Kapitel.

Chemiſche Wirkungen des Lichts.

Einfluß des Lichts auf chemiſche Verbindungen und Zerſe- 263
tzungen. Bei gewöhnlicher Temperatur verbinden ſich im Dunkeln Chlorgas und Waſſerſtoffgas nicht mit einander; ſobald man aber dem Lichte den Zutritt geſtattet, geht die Verbindung vor ſich, und zwar langſam im Tageslichte, unter Exploſion im Sonnenlichte. — Das in Waſſer abſorbirte Chlorgas entzieht nur unter Einwirkung des Lichts dem Waſſer allmälig den Waſſerſtoff; Phosphor, welcher in Waſſer aufbewahrt wird, verwandelt ſich im Sonnenlichte in rothes Phosphoroxyd. — Concentrirte Salpeterſäure zerſetzt ſich am Lichte ſchon bei gewöhnlicher Temperatur zum Theil in Sauerſtoff und Unterſalpeterſäure; das weiße Chlorſilber wird durch das Licht erſt violett gefärbt und endlich ganz ſchwarz, indem ein Theil ſeines Chlors entweicht u. ſ. w. Es ſind hier nur einige der auffallendſten Beiſpiele angeführt, um den Einfluß des Lichts auf chemiſche Verbindungen und Zerſetzungen nachzuweiſen; es finden ſich ſolcher Beiſpiele noch viele in allen chemiſchen Werken.

Sehr auffallend iſt der Einfluß des Lichts auf die Zerſetzung organiſcher Subſtanzen; es befördert nämlich die Vereinigung des Sauerſtoffs der Atmoſphäre mit dem Kohlenſtoff und Waſſerſtoff der organiſchen Stoffe; daher kommt denn auch das Bleichen vegetabiliſcher Farbſtoffe im Lichte, namentlich im Sonnenlichte; die gelbe Färbung des Terpentinöls, die grüne Färbung des gelben Guajaks, wenn eine weingeiſtige Löſung deſſelben, auf Papier geſtrichen, dem Lichte ausgeſetzt wird u. ſ. w.

Zum Gedeihen der lebenden Pflanzen iſt das Licht durchaus nöthig, im

Dunkeln ist eine kräftige Entwickelung derselben unmöglich; sie erhalten bald ein verkümmertes Ansehen, Blätter und Blüthen bleiben blaß. Pflanzen, die in Zimmern gezogen werden, wachsen bekanntlich immer nach den Fenstern hin.

Die grünen Theile der Pflanze absorbiren Kohlensäure aus der Luft; diese Kohlensäure wird zerlegt, der Kohlenstoff bleibt als Bestandtheil der Pflanze zurück, während der Sauerstoff wieder in die Atmosphäre ausgehaucht wird. Diese Zersetzung der Kohlensäure und das Aushauchen von Sauerstoff in die Luft findet aber nur unter dem Einflusse des Lichts Statt. Man kann sich leicht davon überzeugen, wenn man einen frischen grünen Zweig unter eine mit kohlensäurehaltigem Wasser gefüllte Glasglocke bringt; im Lichte entwickeln sich zahlreiche Gasblasen an den Blättern, die in den oberen Theil der Glasglocke aufsteigen; das hier gesammelte Gas ist Sauerstoffgas. Diese Gasentwickelung findet im Dunkeln nicht Statt, sie hört auf, sobald dem Wasser alle freie Kohlensäure entzogen worden ist.

264 **Ungleichheit der chemischen Wirkungen verschiedenfarbiger Strahlen.** Nicht alle Strahlen des weißen Sonnen- und Tageslichts bringen gleich starke chemische Wirkungen hervor; unter einem rothen Glase verbinden sich Wasserstoffgas und Chlorgas nicht, unter einem blauen oder violetten Glase aber ebenso wie im weißen Lichte; Chlorsilber wird im blauen und violetten, aber fast gar nicht im rothen Lichte geschwärzt. Berard hat die chemische Wirkung der verschiedenen prismatischen Farben am vollständigsten untersucht. Er ließ die mittelst eines Heliostats in ein dunkles Zimmer geworfenen Sonnenstrahlen auf ein Prisma fallen und fing das durch dasselbe erzeugte Spectrum auf einem mit Chlorsilber überzogenen Papier auf; da das Spectrum unverrückt blieb, so konnte eine und dieselbe Farbe längere Zeit auf dieselbe Stelle des Chlorsilberpapiers wirken. Er fand auf diese Weise, daß die chemischen Wirkungen am violetten Ende des Spectrums am stärksten sind und sich selbst noch über die Gränzen des sichtbaren Spectrums hinaus erstrecken, wie dies auch früher schon Ritter und Wollaston gefunden hatten. Die blauen Strahlen brachten schon eine weit schwächere Wirkung hervor, die rothen Strahlen wirkten so gut wie gar nicht. Um diesen Unterschied recht auffallend zu machen, concentrirte er durch eine Linse alle Strahlen vom Grün bis zum äußersten Violet, durch eine zweite Linse aber den übrigen Theil des Spectrums, also einen Theil der grünen, die gelben und die rothen Strahlen. Im Vereinigungspunkte der gelben und rothen Strahlen wurde das Chlorsilberpapier selbst nach zweistündiger Einwirkung kaum merklich verändert, obgleich hier das Licht blendend hell war, während in dem weit lichtschwächern Vereinigungspunkte der blauen und violetten Strahlen das

Chlorſilber ſchon in 10 Minuten geſchwärzt wurde. Es geht daraus auch hervor, daß die chemiſchen Wirkungen des Lichts nicht bloß von der gleichzeitig entwickelten Wärme abhängen können.

E. Becquerel machte die merkwürdige Entdeckung, daß die rothen und gelben Strahlen, welche Bromſilberpapier für ſich allein gar nicht afficiren, eine merkliche Wirkung hervorbringen, wenn es vorher nur kurze Zeit dem weißen Tageslichte oder auch einem blauen oder violetten Lichte ausgeſetzt worden war. Die rothen und gelben Strahlen ſind alſo im Stande, die von den blauen und violetten begonnene Wirkung fortzuſetzen. Moſer fand dieſe Erſcheinung auch mit jodirten Silberplatten beſtätigt.

Photographie. Schon Wedgwood kam auf den Gedanken, die 265
Schwärzung des Chlorſilbers zu benutzen, um die Bilder der camera obscura zu fixiren, und in der That ſtellte Davy mittelſt eines Sonnenmikroſkops die Bilder kleiner Gegenſtände auf Chlorſilberpapier dar, ſie wurden aber bald durch die fortdauernde Einwirkung des Lichts auf das Chlorſilber wieder vernichtet. Niepce brachte es in der Kunſt, ſolche Lichtbilder zu fixiren, ſchon weiter; allein erſt Daguerre fand nach vielen mühſamen Verſuchen ein Verfahren, welches in dieſer Hinſicht faſt Unglaubliches leiſtet.

Das Material, auf welchem die Daguerre'ſchen Lichtbilder dargeſtellt werden, iſt eine plattirte, d. h. eine mit einer dünnen Silberſchicht überzogene Kupferplatte. Nachdem ſie gehörig gereinigt worden iſt, wird ſie auf eine viereckige Porzellanſchale gelegt, welche eine wäſſerige Löſung von Chlorjod enthält, und hier ſo lange den Dämpfen des Jods ausgeſetzt, bis ſich eine goldgelbe oder violette Schicht von Jodſilber auf der Platte gebildet hat. Nun wird die Platte, vor jeder fremden Einwirkung des Lichts geſchützt, genau an der Stelle in die camera obscura eingeſetzt, an welcher ein ſcharfes Bild des abzubildenden Gegenſtandes entſteht. Nach einiger Zeit, deren Dauer von mannigfachen Umſtänden abhängt, wird die Platte aus der camera obscura weggenommen. Man ſieht jetzt noch keine Spur eines Bildes; daſſelbe tritt aber alsbald hervor, wenn man ſie über eine mit Queckſilber überzogene etwas erwärmte Metallplatte bringt. Sobald das Bild hinlänglich ausgeprägt iſt, wird die Platte in eine Löſung von unterſchwefligſaurem Natron, oder, in Ermanglung deſſen, in eine ſiedend heiße Auflöſung von Kochſalz gelegt, wodurch der Ueberzug von Jodſilber aufgelöſ't und ſo eine fernere Einwirkung des Lichts unmöglich gemacht wird.

An den Stellen der jodirten Platte, auf welche die hellen Parthieen des Bildes der camera obscura gefallen waren, hat das Licht ſchon eine Einwirkung hervorgebracht, bevor dieſelbe dem Auge ſichtbar wird; diejenigen Stellen der Platte nämlich, welche dem Lichte am meiſten ausgeſetzt waren, haben die Eigenſchaft erhalten, Queckſilberdämpfe zu con-

denſiren, hier ſchlägt ſich alſo Queckſilber in unendlich feinen Perlchen nieder, während da, wo das Licht nicht eingewirkt hat, kein ſolcher Niederſchlag ſtattfindet. Nachdem nun an den letzteren Stellen das völlig unveränderte Silberjodid abgewaſchen worden iſt, hat man an den hellen Parthieen des Bildes den feinen Queckſilberſtaub, da, wo das Licht nicht eingewirkt hat, den glänzenden Silberſpiegel, und wenn man die Platte ſo hält, daß der Spiegel ſolche Strahlen in das Auge reflectirt, welche von dunklen Gegenſtänden kommen, ſo bildet dieſer Silberſpiegel den dunklen Grund, auf welchem die hellen Parthieen durch das von den Queckſilberkügelchen nach allen Seiten hin zerſtreute Licht hervortreten.

Wenn man die Platte zu lange in der camera obscura läßt, ſo wird die Wirkung des Lichts auf der jodirten Platte ohne Weiteres ſichtbar, indem das Jodſilber da geſchwärzt wird, wo das Licht am kräftigſten wirkt; das auf dieſe Weiſe entſtehende Bild iſt ein negatives, d. h. den hellen Stellen des Gegenſtandes entſprechen die dunklen Stellen des Bildes, und umgekehrt.

Wenn man die Platte ſo lange in der camera obscura gelaſſen hat, daß die Lichtwirkung auf derſelben ſichtbar iſt, ſo iſt der zur Erzeugung eines Daguerre'ſchen Bildes geignete Moment ſchon vorüber.

Ein Daguerre'ſches Bild kann nie ganz die richtigen Verhältniſſe zwiſchen Licht und Schatten wiedergeben, weil die verſchiedenen Farben ſo höchſt ungleich auf die jodirte Platte wirken; grüne Strahlen bringen faſt gar keine Wirknng hervor, weshalb denn auch in Daguerre'ſchen Bildern die Bäume immer ſehr dunkel erſcheinen; auch die rothen Strahlen wirken ſehr wenig. Durch dieſen Umſtand verlieren die Daguerre'ſchen Portraits oft ſehr an Aehnlichkeit.

Talbot befolgt eine ganz andere Methode zur Darſtellung ſeiner photographiſchen Bilder. Er bedient ſich eines gegen das Licht empfindlichen Papiers, deſſen Bereitungsweiſe wir hier nicht näher beſchreiben können und welches er kalotypes Papier nennt. Auf dieſem Papiere wird in der camera obscura ein negatives Bild erzeugt und daſſelbe durch Bromkalium fixirt.

Dieſes negative Bild wird mit einem eben ſo präparirten Papiere zwiſchen zwei Glasplatten gelegt und dem Sonnenlichte ausgeſetzt; die dunklen Stellen des Bildes halten das Licht von dem zweiten Papiere ab, während es durch die hellen Stellen hindurch wirkt, und ſo entſteht denn auf dieſem zweiten Papiere ein poſitives Bild. Mit einem und demſelben negativen Original kann man dann mehrere poſitive Copieen machen.

Anhang.

Verhältniß des neueren französischen Maaßsystems mit anderen Maaßsystemen.

In diesem Werke sind sehr oft die Maaßangaben in dem neufranzösischen Systeme ausgedrückt, theils weil nach demselben eine so außerordentlich einfache Beziehung zwischen Maaß und Gewicht besteht, welche bei anderen Maaßsystemen nicht besteht, eine Einfachheit, welche manche den Gang der physikalischen Betrachtung sonst sehr störenden Rechnungsoperationen unnöthig macht; theils aber auch, weil bei naturwissenschaftlichen Untersuchungen das metrische Maaß- und Gewichtssystem fast allgemein angenommen ist, so daß sich fast alle Physiker und Chemiker desselben bedienen, und es gewiß nicht wohl räthlich ist, die nach dem metrischen Systeme gemachten Messungen und Wägungen auf andere Maaße zu reduciren.

Nun aber sind doch Manche mit dem metrischen Systeme nicht genug bekannt, um in den nach demselben gemachten Maaßangaben leicht zurechtzufinden. Um eine solche Orientirung zu erleichtern, ist das Folgende eine Vergleichung der neufranzösischen Maaße und Gewichte mit anderen.

Die wichtigsten Notizen über das Metermaaß sind schon oben, Seite 221, gegeben worden. Es wurde dort bereits mitgetheilt, auf welche Weise die Länge des Meters ermittelt worden ist, und daß

$$1^{\text{Meter}} = 10^{\text{Decimeter}} = 100^{\text{Centimeter}} = 1000^{\text{Millimeter}}.$$

Die folgende Tabelle dient zur leichten Reduction von Längenangaben nach metrischem Systeme in altfranzösisches und rheinländisches Maaß.

Tabelle zur Verwandlung des Metermaaßes in rheinländisches und altfranzösisches Maaß.

Meter-Maaß.	Rheinländisches oder preuß. Maaß.	Altfranzösisches Maaß.
1 mm	0,459‴	0,443‴
2	0,918	0,887
3	1,376	1,330
4	1,835	1,773
5	2,294	2,216
6	2,753	2,660
7	3,212	3,103
8	3,671	3,546
9	4,129	3,990
1 cm	4,588‴	4,433‴
2	9,176	8,866
3	1″ 1,764	1″ 1,299
4	1 6,353	1 5,732
5	1 10,941	1 10,165
6	2 3,529	2 2,604
7	2 8,117	2 7,031
8	3 0,705	2 11,462
9	3 5,294	3 3,897
1 dm	3″ 9,882‴	3″ 8,330‴
2	7 7,763	7 4,659
3	11 5,645	11 0,989
4	1′ 3 3,527	1′ 2 9,318
5	1 7 1,408	1 6 5,648
6	1 10 11,290	1 10 2,038
7	2 2 9,172	2 1 10,307
8	2 6 7,054	2 5 6,637
9	2 10 4,935	2 9 2,966
1 m	3′ 2″ 2,817‴	3′ 0″ 11,296‴
2	6 4 5,634	6 1 10,592
3	9 6 8,451	9 2 9,888
4	12 8 11,268	12 3 9,184
5	15 11 2,085	15 4 8,480
6	19 1 4,902	18 5 7,776
7	22 3 7,719	21 6 7,072
8	25 5 10,536	24 7 6,368
9	28 8 1,353	27 8 5,664
10	31 10 4,170	30 9 4,950

Aus den Verhältnissen der Längenmaaße ergeben sich die Verhältnisse der entsprechenden Flächen- und Körpermaaße:

Neufranzös.	Rheinl.	Altfranzös.
1^{qm} . .	$10{,}15187^{q'}$ . .	$9{,}476817^{q'}$
1^{qdm} . .	$14{,}619^{q''}$ . .	$13{,}647^{q''}$
1^{qcm} . .	$21{,}051^{q'''}$ . .	$18{,}650^{q'''}$
1^{km} . .	$32{,}34587^{k'}$ . .	$29{,}17385^{k'}$
1^{kdm} . .	$55{,}894^{k''}$ . .	$50{,}412^{k''}$
1^{kcm} . .	$96{,}584^{k'''}$ . .	$87{,}112^{k'''}$.

Das Hohlmaaß sowohl wie das Gewicht ist bei dem neufranzösischen Maaßsysteme unmittelbar vom gewöhnlichen Körpermaaße abgeleitet, was bei den älteren Maaßstaben nicht der Fall ist; und darin liegt ganz besonders ein großer Vorzug des metrischen Systems, welchen jedoch auch einige andere neuere Maaß- und Gewichtssysteme bieten, welche, wie das badische und darmstädtische, auf das Metersystem basirt sind.

Die Einheit des französischen Hohlmaaßes ist der Raum, welchen 1 Kubikdecimeter ausfüllt und welcher den Namen Litre führt.

$1^{l} = 0{,}873386$ preuß. Quart.

Ebenso ist, wie schon oben, Seite 16, bemerkt wurde, die Einheit des Gewichts beim metrischen Maaßsysteme von dem Längenmaaße abgeleitet. 1 Gramm ist das Gewicht eines Kubikcentimeters Wasser.

Da nun 1 Kubikdecimeter = 1000 Kubikcentimeter, so ist klar, daß 1 Litre Wasser 1000 Gramm oder, was dasselbe ist, 1 Kilogramm wiegt.

Die Unterabtheilungen des Grammes sind:

das Decigramm $= {}^{1}/_{10}{}^{gr}$
das Centigramm $= {}^{1}/_{100}{}^{gr}$
das Milligramm $= {}^{1}/_{1000}{}^{gr}$.

Das halbe Kilogramm oder 500 Gramm ist gleich dem badischen, großh. hessischen und dem schweizerischen Pfunde und gilt auch als Einheit des Gewichts an den Gränzen des deutschen Zollvereins. Die Pfunde anderer Länder weichen bald mehr, bald weniger von diesem Pfunde ab.

So ist z. B. das baierische Pfund	560	Gramm
englische Handelspfund	453	»
östreichische Handelspfund . . .	560,012	»
preuß. (altkölnische) Handelspfund .	467,711	»

Das Pfund ist überall auf gleiche Weise eingetheilt; es ist nämlich:

1 Pfund = 32 Loth
1 Loth = 4 Quentchen
4 Quentchen = 80 Gran;

1 Handelspfund hat also 7680 Gran.

Das Medicinalpfund ist durchschnittlich kleiner als das Handelspfund, das östreichische und preußische Medicinalpfund ist gerade $^3/_4$ des entsprechenden Handelspfundes. Die Unterabtheilungen des Medicinalpfundes sind:

Pfund.	Unze.		Drachme.	Scrupel.	Gran.
1	12	(1 Unze = 2 Loth)	96	288	5760
	1		8	24	480
			1	3	60
				1	20.

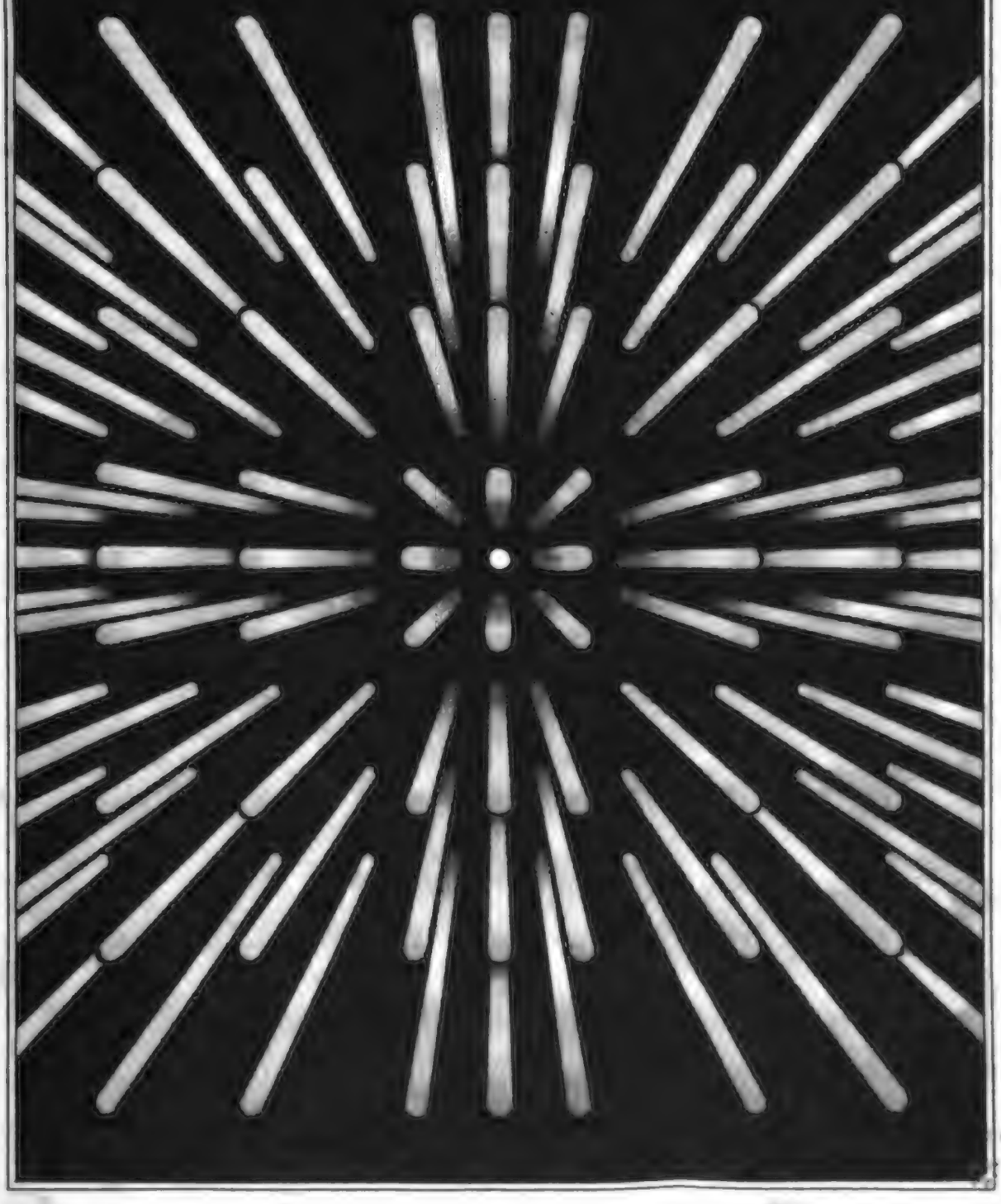
Zur leichteren Reduction des Grammgewichtes auf das preußische (kölnische) Gewicht dient folgende Tabelle.

1 Gramm					16,422 Gran
2				1 Scrupel	12,844
3				2	9,266
4			1 Drachme	0	5,688
5			1	1	2,110
6			1	1	18,532
7			1	2	14,954
8			2	0	11,376
9			2	1	7,798
10			2	2	4,22..
100		3 Unzen	3	1	2,2
1000	2 Pfd. (H.-G.)	2	2	0	2.

Tab. I.

Fig. 1.

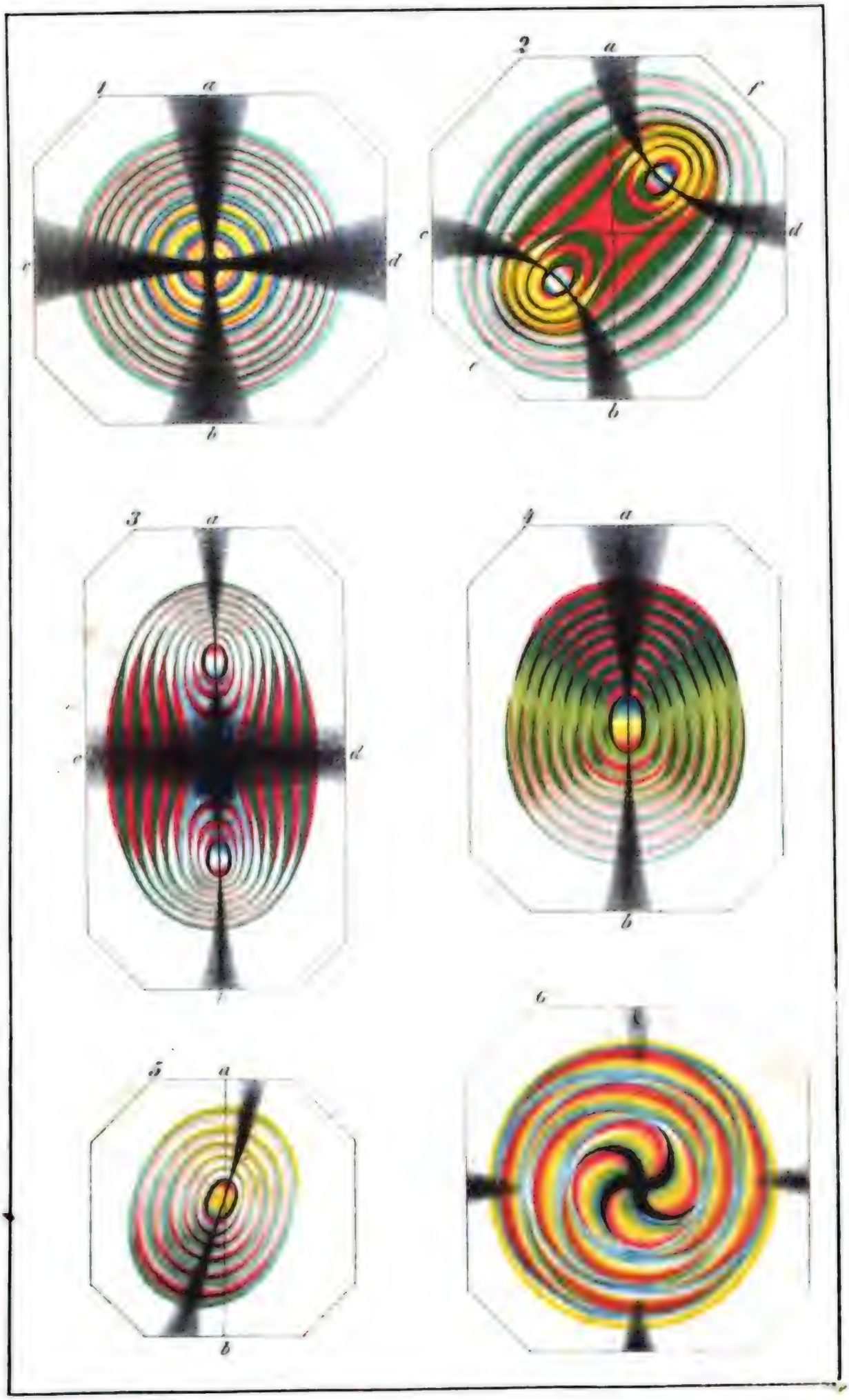
Fig. 2.



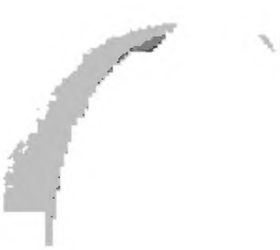
Digitized by Google

Digitized by Google

Tab. II.



Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

1938

Digitized by Google

Digitized by Google